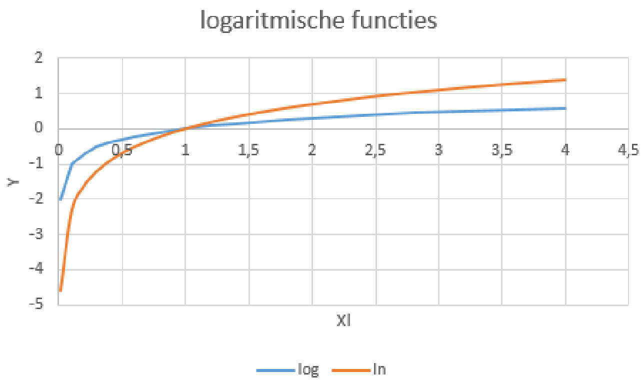
1. Het gebruik van Decibel (dB)

1.1 Wat is logaritme (log)?

Uit Wikipedia, de vrije encyclopedie

De **logaritme** van een bepaald getal is de exponent waarmee een constante waarde, het grondtal, moet worden verheven om dat bepaalde getal als resultaat te verkrijgen. Voor grondtal 10 is de logaritme van 1000 bijvoorbeeld gelijk aan 3, dit omdat 1000 gelijk is aan 10 tot de macht 3: 1000 = 10 × 10 × 10

Meer in het algemeen geldt dat als $x = g$, dat dan y de logaritme van x is voor het grondtal g. Dit wordt geschreven als $y = \log_g(x)$; $\log_{10}(1000)$ is dus 3.



De logaritme is een rekenkundige bewerking van de derde orde. De logaritme is een wiskundige functie die gewoonlijk wordt afgekort tot **log**. De logaritmische functie wordt gedefinieerd als de inverse van een exponentiële functie (een macht met vast grondtal, als functie van de exponent). Om deze inverse functie duidelijk te specificeren is een vast grondtal vereist. De volgende drie grondtallen worden in logaritmen veel gebruikt:

- Logaritmen met grondtal 10. Men spreekt van de Briggse logaritme en noteert deze als log, $\log_{10}$, lg of $^{10}\log$.
- Logaritmen met grondtal e. Men spreekt van natuurlijke logaritme, of *Neperiaanse* of *Neperse* logaritme, naar de uitvinder John Napier. De natuurlijke logaritme wordt vaak genoteerd als ln, maar men schrijft ook wel log in vakgebieden waarbij het vanzelfsprekend is dat de natuurlijke logaritme wordt bedoeld.
- Logaritmen met grondtal 2. Dit type logaritmen komt veel terug in onder andere de informatica. Deze wordt vaak genoteerd als $\log_2$ of $^2\log$, lb of kortweg log als dit gezien de context vanzelfsprekend is.

1.2 Toepassing van logaritme

Uit Wikipedia, de vrije encyclopedie

Vermenigvuldigen

Al eeuwen geleden was de logaritme belangrijk voor mensen die veel moesten rekenen. Een eigenschap van logaritmes is namelijk dat een vermenigvuldiging omgezet kan worden naar een optelling:

$$\log(a) + \log(b) = \log(ab)$$

Om het product van a en b te berekenen, tel je de logaritme van a en van b bij elkaar op en zoek je het getal waarvan dit resultaat de logaritme is. De logaritmen worden niet berekend, maar over en weer opgezocht in tabellen. Deze logaritmetafels (tabellen van getallen met hun logaritme) zijn al eeuwen geleden uitgerekend en gepubliceerd. Ze werden gebruikt door zeelieden bij de plaatsbepaling op zee (navigatie), door ingenieurs etc. Tegenwoordig worden de logaritmische bewerkingen uitgevoerd met het zakrekenmachine.

Delen

Door logaritmen af te trekken kunnen ook delingen worden uitgevoerd.

$$\log(a) - \log(b) = \log\left(\frac{a}{b}\right)$$

Machtsverheffing

Neemt men tweemaal achter elkaar de logaritme dan kan men door op te tellen een getal verheffen tot een willekeurige macht.

$$\log[\log(a)] + \log(b) = \log[\log(a^b)]$$

Wortels

Neemt men tweemaal achter elkaar de logaritme dan kan men door af te trekken een willekeurige wortel trekken.

$$\log[\log(a)] - \log(b) = \log\left[\log\left(a^{\frac{1}{b}}\right)\right]$$

1.3 Logaritmische schaal

Referentie Logaritmische schaal, uit Wikipedia de vrije enceclopedie

Grootheden als frequentie, tijdsduur, vermogen woden uitgedrukt in eenheden. Door meting wordt vastgesteld welk veelvoud de grootheid van de eenheid is. Als we voor een vermogen aangeven *P* = 3,2 W, dan gebruiken we de eenheid Watt (W), en geven aan dat de numerieke waarde 3,2 is, wat inhoudt dat de vermogen P 3,2 keer de eenheid is. We kunnen ook schrijven *P/W* = 3,2.

