

声速测定

唐延宇 PB22030853

2023 年 6 月 1 日

1 实验目的

声音是最早进入人类视野的自然现象之一. 在我们的日常生活中, 以声音为基础的音乐等文艺文化活动常常能给我们带来愉悦; 以声音为基础的超声测距、超声清洗等技术也给我们的生活带来了许多便利. 众所周知, 声波是一种可以在除真空之外所有介质中传播的纵波. 那么, 一个自然的问题便是获知它传播的速度. 如前所述, 声速的测定在超声测距等领域具有着无与伦比的重要性. 而本实验的目的正是测定声音在空气、水以及黄铜和有机玻璃中的传播速度. 进行声速测量实验有助于我们在巩固波相关知识的同时, 锻炼示波器使用等基本操作的熟练程度.

2 实验原理

2.1 共振干涉法

共振干涉法主要利用信号发生器产生低频信号, 后经过压电换能器转为声信号, 该信号发生端记为 S_1 , 声音在空气中传播一段距离后, 遇到反射端面 S_2 , 经反射产生反射波, 当 S_2 的位置与 S_1 恰好相距半波长的整数倍时, 反射波与入射波频率相同、方向相反, 即可产生驻波. 同时便可通过示波器观察 S_2 处合振动情况. 同时, 声波扰动会使大气压发生变化, 产生附加压强. 而当 S_2 与 S_1 间距恰为半波长的整数倍时, 声压出现极大值, 也即示波器波形出现振幅极大值. 在不断移动 S_2 时, 记录下这些位置, 即可测得声波波长 λ , 具体方法如下:

$$\Delta L_{n-1} = |L_{n+1} - L_1| = n \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (1)$$

$$\Rightarrow L_{n+1} = L_1 + n \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (2)$$

式中 $L_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 表示第 i 个数据点, 不妨设 $\{L_n\}$ 单调递增. 容易看出, 如果作出 $L_n - n$ 曲线, 它将是一条直线, 且其斜率恰为 $\frac{\lambda}{2}$. 这便实现了我们的需求.

2.2 相位比较法

若使用信号发生器产生一已知信号作为 X 信号输入示波器, 而将声信号作为 Y 信号输入示波器, 那么随着这两种信号的相位差的变化, 在示波器上会出现不同的李萨如图形. 而当这两列波相位差恰为 2π 时, 李萨如图形恰为一条过原点和一、三象限的直线. 记录这些时刻的反射端面 S_2 的位置 x_n , 则有:

$$x_n = x_1 + \lambda(n-1) \quad (3)$$

类似 2.1 中所述, 作出 $x_n - n$ 拟合直线, 其斜率即为 λ , 再由 $v = \lambda \cdot f$ 即可求得声速.

2.3 时差法

信号发生器可以通过压电陶瓷换能器发射脉冲信号, 同时可以测定脉冲信号从发射端 S_1 传播到达 S_2 历时 t . 对于待测黄铜棒和有机玻璃棒, 实验者各取用了两根不同长度的进行了测量, 则有:

$$l_1 = v \cdot t_1 \quad (4)$$

$$l_2 = v \cdot t_2 \quad (5)$$

两式作差, 可消除棒两端连接处对测量的影响, 即:

$$l_2 - l_1 = v(t_2 - t_1) \quad (6)$$

不妨设 $l_2 > l_1$.

2.4 理论计算

我们熟知, 一维纵波满足如下的线性波动方程:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = 0 \quad (7)$$

视空气为理想气体, 将空气振动过程中体积微小变化的过程视为绝热过程, 使用微分法及热学中的 Poisson 方程, 可以解得标准状态下空气声速:

$$v_0 = \sqrt{\frac{\gamma R T_0}{\mu}} \quad (8)$$

式中 γ 为气体热容比, R 为气体普适常数, T_0 为标准状态开氏温度, μ 为空气摩尔质量. 温度为摄氏温度 t °C 时, 声速可表示为:

$$v = v_0 \sqrt{1 + \frac{t}{273.15}} \quad (9)$$

3 实验仪器

本实验使用的仪器主要包括:SV5 型声速测量仪 (包括信号发生器与声速测试仪)、双踪示波器、黄铜棒、有机玻璃棒、游标卡尺. 其中, 游标卡尺允差 $\Delta_x = 0.02 \text{ mm}$.

