

# 原子在光场中动态极化率的计算

——模拟与验证：以铯原子为例

唐延宇\* PB22030853

2025 年 2 月 11 日

## 摘要

本文为计算原子处在任意偏振的远失谐光场中的能级移动情况提供了一个简洁易懂的理论框架，具体计算了原子的动态极化率，并以铯原子为例应用计算结果进行了模拟，得到的结果与实验数据吻合的很好。这一结果有助于在实验中设定光偶极阱的最佳工作波长，从而更好地实现对原子的捕捉与操控。

## 1 引言

中性原子体系与外界的耦合较弱，不容易受环境变化影响，因此它是当今各类 AMO 实验，如量子模拟、精密测量、光梳阵列等方向的重要实验平台。而对于中性原子的捕捉，较好的方法便是使用远失谐的激光光场构建光偶极阱。这是由于原子对激光光子的散射率可写为 [1]:

$$R = \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_s}{1 + I/I_s + \left(\frac{2\Delta}{\Gamma}\right)^2},$$

其中  $I_s$  为饱和光强,  $\Delta$  为激光与原子共振频率的失谐,  $\Gamma$  为自然线宽。因此增加失谐有利于减小散射率, 即减小自发辐射, 这有助于维持原子内态的相干。远失谐激光光场的存在会影响原子的内态能级, 相比不施加光场时, 原子的能级会发生移动, 称之为光位移或交流斯塔克位移 (a.c. Stark Shift)。这种位移会影响原子的能级结构, 从而影响原子的光谱特性。类似于原子在经典电磁场中的静态极化率,  $\Delta E = -\frac{1}{2}\alpha|\mathcal{E}|^2$ , 我们可以定义原子的动态极化率, 它表征了原子的能级移动大小与外加激光光强的关系。正因如此, 对于原子在光场中的动态极化率的研究是非常重要的。

在实际实验中, 我们往往希望通过计算得到原子某个跃迁所对应的魔幻波长, 即, 此时跃迁对应的能级差与不加光场时完全相同, 也即差分能量位移为 0。此时操控原子内态时, 可以忽略交流斯塔克效应的影响。因此, 在许多实验中, 魔幻波长即为光偶极阱的最佳工作波长点。这篇文献在前人对于原子动态极化率研究的基础上, 系统计算了任意偏振光场下原子的动态极化率的表达式, 并对铯原子  $D_2$  线的相关能级的动态极化率进行了模拟, 从而计算得到了魔幻波长。

## 2 基本理论

### 2.1 超精细相互作用

我们在任意一个笛卡尔直角坐标系  $\{x, y, z\}$  中考虑一个多能级原子, 我们规定  $z$  为量子化轴方向。首先, 我们考虑原子的精细结构能级, 例如图 1 给出了与铯原子  $D_2$  跃迁相关的能级。在此基础上,

---

\*近代物理系, 19942431972, [yanyutang@mail.ustc.edu.cn](mailto:yanyutang@mail.ustc.edu.cn)

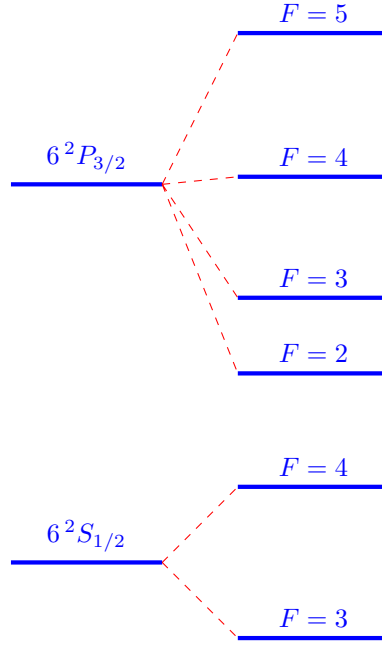


图 1: 铯原子  $D_2$  线的能级结构 (仅为示意图, 能级间距未按精确比例绘制)

考虑超精细相互作用带来的电子总角动量  $\mathbf{J}$  与核自旋  $\mathbf{I}$  的耦合, 精确到核的电四极矩阶, 可以写出其对应的相互作用项为:<sup>[1]</sup>

$$V^{\text{hfs}} = \hbar A_{\text{hfs}} \mathbf{I} \cdot \mathbf{J} + \hbar B_{\text{hfs}} \frac{6(\mathbf{I} \cdot \mathbf{J})^2 + 3\mathbf{I} \cdot \mathbf{J} - 2\mathbf{I}^2 \mathbf{J}^2}{2I(2I-1)2J(2J-1)}. \quad (1)$$

其中,  $A_{\text{hfs}}$  与  $B_{\text{hfs}}$  均为仅与精细结构能级  $|nJ\rangle$  有关的常数. 对于铯原子而言, 基态  $6^2S_{1/2}$ , 对应  $A_{\text{hfs}}/2\pi = 2298.1579425$  MHz,  $B_{\text{hfs}}/2\pi = 0$ ; [2] 对于激发态  $6^2P_{3/2}$ , 对应  $A_{\text{hfs}}/2\pi = 50.28827$  MHz,  $B_{\text{hfs}}/2\pi = -0.4934$  MHz.[3]

此时, 由于  $\mathbf{I}$  与  $\mathbf{J}$  的相互作用, 使得  $J_z$ , 即  $\mathbf{J}$  在  $z$  轴方向的投影不再守恒, 但在不施加光场时, 总角动量  $\mathbf{F} = \mathbf{J} + \mathbf{I}$  及其在  $z$  方向的投影  $F_z$  仍然是守恒的. 因此, 我们可以采取  $|nJFM\rangle$  表象, 其中  $J$  为电子的总角动量量子数,  $F$  为原子的总角动量量子数,  $M$  为总角动量在  $z$  方向的投影,  $n$  代表其余量子数的集合, 即  $\{nLSI\}$ , 其中  $n$  为原子的主量子数, 在考虑超精细能级时它一般保持不变,  $L$  和  $S$  分别为电子的轨道角动量和自旋量子数. 在这组基下, 超精细相互作用算符是对角的, 非零矩阵元为:

$$\langle nJFM | V^{\text{hfs}} | nJFM \rangle = \frac{1}{2} \hbar A_{\text{hfs}} G + \hbar B_{\text{hfs}} \frac{\frac{3}{2}G(G+1) - 2I(I+1)J(J+1)}{2I(2I-1)2J(2J-1)}, \quad (2)$$

其中  $G = F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)$ . 推导如下. 由于:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}^2 |nJFM\rangle &= F(F+1) |nJFM\rangle, \\ \mathbf{I}^2 |nJFM\rangle &= I(I+1) |nJFM\rangle, \\ \mathbf{J}^2 |nJFM\rangle &= J(J+1) |nJFM\rangle, \\ \Rightarrow \mathbf{I} \cdot \mathbf{J} |nJFM\rangle &= \frac{1}{2} (\mathbf{F}^2 - \mathbf{I}^2 - \mathbf{J}^2) |nJFM\rangle = \frac{G}{2} |nJFM\rangle, \\ (\mathbf{I} \cdot \mathbf{J})^2 |nJFM\rangle &= \frac{1}{4} (\mathbf{F}^2 - \mathbf{I}^2 - \mathbf{J}^2)^2 |nJFM\rangle = \frac{G^2}{4} |nJFM\rangle, \\ 6(\mathbf{I} \cdot \mathbf{J})^2 + 3\mathbf{I} \cdot \mathbf{J} |nJFM\rangle &= \frac{3G^2}{2} + \frac{3G}{2} = \frac{3}{2}G(G+1) |nJFM\rangle. \end{aligned}$$

把这些结果代入 (1) 中, 即可得到 (2) 的结果.

