ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	ΑΜ:	1084631	Έτος:	4ο

<u>Ασκηση 1</u>

(α) Υπολογίστε την στοχαστική μέση τιμή της διαδικασίας.

Απάντηση:

$$E\{x(n,\theta)\} = E\{A(\theta)\,[u(n)-u(n-100)]\}$$
$$= u(n)-u(n-100)\cdot E\{A(\theta)\}$$

$$\cdot\, E\{A(\theta)\} = \int A \quad f_A(A)\,d(A) = \int_{-1/2}^{1/2} \frac{1}{\frac{1}{2}-\left(-\frac{1}{2}\right)}\,dx$$
$$= \int_{-1/2}^{1/2} A\,dA = \left[\frac{A^2}{2}\right]_{-1/2}^{1/2} = \frac{(1/2)^2}{2} - \frac{(-1/2)^2}{2} = 0$$

Επομένως, $E\{x(n,\theta)\} = E\{A(\theta)[u(n)-u(n-100)]\}$
$$= [u(n)-u(n-100)]\cdot E\{A(\theta)\}$$
$E\{A(\theta)\} = 0$

$\varnothing$

(β) Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *rand(·)* της MATLAB δημιουργήστε K υλοποιήσεις της διαδικασίας και εκτιμήστε, υπολογίζοντας την αριθμητική μέση τιμή κάθε χρονική στιγμή, την στοχαστική μέση τιμή της. Τι παρατηρείτε καθώς αυξάνει ο αριθμός των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της στοχαστικής μέσης τιμής; Απεικονίστε την μέση υλοποίηση στον παρακάτω πίνακα.

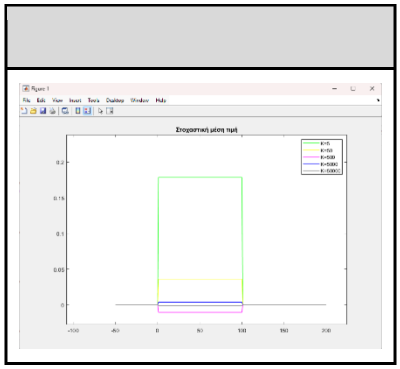
Απάντηση:

Παρατηρούμε ότι για μικρές τιμές του K (πχ. K=5 , K=50) , η στοχαστική μέση τιμή παρουσιάζει μεγάλη διακύμανση και απόκλιση από την πραγματική μέση τιμή. Αντίστοιχα, για μεγάλες τιμές του K (πχ. K=500, K=5000), η στοχαστική μέση τιμή παρουσιάζει μικρή διακύμανση ενώ τέλος για τις πολύ μεγάλες τιμές του K (πχ, K=50000) η στοχαστική μέση τιμή φαίνεται να συγκλίνει προς την μέση τιμή της διαδικασίας. Δηλαδή, παρατηρούμε ότι , όσο αυξάνεται ο αριθμός των υλοποιήσεων της διαδικασίας τόσο πιο κοντά στην πραγματική μέση τιμή θα βρίσκεται η εκτίμηση.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

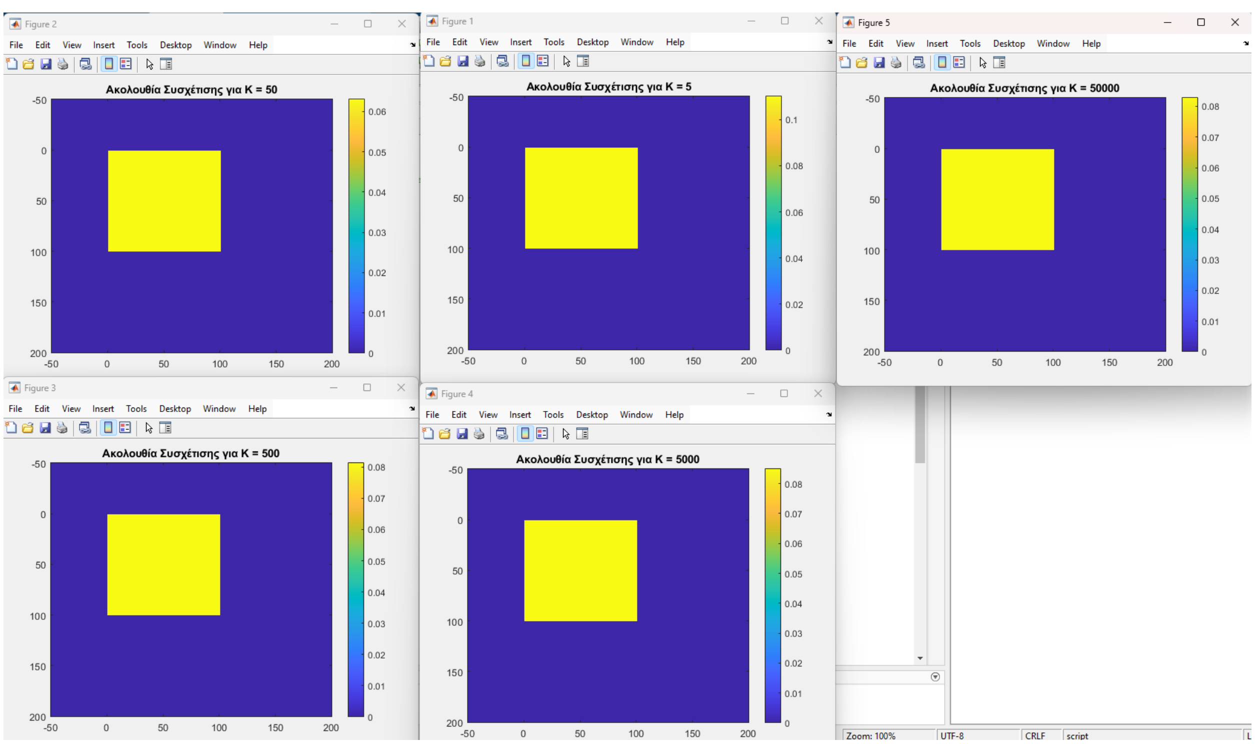
Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	ΑΜ:	1084631	Έτος:	4ο



(γ) Υπολογίστε και απεικονίστε την ακολουθία αυτοσυσχέτισης της διαδικασίας. Τι παρατηρείτε καθώς αυξάνει ο αριθμός K των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της ακολουθίας αυτοσυσχέτισης;

Παρατηρούμε ότι καθώς αυξάνεται ο αριθμός των υλοποιήσεων της διαδικασίας (δλδ. Μεγαλύτερο K) η εκτίμηση της ακολουθίας αυτοσυσχέτισης γίνεται πιο αρκιβής και σταθερή. Έχουμε μείωση του θορύβου και βελτίωση της ομοιομορφίας, προσδίδοντας μία καλύτερη και πιο αξιόπιστη εκτίμηση της ακολουθίας αυτοσυσχέτισης.



ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	ΑΜ:	1084631	Έτος:	4ο

(δ) Είναι η παραπάνω διαδικασία "λευκή"; Αιτιολογείστε την απάντησή σας.

Απάντηση:

$$R_{XX}(n_1,n_2) = E\{(X(n_1,\theta) - \hat{x}(n_1)) \cdot (X(n_2,\theta) - \hat{x}(\theta_2)\}$$

$$= \{(X(n_1,\theta) - \emptyset) \cdot (X(n_2,\theta) - 0)\}$$

$$= E\{(X(n_1,\theta) \cdot (X(n_2,\theta)\}$$

$$= E\{(A(\theta) \cdot [u(n_1) - u(n_1-100)]) \cdot (A(\theta) \cdot [u(n_2) - u(n_2-100)])\}$$

$$= E\{A^2(\theta)\} \cdot [[u(n_1) - u(n_1-100)] \cdot [u(n_2) - u(n_2-100)]]$$

$$\cdot\, E\{A(\theta)\} = \int_{-\infty}^{100} A^2 f_A(A) d(A) = \int_{-1/2}^{1/2} A^2 \frac{1}{1/2 - (-1/2)} dA$$

$$= \left[\frac{A^3}{2}\right]_{-1/2}^{1/2} = 1/12 .$$

Άρα: $R_{XX}(n_1,n_2) = [u(n_1) - u(n_1-100)] \cdot [u(n_2) - u(n_2-100)] \cdot \frac{1}{12}$

Επομένως, $R_{XX} \neq \emptyset \longrightarrow$ Η διαδικασία δεν είναι λευκή.

(ε) Υπολογίστε και απεικονίστε την Πυκνότητα Φάσματος (Spectral Density) της διαδικασίας. Πόσο κοντά στην ιδανική πυκνότητα είναι η εκτίμησή της από την ακολουθία αυτοσυσχέτισης του Ερωτήματος 4 και πως επηρεάζεται από το Κ;

Απάντηση:

$$R_{XX}[n_1,n_2] = [u(n_1) - u(n_1-100)] \cdot [u(n_2) - u(n_2-100)]\ 1/12$$

$$\Phi_{XX}(e^{j\omega}) = \frac{1}{12} |\text{Fourier}\{[u(n) - u(n-100)]\}|^2 \quad (*)$$

Μετ/σμος Fourier $\{[u(n) - u(n-100)]\} = 100 \cdot \text{sinc}(100 f)$

με $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$

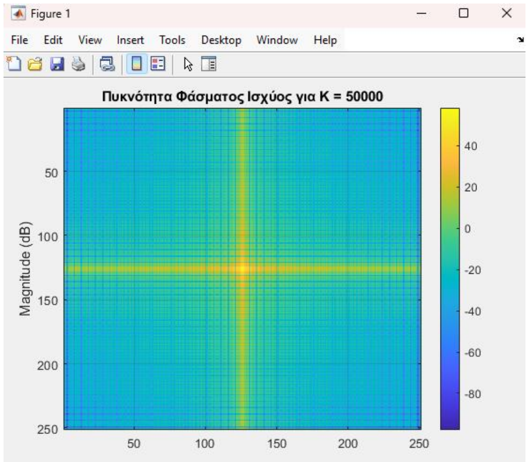
$$(*) \Rightarrow \frac{1}{12} \cdot 100^2 \cdot |\text{sinc}(100 f)|^2 \xRightarrow{f = \omega/2\pi}$$

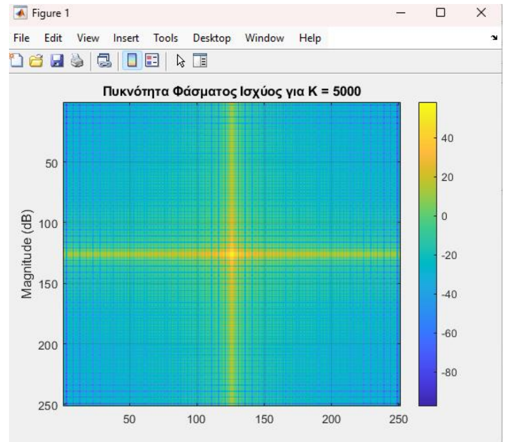
$$\Phi_{XX}(e^{j\omega}) = \frac{1}{12} \cdot 100^2 \cdot |\text{sinc}(\frac{100\omega}{2\pi})|^2$$

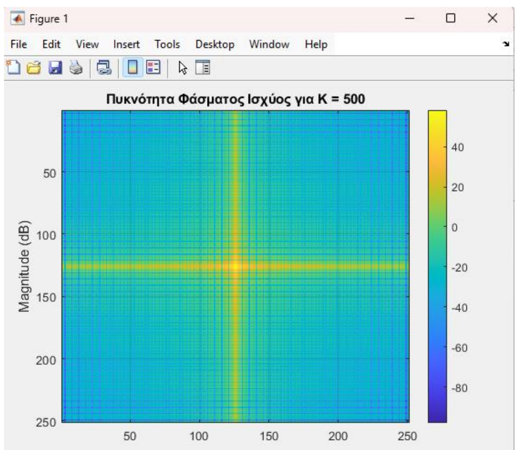
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

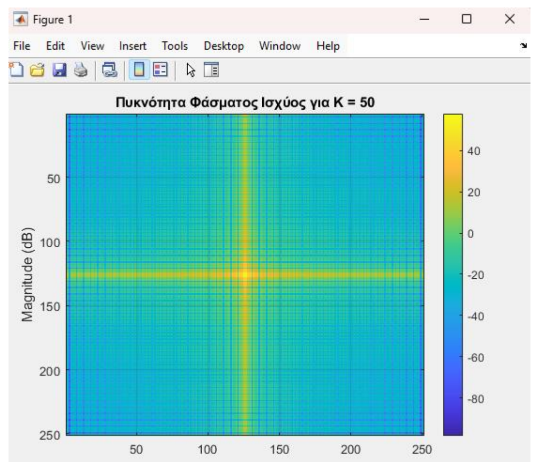
Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

