

1 Introduction

Le but de ce thème est de traduire des réels de l'intervalle $[0, 1]$ en fractions à une précision donnée près. On va travailler sur 5 fichiers :

- le fichier `src/Fractions/fraction.mk` pour compiler automatiquement les fichiers ;
- le fichier `src/Fractions/fraction.c` qui contiendra l'implémentation des fractions ;
- le fichier `include/fraction.h` qui contiendra les en-têtes des fonctions et types définis ;
- le fichier `src/Fractions/test_fraction.c` qui contiendra les tests sur les fractions ;
- le fichier `src/Fractions/recherche.c` qui contiendra les sources du programme bin/fraction de recherche de fraction.

2 Compilation

Pour effectuer les tests, on va réutiliser les fichiers `tests.h` et la librairie `entrees`. Assurez-vous qu'ils sont bien dans le répertoire `~/src/include`. Cela signifie que parmi les options de gcc, lors de la compilation, il faut ajouter :

`-I "~/programmation-en-C/src/include"`

De plus, pour voir plus facilement le résultat des tests, il faut compiler avec :

`-DUSECOLORS`

Ensuite, quand on en sera à la version finale, on enlèvera les tests en compilant avec l'option :

`-Dproduction`

Enfin, pour utiliser la fonction `fabs1 : double → double` qui calcule la valeur absolue d'un double et est définie dans la bibliothèque `<math.h>`, il faut compiler avec l'option :

`-lm`

On paramétrise le fichier `fraction.mk` avec des variables en le commençant par les lignes suivantes :

```
GCC=gcc
LIBS=-lm -lentrees
INCLUDE=-I "~/programmation-en-C/src/include"
FLAGS=-DUSECOLORS
```

On peut utiliser ces variables dans les règles. Par exemple :

```
test_fraction : test_fraction.c
                fraction.c $(GCC) $(FLAGS) -o $@ $@.c $(INCLUDE) $(LIBS)
```

Test du Makefile. On peut préciser ce qui va être fait en marquant le but d'une règle. Par exemple :

```
make -f fraction.mk test_fraction
```

3 Fichier `fraction.c`

I Exercice : Base sur les structures

(a) Déclarer une structure `fraction_s` qui contient deux entiers, un numérateur p et un dénominateur q

Solution

```
struct fraction_s {  
    int p ;  
    int q ;  
} ;
```

(b) Déclarer un nouveau type `fraction` qui est le type des structures `fraction_s`.

Solution

```
typedef struct fraction_s fraction ;
```

(c) Écrire une fonction `nouvelle_fraction` qui prend en entrée deux entiers, et qui renvoie une fraction avec ces entiers comme, respectivement, le numérateur et le dénominateur.

Solution

```
fraction nouvelle\_fraction ( int p , int q )  
{  
    fraction r ;  
    r.p = p ;  
    r.q = q ;  
    return r ;  
}
```

(d) Écrire deux fonctions `numérateur` et `denominateur` qui renvoient respectivement le numérateur et le dénominateur de la fraction passée en entrée.

Solution

```
int  
numérateur ( fraction f )  
{  
    return f.p ;  
}
```

```

}
int
denominateur ( fraction f )
{
return f.q ;
}

```

Note de bonne programmation. Dans la suite, utilisez uniquement les fonctions `nouvelle_fraction`, `numérateur`, et `denominateur`.

II Exercice : Opérations simples sur les fractions

(a) Écrire une fonction `fractioncmp` qui prend en entrée deux fraction f_1 et f_2 et rend un entier du même signe que $f_1 - f_2$ (pour l'opération habituelle de soustraction) et 0 si les deux fractions sont égales.

Solution

```

int fractioncmp ( fraction a , fraction b )
{
    return numérateur ( a ) denominateur ( b )
    - numérateur ( b ) denominateur ( a ) ;
}

```

(b) Écrire une fonction `print_fraction` qui affiche une fraction.

Solution

```

void print_fraction ( fraction f )
{
    printf ( "  %d\n—————\n  %d\n" , numérateur ( f ) , denominateur ( f ) ) ;
}

```

(c) Écrire une fonction `addition_cancres` qui fait l'addition des cancre de 2 fractions :

$$\frac{p}{q} \oplus \frac{p'}{q'} = \frac{p + p'}{q + q'}$$

On note qu'il s'agit aussi de l'addition des professeurs, puisque

$$\frac{5}{8} \oplus \frac{8}{12} = \frac{13}{20}$$

Solution

```

fraction

```

```

addition_cancres ( fraction f1 , fraction f2 )
{
    return nouvelle_fraction ( numerateur ( f1 ) + numerateur ( f2 ) ,
denominateur ( f1 ) + denominateur ( f2 ) ) ;
}

```

(d) Écrire une fonction `eval_fraction` qui renvoie le nombre (de type double) qui est la valeur de la fraction passée en argument.

Solution

```

double eval_fraction ( fraction f )
{
    return ( ( double ) numerateur ( f ) ) / denominateur ( f ) ;
}

```

III Exercice : Recherche par dichotomie d'une fraction

L'addition des cancrs permet de trouver par dichotomie la forme réduite d'une fraction approchant un nombre positif. La justification mathématique est donnée par le lemme suivant :

Lemme 1. Si $\frac{a}{b} < \frac{p}{q} < \frac{c}{d}$ et $ad - bc = -1$ alors :

$$\begin{cases} p & \geq a + c \\ q & \geq b + d \end{cases}$$

Donc si on cherche un rationnel entre deux autres nombres qu'on aura calculé, soit il est égal à leur somme des cancrs, soit il est entre leur somme des cancrs et l'un des deux, et ses numérateurs et dénominateurs sont plus grands que ceux de la somme des cancrs.

