# Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο: Μπαλάσ Ιωάννη	AM:	1084631	Έτος:	4°
-------------------------	-----	---------	-------	----

## Άσκηση 1

(α) Τι παρατηρείτε εάν αντί για Ts = 0.02 s ή 0.04 s θέσετε Ts = 0.1 s ; Αιτιολογήστε την απάντησή σας

## Απάντηση:

Στην περίπτωση που δώσουμε Ts = 0.1s αντί για Ts = 0.02s ή Ts = 0.04s παρατηρούμε ότι ο αριθμός των δειγμάτων η που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό του σήματος μειώνονται. Άρα λαμβάνουμε λιγότερα δείγματα/second.

Σύμφωνα με τον τύπο την γωνιακής συχνότητας του σήματος  $2\pi fnTs$ , όταν μειώνεται το Ts αυξάνεται η τιμή του, δηλαδή για μεγαλύτερο Ts, το σήμα περιγράφεται με λιγότερες αλλά μεγαλύτερες τιμές του n, οπότε έχουμε λιγότερα δείγματα αλλά σε μεγαλύτερα χρονικά διαστήματα.

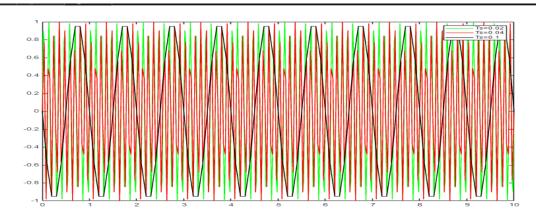
Για να αποφευχθεί η αλλοίωση του σήματος κατά την δειγματοληψία πρέπει να ικανοποιείται η συνθήκη δειγματοληψίας ( $Fs \geq 2Fmax$ ). Στη δικιά μας περίπτωση έχουμε ότι η μέγιστη συχνότητα του σήματος είναι f0 = 9. Για να εξασφαλίσουμε ότι η συνθήκη ικανοποιείται ,

Για 
$$Ts = 0.1$$
 έχουμε:  $fs = \frac{1}{Ts} = 10$ Hz.

Επομένως η συνθήκη δειγματοληψίας δεν ικανοποιείται, καθώς η συχνότητα δειγματοληψίας fs = 10Hz είναι μικρότερη από το διπλάσιο της μέγιστης συχνότητας του σήματος f0 = 9.

Όσον αφορά την κρίσιμη συχνότητα δειγματοληψίας fc έχουμε  $fc=\frac{1}{2}*fmax=\frac{1}{2}*9=4.5$  Ηz. Οπότε προκύπτει ότι η περίοδος δειγματοληψίας πρέπει αν είναι το πολύ  $Ts=\frac{1}{2*fc}=0.111s$ .

Από όλα τα παραπάνω συνοψίζουμε ότι θα έχουμε πιθανή απώλεια σήματος.



# Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	AM:	1084631	Έτος:	4°
--------	---------------------	-----	---------	-------	----

(β) Πώς επηρεάζει η συχνότητα δειγματοληψίας την ποιότητα ανακατασκευής του σήματος; Για κάθε συνάρτηση ανακατασκευής χρησιμοποιήστε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα, ανάμεσα στο αρχικό και το ανακατασκευασμένο σήμα, και την τυπική απόκλιση , ως μετρικές ποιότητας ανακατασκευής (δείτε στο m-file που σας δίνεται για τον ορισμό τους).

#### Απάντηση:

Όσο μικρότερη η περίοδος δειγματοληψίας δηλαδή όσο μεγαλύτερη η συχνότητα δειγματοληψίας τόσο καλύτερες μετρικές έχουμε. Βλέπουμε επίσης ότι με τη χρήση της sinc() οι τιμές του STD,MSE είναι καλύτερες σε σχέση με τις άλλες μεθόδους.

$T_{s}$	$MSE_1, STD_1$	$MSE_2, STD_2$	$MSE_3, STD_3$
0.02s	0.0004, 0.0209	0.0064, 0.0803	0.0523, 0.2288
0.04s	0.0039, 0.0625	0.0869, 0.2950	0.1997, 0.4471
0.1s	0.9964, 0.9987	0.9553, 0.9779	0.8898, 0.9438

(γ) Σχολιάστε τον ρόλο της αρχικής φάσης του σήματος.

