

# Ψηφιακή Επεξεργασία Σημάτων

## 1η Εργαστηριακή Άσκηση

Διδάσκοντες: Εμμανουήλ Ψαράκης, Δημήτριος Κοσμόπουλος

Επικουρικό έργο:

Στέλιος Αυλακιώτης, Μαρία Ζαφείρη, Αλέξανδρος-Οδυσσέας Φαρμάκης

**Σημείωση:** Η εκφώνηση συνοδεύεται από αρχείο κειμένου στο οποίο θα συμπληρώσετε τις απαντήσεις στα διάφορα ερωτήματα που εμφανίζονται εκεί. Κρατήστε τη δομή εκείνου του αρχείου ακέραιη. Φροντίστε όπου θα συμπληρώσετε γραφήματα να φαίνονται ευκρινώς. Αφού συμπληρώσετε όλα τα ερωτήματα θα ανεβάσετε στο eclass μόνο σε μορφή αρχείου PDF την αναφορά αυτή με όνομα αρχείου αυστηρά το εξής: ΕΠΩΝΥΜΟ\_ΑΜ\_ΕΤΟΣ.pdf (π.χ. "ΠΑΠΑΔΟΠΟΥΛΟΣ\_1312\_3.pdf").

Κατεβάστε την MATLAB από εδώ  
<https://www.mathworks.com/downloads/>.

Ενεργοποιήστε την με την άδεια *license.dat* που θα βρείτε εδώ  
<https://mussa.upnet.gr/user/index.php?action=downloadFile&fn=matlab-license>

## Άσκηση 1

Θεωρήστε το ακόλουθο σήμα συνεχούς χρόνου:

$$x(t) = \sin(18\pi t), 0 \leq t \leq 1$$

και υποθέστε ότι το δειγματοληπτούμε με περίοδο  $T_s$ .

(α) Σχεδιάστε το σήμα διακριτού χρόνου που προκύπτει για  $T_s = 0.02, 0.04$  και  $0.1 \text{ sec}$ .

(β) Ανακατασκευάστε με  $T_s = 0.02, 0.04$  και  $0.1 \text{ sec}$  το σήμα συνεχούς χρόνου (με  $\Delta t = 0.001$ ) από τα δείγματα του διακριτού χρόνου σήματος χρησιμοποιώντας:

(β1) την συνάρτηση *sinc()*

(β2) το τετραγωνικό παράθυρο

(β3) το τριγωνικό παράθυρο

Για κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις σχολιάστε την ποιότητα της ανακατασκευής.

(γ) Επαναλάβετε το (β) μόνο για  $T_s = 0.1 \text{ sec}$  αν

$$x(t) = \sin(18\pi t + \pi/4), 0 \leq t \leq 1$$

και σχολιάστε το ρόλο της αρχικής φάσης του σήματος συνεχούς χρόνου κατά την δειγματοληψία και την ανακατασκευή του σήματος.

(δ) Δειγματοληπτήστε με  $T_s = 0.005 \text{ sec}$  τα ακόλουθα σήματα συνεχούς χρόνου:

$$x(t) = \sin(2\pi f_0 t), 0 \leq t \leq 1, f_0 = 40, 240, 4040 \text{ Hz}$$

και σχεδιάστε τα σήματα διακριτού χρόνου που προκύπτουν. Σχολιάστε τι παρατηρείτε.

## Άσκηση 2

Ένα ΓΧΑ σύστημα διακριτού χρόνου περιγράφεται από την ακόλουθη εξίσωση διαφορών

$$y[n] = 1/2x[n] + x[n-1] - 1/2x[n-2]$$

(α) Είναι το σύστημα αιτιατό;

(β) Υπολογίστε την απόκριση συχνότητας  $H(e^{j\omega})$  του συστήματος.

(β1) Την κρουστική απόκριση του συστήματος (θεωρητικά).

(β2) Την απόκριση συχνότητας του συστήματος (θεωρητικά και χρησιμοποιώντας την συνάρτηση *freqz()* της MATLAB. Σχεδιάστε το μέτρο και τη φάση της απόκρισης συχνότητας (χρησιμοποιήστε τις συναρτήσεις *plot()*, *abs()*, *angle()* της MATLAB).

(γ) Ποιες συχνότητες του σήματος εισόδου διατηρεί το παραπάνω σύστημα;

(δ) Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *conv()*, υπολογίστε και σχεδιάστε την έξοδο του συστήματος για την παρακάτω είσοδο

$$x[n] = \cos(\pi n/4) - \sin(\pi n/2) + (-1/2)^n, n = 0, 1, \dots, 16000$$

(ε) Πώς επιδρά στις συχνότητες του σήματος εισόδου το σύστημα; Όπως γνωρίζουμε από την θεωρία, για να εκτιμήσουμε την κατανομή της ενέργειας ενός σήματος στο πεδίο της συχνότητας, αρκεί να υπολογίσουμε τον μετασχηματισμό Fourier του σήματος. Ο κατάλληλος τύπος μετασχηματισμού Fourier για τα δεδομένα της άσκησης, είναι ο DFT (σκεφτείτε και εξηγήστε γιατί). Ο μετασχηματισμός αυτός υπολογίζεται με τη συνάρτηση *fft(.)* στην οποία μάλιστα, όταν το μήκος του σήματος είναι δύναμη του 2, υλοποιείται και ο αλγόριθμος γρήγορου υπολογισμού του. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήστε τις συναρτήσεις *fft(.)*, *fftshift(.)* και *abs(.)* της MATLAB και κάντε τις κατάλληλες γραφικές παραστάσεις.

(στ) Ποσοτικοποιήστε το υπολογιστικό κόστος του DFT και του FFT, χρησιμοποιώντας κατάλληλα τις συναρτήσεις *fft(.)*, *tic*, *toc* της MATLAB. Καταγράψτε τα αποτελέσματα των πειραμάτων σας για 10000 επαναλήψεις για ακολουθίες (σήματα διακριτού χρόνου) μήκους  $2^6$  μέχρι  $2^{15}$  και αντιπαραβάλλοντάς τα με σήματα μήκους  $2^{x-1}$  ( $x=6..15$ ). Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τη συνάρτηση *rand* για να δημιουργήσετε μια τέτοια ακολουθία (π.χ. *rand(N,1)* δημιουργεί διάνυσμα μήκους N με δείγματα ομοιόμορφης κατανομής).