<sup>[1]</sup>本文中略去算符的  $\hat{\phantom{x}}$  标记, 即认为  $\hat{H} = H$ .

## 2.2 a.c. Stark 相互作用

考虑原子与经典电磁场的相互作用, 电场强度矢量如下: [12]

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} \mathcal{E} e^{-i\omega t} + \text{c.c.} \quad (3)$$

其中  $\mathcal{E} = \mathcal{E} \mathbf{u}$  为电场的正频部分矢量振幅,  $\mathcal{E}$  为一个复常数,  $\mathbf{u}$  为极化矢量,  $\omega$  为光场角频率. 由于我们假设光场是远失谐的, 这意味着 a.c. Stark 能量位移相比精细结构劈裂是个小量, 因此  $J$  此时仍然是好量子数. 在电偶极近似下, 我们可以将原子与光场的相互作用哈密顿量写为: [4]

$$V^E = -\mathbf{E} \cdot \mathbf{d} = -\frac{1}{2} \mathcal{E} \mathbf{u} \cdot \mathbf{d} e^{-i\omega t} - \frac{1}{2} \mathcal{E}^* \mathbf{u}^* \cdot \mathbf{d} e^{i\omega t}, \quad (4)$$

其中  $\mathbf{d}$  为原子的电偶极矩. 为计算 a.c. Stark 相互作用带来的能量位移, 我们先考虑一个简化模型, 即一个非简并二能级体系与光场的相互作用. 非微扰哈密顿算符的两个本征态记为  $|a\rangle$  和  $|b\rangle$ , 对应的能量本征值分别为  $\hbar\omega_a$  和  $\hbar\omega_b$ . 利用光学 Bloch 方程, 可以得到原子的密度矩阵非对角元的演化方程: [1]

$$\dot{\rho}_{ba} = -i(\omega_0 - i\Gamma/2)\rho_{ba} - \frac{i}{2\hbar} (\mathcal{E} \mathbf{u} e^{-i\omega t} + \mathcal{E}^* \mathbf{u}^* e^{i\omega t}) \cdot \mathbf{d}_{ba} (\rho_{bb} - \rho_{aa}),$$

式中  $\omega_0 = \omega_b - \omega_a$ , 将电偶极矩算符在非微扰本征态下展开为矩阵形式, 即:  $\mathbf{d} = \mathbf{d}_{ab} |a\rangle \langle b| + \mathbf{d}_{ba} |b\rangle \langle a|$ ,  $\Gamma = \Gamma_a + \Gamma_b$  为能级的自然线宽. 假设初始原子全部处于  $|a\rangle$ , 当失谐  $\Delta = \omega - |\omega_0|$  远远大于能级的自然线宽以及两能级间的 Rabi 频率  $\Omega = \frac{\mathcal{E} \mathbf{u} \cdot \mathbf{d}_{ba}}{\hbar}$  时, 我们有  $\rho_{aa} \simeq 1, \rho_{bb} \simeq 0$ , 这时, 我们便可将  $\rho_{ba}$  分解为两部分:

$$\rho_{ba} = \rho_{ba}^+ e^{-i\omega t} + \rho_{ba}^- e^{i\omega t}$$

并假设其中的  $\rho_{ba}^+$  与  $\rho_{ba}^-$  是缓变的, 如此便可得到 (一阶常系数线性微分方程解的系数):

$$\begin{aligned} \rho_{ba}^+ &= \frac{\mathcal{E} \mathbf{u} \cdot \mathbf{d}_{ba}}{2\hbar} \frac{1}{\omega_0 - \omega - i\Gamma/2}, \\ \rho_{ba}^- &= \frac{\mathcal{E}^* \mathbf{u}^* \cdot \mathbf{d}_{ba}}{2\hbar} \frac{1}{\omega_0 + \omega - i\Gamma/2}. \end{aligned}$$

诱导偶极矩定义为  $\mathbf{p} \equiv \langle \mathbf{d} \rangle = \mathbf{d}_{ba} \rho_{ab} + \mathbf{d}_{ab} \rho_{ba}$ , 仿照刚才的处理, 将  $\mathbf{p}$  分解为两部分:

$$\mathbf{p} = (\boldsymbol{\wp} e^{-i\omega t} + \boldsymbol{\wp}^* e^{i\omega t})/2,$$

故:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\wp} &= 2(\mathbf{d}_{ba} \rho_{ba}^{+*} + \mathbf{d}_{ab} \rho_{ba}^+) \\ &= \mathbf{d}_{ab} \frac{\mathcal{E} \mathbf{u} \cdot \mathbf{d}_{ba}}{\hbar} \frac{1}{\omega_0 - \omega - i\Gamma/2} + \mathbf{d}_{ba} \frac{\mathcal{E} \mathbf{u} \cdot \mathbf{d}_{ab}}{\hbar} \frac{1}{\omega_0 + \omega + i\Gamma/2}. \end{aligned} \quad (5)$$

如此, 能级  $E_a$  的 a.c. Stark 能量位移便可视作诱导偶极在外场下的势能的时间平均:

$$\delta E_a = -\frac{1}{2} \overline{\mathbf{p}(t) \cdot \mathbf{E}(t)} = -\frac{1}{4} \Re[\boldsymbol{\wp} \cdot \mathcal{E}^* \mathbf{u}^*], \quad (6)$$

式中  $\frac{1}{2}$  系数的出现是由于此偶极矩是诱导产生的, 同时利用二次式求时间平均的一般策略  $\langle FG \rangle = \Re[F^* \cdot G]$ , 将式 (5) 代入 (6) 可得: [5, 6, 11]

$$\delta E_a = -\frac{|\mathcal{E}|^2}{4\hbar} \Re \left( \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{d}_{ba}|^2}{\omega_0 - \omega - i\Gamma/2} + \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{d}_{ab}|^2}{\omega_0 + \omega + i\Gamma/2} \right).$$

类似可推广至多能级系统:

$$\delta E_a = -\frac{|\mathcal{E}|^2}{4\hbar} \sum_b \Re \left( \frac{|\langle b | \mathbf{u} \cdot \mathbf{d} | a \rangle|^2}{\omega_b - \omega_a - \omega - i\Gamma_{ba}/2} + \frac{|\langle a | \mathbf{u} \cdot \mathbf{d} | b \rangle|^2}{\omega_b - \omega_a + \omega + i\Gamma_{ba}/2} \right). \quad (7)$$

我们不妨将此能量位移视作某一算符  $V^{EE}$  在态  $|a\rangle$  下的期待值, 即  $\delta E_a = \langle a|V^{EE}|a\rangle$ , 如此, 可以得到  $V^{EE}$  的明显形式如下:

$$V^{EE} = \frac{|\mathcal{E}|^2}{4} [(\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{d})\mathcal{R}_+(\mathbf{u} \cdot \mathbf{d}) + (\mathbf{u} \cdot \mathbf{d})\mathcal{R}_-(\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{d})], \quad (8)$$

其中  $\mathcal{R}_\pm$  定义为:

$$\mathcal{R}_\pm = -\frac{1}{\hbar} \sum_b \Re \left( \frac{1}{\omega_b - \omega_a \mp \omega \mp i\Gamma_{ba}/2} \right) |b\rangle \langle b|. \quad (9)$$

