

1 Introduction

Le but de ce thème est de traduire des réels de l'intervalle $[0, 1]$ en fractions à une précision donnée près. On va travailler sur 5 fichiers :

- le fichier `src/Fractions/fraction.mk` pour compiler automatiquement les fichiers ;
- le fichier `src/Fractions/fraction.c` qui contiendra l'implémentation des fractions ;
- le fichier `include/fraction.h` qui contiendra les en-têtes des fonctions et types définis ;
- le fichier `src/Fractions/test_fraction.c` qui contiendra les tests sur les fractions ;
- le fichier `src/Fractions/recherche.c` qui contiendra les sources du programme bin/fraction de recherche de fraction.

2 Compilation

Pour effectuer les tests, on va réutiliser les fichiers `tests.h` et la librairie `entrees`. Assurez-vous qu'ils sont bien dans le répertoire `~/src/include`. Cela signifie que parmi les options de gcc, lors de la compilation, il faut ajouter :

`-I "~/programmation-en-C/src/include"`

De plus, pour voir plus facilement le résultat des tests, il faut compiler avec :

`-DUSECOLORS`

Ensuite, quand on en sera à la version finale, on enlèvera les tests en compilant avec l'option :

`-Dproduction`

Enfin, pour utiliser la fonction `fabs1 : double → double` qui calcule la valeur absolue d'un double et est définie dans la bibliothèque `<math.h>`, il faut compiler avec l'option :

`-lm`

On paramétrise le fichier `fraction.mk` avec des variables en le commençant par les lignes suivantes :

```
GCC=gcc
LIBS=-lm -lentrees
INCLUDE=-I "~/programmation-en-C/src/include"
FLAGS=-DUSECOLORS
```

On peut utiliser ces variables dans les règles. Par exemple :

```
test_fraction : test_fraction.c
                fraction.c $(GCC) $(FLAGS) -o $@ $@.c $(INCLUDE) $(LIBS)
```

Test du Makefile. On peut préciser ce qui va être fait en marquant le but d'une règle. Par exemple :

```
make -f fraction.mk test_fraction
```

3 Fichier fraction.c

I Exercice : Base sur les structures

(a) Déclarer une structure `fraction_s` qui contient deux entiers, un numérateur p et un dénominateur q

Solution

```
struct fraction_s {  
    int p ;  
    int q ;  
} ;
```

(b) Déclarer un nouveau type `fraction` qui est le type des structures `fraction_s`.

Solution

```
typedef struct fraction_s fraction ;
```

(c) Écrire une fonction `nouvelle_fraction` qui prend en entrée deux entiers, et qui renvoie une fraction avec ces entiers comme, respectivement, le numérateur et le dénominateur.

Solution

```
fraction nouvelle\_fraction ( int p , int q )  
{  
    fraction r ;  
    r.p = p ;  
    r.q = q ;  
    return r ;  
}
```

(d) Écrire deux fonctions `numérateur` et `denominateur` qui renvoient respectivement le numérateur et le dénominateur de la fraction passée en entrée.

Solution

```
int
numérateur ( fraction f )
{
return f.p ;
}
int
```

```

denominateur ( fraction f )
{
    return f.q ;
}

```

Note de bonne programmation. Dans la suite, utilisez uniquement les fonctions `nouvelle_fraction`, `numérateur`, et `denominateur`.

II Exercice : Opérations simples sur les fractions

(a) Écrire une fonction `fractioncmp` qui prend en entrée deux fraction f_1 et f_2 et rend un entier du même signe que $f_1 - f_2$ (pour l'opération habituelle de soustraction) et 0 si les deux fractions sont égales.

Solution

```

int fractioncmp ( fraction a , fraction b )
{
    return numérateur ( a ) * denominateur ( b )
    - numérateur ( b ) * denominateur ( a ) ;
}

```

(b) Écrire une fonction `print_fraction` qui affiche une fraction.

Solution

```

void print_fraction ( fraction f )
{
    printf ( " %d\n-----\n %d\n" , numérateur ( f ) , denominateur ( f ) ) ;
}

```

(c) Écrire une fonction `addition_cancres` qui fait l'addition des cancrs de 2 fractions :

$$\frac{p}{q} \oplus \frac{p'}{q'} = \frac{p + p'}{q + q'}$$

On note qu'il s'agit aussi de l'addition des professeurs, puisque

$$\frac{5}{8} \oplus \frac{8}{12} = \frac{13}{20}$$

Solution

```

fraction
addition_cancres ( fraction f1 , fraction f2 )
{
    return nouvelle_fraction ( numérateur ( f1 ) + numérateur ( f2 ) ,

```

```
denominateur ( f1 ) + denominateur ( f2 ) ) ;
}
```

(d) Écrire une fonction `eval_fraction` qui renvoie le nombre (de type `double`) qui est la valeur de la fraction passée en argument.

Solution

```
double eval_fraction ( fraction f )
{
    return ( ( double ) numerateur ( f ) ) / denominateur ( f ) ;
}
```

III Exercice : Recherche par dichotomie d'une fraction

L'addition des cancris permet de trouver par dichotomie la forme réduite d'une fraction approchant un nombre positif. La justification mathématique est donnée par le lemme suivant :

Lemme 1. Si $\frac{a}{b} < \frac{p}{q} < \frac{c}{d}$ et $ad - bc = -1$ alors :

$$\begin{cases} p & \geq a + c \\ q & \geq b + d \end{cases}$$

Donc si on cherche un rationnel entre deux autres nombres qu'on aura calculé, soit il est égal à leur somme des cancris, soit il est entre leur somme des cancris et l'un des deux, et ses numérateurs et dénominateurs sont plus grands que ceux de la somme des cancris.