## Απάντηση:

$T_s$	$MSE_1, STD_1$	$MSE_2, STD_2$	$MSE_3$ , $STD_3$
0.1s	1.0131 , 1.0070	0.9553, 0.9779	0.8898, 0.9438

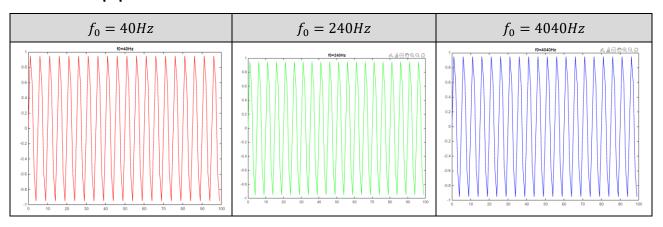
Παρατηρούμε ότι οι τιμές του MSE , STD με την αλλαγή φάσης δεν έχουν αλλάξει σημαντικά , επομένως η αλλαγή φάσης δεν επηρεάζει σημαντικά την απόδοση της ανακατασκευής του σήματος.

# Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο: ,	λάσης ννης ΑΜ:	1084631	Έτος:	4°
----------	-------------------	---------	-------	----

(δ) Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα με τα δικά σας γραφήματα.

#### Απάντηση:



**Ερώτηση 5 (δ συνέχεια)** Τι παρατηρείτε στις παραπάνω γραφικές παραστάσεις σας; Ποια η συχνότητα των ανακατασκευασμένων σημάτων; Εξηγήστε.

#### Απάντηση:

Αρχικά έχω ότι Ts=0.005s oπότε για την Fs έχω ότι  $f=\frac{1}{Ts}=\frac{1}{0.005}=200 Hz$  . Σύμφωνα με το θεώρημα δειγματοληψίας πρέπει  $Fs\geq Fmax$ , όπου Fs=200 Hz και Fmax=40,240,4040 Hz. Η συνθήκη δειγματοληψίας ισχύει μόνο στην περίπτωση όπου Fs=40 Hz ( $200\geq 80$ ), οπότε η δειγματοληψία γίνεται κανονικά. Στις άλλες δύο περιπτώσεις Fs=240 Hz και Fs=4040 Hz δεν ικανοποιείται η συνθήκη δειγματοληψίας και για αυτό τον λόγο προκαλείται αναδίπλωση συχνότητας. Ως συνέπεια είναι να έχουμε τρία ίδια σήματα με την ίδια μέγιστη συχνότητα 40 Hz το οποίο προκύπτει αν από τις δοσμένες Fmax αφαιρέσουμε πολλαπλάσια της Fs, δηλαδή έχω ότι:

$$240 - 200 = 40Hz$$
$$4040 - 20 * 200 = 4040 - 4000 = 40Hz$$

# Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	AM:	1084631	Έτος:	4°
--------	---------------------	-----	---------	-------	----

(α) Αιτιολογήστε αν το σύστημα είναι αιτιατό ή όχι

#### Απάντηση:

Το σύστημα για να είναι αιτιατό πρέπει η έξοδος του συστήματος να μην εξαρτάται από μελλοντικές τιμές εσόδου. Εδώ η είσοδος εξαρτάται από παροντικές και παρελθοντικές τιμές συνεπώς το σύστημα είναι αιτιατό.

(β.1) Υπολογίστε κρουστική απόκριση του συστήματος (μόνο θεωρητικά).