验证如下:

$$\begin{aligned} \langle a|(\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{d})\mathcal{R}_+(\mathbf{u} \cdot \mathbf{d})|a\rangle &= -\frac{1}{\hbar} \sum_b \Re \left( \frac{1}{\omega_b - \omega_a - \omega - i\Gamma_{ba}/2} \right) \langle a|\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{d}|b\rangle \langle b|\mathbf{u} \cdot \mathbf{d}|a\rangle \\ &= -\frac{1}{\hbar} \sum_b \Re \left( \frac{|\langle a|\mathbf{u} \cdot \mathbf{d}|b\rangle|^2}{\omega_b - \omega_a - \omega - i\Gamma_{ba}/2} \right), \\ \langle a|(\mathbf{u} \cdot \mathbf{d})\mathcal{R}_-(\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{d})|a\rangle &= -\frac{1}{\hbar} \sum_b \Re \left( \frac{1}{\omega_b - \omega_a + \omega + i\Gamma_{ba}/2} \right) \langle a|\mathbf{u} \cdot \mathbf{d}|b\rangle \langle b|\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{d}|a\rangle \\ &= -\frac{1}{\hbar} \sum_b \Re \left( \frac{|\langle a|\mathbf{u} \cdot \mathbf{d}|b\rangle|^2}{\omega_b - \omega_a + \omega + i\Gamma_{ba}/2} \right). \end{aligned}$$

我们进一步假设式 (8) 所给出的算符就是 a.c. Stark 相互作用算符, 即它不仅描述了能级的移动, 还描述了非简并或简并情形下的能级混合. 这一结论的得出虽然并非是从第一性原理出发的, 但它确实与二阶微扰下的 d.c. Stark 效应以及利用 Floquet 程式求解的 a.c. Stark 效应给出的结论相容.

### 2.3 原子的极化率

现在我们将超精细相互作用与 a.c. Stark 相互作用全部纳入考虑, 总的相互作用哈密顿算符为:

$$H_{\text{int}} = V^{\text{hfs}} + V^{EE}. \quad (10)$$

为求解具体的能级移动情况, 我们应把这个相互作用矩阵对角化, 在我们采取的超精细相互作用算符的本征态表象下, 我们可以将  $V^{EE}$  展开为:

$$V^{EE} = \sum_{FMF'M'} V_{FMF'M'}^{EE} |(nJ)F'M'\rangle \langle (nJ)FM|, \quad (11)$$

其中  $V_{FMF'M'}^{EE}$  为矩阵元, 它的具体形式为: [6]

$$\begin{aligned} V_{FMF'M'}^{EE} &= \frac{1}{4} |\mathcal{E}|^2 \sum_{\substack{K=0,1,2 \\ q=-K,\dots,K}} \alpha_{nJ}^{(K)} \{\mathbf{u}^* \otimes \mathbf{u}\}_{Kq} \\ &\times (-1)^{J+I+K+q-M} \sqrt{(2F+1)(2F'+1)} \begin{pmatrix} F & K & F' \\ M & q & -M' \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} F & K & F' \\ J & I & J \end{Bmatrix}, \end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned} \alpha_{nJ}^{(K)} &= (-1)^{K+J+1} \sqrt{2K+1} \sum_{n'J'} (-1)^{J'} \begin{Bmatrix} 1 & K & 1 \\ J & J' & J \end{Bmatrix} |\langle n'J' || \mathbf{d} || nJ \rangle|^2 \\ &\times \frac{1}{\hbar} \Re \left( \frac{1}{\omega_{n'J'nJ} - \omega - i\Gamma_{n'J'nJ}/2} + \frac{(-1)^K}{\omega_{n'J'nJ} + \omega + i\Gamma_{n'J'nJ}/2} \right), \end{aligned} \quad (12)$$

分别为原子精细结构能级  $|nJ\rangle$  下的约化标量 ( $K=0$ )、矢量 ( $K=1$ )、张量 ( $K=2$ ) 动态极化率,  $\omega_{n'J'nJ} = \omega_{n'J'} - \omega_{nJ}$ ,  $\Gamma_{n'J'nJ} = \Gamma_{n'J'} + \Gamma_{nJ}$  分别为对应能级间跃迁的频率与线宽. 这里我们还分别采用  $\begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j \\ m_1 & m_2 & m \end{pmatrix}$  和  $\begin{Bmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ j_4 & j_5 & j_6 \end{Bmatrix}$  来表示 Wigner 3-j 和 6-j 符号. 式 (12) 中的复合张量元定义如下:

$$\{\mathbf{u}^* \otimes \mathbf{u}\}_{Kq} = \sum_{\mu, \mu'=0, \pm 1} (-1)^{q+\mu'} u_\mu u_{-\mu'}^* \sqrt{2K+1} \begin{pmatrix} 1 & K & 1 \\ \mu & -q & \mu' \end{pmatrix}. \quad (13)$$

其中  $u_0 = u_z, u_{\pm 1} = \mp(u_z \pm iu_y)/\sqrt{2}$  为极化矢量  $\mathbf{u}$  在笛卡尔直角坐标系  $\{x, y, z\}$  下的约化球张量元. 式 (12) 中的约化矩阵元  $|\langle n'J' || \mathbf{d} || nJ \rangle|^2$  可通过跃迁速率计算得到:

$$A_{n'J'nJ} = \frac{\omega_{n'J'nJ}^3}{3\pi\epsilon_0\hbar c^3} \frac{1}{2J'+1} |\langle n'J' || \mathbf{d} || nJ \rangle|^2.$$

在获得了矩阵元后, 我们可以将 a.c. Stark 相互作用算符改写为:

$$V^{EE} = -\frac{1}{4}|\mathcal{E}|^2 \left\{ \alpha_{nJ}^s - i\alpha_{nJ}^v \frac{[\mathbf{u}^* \times \mathbf{u}] \cdot \mathbf{J}}{2J} + \alpha_{nJ}^T \frac{3[(\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{J})(\mathbf{u} \cdot \mathbf{J}) + (\mathbf{u} \cdot \mathbf{J})(\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{J})] - 2J^2}{2J(2J-1)} \right\}. \quad (14)$$

其中,  $\alpha_{nJ}^s, \alpha_{nJ}^v, \alpha_{nJ}^T$  分别为一般意义上的标量、矢量、张量动态极化率, 它们的具体形式为:

$$\begin{aligned} \alpha_{nJ}^s &= \frac{1}{\sqrt{3(2J+1)}} \alpha_{nJ}^{(0)}, \\ \alpha_{nJ}^v &= -\sqrt{\frac{2J}{(J+1)(2J+1)}} \alpha_{nJ}^{(1)}, \\ \alpha_{nJ}^T &= -\sqrt{\frac{2J(2J-1)}{3(J+1)(2J+1)(2J+3)}} \alpha_{nJ}^{(2)}. \end{aligned} \quad (15)$$

一般而言, 我们需要对  $H_{\text{int}}$  进行对角化, 才能求解具体的能量位移, 但当 a.c. Stark 能量位移远小于超精细结构分裂, 且超精细结构分裂也远小于精细结构分裂时, 我们可以将上述算符简化为, 即考虑某一个特定的超精细结构下的态  $|nJF\rangle$  下的 a.c. Stark 相互作用算符:

$$V^{EE} = -\frac{1}{4}|\mathcal{E}|^2 \left\{ \alpha_{nJF}^s - i\alpha_{nJF}^v \frac{[\mathbf{u}^* \times \mathbf{u}] \cdot \mathbf{F}}{2F} + \alpha_{nJF}^T \frac{3[(\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{F})(\mathbf{u} \cdot \mathbf{F}) + (\mathbf{u} \cdot \mathbf{F})(\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{F})] - 2F^2}{2F(2F-1)} \right\}, \quad (16)$$