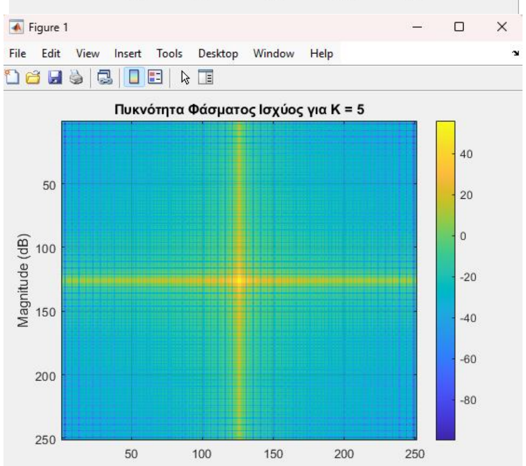
Ον/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	ΑΜ:	1084631	Έτος:	4^{o}











ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	ΑΜ:	1084631	Έτος:	4ο

Για μικρές τιμές του Κ, η εκτίμηση της πυκνότητας φάσματος ισχύος είναι θορυβώδης και αποκλίνει περισσότερο από την ιδανική. Όσο αυξάνεται το Κ γίνεται πιο αξιόπιστη.

<u>Ασκηση 2</u>

(α) Υπολογίστε την στοχαστική μέση τιμή της διαδικασίας.

Απάντηση:

Ισχύει ότι: $u(n) = \begin{cases} 1, & \text{για } n \geq 0 \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$

Οπότε: $u(n) - u(n-100) = \begin{cases} 0, & \text{για } n < 0 \\ 1, & \text{για } 0 \leq n \leq 100 \\ 0, & \text{για } n \geq 100 \end{cases}$

Άρα: $X(n,\theta) = \begin{cases} A(\theta), & 0 \leq n \leq 100 \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$

$$E\{X(n,\theta)\} = E\{A(\theta)\} \cdot E[u(n) - u(n-100)]$$

$$E[u(n) - u(n-100)] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq 100 \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$$

Για $E\{A(\theta)\} = \frac{1}{2}(-1/2 + 1/2) = 0$

<u>Άρα:</u>

$$E\{X(n,\theta)\} = E\{A(\theta)\} \cdot E\{[u(n) - u(n-100)]\}$$

$$E\{X(n,\theta)\} = 0 \cdot E\{[u(n) - u(n-100)]\}$$

$$E\{X(n,\theta)\} = 0$$

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

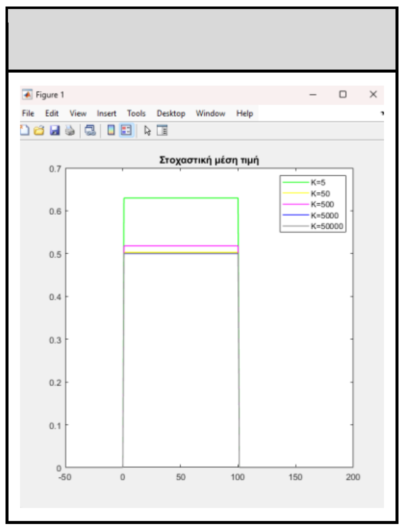
Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	ΑΜ:	1084631	Έτος:	$4^{ο}$

(β) Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *randn(·)* της MATLAB δημιουργήστε K υλοποιήσεις της διαδικασίας και εκτιμήστε, υπολογίζοντας την αριθμητική μέση τιμή κάθε χρονική στιγμή, την στοχαστική μέση τιμή της. Τι παρατηρείτε καθώς αυξάνει ο αριθμός των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της στοχαστικής μέσης τιμής; Απεικονίστε την μέση υλοποίηση στον παρακάτω πίνακα.

Απάντηση:

Παρατηρούμε ότι καθώς αυξάνουμε τον αριθμό τον υλοποιήσεων η στοχαστική μέση τιμή συγκλίνει προς την θεωρητική της τιμή.



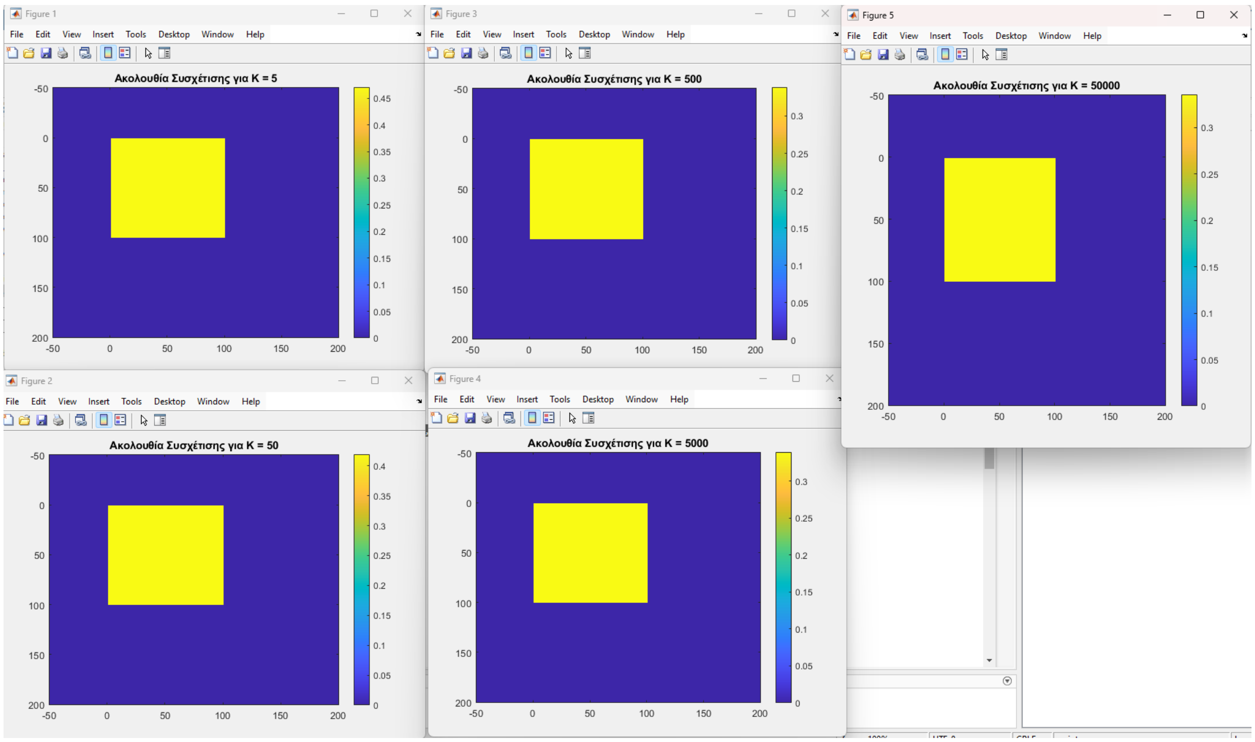
(γ) Υπολογίστε και απεικονίστε την ακολουθία αυτοσυσχέτισης της διαδικασίας. Τι παρατηρείτε καθώς αυξάνει ο αριθμός K των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της ακολουθίας αυτοσυσχέτισης;