Απάντηση:

$$y(n) = \frac{1}{2}x[n] + x[n-1] - \frac{1}{2}x[n-2]$$

Για μία μοναδιαία είσοδο  $x[n] = \delta[n]$ ,  $\delta[n]$ : δέλτα Kronecker έχω ότι

$$y(n) = \frac{1}{2}\delta[n] + \delta[n-1] - \frac{1}{2}\delta[n-2]$$

Επειδή όμως η Kronecker είναι μηδενική για όλες τις τιμές του η εκτός 0, 1, 2 έχω:

$$h(n)= egin{cases} rac{1}{2} \ , n=0 \ 1, n=1 \ -rac{1}{2}, n=2 \ 0, lpha\lambda\lambdao\dot{arphi} \end{cases}$$

Χρησιμοποιώντας τον μετασχηματισμό Fourier της κρουστικής απόκρισης έχουμε:

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)e^{-j\omega n}$$

Εμείς έχουμε ότι:  $H(e^{j\omega})=\{\frac{1}{2},1,-\frac{1}{2},0,0\ldots$ , επομένως αντικαθιστώντας στην εξίσωση μετασχηματισμού Fourier , έχουμε

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1}{2}e^{-j\omega*0} + 1e^{-j\omega*1} - \frac{1}{2}e^{-j\omega*2}$$

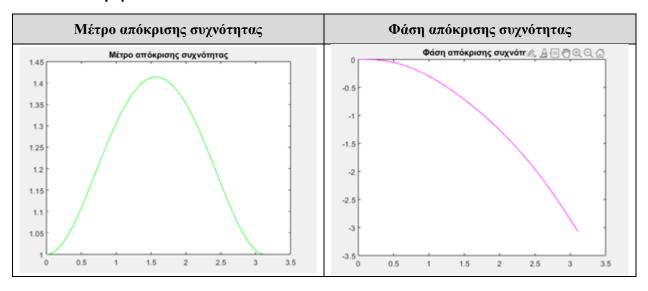
Απλοποιώντας προκύπτει :  $H(e^{j\omega})=rac{1}{2}+e^{-j\omega}-rac{1}{2}e^{-2j\omega}$ 

# Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	AM:	1084631	Έτος:	4°
--------	---------------------	-----	---------	-------	----

**(β.2)** Σχεδιάστε το μέτρο και τη φάση της απόκρισης συχνότητας θεωρητικά και χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *freqz()* της Matlab).

#### Απάντηση:



(δ) Ποιες συχνότητες του σήματος εισόδου διατηρεί το παραπάνω σύστημα;

## Απάντηση:

Από τα παραπάνω γραφήματα βλέποντας τις κορυφές στο πλάτος της απόκρισης μπορούμε να πούμε το εξής: Το σύστημα διατηρεί και όλες τις συχνότητες για τις τιμές από ω=0 έως ω=3. Στο ίδιο διάστημα τις ενισχύει κιόλας ενώ υπάρχει μία φανερή ενίσχυση περίπου όταν έχουμε ω=1.60.

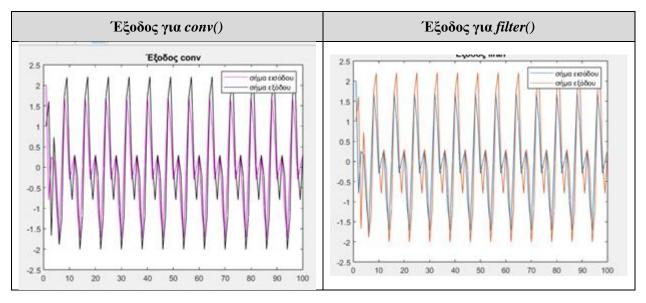
# Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	AM:	1084631	Έτος:	4°
--------	---------------------	-----	---------	-------	----

(δ) Χρησιμοποιώντας τη συναρτηση filter(), υπολογίστε και σχεδιάστε την έξοδο του συστήματος για την είσοδο x[n] (μόνο για τα πρώτα 100 δείγματα). Ποιες οι διαφορές;

## Απάντηση:

Διαπιστώνουμε ότι οι συχνότητες του ημιτόνου έχουν διατηρηθεί , ενώ έχουν ενισχυθεί οι συχνότητες του συνημίτονου. Επίσης οι δύο έξοδοι είναι παρόμοιες και αυτό συμβαίνει επειδή δημιουργούμε ένα φίλτρο FIR. Η συνάρτηση conv() υπολογίζει τη γραμμική συνέλιξη.



