

测量金属丝的杨氏模量与泊松比

唐延宇 PB22030853

2023 年 11 月 30 日

摘要

杨氏模量与泊松比均为反映材料弹性特征的重要参数. 本实验采用非平衡电桥与读数显微镜, 对康铜丝的杨氏模量与泊松比进行了测定, 并进行了对焊点进行哈气的实验, 此后对实验误差进行了一些讨论与分析.

关键词: 杨氏模量 泊松比 非平衡电桥

1 实验目的

杨氏模量定义为在胡克定律成立范围内, 单轴应力(单位面积上的受力)与应变(单位长度上的形变)的比值, 反映了材料纵向的展伸性质; 泊松比定义为材料单向受拉伸或压缩时, 横向线应变与纵向线应变之比, 表征材料在横向上的变形能力. 由此可见, 杨氏模量与泊松比均为反映材料性质的重要参数, 其测定对研究金属材料、光纤材料、纳米材料等新材料的力学性质具有重要意义. 唯其如此, 这一测量过程广泛应用于机械零部件设计、生物力学等领域. 本实验的目的即利用非平衡电桥和读数显微镜, 测定金属丝的杨氏模量与泊松比.

2 实验原理

根据实验目的一节中的阐述, 可得杨氏模量定义式如下:

$$\frac{F}{A} = E \frac{\Delta L}{L} \quad (1)$$

式中 F 为受力大小, A 为受力面积 $\Delta L, L$ 分别表示形变量大小和参与形变的金属丝长度, E 即杨氏模量. 代入 $F = mg$ 可得:

$$m = \frac{\pi d^2 E}{4gL} \cdot \Delta L \quad (2)$$

泊松比定义如下:

$$\frac{\Delta d}{d} = -\mu \frac{\Delta L}{L} \quad (3)$$

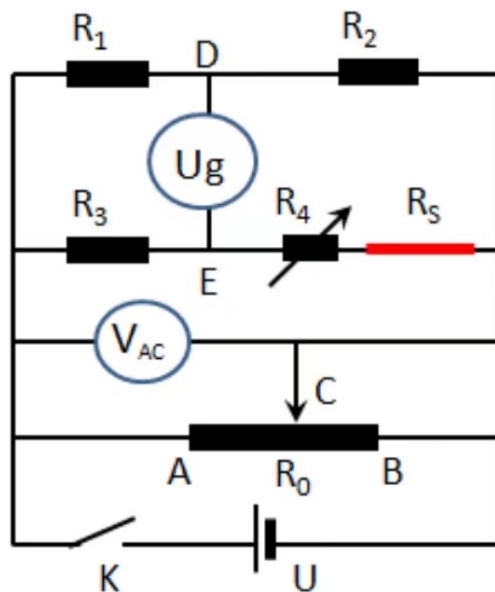


图 1: 非平衡电桥电路原理图

式中 $\Delta d, d$ 分别为横向形变量与横向原始长度, μ 即为材料的泊松比, 式中的负号意味着纵向拉伸将带来横向收缩。由于横向形变 Δd 过于微小, 难以测量, 故可采用非平衡电桥, 将横向形变转化为金属丝电阻的变化, 进一步转化为直流电压的变化, 从而实现了泊松比的测量。非平衡电桥电路如图1所示。其中 R_s 即为金属丝接入电路中的阻值。电桥平衡条件可写为:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4 + R_s} \quad (4)$$

当 R_s 发生变化时, 电桥不再平衡, 但当 $R_4 + R_s$ 的相对变化量满足 $\delta < 1\%$ 时, 桥电压与桥臂电阻的相对变化量近似存在如下的线性关系:

$$U_g \approx \frac{U_{AC}}{4} \cdot \frac{\Delta R_s}{R_4 + R_s} \quad (5)$$

不妨认为实验过程中金属丝电阻率保持恒定, 将 $R_s = \rho \frac{L}{A}$ 以及式 (3) 代入式 (5), 可得:

$$\begin{aligned} \Delta R_s &= \frac{4\rho(1+2\mu)\Delta L}{\pi d^2} = \frac{(1+2\mu)R_s}{L} \cdot \Delta L \\ \Rightarrow U_g &= \frac{(1+2\mu)R_s U_{AC}}{4(R_4 + R_s)L} \cdot \Delta L \end{aligned} \quad (6)$$