4 数据处理

4.1 空气声速计算

利用 Origin 最小二乘拟合得到 $L - n$ 关系图线如图 1所示. 由图可得, 斜率

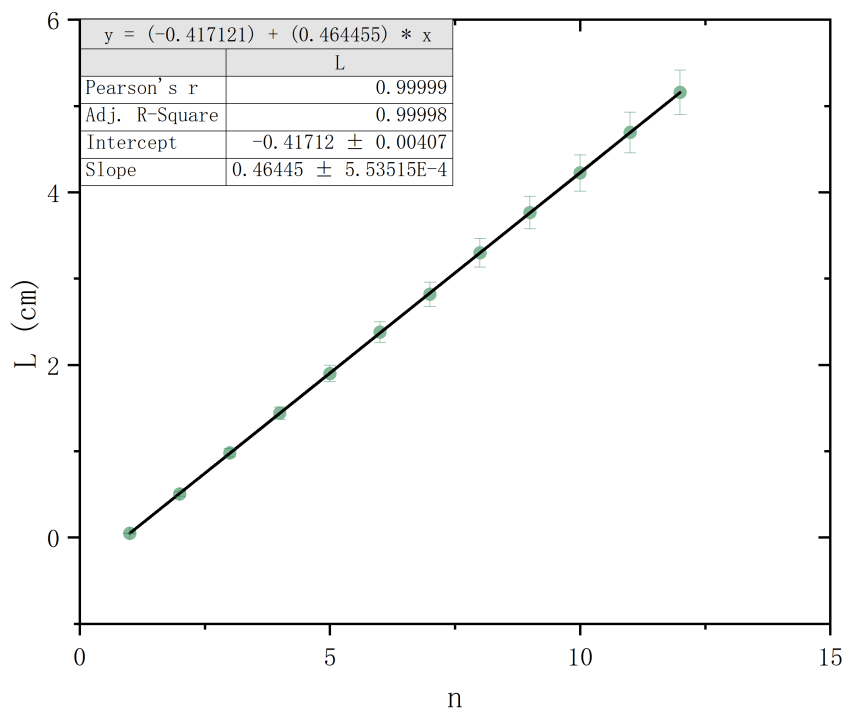


图 1: $L - n$ 最小二乘拟合结果图

$k = 0.4645 \text{ cm}$, 则有:

$$\begin{aligned}
 \lambda &= 2k = 2 \times 0.4645 = 0.929 \text{ cm} \\
 v &= \lambda f = 0.929 \times 10^{-2} \times 37601 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \\
 &= 349.3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}
 \end{aligned} \tag{10}$$