Bij een **logaritmische schaal** wordt niet de numerieke waarde zelf, maar een logaritme van deze verhouding gegeven. In plaats van eenheid spreekt men meestal van referentiewaarde. De grootheid *G* wordt niet direct als een veelvoud van de referentiewaarde G_0, de eenheid, uitgedrukt, maar als een bepaald niveau hierboven:

$$\text{"niveau van"}\ G = \log_a\left(\frac{G}{Go}\right)$$

Bij geluid bijvoorbeeld wordt de bel-schaal genomen om het geluidsniveau aan te geven ten opzichte van de gehoordrempel. De gehoordrempel doet hierbij dienst als referentiewaarde met niveau 0. Om de berekening uit te voeren wordt het getal 10 als grondtal (a in formule) van het logaritme gebruikt. Een geluidsniveau van 3,6 bel houdt dus in dat er een geluidsintensiteit van $10^{3,6}$ = 3981,0717 keer sterker is dan de geluidsintensiteit van de gehoordrempel. Een geluidsniveau van 3,6 bel komt overeen met een geluidsniveau van 36 dB vermits 1 bel bestaat uit 10 dB (decibel).

Logaritmische schalen geven relatieve veranderingen weer. Stijgt een grootheid G relatief met 10%, dan is de nieuwe waarde 1,10 G. Op een logaritmische schaal betekent deze stijging een toename van

$$\log\left(\frac{G}{Go}\right)$$

tot

$$\log\left(1{,}10\,\frac{G}{Go}\right) = \log\left(\frac{G}{Go}\right) + \log(1{,}10)$$

Dit betekent dat de toename gelijk is aan $\log(1{,}1)$, ongeacht het uitgangsniveau. Omdat veel zintuigelijke waarnemingen gelijke relatieve toenamen als gelijk ervaren, zijn logaritmische schalen een geschikt middel om grootheden zodanig uit te drukken dat hun waarden met onze ervaring overeenkomen.

Soms is het ook handiger om gelijke factoren weer te geven als gelijke toename van niveau. Verdubbeling van waarde betekent in een dB-schaal een toename van niveau met ongeveer 3,01 dB. Immers:

$$3{,}01\ \mathrm{dB} = 10.\log\left(\frac{2.P}{P}\right)$$

Hierbij stelt P een bepaald vermogen voor dat wordt verdubbeld na bijvoorbeeld versterking.

Wanneer het logaritme met grondtal 10 wordt gebruikt is elke stap ter grootte 1 op de schaal 10 keer groter als de vorige stap. Een schaal van 1,2,3 betekent dus in waarden 10, 100, 1000.

Bij de grafische weergave van bepaalde grootheden wordt soms een logaritmische schaal gehanteerd. De betrokken as heeft dan niet de gebruikelijke schaalverdeling van de getallenrechte, maar een logaritmische verdeling met posities die overeenkomen met de logaritmen van de waarden van het positieve gedeelte van de getallenlijn. Een reden om deze schaal te gebruiken kan zijn dat men voor een decade van kleine getallen evenveel ruimte wil inruimen als voor een met grote getallen. Men kan hiervoor kiezen omdat, gegeven de beschikbare ruimte, voor de kleine getallen anders veel te weinig ruimte is om relevante details weer te geven. In feite wordt er dus gekozen voor een wiskundig gelijkmatige schaal om de vertekening te voorkomen die men krijgt als men in een bepaalde toepassing de grootte van weergave van ieder getalbereik helemaal laat bepalen door de benodigde ruimte.

Een andere reden voor het gebruik van een logaritmische schaal is dat de grafieken van bepaalde functies dan rechte lijnen worden: een constante plus de logaritme van x met enig grondtal als de x-as een logaritmische schaal heeft. Voor andere functies krijgt men een exponentieel verloop met positieve coëfficiënt als de y-as een logaritmische schaal heeft. Nog andere functies leveren als grafiek een macht op met positieve coëfficiënt als beide een logaritmische schaal hebben..

1.4. Belangrijke verhoudingen in elektronica

De verhouding tussen twee grootheden wordt meestal uitgedrukt in dB. Meestal is dit een verhouding van spanningen of vermogens. Zo bekomt men voor de spanningsverhouding:

$$A_u = 20\log\left(\frac{U_{out}}{U_{in}}\right) \quad [dB]$$

en voor de vermogensverhouding:

$$A_p = 10\log\left(\frac{P_{out}}{P_{in}}\right) \quad [dB]$$

Uit bovenstaande formules valt af te leiden dat je niet noodzakelijk de exacte spannings- of vermogenswaarden hoeft te kennen om de versterkings- of verzwakkingsfactor uit te rekenen. Van zodra we de verhouding tussen beide spanningen, respectievelijk vermogens, kennen kunnen we de berekening maken. Door te werken met dB verkrijgen we relatieve verhoudingen van de grootheden weer.