3 实验内容

3.1 实验仪器

金属丝(已焊接两根导线); 铝支架(已装配电位器、开关、电桥盒等); 卷尺; JCD₃ 型读数显微镜; ZX38/10 型交直流电阻箱; KEITJLEY 台式万用表; 砝码托盘与砝码若干; 导线若干。

表 1: 测量数据记录表

序号	砝码质量 m/g	桥电压 U_g/mV	焊点位置 P_s/mm	伸长量 $\Delta L/\text{mm}$
1	100.04	-0.030	45.418	0
2	200.02	-0.024	45.528	0.11
3	300.06	-0.012	45.681	0.263
4	399.75	0.003	45.809	0.391
5	499.83	0.018	45.968	0.55
6	599.87	0.033	46.089	0.671
7	699.84	0.050	46.241	0.823
8	799.72	0.070	46.467	1.049

3.2 实验步骤

本实验的主要操作步骤如下:

1. 在砝码盘上放置 1-2 个砝码, 以将金属丝拉直.
2. 依据电路图连接电路, 接通电源, 调节读数显微镜与焊点对齐, 调节电阻箱使电桥平衡 ($|U_g| < 40 \mu\text{V}$ 即可认为平衡).
3. 向砝码盘中逐个添加砝码, 待万用表读数较为稳定时, 记录电表及读数显微镜读数.
4. 在金属丝弹性范围内测量多组数据.

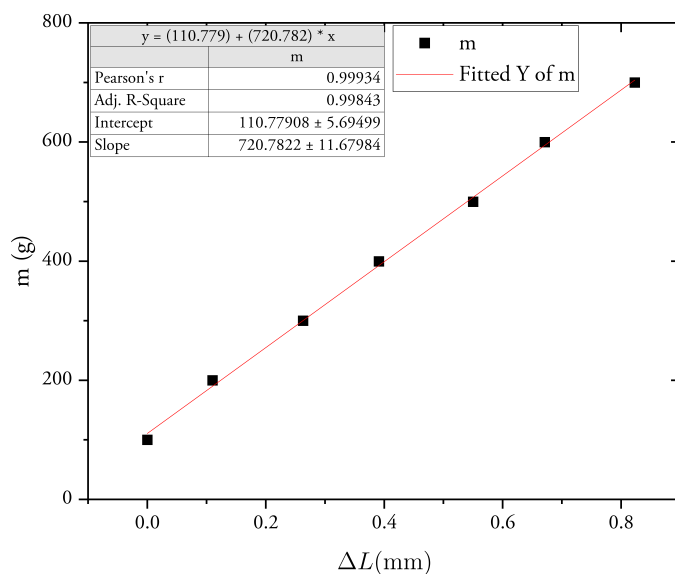
4 数据处理与分析

4.1 数据记录

本实验测得的数据如下: 电桥平衡时, $R_4 = 2.79 \Omega$, $R_s = 7.21 \Omega$. $U_{AC} = 0.5 \text{ V}$, $L = 1.2300 \text{ m}$, $d = 0.3 \text{ mm}$. 其他数据如表1所示, 原始数据记录表请参见报告后的附件.