Παρατηρούμε ότι καθώς αυξάνεται ο αριθμός των υλοποιήσεων της διαδικασίας (δλδ. Μεγαλύτερο K) η εκτίμηση της ακολουθίας αυτοσυσχέτισης γίνεται πιο αρκιβής και σταθερή. Έχουμε μείωση του θορύβου και βελτίωση της ομοιομορφίας, προσδίδοντας μία καλύτερη και πιο αξιόπιστη εκτίμηση της ακολουθίας αυτοσυσχέτισης.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	ΑΜ:	1084631	Έτος:	4ο



(δ) Είναι η παραπάνω διαδικασία "λευκή"; Αιτιολογείστε την απάντησή σας.

Απάντηση:

$$R_{xx}(n_1,n_2) = E\{(X(n_1,\theta)-\hat{x}(n_1))\cdot(X(n_2,\theta)-\hat{x}(n_2))\}$$

$$= E\{(X(n_1,\theta)-\emptyset)\cdot(X(n_2,\theta)-\emptyset)\} = E\{X(n_1,\theta)\cdot X(n_2,\theta)$$

$$= E\{(A(\theta)\cdot[u(n_1)-u(n_1-100)])\cdot(A(\theta)\cdot[u(n_2)-u(n_2-100$$

$$= E\{A^2(\theta)[[u(n_1)-u(n_1-100)]\cdot[u(n_2)-u(n_2-100)]]\}$$

$$= E\{A^2(\theta)\}\,[u(n_1)-u(n_1-100)]\cdot[u(n_2)-u(n_2-100)] \quad (1)$$

$$\rightarrow \sigma_A^2 = E\{(A-E\{A\})^2\} = E\{(A-\emptyset)^2\} \Rightarrow E\{A^2\}$$

$$\Rightarrow E\{A^2\} = 1 \quad (2)$$

Επομένως : $(1) \xRightarrow{(2)} [u(n_1)-u(n_1-100)][u(n_2)-u(n_2-10$

Άρα $R_{xx} \neq \emptyset$, οπότε η διαδικασία δεν είναι λευ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	ΑΜ:	1084631	Έτος:	4ο

(ε) Υπολογίστε και απεικονίστε την Πυκνότητα Φάσματος (Spectral Density) της διαδικασίας. Πόσο κοντά στην ιδανική πυκνότητα είναι η εκτίμησή της από την ακολουθία αυτοσυσχέτισης του Ερωτήματος 4 και πως επηρεάζεται από το Κ;

Απάντηση:

Ξέρουμε ότι: $R_X(m) = \begin{cases} 1, & \text{για } m=0 \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$

$\Phi_{XX}(e^{j\omega}) = 1 \cdot |\text{Fourier}\{[u(n)-u(n-1)]\}|^2 \; \circledast$

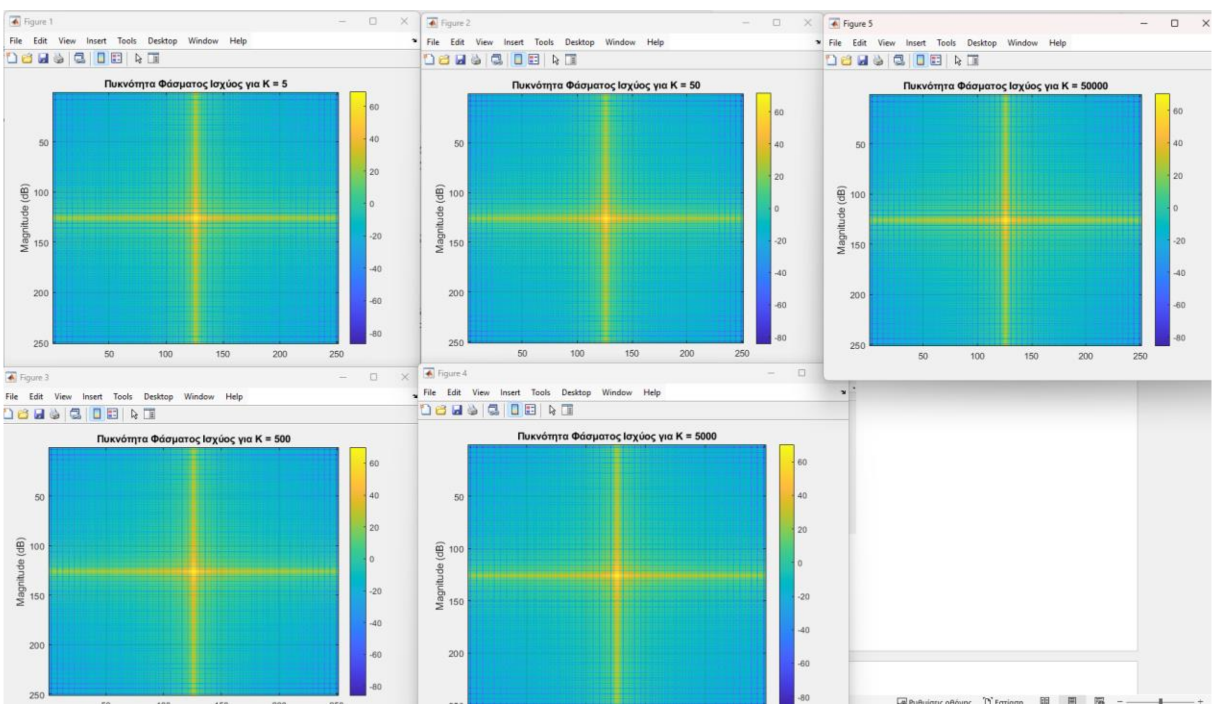
Μ/σ Fourier $\{[u(n)-u(n-100)]\} = 100 \cdot \text{sinc}(100f)$