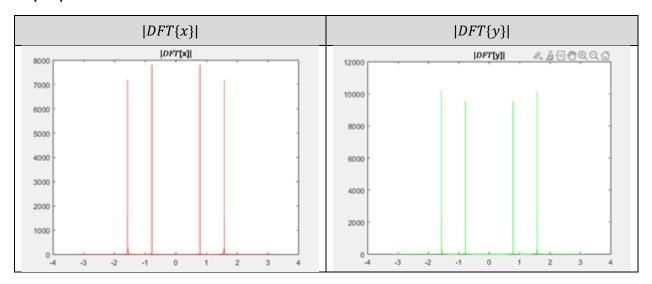
## Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο: ,	λάσης ννης ΑΜ:	1084631	Έτος:	4°
----------	-------------------	---------	-------	----

(ε) Σχεδιάστε το abs (fftshift (fft (x))) και abs (fftshift (fft (y))).

#### Απάντηση:

Παρατηρώντας το πλάτος του φασματικού πεδίου του αρχικού σήματος x και του σήματος y μετά τη συνέλιξη με το φίλτρο, παρατηρούμε ότι η ενέργεια σε όλες τις συχνότητες έχει ενισχυθεί. Ωστόσο, παρατηρούμε ότι η συχνότητα μετά τη συνέλιξη έχει ενισχυθεί περισσότερο στη συχνότητα ω=|1.5|.



(στ)

Ο χρόνος εκτέλεσης του μετασχηματισμού Fourier με τη χρήση της συνάρτησης 'fft()' εξαρτάται σημαντικά από το μήκος του σήματος που εξετάζουμε. Όταν το μήκος σήματος είναι μία δύναμη του 2, υπάρχει μόνο ένας πρώτος παράγοντας, το 2. Αυτό επιτρέπει στην 'fft()' μα εκτελείται πολύ πιο γρήγορα σε σύγκριση με σήματα με μήκη που δεν είναι δυνάμεις του 2 και έχουν περισσότερους ή μεγαλύτερους παράγοντες.

Αν συγκρίνουμε για παράδειγμα την ανάλυση πρώτων παραγόντων των μηκών. Ο χρόνος εκτέλεσης της 'fft()' για ένα μήκος 16.384 , βλέπουμε ότι έχει μόνο έναν πρώτο παράγοντα 2^14 σε σχέση με το 16.383 το οποίο αποτελείται από περισσότερους και μεγαλύτερους παράγοντες. Συνεπώς αναμένουμε η 'fft()' να εκτελείται σημαντικά πιο γρήγορα για το μήκος 16.384 σε σχέση με το 16.383.

# Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	AM:	1084631	Έτος:	4°
--------	---------------------	-----	---------	-------	----

Μήκος σήματος	Μέσος χρόνος	Μήκος σήματος	Μέσος χρόνος
<b>2</b> <sup>6</sup>	0.0099	2 <sup>6</sup> -1	0.0094
27	0.0110	2 <sup>7</sup> -1	0.0441
28	0.0196	2 <sup>8</sup> -1	0.0237
<b>2</b> <sup>9</sup>	0.0296	2 <sup>9</sup> -1	0.0861
2 <sup>10</sup>	0.0477	2 <sup>10</sup> -1	0.1060
211	0.0970	2 <sup>11</sup> -1	0.4962
212	0.2011	2 <sup>12</sup> -1	0.3461
2 <sup>13</sup>	0.3943	2 <sup>13</sup> -1	2.9587
214	0.8152	2 <sup>14</sup> -1	5.5989
2 <sup>15</sup>	1.6775	2 <sup>15</sup> -1	12.7838

# Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

О	ν/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	AM:	1084631	Έτος:	4°	
---	-------	---------------------	-----	---------	-------	----	--