4.2 数据处理

杨氏模量 据式 (2), 将砝码质量与伸长量线性拟合, 得到的 $m - \Delta L$ 曲线斜率即为 $\frac{\pi d^2 E}{4gL}$. 利用 Origin 软件绘出散点图后, 发现第 8 组数据明显偏离其他数据所在的曲线, 故舍去. 利用前 7 组数据拟合得到的 $m - \Delta L$ 曲线如图2所示. 由图可得, 皮尔逊相关

图 2: $m - \Delta L$ 拟合曲线图

系数 $r = 0.99934$, 可见线性相关度较高, 则杨氏模量可计算如下:

$$\begin{aligned}
 E &= \frac{4gL}{\pi d^2} \cdot k \\
 &= \frac{4 \times 9.7947 \times 1.23 \times 720.78}{\pi (0.23 \times 10^{-3})^2} \\
 &= 1.23 \times 10^{11} \text{ Pa}
 \end{aligned} \tag{7}$$

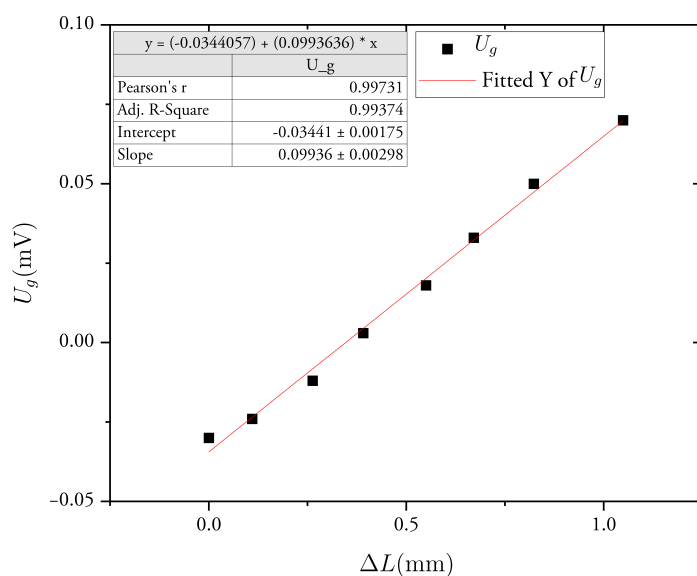
泊松比 据式 (6), $U_g - \Delta L$ 曲线拟合后斜率应为 $\frac{(1+2\mu)R_s U_{AC}}{4(R_4+R_s)L}$, 利用 Origin 软件作出的 $U_g - \Delta L$ 曲线如图3所示, 则泊松比可如下计算:

$$\begin{aligned}
 \mu &= \frac{1}{2} \left(\frac{4(R_4 + R_s)L}{R_s U_{AC}} \cdot k - 1 \right) \\
 &= \frac{1}{2} \left(\frac{4 \times 10 \times 1.23}{7.21 \times 0.5} \times 0.09936 - 1 \right) \\
 &= 0.178
 \end{aligned} \tag{8}$$

5 误差分析与实验讨论

5.1 哈气实验现象的讨论

在实验中, 实验者发现向左焊点哈气, U_g 增大; 向右焊点哈气, U_g 减小. 查阅资料后得知, 这是热电效应(温差电效应)的体现: 高温端自由电子平均动能较大, 从而扩散速率较大, 低温端自由电子平均动能较小, 扩散速率也较小, 从而导致金属丝两端出现电势差, 即温差电动势, 进而产生电流. 由于在左右焊点哈气时产生的电动势与电流方向相反, 故而桥电压变化趋势相反.

图 3: $U_g - \Delta L$ 拟合曲线图

5.2 误差分析

本实验的误差主要有如下方面：

- 金属丝与焊点焊接可能存在脱焊、虚焊之处，导致拉伸过程中电阻产生变化；
- 实验中 $|U_g| < 40 \mu\text{V}$ 即认为电桥平衡，这可能带来一定误差；
- 万用表读数波动较大，较难获得稳定数据；
- 较难保证金属丝伸长方向与读数显微镜标尺完全平行，这会带来伸长量测量的误差；
- 在使用卷尺测量金属丝长度时，较难观察焊点与刻度的对齐位置，可能存在一定偏差；
- 实验过程中环境温度的改变带来的温差电动势、金属丝拉动过程中可能存在电阻变化等环境因素对测量的影响。