其中  $\alpha_{nJF}^s, \alpha_{nJF}^v, \alpha_{nJF}^T$  分别为对应于超精细结构能级  $|nJF\rangle$  标量、矢量、张量动态极化率, 它们的具体形式为:

$$\begin{aligned} \alpha_{nJF}^s &= \alpha_{nJ}^s = \frac{1}{\sqrt{3(2J+1)}} \alpha_{nJ}^{(0)}, \\ \alpha_{nJF}^v &= (-1)^{J+I+F} \sqrt{\frac{2F(2F+1)}{F+1}} \left\{ \begin{matrix} F & 1 & F \\ J & I & J \end{matrix} \right\} \alpha_{nJ}^{(1)}, \\ \alpha_{nJF}^T &= -(-1)^{J+I+F} \sqrt{\frac{2F(2F-1)(2F+1)}{3(F+1)(2F+3)}} \left\{ \begin{matrix} F & 2 & F \\ J & I & J \end{matrix} \right\} \alpha_{nJ}^{(2)}. \end{aligned} \quad (17)$$

我们接下来简要分析一下这个结果. 当式 (12) 中的  $J = 1/2, K = 2$  时, 利用 Mathematica 计算可得  $\left\{ \begin{matrix} 1/2 & 2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{matrix} \right\} = 0$ , 从而, 对于总角动量  $J = 1/2$  的原子而言, 不存在张量 a.c. Stark 位移. 同时, 如果我们使用线偏振光, 那么其极化矢量总可以取为纯实数, 这时  $\mathbf{u}^* \times \mathbf{u} = 0$ , 即不存在矢量 a.c. Stark 位移. 同时, 在上述表达式中, 如果我们仅考虑远失谐情形, 即  $\omega - \omega_0 \gg \Gamma$ , 那么分母上的自然线宽项均可忽略. 我们也应该注意, 式 (16) 的成立自然意味着  $\omega_{n'J'F'nJF} = \omega_{n'J'nJ}$ , 这一约束条件意味着同一精细结构下的超精细能级分裂相比精细结构能级可以忽略不计, 由此, 式 (14) 的结果比式 (16) 更为严格, 但在实际实验计算中, 式 (16) 的结果也已经足够精确.

更进一步, 当光场带来的非对角元耦合远小于外磁场引入的塞曼分裂时, 不同塞曼子能级之间的耦合便可以忽略. 我们假设  $\mathbf{B}$  沿着量子化轴  $\hat{z}$  方向, 如此, a.c. Stark 给某个特定塞曼子能级  $|FM\rangle$  带来的能量位移可明显地写为:

$$\Delta E_{\text{ac}} = V_{FMFM}^{EE} = -\frac{1}{4}|\mathcal{E}|^2 \left[ \alpha_{nJF}^s + C\alpha_{nJF}^v \frac{M}{2F} - D\alpha_{nJF}^T \frac{3M^2 - F(F+1)}{2F(2F-1)} \right], \quad (18)$$

其中

$$C = |u_{-1}|^2 - |u_1|^2 = 2\Im(u_x^* u_y), \quad D = 1 - 3|u_0|^2 = 1 - 3|u_z|^2.$$

是仅与光场偏振状态有关的常数, 当光为完全圆偏振时,  $|C|$  取到最大值 1; 当  $|u_z| = 1/\sqrt{3}$  时,  $D = 0$ , 即 Tensor Shift 消失. 从式 (18) 中便可看出, 标量位移部分与  $M_F$  无关, 矢量位移部分与  $M_F$  成线性关系, 而张量位移部分则与  $M_F$  的平方成正比. 这也正是这三者区分的原因.

## 2.4 虚磁场

从式 (14) 与式 (16) 中可以明显看出, 矢量 a.c. Stark Shift 的作用等同于一个外加虚磁场  $\mathbf{B}^{\text{fict}}$ :

$$\mathbf{B}^{\text{fict}} = \frac{\alpha_{nJ}^v}{8\mu_B g_{nJ} J} i[\mathcal{E}^* \times \mathcal{E}] = \frac{\alpha_{nJF}^v}{8\mu_B g_{nJF} F} i[\mathcal{E}^* \times \mathcal{E}]. \quad (19)$$

其中  $\mu_B$  为玻尔磁子,  $g_{nJ}$  为总角动量  $J$  的朗德  $g$ -因子, 非相对论情形下其定义为:

$$g_{nJ} = g_L \frac{J(J+1) + L(L+1) - S(S+1)}{2J(J+1)} + g_S \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}.$$

其中  $g_L = 1$ ,  $g_S \simeq 2.0023193$  分别为电子的轨道与自旋朗德  $g$ -因子. 附加虚磁场  $\mathbf{B}^{\text{fict}}$  的方向取决于实矢量  $i[\mathcal{E}^* \times \mathcal{E}]$ , 因此矢量 a.c. Stark Shift 可明显写为:

$$V_{\text{vec}}^{EE} = \mu_B g_{nJ} (\mathbf{J} \cdot \mathbf{B}^{\text{fict}}). \quad (20)$$

更进一步地, 如果超精细分裂可以忽略, 即  $F$  是一个好量子数时, 可以将上式进一步写为:

$$V_{\text{vec}}^{EE} = \mu_B g_{nJF} (\mathbf{F} \cdot \mathbf{B}^{\text{fict}}). \quad (21)$$