4.2 水中声速计算

利用 Origin 最小二乘拟合得到 $x - n$ 关系图线如图 2所示. 由图可知, 声波波长

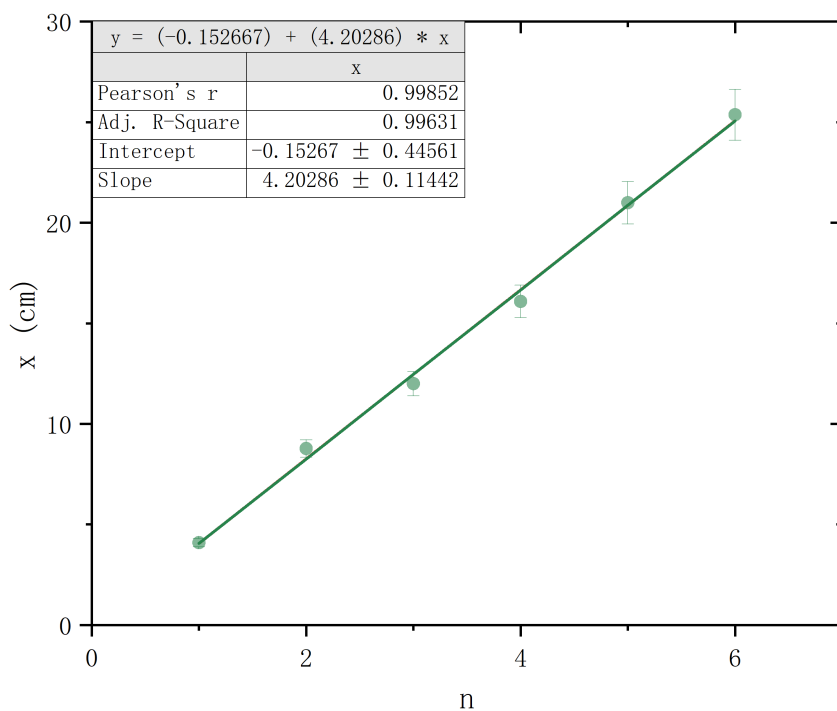


图 2: $x - n$ 最小二乘拟合结果图

$\lambda = 4.2029 \text{ cm}$, 则水中声速可如下计算:

$$\begin{aligned} v &= \lambda f = 4.2029 \times 10^{-2} 37333 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \\ &= 1569.1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned} \quad (11)$$

4.3 固体声速计算

根据第 2 页的式 6 变形可得

$$v = \frac{l_2 - l_1}{t_2 - t_1} \quad (12)$$

记黄铜中声速为 v_1 , 有机玻璃中声速为 v_2 , 它们可分别如下计算

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{l_2 - l_1}{t_2 - t_1} = \frac{24.960 - 19.800}{165 - 95} \text{ cm} \cdot \mu\text{s}^{-1} \\ &= 737.14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} v_2 &= \frac{l_2 - l_1}{t_2 - t_1} = \frac{24.990 - 16.980}{155 - 121} \text{ cm} \cdot \mu\text{s}^{-1} \\ &= 2355.9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned} \quad (14)$$

5 误差分析与不确定度计算

5.1 不确定度计算

λ 从 Origin 拟合结果可得相关系数 $r = 0.99999$, 则斜率的 A 类标准不确定度可如下计算:

$$\begin{aligned} u_k &= \hat{k} \sqrt{\frac{1/r^2 - 1}{n - 2}} \\ &= 0.46445 \times \sqrt{\frac{\frac{1}{0.99999^2} - 1}{12 - 2}} \\ &= 6.57 \times 10^{-4} \text{ cm} \end{aligned} \quad (15)$$

查表可知, 当 $p = 0.95, \nu = n - 1 = 11$ 时,

$$t_{0.95} = 2.201 \quad (16)$$

则 k 的扩展不确定度为:

$$\begin{aligned} U_k &= t_{0.95} u_k \\ &= 2.201 \times 6.57 \times 10^{-3} \text{ cm} \\ &= 1.45 \times 10^{-3} \text{ cm} \quad (p = 0.95) \end{aligned} \quad (17)$$

最小二乘拟合的 B 类不确定度算法众说纷纭, 没有统一标准, 故在此不予考虑. 由 $\lambda = 2k$, 知 $U_\lambda = 2U_k = 2.9 \times 10^{-3} \text{ cm}$ 故 λ 的测量值为:

$$\lambda = (0.9289 \pm 0.0029) \text{ cm} \quad (p = 0.95) \quad (18)$$

f 低频信号发生器产生频率 f 的不确定度可仅考虑 B 类, 且数字式仪表读数过程中不存在估计误差. 故可仅考虑仪器允差为其最小分度值, 即取 $\Delta_f = 1 \text{ Hz}$. 同时认为其误差正态分布, 取 $C = 3, k_{0.95} = 1.960$, 则 f 的不确定度可如下计算:

$$\begin{aligned} U_f &= k_{0.95} u_f = k_{0.95} \frac{\Delta_f}{C} \\ &= 1.960 \times \frac{1}{3} \\ &= 0.653 \text{ Hz} \quad (p = 0.95) \end{aligned} \quad (19)$$