#### ПАРАРТНМА

## Κώδικας Ερωτήματος 1α

```
f0=9; %2pif=18p<=>f=9
initial phase=0; %den exw arxikh fash
Ts=0.02; %1h periptwsh
n = 0:10/Ts;
x = sin(2*pi*f0*n*Ts+initial phase);
figure;
plot(Ts*n,x,'green');
hold on
Ts=0.04; %2h periptwsh
n = 0:10/Ts;
x = sin(2*pi*f0*n*Ts+initial phase);
plot(Ts*n,x,'red');
Ts=0.1; %3h periptwsh
n = 0:10/Ts;
x = sin(2*pi*f0*n*Ts+initial phase);
plot(Ts*n,x,'black');
legend('Ts=0.02','Ts=0.04','Ts=0.1');
```

#### Κώδικας Ερωτήματος 1β

```
Ts = 0.01; % Ts: sampling rate.Allagh se 0.02,0.04,0.1 gia eyresh MSE,STD .
f0 = 9; % f0: frequency of signal in Hz
initial_phase = 0; % initial_phase: initial phase of signal

n = 0:1/Ts; %discrete samples
x = sin(2*pi*f0*n*Ts+initial_phase);
%plot(n,x)
dt = 0.001;
t = 0:dt:1; %continuous time
x_cont=sin(2*pi*f0*t'+initial_phase);
% Initialize Arrays
sinc_array = zeros(length(t),length(n));
triangular_array = sinc_array;
rec_array = sinc_array;
```

## Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο: Μπαλάσης Ιωάννης	AM:	1084631	Έτος:	4°
----------------------------	-----	---------	-------	----

```
% indx:(t/Ts-n)
indx = t'*ones(1,length(n))/Ts-ones(length(t),1)*n;
sinc array = sinc(indx);
% Triangular
triangular_array(abs(indx)>1)=0; %x in [-1, 1], so delete the rest
triangular array(abs(indx)<1) = 1 - abs(indx(abs(indx)<1));</pre>
% Rectangular
rec_array(abs(indx)<1/2) = 1;
rec array(indx ==1/2) = 1;
rec_array(abs(indx)>1/2) = 0;
% Reconstructed Signals
x analog1 = sum((ones(length(t),1)*x).*sinc array,2); % Sinc Reconstruction
x_analog2 = sum((ones(length(t),1)*x).*triangular_array,2); %Triangular
Reconstruction
x analog3 = sum((ones(length(t),1)*x).*rec array,2); % Rectangular Reconstruction
% Residual Signals
r1=x cont-x analog1;
r2=x_cont-x_analog2;
r3=x_cont-x_analog3;
% Plot Reconstructed Signals
figure;
plot(t(1:1000),x_cont(1:1000),'b--','LineWidth',2) % Plot original analog signal
hold on
plot(n(1:dt/Ts*1000)*Ts,x(1:dt/Ts*1000),'bx','MarkerSize',14) % Plot Sample Points
plot(t(1:1000),x_analog1(1:1000),'r') % Plot sinc reconstruction
plot(t(1:1000),x analog2(1:1000),'y') % Plot triangular reconstruction
plot(t(1:1000),x_analog3(1:1000),'g') % Plot rectangular reconsturction
hold off
legend('Analog', 'Samples', 'Sinc', 'Triangular', 'Rectangular')
% Plot Error of Reconstruction
figure
hold on
plot(t(1:100),sin(10*pi*t(1:100)')-x analog1(1:100)) % Plot sinc Error
plot(t(1:100), sin(10*pi*t(1:100)')-x analog2(1:100)) % Plot triangular Error
plot(t(1:100), sin(10*pi*t(1:100)')-x_analog3(1:100)) % Plot rectangular Error
hold off
legend('Sinc','Triangular','Rectangular')
```

# Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	AM:	1084631	Έτος:	4°
--------	---------------------	-----	---------	-------	----

```
% Plot of Distributions of residuals
figure
hist(r1,200) % Histogram of r1
legend('Sinc Residual')
figure
hist(r2,200) % Histogram of r2
legend('Triangular Residual')
figure
hist(r3,200) % Histogram of r3
legend('Rectangular Residual')

MSE = [mean(r1.^2) mean(r2.^2) mean(r3.^2) ]
STD = [std(r1) std(r2) std(r3) ]
```