με $\text{sinc}\,x = \dfrac{\text{sinc}(\pi x)}{\pi x}$

$\circledast \Longrightarrow 1 \cdot 100^2 \cdot |\text{sinc}(100f)|^2 \xrightarrow{f=\omega/2\pi}$

$\Phi_{XX} = 100^2 \cdot \left|\text{sinc}\,\dfrac{100\omega}{2\pi}\right|^2$

! $\Phi_{XX}(e^{j\omega}) = \mathcal{F}(R_{XX}(n)) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} R_{XX}(n)\, e^{-nj\omega}$



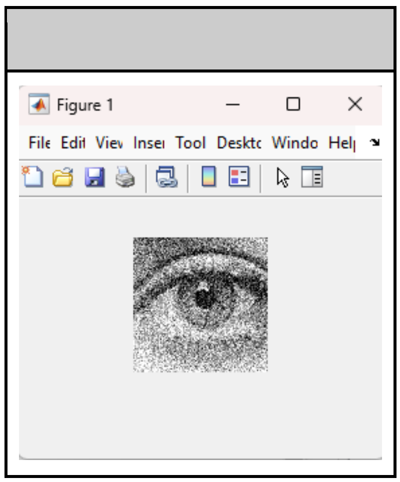
Ον/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	AM:	1084631	Έτος:	4ο

Για μικρές τιμές του K, η εκτίμηση της πυκνότητας φάσματος ισχύος είναι θορυβώδης και αποκλίνει περισσότερο από την ιδανική. Όσο αυξάνεται το K γίνεται πιο αξιόπιστη.

Ασκηση 3

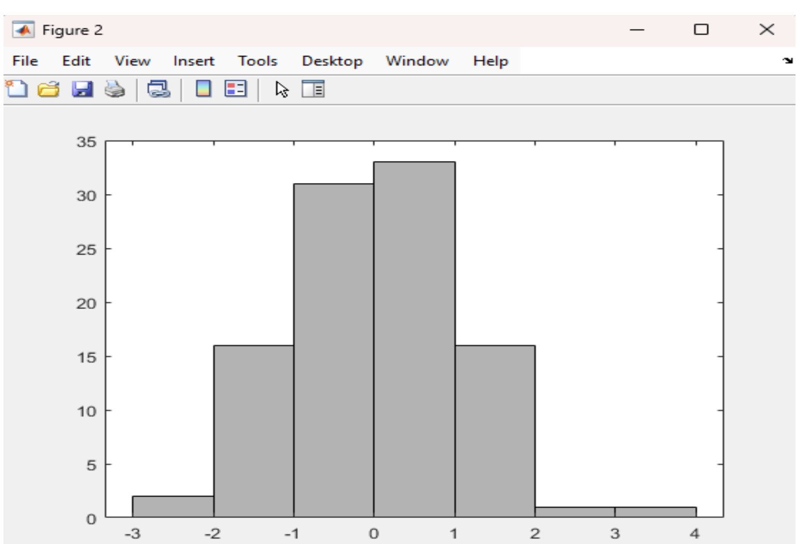
(α) Χρησιμοποιήστε αποδοτικά τον Νόμο των Μεγάλων Αριθμών και αποκαλύψτε την εικόνα που κρύβεται στην ακολουθία. Εκτιμήστε την διασπορά του θορύβου καθώς και την κατανομή του.

Απάντηση:



(β) Χρησιμοποιώντας την εικόνα που αποκαλύψατε, επιβεβαιώστε το Κεντρικό Οριακό Θεώρημα.

Απάντηση:



ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

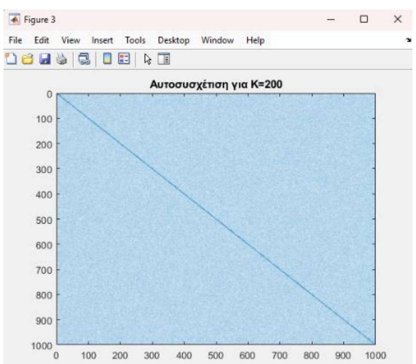
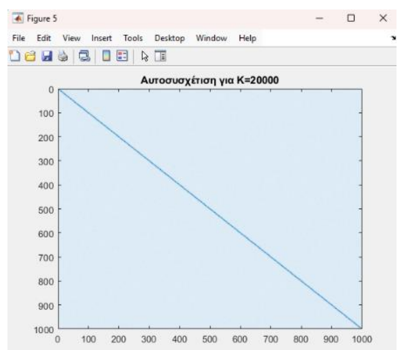
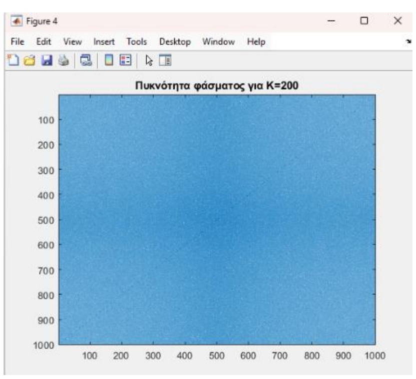
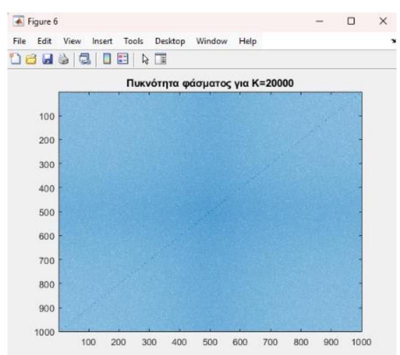
Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	ΑΜ:	1084631	Έτος:	4^{o}

Ασκηση 4

(α) Τι είδους διαδικασία περιγράφει η Σχέση (2); Χρησιμοποιώντας $\omega_0 = 0.25$ και τη συνάρτηση *randn(·)*, δημιουργήστε μερικές υλοποιήσεις της. Υπολογίστε τα φασματικά χαρακτηριστικά του χρωματισμένου θορύβου. Συμφωνούν με τα θεωρητικά αναμενόμενα;

Απάντηση:

K=200	K=20000
	
	

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

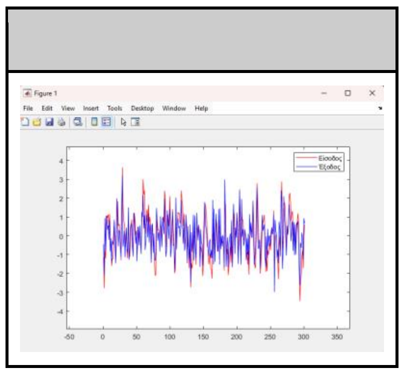
Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	AM:	1084631	Έτος:	4ο

(β) Ποιά η λειτουργία του Συστήματος Λεύκανσης; Καταγράψτε την απάντησή σας.