## 3 数值模拟

我们采用联立式 (12) 与式 (15) 的方法来计算铯原子的动态极化率, 对于  $6S_{1/2}$  基态的计算, 我们考虑  $6S_{1/2} \leftrightarrow (6-40)P_{1/2,3/2}$  之间的耦合; 对于  $6P_{3/2}$  激发态, 我们考虑了  $6P_{3/2} \leftrightarrow (6-40)S_{1/2}$  和  $6P_{3/2} \leftrightarrow (5-42)D_{3/2,5/2}$  之间的耦合. 在计算中我们使用的跃迁频率以及跃迁偶极矩矩阵元数据列于附录中. 根据原文献 [4], 数据来自 [9, 10]. 在所有跃迁中, 与基态能级差大于  $31406 \text{ cm}^{-1}$  的能级, 即超出铯原子电离能的跃迁提供了连续谱中的离散点 [7]; 为了计入核的贡献, 我们需要为  $\alpha_{nJ}^S$  的结果加上  $15.8 \text{ a.u.}$ , [8] 所有极化率计算的结果利用原子单位制 (a.u.)  $e^2 a_0^2 / E_h$  给出, 其中  $a_0$  为玻尔半径,  $E_h = m_e e^4 / (4\pi\epsilon_0 \hbar)^2$  为氢原子基态能量. 为了获取可能出现魔幻波长的区间, 我们需要先绘出基态与激发态的总体极化率变化曲线. 计算所用的 Matlab 源代码如下:

```
1 parpool;
2 hbar = 1;
3
4 data_S = load('data_1.txt');
5 freq_cm_S = data_S(:,1); % in cm-1
6 dipole_S = data_S(:,2);
7 Jp_data_S = data_S(:,3);
8
9 freq_aU_S = freq_cm_S / 219474.6313705;
10
11 figure;
12 lambda = linspace(400,1600,100000);
13 for K = 0:1
14     J = 1/2;
```

```

15 subplot(2,1,K+1);
16 prefac = (-1)^(K+J+1) * sqrt(2*K+1);
17 sixj_vec = arrayfun(@(Jp) Wigner6j(1, K, 1, J, Jp, J), Jp_data_S);
18 factor = ((-1).^Jp_data_S) .* (dipole_S.^2) / hbar .* sixj_vec;
19
20 alpha = zeros(size(lambda));
21 parfor i = 1:length(lambda)
22     om = 1e7 / lambda(i) / 219474.6313705;
23     s = sum( factor .* (1./(freq_au_S - om) + (-1)^K./(freq_au_S + om)) );
24     if K==0
25         alpha(i) = 1/sqrt(3*(2*J+1)) * prefac * s + 15.8;
26     elseif K==1
27         alpha(i) = -sqrt(2*J/((J+1)*(2*J+1))) * prefac * s;
28     elseif K==2
29         alpha(i) = -sqrt(2*J*(2*J-1)/(3*(J+1)*(2*J+1)*(2*J+3))) * prefac * s;
30     end
31 end
32 plot(lambda, alpha, 'LineWidth',1.5);
33 xlabel('$\lambda$(nm)', "Interpreter", "latex");
34 ylabel('Polarizability (a.u.)');
35 title(['$\alpha_{nJ}$ vs. $\lambda$, for $K = $ ', num2str(K), ', $ J = $ ', num2str(J)
36     ], 'Interpreter', 'latex');
37 grid on;
38 ylim([-40000 40000]);
39 set(gca, 'FontName', 'Times');
40
41 if K==0
42     om0 = 0;
43     s0 = sum( factor .* (1./(freq_au_S - om0) + (-1)^K./(freq_au_S + om0)) );
44     a_0 = 1/sqrt(3*(2*J+1)) * prefac * s0 + 15.8;
45     disp(['The static limit of scalar polarizability of 6S1/2 is: ', num2str(a_0)]);
46 end
47
48 %%
49 hbar = 1;
50
51 data_P = load('data_2.txt');
52 freq_cm_P = data_P(:,1) - 11732.307104;
53 dipole_P = data_P(:,2);
54 Jp_data_P = data_P(:,3);
55
56 freq_au_P = freq_cm_P / 219474.6313705;
57
58 figure;
59 lambda = linspace(400,1600,100000);
60 for K = 0:2
61     J = 3/2;
62     subplot(3,1,K+1);
63     prefac = (-1)^(K+J+1) * sqrt(2*K+1);
64     sixj_vec = arrayfun(@(Jp) Wigner6j(1, K, 1, J, Jp, J), Jp_data_P);
65     factor = ((-1).^Jp_data_P) .* (dipole_P.^2) / hbar .* sixj_vec;
66
67     alpha = zeros(size(lambda));
68     parfor i = 1:length(lambda)
69         om = 1e7 / lambda(i) / 219474.6313705;

```

```

70     s = sum( factor .* (1./(freq_au_P - om) + (-1)^K./(freq_au_P + om)) );
71     if K==0
72         alpha(i) = 1/sqrt(3*(2*J+1)) * prefac * s + 15.8;
73     elseif K==1
74         alpha(i) = -sqrt(2*J/((J+1)*(2*J+1))) * prefac * s;
75     elseif K==2
76         alpha(i) = -sqrt(2*J*(2*J-1)/(3*(J+1)*(2*J+1)*(2*J+3))) * prefac * s;
77     end
78 end
79 plot(lambda, alpha, 'LineWidth',1.5);
80 xlabel('$\lambda$(nm)', "Interpreter", "latex");
81 ylabel('Polarizability (a.u.)');
82 title(['$\alpha_{nJ}$ vs. $\lambda$, for $K = $ ', num2str(K), ', $ J = $ ', num2str(J)
83     ], 'Interpreter', 'latex');
84 grid on;
85 ylim([-40000 40000]);
86 set(gca, 'FontName', 'Times');
87
88 if K==0
89     om0 = 0;
90     s0 = sum( factor .* (1./(freq_au_P - om0) + (-1)^K./(freq_au_P + om0)) );
91     a_0 = 1/sqrt(3*(2*J+1)) * prefac * s0 + 15.8;
92     disp(['The static limit of scalar polarizability of 6P3/2 is: ', num2str(a_0)]);
93 end
94 if K==2
95     om0 = 0;
96     s0 = sum( factor .* (1./(freq_au_P - om0) + (-1)^K./(freq_au_P + om0)) );
97     a_2 = -sqrt(2*J*(2*J-1)/(3*(J+1)*(2*J+1)*(2*J+3))) * prefac * s0;
98     disp(['The static limit of tensor polarizability of 6P3/2 is: ', num2str(a_2)]);
99 end
100
101 %%
102 hbar = 1;
103
104 data_S = load('data_1.txt');
105 freq_cm_S = data_S(:,1);
106 dipole_S = data_S(:,2);
107 Jp_data_S = data_S(:,3);
108
109 data_P = load('data_2.txt');
110 freq_cm_P = data_P(:,1) - 11732.307104;
111 dipole_P = data_P(:,2);
112 Jp_data_P = data_P(:,3);
113
114 freq_au_S = freq_cm_S / 219474.6313705;
115 freq_au_P = freq_cm_P / 219474.6313705;
116
117 lambda = linspace(870,890,2000);
118 lineStyles = {'-', '--', ':'};
119 figure;
120 hold on;
121
122 J_S = 1/2;
123 for K = 0:2
124     prefac = (-1)^(K+J_S+1) * sqrt(2*K+1);

```



```

125 sixj_vec = arrayfun(@(Jp) Wigner6j(1, K, 1, J_S, Jp, J_S), Jp_data_S);
126 factor_S = ((-1).^Jp_data_S) .* (dipole_S.^2) / hbar .* sixj_vec;
127
128 alpha_S = zeros(size(lambda));
129 parfor i = 1:length(lambda)
130     om = 1e7 / lambda(i) / 219474.6313705;
131     s = sum( factor_S .* (1./(freq_au_S - om) + (-1)^K./(freq_au_S + om)) );
132     if K==0
133         alpha_S(i) = 1/sqrt(3*(2*J_S+1)) * prefac * s + 15.8;
134     elseif K==1
135         alpha_S(i) = -sqrt(2*J_S/((J_S+1)*(2*J_S+1))) * prefac * s;
136     elseif K==2
137         alpha_S(i) = -sqrt(2*J_S*(2*J_S-1)/(3*(J_S+1)*(2*J_S+1)*(2*J_S+3))) * prefac *
            s;
138     end
139 end
140 plot(lambda, alpha_S, 'Color','r', 'LineStyle', lineStyles{K+1}, 'LineWidth',1.5);
141 end
142
143 J_P = 3/2;
144 for K = 0:2
145     prefac = (-1)^(K+J_P+1) * sqrt(2*K+1);
146     sixj_vec = arrayfun(@(Jp) Wigner6j(1, K, 1, J_P, Jp, J_P), Jp_data_P);
147     factor_P = ((-1).^Jp_data_P) .* (dipole_P.^2) / hbar .* sixj_vec;
148
149     alpha_P = zeros(size(lambda));
150     parfor i = 1:length(lambda)
151         om = 1e7 / lambda(i) / 219474.6313705;
152         s = sum( factor_P .* (1./(freq_au_P - om) + (-1)^K./(freq_au_P + om)) );
153         if K==0
154             alpha_P(i) = 1/sqrt(3*(2*J_P+1)) * prefac * s + 15.8;
155         elseif K==1
156             alpha_P(i) = -sqrt(2*J_P/((J_P+1)*(2*J_P+1))) * prefac * s;
157         elseif K==2
158             alpha_P(i) = -sqrt(2*J_P*(2*J_P-1)/(3*(J_P+1)*(2*J_P+1)*(2*J_P+3))) * prefac *
                s;
159         end
160     end
161     % plot(lambda, alpha_P, 'Color','b', 'LineStyle', lineStyles{K+1}, 'LineWidth',1.5);
162 end
163
164 xlabel('$\lambda$ (nm)', 'Interpreter', 'latex');
165 ylabel('Polarizability $\alpha_{nJ}$ (a.u.)', 'Interpreter', 'latex');
166 title('Polarizability vs. Wavelength (870-890 nm)', 'Interpreter', 'latex');
167 grid on;
168 legend({'S, K=0', 'S, K=1', 'S, K=2', 'P, K=0', 'P, K=1', 'P, K=2'}, 'Location', 'best', '
    Interpreter', 'none');
169 set(gca, 'FontName', 'Times');
170 hold off;

