# Outils mathématiques pour l'ingénieur

## Chapitre 2 : Trigonométrie et Nombres Complexes

***Position d'un point → vecteur***

***Vitesse → vecteur***

***Accélération → vecteur***

***Forces → vecteurs***

***Electromagnétisme → vecteurs***

### I-Définitions

*A tout couple de points distincts $(A, B)$ de l'espace, on definit le vecteur $\overrightarrow{AB}$ par :*

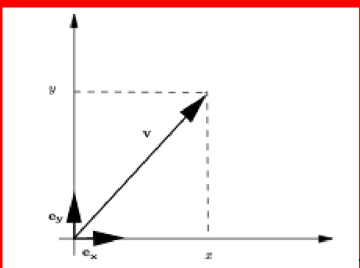
- *sa direction, celle de la droite $(AB)$ ;*
- *son sens, celui de $A$ vers $B$ ;*
- *sa norme, égale à la distance $AB$.*

La norme d'un vecteur $\mathbf{v}$ s'écrit $||\mathbf{v}||$ ou plus simplement $v$ lorsqu'aucune confusion n'est possible.

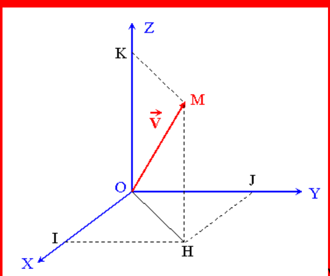
- Si les deux points sont égaux, on parle de vecteur nul $\overrightarrow{0}$, qui a seulement une norme nulle ;
- Deux vecteurs égaux ont le même sens, la même direction et la même norme et réciproquement.

La norme d'un vecteur v s'écrit ||v|| ou plus simplement v lorsqu'aucune confusion n'est possible

### II-Coordonnées




v=(x,y) ou v=$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ en 2D

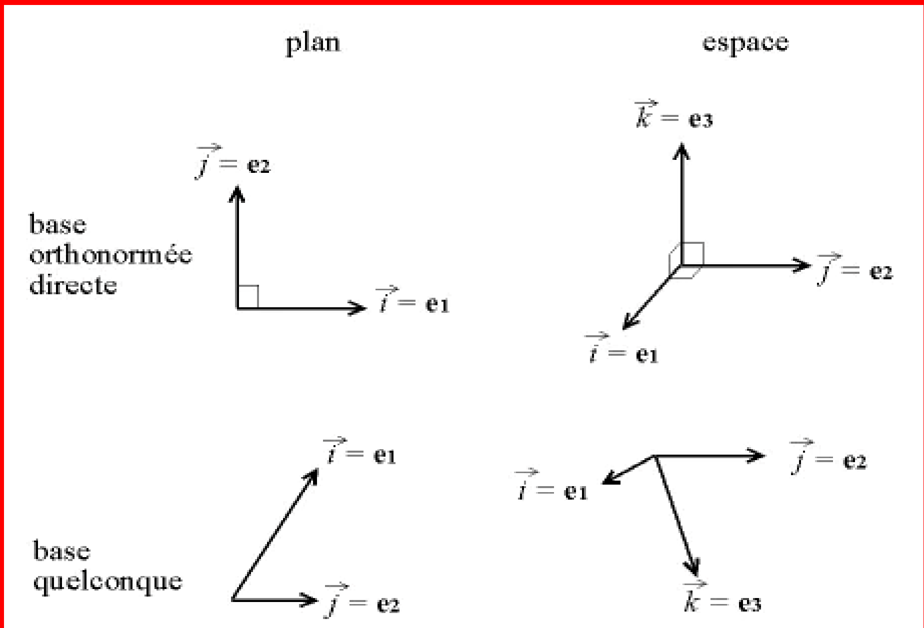



v=(x,y,z) ou v$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ en 3D

### III-Opérations sur les vecteurs

- Multiplier un vecteur par un nombre : $\lambda \mathbf{v} = \lambda \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda x \\ \lambda y \end{pmatrix}$
- Addition de deux vecteurs : $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$

### IV-Bases orthonormales



*Base orthonormée directe et base quelconque, du plan et de l'espace*

## V-Coordonnées et normes

Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont pour coordonnées respectives $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$ alors $\vec{u} + \vec{v}$ $\begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \\ z+z' \end{pmatrix}$

$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $A$ et $B$ ont pour coordonnées respectives $(x_A; y_A; z_A)$ et $(x_B; y_B; z_B)$ alors les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix}$

Avec $AB = \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$

## VI-Colinéarité

Soient les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si il existe un réel $k$ tel que : $\vec{u} = k\vec{v}$.

Ou

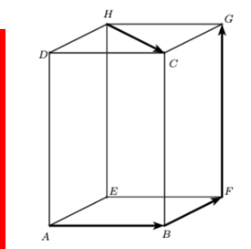
Soient les vecteurs $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$.
Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaire si et seulement si : $xy' - yx' = 0$

## VII-Coplanarité

**Trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires si et seulement si il on peut exprimer l'un vecteur comme une combinaison des autre, c'est à dire s'il existe deux réels "a" et "b" tels :**

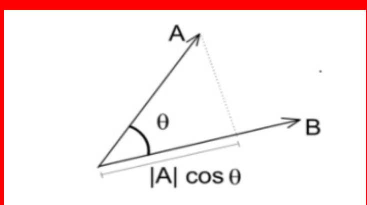
$$\vec{w} = a.\vec{u} + b.\vec{v}$$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BF}$ et $\overrightarrow{HC}$ sont coplanaires.
En revanche les vecteurs $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BF}$ et $\overrightarrow{FG}$ ne le sont pas.

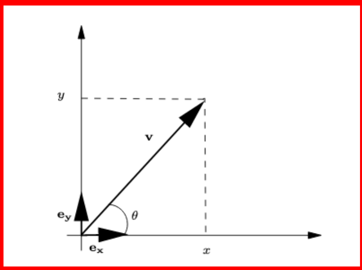



## VIII-Projection orthogonale

Projection de A sur B



Projection d'un vecteur orthogonale d'un vecteur v sur une base




$$x = \mathbf{v} \cdot \mathbf{e_x} = ||\mathbf{v}|| \cos(\theta), \quad y = \mathbf{v} \cdot \mathbf{e_y} = ||\mathbf{v}|| \sin(\theta),$$