故 f 的测量值为:

$$f = (37\,601.0 \pm 0.7) \text{ Hz} \quad (p = 0.95) \quad (20)$$

v 由 $v = \lambda f$, 声速 v 的不确定度可如下计算:

$$\begin{aligned}
 \frac{U_v}{v} &= \sqrt{\left(\frac{U_\lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{U_f}{f}\right)^2} \\
 &= \sqrt{\left(\frac{0.0029}{0.9289}\right)^2 + \left(\frac{0.7}{37601}\right)^2} \\
 &= 3.1 \times 10^{-3} \\
 U_v &= v \cdot \frac{U_v}{v} \\
 &= 349.3 \times 3.1 \times 10^{-3} \\
 &= 1.1 \text{ m/s}
 \end{aligned} \tag{21}$$

故 v 的测量值为:

$$v = (349.3 \pm 1.1) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (p = 0.95) \tag{22}$$

相对不确定度 $\frac{U_v}{v} = 3 \times 10^{-3}$, 符合实验要求.

5.2 误差分析

空气声速的误差分析 在理论计算中, 取 $v_0 = 331.45 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 则在室温 $t = 24.0^\circ\text{C}$ 时, 理论声速为:

$$\begin{aligned}
 v_{\text{id}} &= v_0 \sqrt{1 + \frac{t}{273.15}} \\
 &= 331.45 \sqrt{1 + \frac{24.0}{273.15}} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \\
 &= 345.7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}
 \end{aligned} \tag{23}$$

相对误差:

$$e = \frac{|v - v_{\text{id}}|}{v_{\text{id}}} \tag{24}$$

$$= \frac{349.3 - 345.7}{345.7} \tag{25}$$

$$= 0.01 \tag{26}$$

可知相对误差在实验允许范围内. 可能的误差来源有:

1. 标记声压极大值时, 由于鼓轮机只能单向运动, 标记位置相对实际位置具有滞后性. 然而由于所有点都具有滞后性, 该误差在一定程度上也得到了消弭.
2. 调整发生信号至换能器谐振频率时, 可能存在一定误差.

水中与固体中声速的误差分析 由于采用相位比较法, 水中测量得到的声速相对准确. 有机玻璃中声速也在误差允许范围内. 但黄铜中声速的误差较大, 现对其可能的原因定性分析如下:

1. 分别计算使用两根黄铜棒分别测得的声速, 如下:

$$v_1 = \frac{l_1}{t_1} = \frac{24.96 \times 10^{-2}}{165 \times 10^{-6}} = 1512.7 \text{ m/s} \quad (27)$$

$$v_2 = \frac{l_2}{t_2} = \frac{19.8 \times 10^{-2}}{95 \times 10^{-6}} = 2084.2 \text{ m/s} \quad (28)$$

可见, 用长短不一的两根铜棒测得的声速相差较大. 且所测得的声速均偏小, 故实验者猜测, 可能是由于黄铜棒两端与换能器的连接处的材料不同于整根棒的材质所致, 而这在测量第一根棒中声速的过程中造成了更大的误差.

2. 实验着数据记录有误. 可能在实验者记录金属棒中声音传播时间时, 某位数字出现了错误.
3. 仪器测定的声音传播时间存在一定误差. 由于声音在金属中传播历时极短, 导致时间的微小误差会引起声速测量结果的巨大误差.

在今后的实验中, 笔者一定会改进方法与操作, 尽量减少此类误差的出现概率.

5.3 思考题

1. 声压的产生原因是声波的传播引起了空气的振动, 从而使空气中的某些部位受到压缩, 与大气压间形成差值. 而在力学中, 我们知道波携带的能量峰值正比于 A^2 , 其中 A 为波的振幅. 由于声音在空气中的传播会受到阻力, 故必然有振幅减小和能量耗散, 也就同时伴有声压振幅的减小.
2.
 - 同: 均采用了压电陶瓷换能器, 直接使用信号发生器产生声波; 均是使用换能器接受与发射声波, 进行声速测量.
 - 异: 共振干涉法与相位比较法是利用测定波长、频率来测定声速; 而时差法采用的是长度与传播时间. 共振干涉法利用波形确定波长, 而相位比较法利用李萨如图形确定波长.
3. 一般不相同. 据第 2 页的式 8, 各种气体中的声速与其比热比 γ 及摩尔质量 μ 有关. 不同气体这两个参数一般不同.