(a) En déduire une fonction `ftofraction` qui prend en entrée un `double` et rend une fraction irréductible égale à ce `double` à une précision absolue ε près.

Aide. Il peut commencer par considérer uniquement le cas d'un nombre entre 0 et 1 et faire une recherche dichotomique en partant de $0 = \frac{0}{1}$ et $1 = \frac{1}{1}$. On peut généraliser ensuite aux nombres positifs en posant $+\infty = \frac{1}{0}$.

Aide pour le C. Pour calculer la valeur absolue, utilisez la fonction `fabs1` définie dans `math.h`.

Solution

```
fraction ftofraction ( double x , double epsilon )
{
    double e ;

    fraction min = nouvelle_fraction ( 0 , 1 ) , //zero
    max = nouvelle_fraction(1 , 0 ) ; //+infini
    fraction courant ;

    do {
```

```

    courant = addition_cancree ( min , max ) ;
    e = eval ( courant ) ;
    if ( e < x )
        min = courant ;
    else
        max = courant ;
} while ( fabs1 ( e - x ) > epsilon ) ;
return courant ;
}

```

4 Écriture dun programme

On veut maintenant écrire un programme complet qui va effectuer la mise sous forme de fraction dun décimal. Lors de lappel—*i.e.*, au début de la fonction `main`—le programme commence par regarder combien il a darguments :

- sil en a 0, il demande (en utilisant `LireDecimal`) à lutilisateur un nombre à chercher et une précision ;
- sil en a 1, on suppose que cest le nombre à chercher, et on utilise la précision par défaut de 0.0000001 ;
- sil en a 3, le premier doit être la chaîne de caractères "`-p`", le second la précision, et le troisième est le nombre à chercher.

IV Exercice : Utilisation des arguments

Implémentez ce programme dans un fichier `recherche.c`.

Solution

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include "fraction.h"
#include "entrees.h"

void
demande_utilisateur ( double x , double epsilon )
{
    printf ( "Entrez un nombre à traduire en fraction :\n" ) ;
    lire_decimal_long ( x ) ;
    printf ( "Entrez l'erreur admissible epsilon :\n" ) ;
    do {
        lire_decimal_long ( epsilon ) ;
    } while ( epsilon < 0 ) ;
}

int
main ( int argc , char argv [ ] )
{
    double x , epsilon ;
```

```

switch ( argc )
{
    case 1 :
        demande_utilisateur ( &x , &epsilon ) ;
        break ;
    case 2 :
        x = atof ( argv [ 1 ] ) ;
        epsilon = 0.0000001 ;
        break ;
    case 4 :
        if ( strcmp ( argv [ 1 ] , "p" ) == 0 )
        {
            x = atof ( argv [ 3 ] ) ;
            epsilon = atof ( argv [ 2 ] ) ;
        }
        else
            goto erreur_argument ;
        break ;
    default :
        goto erreur_argument ;
}
print_fraction ( ftofraction ( x , epsilon ) ) ;
return 0 ;
erreur_argument :
printf ( "Utilisation : %s [ [ p<precision> ]<x> ]\n" , argv [ 0 ] ) ;
return 1 ;
}

```

5 Programmation modulaire

Le fichier fraction.h a un défaut, qui est minime pour nous, mais qui est handicapant pour les gros programmes : les programmeurs qui l'utilisent peuvent créer de nouvelles structures en dehors des fonctions qu'on a défini car ils ont accès au format de la structure. La technique permettant d'éviter cela consiste à déclarer le type **fraction** non plus comme une structure fraction, mais comme un pointeur vers une telle structure. Si les fichiers ont été écrits correctement, ce changement est très rapide.

V Exercice : Changement de type des fractions

(a) Changez le type fraction en un type qui pointe sur des structures dans **fraction.h** et **fraction.c**.

Solution

```
typedef struct fraction_s * fraction ;
```

(b) Changez les fonctions **nouvelle_fraction**, **numérateur**, et **denominateur** du fichier

`fraction.c` pour les adapter au nouveau type.

(c) Recompilez `test_fraction` et `recherche`.

(d) Enlever la déclaration de la structure `fraction_s` du fichier `fraction.h`. Recompilez `test_fraction` et `recherche`.

Solution

```
GCC=gcc
LIBS=-lm ../lib/cours.o
INCLUDE=-I "../include/"
FLAGS=-DUSECOLORS

fraction.o : fraction.c
$(GCC) $(FLAGS) c $< $(INCLUDE)

test_fraction : test_fraction.c fraction.o
$(GCC) $(FLAGS) o $@ $@. c $(INCLUDE) $(LIBS)

fraction : recherche.c fraction.o
$(GCC) $(FLAGS) o $@ recherche.c $(INCLUDE) $(LIBS) fraction.o

recherche : recherche.c fraction.o
$(GCC) $(FLAGS) o $@ recherche.c $(INCLUDE) $(LIBS) fraction.o
```