Απάντηση:

Το Σύστημα Λεύκανσης, είναι μια μέθοδος επεξεργασίας σήματος που χρησιμοποιείται για να μετασχηματίσει ένα σύνολο τυχαίων μεταβλητών έτσι ώστε να γίνουν στατιστικά ανεξάρτητες και με διακύμανση ίση με τη μονάδα.



(γ) Η πηγή του σήματος της Σχέσης (1) είναι ντετερμινιστική ή στοχαστική; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Η πηγή του σήματος $\mathbf{s(n) = sin\ (\omega 0n + \phi)}s(n) = \sin(\omega 0n + \phi)$, είναι στοχαστική.

Ο λόγος είναι ότι το σήμα $s(n)$ περιέχει έναν στοχαστικό παράγοντα, την τυχαία φάση ϕ, η οποία δεν μπορεί να γνωρίζουμε εκ των προτέρων. Η τιμή της φάσης ϕ κάθε φορά είναι τυχαία, επομένως το σήμα εξαρτάται από μια τυχαία μεταβλητή και η οποία κάθε φορά έχει μία τυχαία διαφορετική τιμή.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	ΑΜ:	1084631	Έτος:	4ο

(δ) Αν η πηγή του σήματος είναι στοχαστική, είναι ασθενώς στάσιμη πρώτης ή δεύτερης τάξης; Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση rand(·), δημιουργείστε υλοποιήσεις της και προσπαθήστε να επιβεβαιώσετε τις απαντήσεις σας και πειραματικά. Καταγράψτε τα πειράματα που κάνατε και τα αποτελέσματα σας.

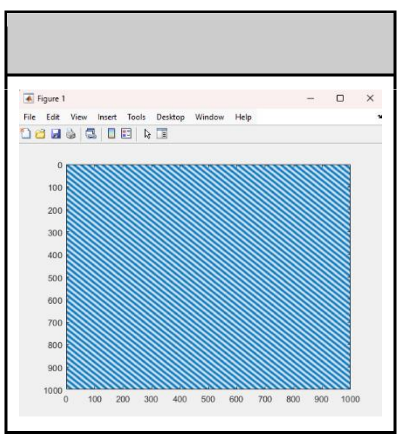
Απάντηση:

Για να καθορίσουμε αν μία στοχαστική διαδικασία είναι ασθενώς στάσιμη πρώτης ή δεύτερης τάξης, πρέπει να εξετάσουμε τη διαδικασίας και ως προς τις δύο περιπτώσεις.

- **Ασθενώς Στάσιμη Πρώτης Τάξης: Είναι μία στοχαστική διαδικασία , αν η μέση τιμή της είναι σταθερή και εξαρτάται μόνο από τη διαφορά των χρόνων.**
- **Ασθενώς Στάσιμη Δεύτερης Τάξης: Είναι μια στοχαστική διαδικασία, αν η μέση τιμή της είναι σταθερή και εξαρτάται από τον αριθμό των χρονικών βημάτων και όχι από την απόλυτη τιμή του χρόνου.**

Συνεπώς, η διαδικασία είναι μία Ασθενώς Στάσιμη Πρώτης Τάξης, γιατί η μέση τιμή της διαδικασίας είναι σταθερή και εξαρτάται μόνο από τη διαφορά των χρονικών βημάτων λόγω της συνάρτησης sin.

Αποτέλεσμα: ans = 3.9980e-04



ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	ΑΜ:	1084631	Έτος:	4ο

(ε) Εκφράστε την έξοδο του FIR φίλτρου Wiener μήκους M συναρτήσει των συντελεστών της κρουστικής του απόκρισης και του χρωματισμένου θορύβου.

Απάντηση:

(στ) Σχεδιάστε το βέλτιστο FIR φίλτρο Wiener μήκους 2 και υπολογίστε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα.

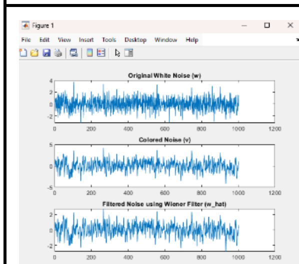
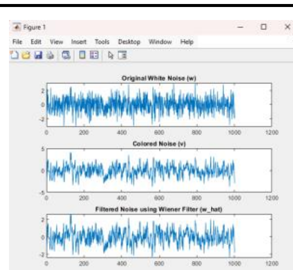
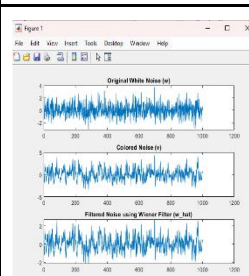
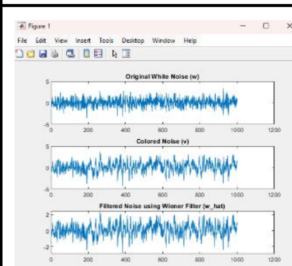
Απάντηση:

Σε κάθε επανάληψη έχουμε διαφορετικό αποτέλεσμα

Mean Squared Error (MSE): 3.471e-33

(ζ) Επαναλάβετε την Ερώτηση 5 για φίλτρα μήκους 3, 4, 5, 6, υπολογίστε τα αντίστοιχα μέσα τετραγωνικά σφάλματα. Τι παρατηρείτε;

Παρατηρούμε ότι το MSE μειώνεται καθώς αυξάνεται το μήκος του φίλτρου από 3 σε 4 και από 5 σε 6. Αυτό είναι αναμενόμενο καθώς τα μεγαλύτερα μήκη του φίλτρου επιτρέπουν μεγαλύτερη προσαρμογή στις ιδιαιτερότητες του σήματος και του θορύβου. Επίσης, παρατηρούμε μη μονοτονική μείωση, δηλαδή η μείωση που γίνεται στο MSE γίνεται συνεχόμενα , για αυτό το λόγο παρατηρούμε μία ελαφρώς αύξηση από το μήκος 4 στο μήκος 5.