We spreken over versterking als het resultaat in dB groter is dan 0. Wanneer het resultaat kleiner is 0 dB bekomen we een verzwakker. Indien de waarde gelijk is aan 0 dB bekomen we een spanningsvolger. Let wel op het feit dat als men te maken heeft met een verzwakker er bijvoorbeeld wordt gesproken van een verzwakking van 3 dB in plaats van een verzwakking van -3 dB. Immers het woord “verzwakking” impliceert reeds het minteken. Let ook op het feit dat indien de verzwakking als een positief getal is gegeven, je zelf het minteken moet bijvoegen bij berekeningen.

Voorbeeld 1

Stel dat je bijvoorbeeld een spanningsversterker hebt van 4 keer. De waarde in dB kan je dan op volgende wijze berekenen:

$$A_u = 20\log\left(\frac{U_{out}}{U_{in}}\right) = 20\log(4) = 12{,}04\ dB$$

Voorbeeld 2

Stel dat je te maken hebt met een verzwakker van 3 dB. De factor waarmee aan de uitgang de spanning zal dalen kan je op volgende wijze berekenen:

$$-3\ dB = 20\log\left(\frac{U_{out}}{U_{in}}\right)$$

$$\frac{-3}{20} = \log\left(\frac{U_{out}}{U_{in}}\right)$$

$$10^{\frac{-3}{20}} = \frac{U_{out}}{U_{in}} = 0{,}707\ of\ \frac{1}{\sqrt{2}}$$

De factor waarmee het vermogen zal dalen bij diezelfde verzwakker van 3 dB:

$$-3\ dB = 10\log\left(\frac{P_{out}}{P_{in}}\right)$$

$$\frac{-3}{10} = \log\left(\frac{P_{out}}{P_{in}}\right)$$

$$10^{\frac{-3}{10}} = \frac{P_{out}}{P_{in}} = 0{,}5$$

Hieruit kan je besluiten dat een verzwakking van 3 dB een spanningsdaling tot 70% teweeg brengt en een daling van vermogen met 50%.

1.4.1 Absolute waarden uitdrukken via dB

Tot nu toe hebben we enkel verhoudingen tussen spanningen of vermogens uitgedrukt in dB. Dit zijn relatieve waarden. Je kan echter ook een een absolute waarde zoals 10V of 4W uitdrukken in dB. Wanneer men absolute waarden in dB uitdrukt geeft men dit aan op bijvoorbeeld volgende manieren dBV, dBW, dBµV, dBm, … Wat je nu juist als eenheid gebruikt is afhankelijk van wat je als referentie neemt. Volgende voorbeelden maken je dit meer duidelijk.

1.4.2 dBm

De eenheid dBm drukt het aantal dB's uit ten opzichte van het vermogen van 1mW. Het geeft een absoluut vermogen weer. Stel bijvoorbeeld dat je een versterker hebt met een vermogen van 50 W. Uitgedrukt in dBm levert dit volgend resultaat op:

$$10\log(\frac{P}{P_{ref}}) = 10\log\left(\frac{50\ W}{1\ mW}\right) = 10\log\left(\frac{50}{0{,}001}\right) = 46{,}99\ dBm$$

Een ander voorbeeld van gebruik van dBm vinden we onder andere terug bij functiegeneratoren. Stel dat je beschikt over een functiegenerator waarvan gegeven is dat het uitgangsvermogen gelijk is aan 20 dBm. Hoeveel bedraagt dan het werkelijke uitgangsvermogen? De opgegeven 20 dBm impliceert dat het uitgangsvermogen 20 dB meer is dan 0 dB. In dit geval komt 0 dB overeen met 1 mW. Dit weten we doordat het vermogen was uitgedrukt in dBm. De "m" slaat op 1 mW. Het werkelijke vermogen vinden we dan op volgende wijze:

$$10\log(\frac{P}{P_{ref}}) = 20\ dBm$$

$$\log(\frac{P}{1\ mW}) = \frac{20}{10} = 2$$

$$\frac{P}{1\ mW} = 10^2 = 100$$

$$P = 100\ \times 1\ mW = 100\ mW$$

- ### 1.4.3 dBW

Net als dBm stelt dBW een absoluut vermogen voor. De nulreferentie ligt hierbij op 1 W in plaats van de 1 mW bij dBm.

Stel terug de versterker van 50 W. Deze had een vermogen van 46,99 dBm. In dBW uitgedrukt is dit:

$$10\log(\frac{P}{P_{ref}}) = 10\log\left(\frac{50\ W}{1\ W}\right) = 10\log\left(\frac{50}{1}\right) = 16{,}99\ dBW$$

Merk op dat de bijkomende letter bij dB wel degelijk belangrijk is om de juiste absolute waarde te kennen.

- ### 1.4.4 dBV

De nulreferentie bij dBV ligt op 1V. Dit houdt in dat 0 dBV overeenkomt met 1 V. Wordt bijvoorbeeld de uitgangsspanning van een voeding opgegeven als 24 dBV dan houdt dit in dat de uitgangsspanning overeenkomt met:

$$24\ dBV = 20\log\left(\frac{U}{1\ V}\right)$$

$$\frac{24}{20} = \log\left(\frac{U}{1\ V}\right)$$

$$10^{\frac{24}{20}} = \frac{U}{1\ V} = 15{,}88$$

$$U = 15{,}88\ V$$