```

我们将  $6^2S_{1/2}$  态的计算结果展示在图2中。从中可以看出，在 400nm-1600nm 波长范围内， $\alpha^S$  与  $\alpha^V$  均存在两对十分接近的共振点，分别为  $6S_{1/2}$  到  $6P_{1/2}$  的  $D_1$  线跃迁 (894nm) 和  $6S_{1/2}$  到  $6P_{3/2}$  的  $D_2$  线跃迁 (852nm)，以及  $6S_{1/2}$  到  $7P_{1/2}$  (459nm) 和  $6S_{1/2}$  到  $7P_{3/2}$  (455nm) 的一对跃迁。其他跃迁对极化率几乎无影响。我们还通过数值计算给出了  $\omega \rightarrow 0$  时的静态极限，此时  $\alpha^S \simeq 398.88 \text{ a.u.}$ ， $\alpha^V = 0$ ，这与实验给出的  $\alpha^S = 401 \text{ a.u.}$  结果符合。

我们将  $6^2P_{3/2}$  态的计算结果展示在图3中。从图中可以看出， $\alpha^S, \alpha^V, \alpha^T$  均展现出了丰富的共

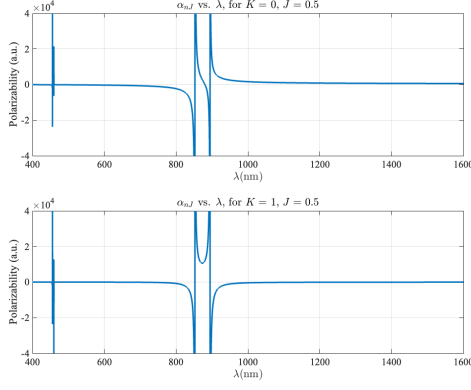


图 2: 铯原子  $6S_{1/2}$  态的标量、矢量动态极化率  $\alpha_{nJ}^S, \alpha_{nJ}^V$  随外加光场波长  $\lambda$  的变化

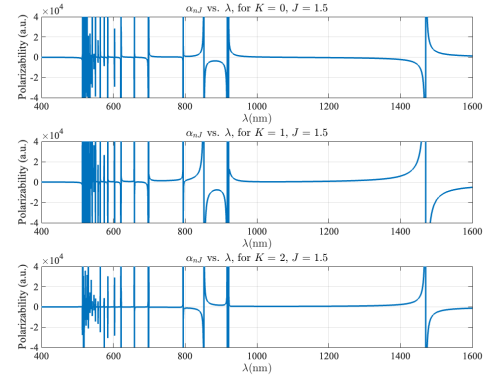


图 3: 铯原子  $6P_{3/2}$  态的标量、矢量、张量动态极化率  $\alpha_{nJ}^S, \alpha_{nJ}^V, \alpha_{nJ}^T$  随外加光场波长  $\lambda$  的变化

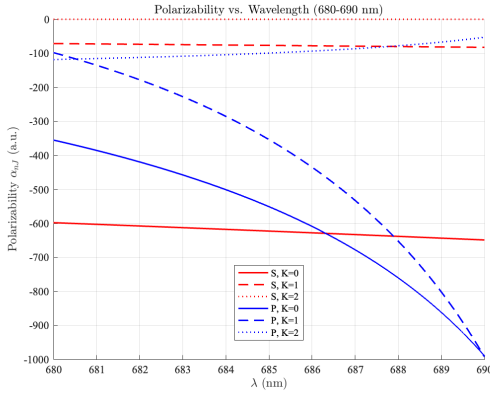


图 4: 蓝失谐区间 (680 – 690 nm), 铯原子基态  $6S_{1/2}$ (红色曲线) 与激发态  $6P_{3/2}$ (蓝色曲线) 的动态极化率  $\alpha_{nJ}$  变化曲线, 其中,  $\alpha^S, \alpha^V, \alpha^T$  分别用实线、虚线、点线表示

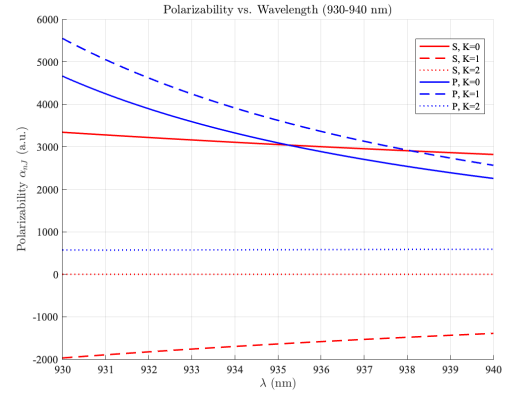


图 5: 红失谐区间 (930 – 940 nm), 铯原子基态  $6S_{1/2}$ (红色曲线) 与激发态  $6P_{3/2}$ (蓝色曲线) 的动态极化率  $\alpha_{nJ}$  变化曲线, 其中,  $\alpha^S, \alpha^V, \alpha^T$  分别用实线、虚线、点线表示

振结构, 其中占主导的跃迁为  $6P_{3/2}$  到  $(6-8)S_{1/2}$  和  $(5-8)D_{3/2,5/2}$  的跃迁. 我们还通过数值计算给出了  $\omega \rightarrow 0$  时的静态极限, 此时  $\alpha^S \simeq 1639.6 \text{ a.u.}$ ,  $\alpha^V = 0$ ,  $\alpha^T \simeq -260.4 \text{ a.u.}$ , 这与实验给出的  $\alpha^S = 1641 \text{ a.u.}$ ,  $\alpha^T = -262 \text{ a.u.}$  结果符合.

我们在图4和图5中对动态极化率随波长变化的局部细节进行了更进一步的分析, 以寻找红失谐与蓝失谐范围对应的魔幻波长. 这里的红失谐 ( $\Delta = \omega - \omega_0 < 0$ ) 与蓝失谐是相对于  $D_2$  中心跃迁频率而言的. 我们发现, 在  $\lambda = 686.3 \text{ nm}$  与  $\lambda = 935.2 \text{ nm}$  处, 基态  $6S_{1/2}$  与激发态  $6P_{3/2}$  标量动态极化率  $\alpha^S$  相等, 但此时它们所对应的矢量极化率  $\alpha^V$  数值仍然相当可观, 故而这两个特殊波长对于处在  $M_F = 0$  塞曼子能级的原子而言, 是魔幻波长. 此时, 矢量 a.c. Stark Shift 的作用是类塞曼的, 即其他条件相同时, 各个塞曼子能级的位移量与  $M_F$  成正比.

我们还在图6中绘出了 870 – 890 nm 区间中  $6S_{1/2}$  态的动态极化率变化情况, 我们发现, 当  $\lambda \simeq 880.2 \text{ nm}$  时, 标量动态极化率为 0, 矢量动态极化率占据主导. 此时光场对原子的作用是完全类塞曼的, 即此时如果我们取光场极化方向  $i[\mathcal{E}^* \times \mathcal{E}]$  为量子化轴方向  $\hat{z}$ , 那么态  $|FM\rangle$  的能级移动便应为  $(-1)^F M_F i[\mathcal{E}^* \times \mathcal{E}]$ .