(a) En déduire une fonction `ftofraction` qui prend en entrée un double et rend une fraction irréductible égale à ce double à une précision absolue ε près.

Aide. Il peut commencer par considérer uniquement le cas d'un nombre entre 0 et 1 et faire une recherche dichotomique en partant de $0 = \frac{0}{1}$ et $1 = \frac{1}{1}$. On peut généraliser ensuite aux nombres positifs en posant $+\infty = \frac{1}{0}$.

Aide pour le C. Pour calculer la valeur absolue, utilisez la fonction `fabs1` définie dans `math.h`.

Solution

```
fraction ftofraction ( double x , double epsilon )
{
    double e ;

    fraction min = nouvelle_fraction ( 0 , 1 ) , //zero
    max = nouvelle_fraction(1 , 0 ) ; //+infini
```

```

fraction courant ;

do {
    courant = addition_cancres ( min , max ) ;
    e = eval ( courant ) ;
    if ( e < x )
        min = courant ;
    else
        max = courant ;
} while ( fabsf ( e - x ) > epsilon ) ;
return courant ;
}

```

4 Écriture d'un programme

On veut maintenant écrire un programme complet qui va effectuer la mise sous forme de fraction d'un décimal. Lors de l'appel—*i.e.*, au début de la fonction `main`—le programme commence par regarder combien il a d'arguments :

- si en a 0, il demande (en utilisant `LireDecimal`) à l'utilisateur un nombre à chercher et une précision ;
- si en a 1, on suppose que c'est le nombre à chercher, et on utilise la précision par défaut de 0.0000001 ;
- si en a 3, le premier doit être la chaîne de caractères "-p", le second la précision, et le troisième est le nombre à chercher.

IV Exercice : Utilisation des arguments

Implémentez ce programme dans un fichier `recherche.c`.

Solution

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include "fraction.h"
#include "entrees.h"
void
demande_utilisateur ( double x , double epsilon )
{
    printf ( "  Entrez un nombre à traduire en fraction :\n" ) ;
    lire_decimal_long ( x ) ;
    printf ( "  Entrez l'erreur admissible epsilon :\n" ) ;
    do {
        lire_decimal_long ( epsilon ) ;
    } while ( epsilon < 0 ) ;
}

int
```

```

main ( int argc , char argv [ ] )
{
    double x , epsilon ;
    switch ( argc )
    {
        case 1 :
            demande_utilisateur ( &x , &epsilon ) ;
            break ;
        case 2 :
            x = atof ( argv [ 1 ] ) ;
            epsilon = 0.0000001 ;
            break ;
        case 4 :
            if ( strcmp ( argv [ 1 ] , "p" ) == 0 )
            {
                x = atof ( argv [ 3 ] ) ;
                epsilon = atof ( argv [ 2 ] ) ;
            }
            else
                goto erreur_argument ;
            break ;
        default :
            goto erreur_argument ;
    }
    print_fraction ( ftofraction ( x , epsilon ) ) ;
    return 0 ;
    erreur_argument :
    printf ( " Utilisation : %s [ [ --p<precision> ]<x> ]\n" , argv [ 0 ] ) ;
    return 1 ;
}

```

5 Programmation modulaire

Le fichier `fraction.h` a un défaut, qui est minime pour nous, mais qui est handicapant pour les gros programmes : les programmeurs qui l'utilisent peuvent créer de nouvelles structures en dehors des fonctions qu'on a défini car ils ont accès au format de la structure.

La technique permettant d'éviter cela consiste à déclarer le type `fraction` non plus comme une structure `fraction`, mais comme un pointeur vers une telle structure. Si les fichiers ont été écrits correctement, ce changement est très rapide.

V Exercice : Changement de type des fractions

(a) Changez le type `fraction` en un type qui pointe sur des structures dans `fraction.h` et `fraction.c`.

Solution

```
typedef struct fraction_s * fraction ;
```

(b) Changez les fonctions `nouvelle_fraction`, `numérateur`, et `denominateur` du fichier `fraction.c` pour les adapter au nouveau type.

(c) Recompilez `test_fraction` et `recherche`.

(d) Enlever la déclaration de la structure `fraction_s` du fichier `fraction.h`. Recompilez `test_fraction` et `recherche`.

Solution

```
GCC=gcc
LIBS=-lm ../lib/cours.o
INCLUDE=-I "../include/"
FLAGS=-DUSECOLORS
```

```
fraction.o : fraction.c
$(GCC) $(FLAGS) c $< $(INCLUDE)
```

```
test_fraction : test_fraction.c fraction.c
$(GCC) $(FLAGS) o $@ $. c $(INCLUDE) $(LIBS)
```

```
fraction : recherche.c fraction.o
$(GCC) $(FLAGS) o $@ recherche.c $(INCLUDE) $(LIBS) fraction.o
```

```
recherche : recherche.c fraction.o
$(GCC) $(FLAGS) o $@ recherche.c $(INCLUDE) $(LIBS) fraction.o
```