M = 3	M =4	M = 5	M = 6
0.40763	0.34234	0.36842	0.3353
			

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	ΑΜ:	1084631	Έτος:	4ο

Κώδικας για το Ερώτημα β Άσκηση 1

```
K = 5;
n = [-50:200]';
A = rand(1,K) - 1/2;
x = A .* ((n > 0) - (n - 100 > 0));
figure; plot(n,mean(x,2),'green','LineWidth',1)

hold on
K = 50;
n = [-50:200]';
A = rand(1,K) - 1/2;
x = A .* ((n > 0) - (n - 100 > 0));
plot(n,mean(x,2),'yellow','LineWidth',1)

hold on
K = 500;
n = [-50:200]';
A = rand(1,K) - 1/2;
x = A .* ((n > 0) - (n - 100 > 0));
plot(n,mean(x,2),'magenta','LineWidth',1)

hold on
K = 5000;
n = [-50:200]';
A = rand(1,K) - 1/2;
x = A .* ((n > 0) - (n - 100 > 0));
plot(n,mean(x,2),'blue','LineWidth',1)

hold on

K = 50000;
n = [-50:200]';
A = rand(1,K) - 1/2;
x = A .* ((n > 0) - (n - 100 > 0));
plot(n,mean(x,2),'color','[0.5, 0.5, 0.5','LineWidth',1)

legend('K=5','K=50','K=500','K=5000','K=50000')

title('Στοχαστική μέση τιμή')
```

Κώδικας για το Ερώτημα γ Άσκηση 1

```
clear all; clc; close all;

Ks = [5, 50, 500, 5000, 50000];  % Διαφορετικές τιμές του K
n = -50:200;
mask = (n > 0) - (n - 100 > 0);
L = length(n);
```

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	ΑΜ:	1084631	Έτος:	4ο

```
for i = 1:length(Ks)
    K = Ks(i);
    A = rand(K, 1) - 0.5;
    x = A * mask;

    % Ομαδοποίηση σε 2D για να πάρουμε τα στατιστικά μέτρα
    mask2D = repmat(mask, K, 1);
    x = A .* mask2D;

    % Υπολογισμός του αυτοσυσχετισμού
    Acor = x' * x / K;

    % Απεικόνιση αποτελέσματος
    figure; imagesc(n, n, Acor)
    title(['Ακολουθία Συσχέτισης για K = ', num2str(K)]);
    colorbar
end
```

Κώδικας για το Ερώτημα ε Άσκηση 1

```
clear all; clc; close all;

Ks = [5, 50, 500, 5000, 50000];  % Διαφορετικές τιμές του K
n = -50:200;
mask = (n > 0) - (n - 100 > 0);
L = length(n);

for i = 1:length(Ks)
    K = Ks(i);
    A = rand(K, 1) - 0.5;
    x = A * mask;
    % Ομαδοποίηση σε 2D για να πάρουμε τα στατιστικά μέτρα
    mask2D = repmat(mask, K, 1);
    x = A .* mask2D;

    % Υπολογισμός της στοχαστικής μέσης τιμής
    mean_val = mean(x, 1);

    % Υπολογισμός της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης
    Acor = x' * x / K;

    Sd = 20*log10(fftshift(abs(fft2(Acor))));

    % Απεικόνιση της πυκνότητας φάσματος ισχύος
    figure; imagesc(Sd);
    ylabel('Magnitude (dB)');
    title(['Πυκνότητα Φάσματος Ισχύος για K = ', num2str(K)]);
    colorbar
```

```
    grid on;
end
```

Κώδικας για το Ερώτημα β Άσκηση 2

```
K = 5;
n = [-50:200]';
A = rand(1,K);
x = A .* ((n > 0) - (n - 100 > 0));
figure; plot(n,mean(x,2),'green','LineWidth',1)

hold on
K = 50;
n = [-50:200]';
A = rand(1,K);
x = A .* ((n > 0) - (n - 100 > 0));
plot(n,mean(x,2),'yellow','LineWidth',1)

hold on
K = 500;
n = [-50:200]';
A = rand(1,K);
x = A .* ((n > 0) - (n - 100 > 0));
plot(n,mean(x,2),'magenta','LineWidth',1)

hold on
K = 5000;
n = [-50:200]';
A = rand(1,K);
x = A .* ((n > 0) - (n - 100 > 0));
plot(n,mean(x,2),'blue','LineWidth',1)

hold on

K = 50000;
n = [-50:200]';
A = rand(1,K);
x = A .* ((n > 0) - (n - 100 > 0));
plot(n,mean(x,2),'color','[0.5, 0.5, 0.5','LineWidth',1)

legend('K=5','K=50','K=500','K=5000','K=50000')

title('Στοχαστική μέση τιμή')
```

Κώδικας για το Ερώτημα γ Άσκηση 2

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	AM:	1084631	Έτος:	4º

```
clear all; clc; close all;

Ks = [5, 50, 500, 5000, 50000];  % Διαφορετικές τιμές του K
n = -50:200;
mask = (n > 0) - (n - 100 > 0);
L = length(n);

for i = 1:length(Ks)
    K = Ks(i);
    A = rand(K, 1);
    x = A * mask;

    % Ομαδοποίηση σε 2D για να πάρουμε τα στατιστικά μέτρα
    mask2D = repmat(mask, K, 1);
    x = A .* mask2D;

    % Υπολογισμός του αυτοσυσχετισμού
    Acor = x' * x / K;

    % Απεικόνιση αποτελέσματος
    figure; imagesc(n, n, Acor)
    title(['Ακολουθία Συσχέτισης για K = ', num2str(K)]);
    colorbar
end
```