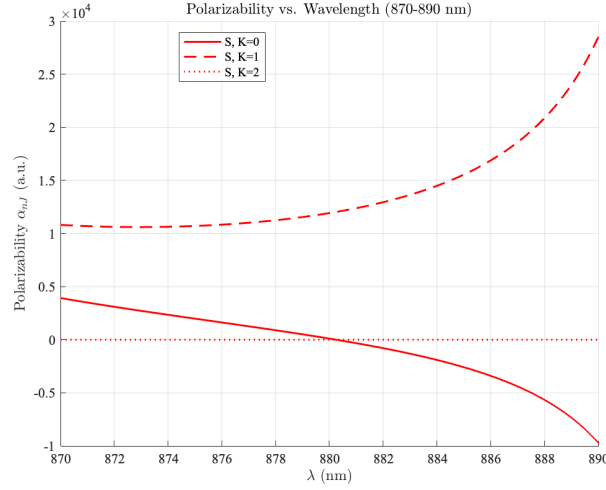


图 6: 870 – 890 nm 区间中, 铯原子基态  $6S_{1/2}$  的动态极化率  $\alpha_{nJ}$ , 其中,  $\alpha^S, \alpha^V, \alpha^T$  分别用实线、虚线、点线表示

## 4 结论

本文主要尝试对文献 [4] 中的结果进行了复现、对其中一些计算细节进行了补充, 基本完成了对任意偏振光场中原子 a.c. Stark Shift 与外加光场功率关系的推导, 并对矢量位移带来的虚磁场进行了分析. 我们完成了对文献 [4] 中关于铯原子动态极化率数值模拟的所有内容的复现, 并借此检验了文献对于铯原子  $D_2$  线跃迁的魔幻波长的计算结果. 这一结果对于在实验上更精细地操控原子内态、利用光偶极阱捕获原子具有重要意义.

## 5 与课本的联系

本文中的推导与计算主要利用了量子力学与原子物理中的角动量耦合相关知识. 同时, 在计算光场与原子的相互作用形式时, 我们用到了数学分析中学到的微分方程的求解策略, 以及电动力学中学习的求二次式时间平均值的方法, 在张量计算中, 我们也用到了线性代数中学习的矢量与线性空间的相关知识, 以及量子力学中学到的 Clebsch-Gordan 系数的有关性质以及 Wigner-Eckart 定理. 在数值模拟中, 我们用到了计算物理中介绍的提高矩阵运算效率的方法以及并行计算等内容.

## A 数值计算所用的铯原子能级 频率与偶极矩数据

表 1: 铯原子  $nP_{1/2}$  的能量值以及  $nP_{1/2}$  与  $6S_{1/2}$  间跃迁的偶极矩矩阵元.

$nP_{1/2}$ 能级	能量 ( $\text{cm}^{-1}$ )	$ \langle nP_{1/2}    \mathbf{d}    6S_{1/2} \rangle $ (a.u.)
$6P_{1/2}$	11178.27	4.489
$7P_{1/2}$	21765.35	0.276
$8P_{1/2}$	25708.84	0.081
$9P_{1/2}$	27637.00	0.043
$10P_{1/2}$	28726.81	0.047
$11P_{1/2}$	29403.42	0.034
$12P_{1/2}$	29852.43	0.026
$13P_{1/2}$	30165.67	0.021
$14P_{1/2}$	30392.87	0.017
$15P_{1/2}$	30562.91	0.015
$16P_{1/2}$	30693.47	0.022
$17P_{1/2}$	30795.91	0.023
$18P_{1/2}$	30877.75	0.019
$19P_{1/2}$	30944.17	0.010
$20P_{1/2}$	30998.79	0.035
$21P_{1/2}$	31044.31	0.002
$22P_{1/2}$	31082.60	0.027
$23P_{1/2}$	31115.12	0.002
$24P_{1/2}$	31142.97	0.000
$25P_{1/2}$	31167.02	0.031
$26P_{1/2}$	79752.85	0.045
$27P_{1/2}$	123985.9	0.044
$28P_{1/2}$	201030.4	0.040
$29P_{1/2}$	334252.0	0.035
$30P_{1/2}$	563660.5	0.029
$31P_{1/2}$	958103.9	0.022
$32P_{1/2}$	1636312	0.015
$33P_{1/2}$	2804845	0.010
$34P_{1/2}$	4827435	0.007
$35P_{1/2}$	8334762	0.004
$36P_{1/2}$	14384903	0.002
$37P_{1/2}$	19069034	0.000
$38P_{1/2}$	24735902	0.001
$39P_{1/2}$	42263044	0.001
$40P_{1/2}$	71483200	0.000

表 2: 铯原子  $nP_{3/2}$  的能量值以及  $nP_{3/2}$  与  $6S_{1/2}$  间跃迁的偶极矩矩阵元.

$nP_{3/2}$ 能级	能量 ( $\text{cm}^{-1}$ )	$ \langle nP_{3/2}    \mathbf{d}    6S_{1/2} \rangle $ (a.u.)
$6P_{3/2}$	11732.31	6.324
$7P_{3/2}$	21946.40	0.586
$8P_{3/2}$	25791.51	0.218
$9P_{3/2}$	27681.68	0.127
$10P_{3/2}$	28753.68	0.114
$11P_{3/2}$	29420.82	0.085
$12P_{3/2}$	29864.34	0.067
$13P_{3/2}$	30174.18	0.055
$14P_{3/2}$	30399.16	0.046
$15P_{3/2}$	30567.69	0.039
$16P_{3/2}$	30697.19	0.062
$17P_{3/2}$	30798.85	0.065
$18P_{3/2}$	30880.12	0.062
$19P_{3/2}$	30946.11	0.039
$20P_{3/2}$	31000.40	0.112
$21P_{3/2}$	31045.66	0.014
$22P_{3/2}$	31083.77	0.119
$23P_{3/2}$	31116.09	0.081
$24P_{3/2}$	31143.84	0.004
$25P_{3/2}$	31167.74	0.032
$26P_{3/2}$	82736.05	0.001
$27P_{3/2}$	129247.4	0.017
$28P_{3/2}$	210254.6	0.025
$29P_{3/2}$	350320.8	0.029
$30P_{3/2}$	591569.5	0.029
$31P_{3/2}$	1006618	0.023
$32P_{3/2}$	1720992	0.017
$33P_{3/2}$	2953614	0.012
$34P_{3/2}$	5089655	0.008
$35P_{3/2}$	8794667	0.005
$36P_{3/2}$	15185971	0.003
$37P_{3/2}$	19069122	0.000
$38P_{3/2}$	26120330	0.002
$39P_{3/2}$	44625560	0.001
$40P_{3/2}$	75454848	0.001

表 3: 铯原子  $nS_{1/2}$  的能量值以及  $nS_{1/2}$  与  $6P_{3/2}$  间跃迁的偶极矩矩阵元.