#### Κώδικας Ερωτήματος 1γ

```
Ts = 0.1; % Ts: sampling rate
f0 = 9; % f0: frequency of signal in Hz
initial_phase = pi/4; % initial_phase: initial phase of signal
n = 0:1/Ts; %discrete samples
x = sin(2*pi*f0*n*Ts+initial phase);
%plot(n,x)
dt = 0.001;
t = 0:dt:1; %continuous time
x_cont=sin(2*pi*f0*t'+initial_phase);
% Initialize Arrays
sinc_array = zeros(length(t),length(n));
triangular_array = sinc_array;
rec_array = sinc_array;
% indx:(t/Ts-n)
indx = t'*ones(1,length(n))/Ts-ones(length(t),1)*n;
% Sinc
sinc_array = sinc(indx);
% Triangular
triangular array(abs(indx)>1)=0; %x in [-1, 1], so delete the rest
triangular_array(abs(indx)<1) = 1 - abs(indx(abs(indx)<1));</pre>
```

# Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	AM:	1084631	Έτος:	4°
--------	---------------------	-----	---------	-------	----

```
% Rectangular
rec array(abs(indx)<1/2) = 1;
rec_array(indx ==1/2) = 1;
rec_array(abs(indx)>1/2) = 0;
% Reconstructed Signals
x_{analog1} = sum((ones(length(t),1)*x).*sinc_array,2); % Sinc Reconstruction
x analog2 = sum((ones(length(t),1)*x).*triangular array,2); %Triangular
Reconstruction
x_{analog3} = sum((ones(length(t),1)*x).*rec_array,2); % Rectangular Reconstruction
% Residual Signals
r1=x cont-x analog1;
r2=x cont-x analog2;
r3=x cont-x analog3;
% Plot Reconstructed Signals
figure;
plot(t(1:1000),x cont(1:1000),'b--','LineWidth',2) % Plot original analog signal
plot(n(1:dt/Ts*1000)*Ts,x(1:dt/Ts*1000),'bx','MarkerSize',14) % Plot Sample Points
plot(t(1:1000),x_analog1(1:1000),'r') % Plot sinc reconstruction
plot(t(1:1000),x_analog2(1:1000),'y') % Plot triangular reconstruction
plot(t(1:1000),x_analog3(1:1000),'g') % Plot rectangular reconsturction
hold off
legend('Analog', 'Samples', 'Sinc', 'Triangular', 'Rectangular')
% Plot Error of Reconstruction
figure
hold on
plot(t(1:100), sin(10*pi*t(1:100)')-x_analog1(1:100)) % Plot sinc Error
plot(t(1:100), sin(10*pi*t(1:100)')-x analog2(1:100)) % Plot triangular Error
plot(t(1:100),sin(10*pi*t(1:100)')-x_analog3(1:100)) % Plot rectangular Error
hold off
legend('Sinc','Triangular','Rectangular')
% Plot of Distributions of residuals
figure
hist(r1,200) % Histogram of r1
legend('Sinc Residual')
figure
hist(r2,200) % Histogram of r2
legend('Triangular Residual')
figure
```

# Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	AM:	1084631	Έτος:	4°
--------	---------------------	-----	---------	-------	----

```
hist(r3,200) % Histogram of r3
legend('Rectangular Residual')

MSE = [mean(r1.^2) mean(r2.^2) mean(r3.^2) ]
STD = [std(r1) std(r2) std(r3) ]
```

## Κώδικας Ερωτήματος 1δ

```
Ts=0.005;% Ts: sampling rate
n=0:10/Ts;%discrete samples
%1h periptwsh
f0=40; % frequency of signal in Hz
x=sin(2*pi*f0*n*Ts);
figure;
plot(n(1:100),x(1:100),'red');
title('f0=40Hz');
%2h periptwsh
f0=240; % frequency of signal in Hz
x=sin(2*pi*f0*n*Ts);
figure;
plot(n(1:100),x(1:100), 'green');
title('f0=240Hz');
%3h periptwsh
f0=4040; % frequency of signal in Hz
x=sin(2*pi*f0*n*Ts);
figure;
plot(n(1:100),x(1:100),'blue');
title('f0=4040Hz');
```