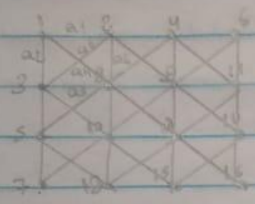
Tarefa 7 - Grafos

Nome: Yan Stivaletti E Souza
Matrícula: 11821BCC002

E 1.12)



Mat. adj.

	1	2	3	4	5	...
1	0	1	1	1	1	
2	1	0	1	1	0	
3	1	1	0	0	1	
4	1	1	0	0	0	
5	1	0	1	0	0	
⋮						

	a1	a2	a3	a4	a
1	1	1	1	1	0
2	1	0	1	0	0
3	0	1	1	0	1
5	0	0	0	1	1
⋮					

E 1.45) temos: $\delta \leq 2m$, ou seja, o grau mínimo é menor ou igual a duas vezes o núm de arestas e também $n \leq \Delta$, o número de vértices é menor ou igual ao grau máximo. Podemos substituir ambos os valores na fórmula da média dos graus de forma que:

$$\mu(G) = 2m(G)/n(G) \Rightarrow \mu(G) = \delta(G)/\Delta(G)$$

mostrando que a média pode ser gerada dividindo-se o grau mínimo pelo máximo.

E 1.51) Dado cubo 1D com 1 aresta
cubo 2D com 4 arestas
cubo 3D com 12 arestas
a regra para sabermos o número de arestas é dobrarmos o número de arestas e somarmos com os vértices, logo:

$$Dim_K(G) = 2m(G)_{K-1} + n(G)_{K-1}$$

E 1.55) Se $m(G) < n(G)$:
Se $m(G) = n(G) - 1$, logo há possibilidade de todos os vértices se conectarem e suas bordas possuírem grau 1.
Se $m(G) < n(G) - 1$, haverá um vértice de grau 0 no graf

E 4.5) Toda a grade é bi-colorível pois toda grade é um grafo bipartido, podendo ser dividido em dois conjuntos $\{U, V\}$ de vértices, e como já sabemos todo o grafo bipartido é bicolorível.

E 6.8) O clique máximo no grafo do bispo seria o clique que passa pelas diagonais do grafo.

E 6.9) O clique máximo do grafo da dama pode ser visto como o mesmo clique do grafo do bispo.

E 8.6) Dado Bt, podemos analisá-lo como uma árvore binária, pois temos que cada vértice se conecta a outros dois de forma sucessiva, portanto sua coloração mínima é bicolorível.

E 8.23) Dado $d(v) < \chi(G) - 1$, temos que o grau de v é menor que o número cromático, logo ele necessariamente não utiliza todas as cores e também não afeta no índice cromático do grafo, justificando $\chi(G) = \chi(G - v)$

E 8.38) Dadas as definições de clique e coloração, temos que a cobertura de G por cliques é o mesmo que uma coloração dos vértices de G, logo o maior clique possível (maximal) assumirá o valor da coloração de G.

E 9.18) Se a é uma ponte em G, temos que para cobrirmos o emparelhamento em todos os vértices devemos ter a ponte a de tal maneira que o emparelhamento máximo seja alcançado em G.

E 10.8) Se G é um grafo bicolorível ele também será bipartido e, portanto, dado o Teorema de Konig, temos que $\alpha'(G) = \beta(G)$, ou seja, a cardinalidade de um emparelhamento máximo será igual a cardinalidade de uma cobertura mínima de arestas.

E 12.11) Dado o grau max $\Delta(G)$, temos que existe pelo menos um vértice v que realiza o número máximo de conexões K, logo já sabemos que haverão K cores para preencher o vértice v, suas conexão, justificando assim $\chi'(G) \geq \Delta(G)$

E 12.12) Seja G um grafo r-regular com número ímpar de vértices. Temos que cada vértice terá (2K-1) conexões, portanto haverá a necessidade de utilizarmos outras cores para conectarmos os vértices de índice ímpar, justificando o fato de $\chi'(G) > r$

E 12.13) Se existe uma ponte a sobre o grafo G, temos que o emparelhamento máximo sempre haverá a, portanto o índice cromático será dado pela regularidade do grafo mais a ponte a, justificando $\chi'(G) > r$.

E 12.14) Assim como explicado na 12.13, o emparelhamento será dado pela regularidade mais a articulação e, justificando $\chi'(G) \geq r$.

E 12.17) Se existe um vértice v em T com $\Delta(T)$ cores então de acordo com o exercício 12.11, as K cores serão as K conexões realizadas na árvore K-ária, gerando $\chi'(G) = \Delta(T)$.

E 13.1) O grafo G só é capaz de possuir um circuito se o mesmo possuir um subconjunto conexo dentro de G, logo não existe um grafo G desconexo com circuitos. E sendo o mesmo conexo, ele não possui circuitos, ou seja, é acíclico.

de tal maneira que o emparelhamento máximo seja alcançado em G.

E 10.8) Se G é um grafo bicolorível, ele também será bipartido e, portanto, dado o Teorema de Konig, temos que $\alpha'(G) = \beta(G)$, ou seja, a cardinalidade de um emparelhamento máximo será igual a cardinalidade de uma cobertura mínima de arestas.

E 12.11) Dado o grau max $\Delta(G)$, temos que existe pelo menos um vértice v que realiza o número máximo de conexões K, logo já sabemos que haverão K cores para preencher o vértice v e suas conexões, justificando assim $X'(G) \geq \Delta(G)$

E 12.12) Seja G um grafo r-regular com número ímpar de vértices. Temos que cada vértice terá (2K-1) conexões, portanto haverá a necessidade de utilizarmos outras cores para conectarmos os vértices de índice ímpar, justificando o fato de $X'(G) > r$

E 12.13) Se existe uma ponte a sobre o grafo G, temos que o emparelhamento máximo sempre haverá a, portanto o índice cromático será dado pela regularidade do grafo mais a ponte a, justificando $X'(G) > r$.

E 12.14) Assim como explicado na 12.13, o emparelhamento será dado pela regularidade mais a articulação