$nS_{1/2}$ 能级	能量 ( $\text{cm}^{-1}$ )	$ \langle nS_{1/2}    \mathbf{d}    6P_{3/2} \rangle $ (a.u.)
$6S_{1/2}$	0	6.324
$7S_{1/2}$	18535.53	6.470
$8S_{1/2}$	24317.15	1.461
$9S_{1/2}$	26910.66	0.770
$10S_{1/2}$	28300.23	0.509
$11S_{1/2}$	29131.73	0.381
$12S_{1/2}$	29668.80	0.297
$13S_{1/2}$	30035.79	0.241
$14S_{1/2}$	30297.64	0.219
$15S_{1/2}$	30491.02	0.234
$16S_{1/2}$	30637.88	0.251
$17S_{1/2}$	30752.03	0.259
$18S_{1/2}$	30842.52	0.239
$19S_{1/2}$	30915.45	0.376
$20S_{1/2}$	30975.10	0.213
$21S_{1/2}$	31024.50	0.349
$22S_{1/2}$	31065.88	0.472
$23S_{1/2}$	31100.88	0.578
$24S_{1/2}$	31130.75	0.026
$25S_{1/2}$	31156.44	0.464
$26S_{1/2}$	74266.21	0.325
$27S_{1/2}$	114033.8	0.211
$28S_{1/2}$	184506.6	0.132
$29S_{1/2}$	308495.8	0.081
$30S_{1/2}$	525668.9	0.048
$31S_{1/2}$	905144.4	0.027
$32S_{1/2}$	1567994	0.015
$33S_{1/2}$	2728852	0.008
$34S_{1/2}$	4773681	0.004
$35S_{1/2}$	8387611	0.002
$36S_{1/2}$	14752595	0.001
$37S_{1/2}$	19071256	0.000
$38S_{1/2}$	25891848	0.001
$39S_{1/2}$	45209868	0.000
$40S_{1/2}$	78196928	0.000

表 4: 铯原子  $nD_{3/2}$  的能量值以及  $nD_{3/2}$  与  $6P_{3/2}$  间跃迁的偶极矩矩阵元.

$nD_{3/2}$ 能级	能量 ( $\text{cm}^{-1}$ )	$ \langle nD_{3/2}    \mathbf{d}    6P_{3/2} \rangle $ (a.u.)
$5D_{3/2}$	14499.26	3.166
$6D_{3/2}$	22588.82	2.100
$7D_{3/2}$	26047.83	0.976
$8D_{3/2}$	27811.24	0.607
$9D_{3/2}$	28828.68	0.391
$10D_{3/2}$	29468.29	0.304
$11D_{3/2}$	29896.34	0.246
$12D_{3/2}$	30196.80	0.211
$13D_{3/2}$	30415.75	0.215
$14D_{3/2}$	30580.23	0.234
$15D_{3/2}$	30706.90	0.248
$16D_{3/2}$	30806.53	0.256
$17D_{3/2}$	30886.30	0.269
$18D_{3/2}$	30951.15	0.204
$19D_{3/2}$	31004.59	0.397
$20D_{3/2}$	31049.14	0.012
$21D_{3/2}$	31086.68	0.482
$22D_{3/2}$	31118.60	0.021
$23D_{3/2}$	31145.97	0.491
$24D_{3/2}$	31169.61	0.438
$25D_{3/2}$	31190.18	0.344
$26D_{3/2}$	53740.33	0.028
$27D_{3/2}$	67538.40	0.244
$28D_{3/2}$	89286.16	0.158
$29D_{3/2}$	122155.2	0.095
$30D_{3/2}$	171666.2	0.053
$31D_{3/2}$	246044.2	0.027
$32D_{3/2}$	357540.4	0.011
$33D_{3/2}$	524435.1	0.002
$34D_{3/2}$	774031.9	0.002
$35D_{3/2}$	1147062	0.004
$36D_{3/2}$	1704131	0.004
$37D_{3/2}$	2535326	0.004
$38D_{3/2}$	3774912	0.003
$39D_{3/2}$	5623814	0.002
$40D_{3/2}$	8382140	0.002
$41D_{3/2}$	12493172	0.001
$42D_{3/2}$	18603884	0.001

表 5: 铯原子  $nD_{5/2}$  的能量值以及  $nD_{5/2}$  与  $6P_{3/2}$  间跃迁的偶极矩矩阵元.

$nD_{5/2}$ 能级	能量 ( $\text{cm}^{-1}$ )	$ \langle nD_{5/2}    \mathbf{d}    6P_{3/2} \rangle $ (a.u.)
$5D_{5/2}$	14596.84	9.590
$6D_{5/2}$	22631.69	6.150
$7D_{5/2}$	26068.77	2.890
$8D_{5/2}$	27822.88	1.810
$9D_{5/2}$	28835.79	1.169
$10D_{5/2}$	29472.94	0.909
$11D_{5/2}$	29899.55	0.735
$12D_{5/2}$	30199.10	0.630
$13D_{5/2}$	30417.46	0.642
$14D_{5/2}$	30581.53	0.699
$15D_{5/2}$	30707.91	0.741
$16D_{5/2}$	30807.33	0.766
$17D_{5/2}$	30886.94	0.798
$18D_{5/2}$	30951.68	0.745
$19D_{5/2}$	31005.03	0.903
$20D_{5/2}$	31049.52	0.840
$21D_{5/2}$	31087.00	1.438
$22D_{5/2}$	31118.87	0.130
$23D_{5/2}$	31146.20	1.456
$24D_{5/2}$	31169.81	1.288
$25D_{5/2}$	31190.35	0.149
$26D_{5/2}$	54508.05	0.998
$27D_{5/2}$	69450.32	0.713
$28D_{5/2}$	92156.01	0.462
$29D_{5/2}$	126462.2	0.280
$30D_{5/2}$	178123.1	0.158
$31D_{5/2}$	255714.2	0.081
$32D_{5/2}$	372021.2	0.035
$33D_{5/2}$	546142.6	0.008
$34D_{5/2}$	806627.1	0.005
$35D_{5/2}$	1196092	0.010
$36D_{5/2}$	1778024	0.011
$37D_{5/2}$	2646960	0.010
$38D_{5/2}$	3944018	0.008
$39D_{5/2}$	5880432	0.006
$40D_{5/2}$	8771401	0.005
$41D_{5/2}$	13082459	0.003
$42D_{5/2}$	19494500	0.002

## 参考文献

- [1] C. J. Foot, Atomic Physics, Repr. (twice with corr.); Oxford master series in physics Atomic, optical, and laser physics; Oxford Univ. Press: Oxford, 2011.
- [2] E. Arimondo, M. Inguscio, and P. Violino, Rev. Mod. Phys. **49**, 31 (1977).
- [3] V. Gerginov, A. Derevianko, and C. E. Tanner, Phys. Rev. Lett. **91**, 072501 (2003).
- [4] F. L. Kien, P. Schneeweiss, A. Rauschenbeutel, Eur. Phys. J. D. **67** (5), 92(2013).
- [5] N. L. Manakov, V. D. Ovsiannikov, and L. P. Rapoport, Phys. Rep. **141**, 320 (1986).
- [6] P. Rosenbusch, S. Ghezali, V. A. Dzuba, V. V. Flambaum, K. Beloy, and A. Derevianko, Phys. Rev. A **79**, 013404 (2009).
- [7] W. R. Johnson, U. I. Safronova, A. Derevianko, and M. S. Safronova, Phys. Rev. A **77**, 022510 (2008).
- [8] B. Arora, M. S. Safronova, and C. W. Clark, Phys. Rev. A **76**, 052509 (2007).
- [9] A. Kramida, Yu. Ralchenko, J. Reader, and NIST ASD Team (2012), *NIST Atomic Spectra Database* (ver. 5.0) (Online). Available: <http://physics.nist.gov/asd> [2012, October 25] (National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD, 2012).
- [10] A. Sieradzan, M. D. Havey, and M. S. Safronova, Phys. Rev. A **69**, 022502 (2004).
- [11] R. W. Boyd, *Nonlinear Optics* (Academic, New York, 1992).
- [12] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics* (Wiley, New York, 1999).