Κώδικας για το Ερώτημα ε Άσκηση 2

```
clear all; clc; close all;

Ks = [5, 50, 500, 5000, 50000];  % Διαφορετικές τιμές του K
n = -50:200;
mask = (n > 0) - (n - 100 > 0);
L = length(n);

for i = 1:length(Ks)
    K = Ks(i);
    A = rand(K, 1);
    x = A * mask;
    % Ομαδοποίηση σε 2D για να πάρουμε τα στατιστικά μέτρα
    mask2D = repmat(mask, K, 1);
    x = A .* mask2D;

    % Υπολογισμός της στοχαστικής μέσης τιμής
    mean_val = mean(x, 1);

    % Υπολογισμός της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης
    Acor = x' * x / K;
```

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	ΑΜ:	1084631	Έτος:	4ο

```
    Sd = 20*log10(fftshift(abs(fft2(Acor))));

    % Απεικόνιση της πυκνότητας φάσματος ισχύος
    figure; imagesc(Sd);
    ylabel('Magnitude (dB)');
    title(['Πυκνότητα Φάσματος Ισχύος για K = ', num2str(K)]);
    colorbar
    grid on;
end
```

Κώδικας για το Ερώτημα α Άσκηση 3

```
clc;clear;close all

load eye.mat;

%Υπολογισμός μέσης εικόνας
for i=1:100
    for j=1:100
        eikona(i,j)=mean(I(i,j,:));
    end
end

imshow(eikona);

%Υπολογισμός διαφοράς της δεύτερης εικόνας και της μέσης εικόνας
dif=I(:,:,2)-eikona(:,:);

 var=var(dif(:))
 mean=mean(mean(dif))
```

Κώδικας για το Ερώτημα β Άσκηση 3

```
clc;clear;close all

load eye.mat;

%Υπολογισμός μέσης εικόνας
for i=1:100
    for j=1:100
        eikona(i,j)=mean(I(i,j,:));
    end
end

imshow(eikona);

%Υπολογισμός διαφοράς της δεύτερης εικόνας και της μέσης εικόνας
dif=I(:,:,2)-eikona(:,:);
```

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	ΑΜ:	1084631	Έτος:	4ο

```
 var=var(dif(:))
 mean=mean(mean(dif))

  %Επεξεργασία κάθε εικόνας
for i=1:100
    dif1=I(:,:,i)-eikona(:,:);
    koth(1,i)=sum(dif1(:))/(sqrt(var)*sqrt(10000));
end


figure
histogram(koth,'FaceColor','[0.5, 0.5, 0.5');
```

Κώδικας για το Ερώτημα α Άσκηση 4

```
n = 0 : 1000;

phi = rand(1)*2*pi;
s = sin(0.25*n + phi);

K=200;
for i=1:K
    w = randn(1, length(n));
    v(:,i) = filter(1, [1, -0.6], w);
end
Acor = v*v'/K;
figure; imagesc(n,n,Acor)
title('Αυτοσυσχέτιση για K=200')
colormap(sky)

Sd = 20*log10(fftshift(abs(fft2(Acor))));
figure; imagesc(Sd)
title('Πυκνότητα φάσματος για K=200')
colormap(sky)


K=20000;
for i=1:K
    w = randn(1, length(n));
    v(:,i) = filter(1, [1, -0.6], w);
end
Acor = v*v'/K;
figure; imagesc(n,n,Acor)
title('Αυτοσυσχέτιση για K=20000')
colormap(sky)
```

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	ΑΜ:	1084631	Έτος:	4ο

```
Sd = 20*log10(fftshift(abs(fft2(Acor))));
figure; imagesc(Sd)
title('Πυκνότητα φάσματος για K=20000')
colormap(sky)
```

Κώδικας για το Ερώτημα δ Άσκηση 4

```
clear;  close all
n = 0 : 1000;

K=200;
for i=1:K
    phi = rand(1)*2*pi;
    s(:,i) = sin(0.25*n + phi);
end
Acor = s*s'/K;
figure; imagesc(n,n,Acor)
colormap(sky)

mean(mean(s))
```

Κώδικας για το Ερώτημα στ Άσκηση 4

```
clear; clc; close all;

n = 0 : 1000;
w = randn(1, length(n));
v = filter(1, [1, -0.6], w);

% Ορισμός των συντελεστών του φίλτρου hW
hW = [1, -0.6];

% Φιλτράρισμα του σήματος v για να εκτιμηθεί το w
```

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	ΑΜ:	1084631	Έτος:	4ο

```
w_hat = filter(hW, 1, v);

% Υπολογισμός του Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος (MSE)
mse = mean((w - w_hat).^2);

% Εμφάνιση του MSE
disp(['Mean Squared Error (MSE): ', num2str(mse)]);

% Εμφάνιση αποτελεσμάτων
figure;
subplot(3, 1, 1);
plot(w);
title('Original White Noise (w)');

subplot(3, 1, 2);
plot(v);
title('Colored Noise (v)');

subplot(3, 1, 3);
plot(w_hat);
title('Filtered Noise using Wiener Filter (w\_hat)');
```

Κώδικας για το Ερώτημα ζ Άσκηση 4

```
clear; clc; close all;

n = 0 : 1000;
w = randn(1, length(n));
v = filter(1, [1, -0.6], w);

% Υπολογισμός συντελεστών του φίλτρου Wiener
M = 3; % Μήκος του φίλτρου , το αλλάζουμε κάθε φορά
alpha = 0.6;

% Υπολογισμός αυτοσυσχέτισης του χρωματισμένου θορύβου
r_vv = xcorr(v, M-1, 'biased');
r_vv = r_vv(M:end);

% Υπολογισμός διασυσχέτισης
r_vw = xcorr(v, w, M-1, 'biased');
r_vw = r_vw(M:end);

% Κατασκευή πίνακα αυτοσυσχέτισης
R = toeplitz(r_vv);

% Υπολογισμός συντελεστών του φίλτρου Wiener
```

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπαλάσης Ιωάννης	AM:	1084631	Έτος:	4ο

```
h_wiener = R \ r_vw';

% Φιλτράρισμα του σήματος v για να εκτιμηθεί το w
w_hat = filter(h_wiener, 1, v);

% Υπολογισμός του Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος (MSE)
mse = mean((w - w_hat).^2);

% Εμφάνιση του MSE
disp(['Mean Squared Error (MSE): ', num2str(mse)]);

% Εμφάνιση αποτελεσμάτων
figure;
subplot(3, 1, 1);
plot(w);
title('Original White Noise (w)');

subplot(3, 1, 2);
plot(v);
title('Colored Noise (v)');

subplot(3, 1, 3);
plot(w_hat);
title('Filtered Noise using Wiener Filter (w\_hat)');
```