

液体粘度系数的测定

唐延宇 PB22030853

2023 年 4 月 20 日

1 数据记录与处理

1.1 数据记录

原始数据 本次实验中, 测得了一系列小球的参数数据, 总结如表 1所示:

本实验还测量了一些环境参量, 如表 2所示:

表 1: 待测物体参数记录表

序号	1	2	3	4	5	6	平均值
小球直径/cm	0.2005	0.2009	0.2009	0.2004	0.2008	0.2008	0.2007
中球直径/cm	0.2500	0.2499	0.2501	0.2498	0.2501	0.2498	0.2500
大球直径/cm	0.3000	0.2999	0.3001	0.3002	0.3000	0.2999	0.3000
小球质量/g	0.0339	0.0339	0.0339	0.0340	0.0343	0.0343	0.0341
中球质量/g	0.0660	0.0654	0.0655	0.0655	0.0658	0.0657	0.0657
大球质量/g	0.1138	0.1140	0.1140	0.1136	0.1139	0.1138	0.1139

本实验测得的小球在匀速区运动的时间如表 3所示:

表 2: 环境参量记录表

序号	1	2	3	平均值
匀速区长度 l/cm	9.39	9.35	9.30	9.35
温度 $t/^\circ\text{C}$	26.22	26.81	26.42	26.48
液体密度 $\rho_0/(\text{g}/\text{cm}^{-3})$	0.9580	0.9581	0.9583	0.9581
量筒半径 R/cm	4.073	4.074	4.069	4.072
液面高度 h/cm	42.52	42.51	42.50	42.51

表 3: 球下落用时记录表

序号	1	2	3	4	5	6
小球时间/s	3.77	3.81	3.79	3.82	3.95	4.28
中球时间/s	2.70	2.60	2.67	2.65	2.74	2.63
大球时间/s	1.95	1.87	1.92	2.01	1.88	1.88

1.2 数据处理与计算

匀速区长度 l 的平均值 $\bar{l} = 9.35 \text{ cm}$. 则通过计算, 小球、中球、大球运动的终极速度及其六次测量的平均值如表 4 所示: 接下来, 我们将分别以小球、中球、大球为研究对象, 计算液体的粘度及雷诺

表 4: 球下落速度记录表

序号	1	2	3	4	5	6	平均值
小球速度/(cm/s)	2.48	2.45	2.47	2.45	2.37	2.18	2.40
中球速度/(cm/s)	3.46	3.60	3.50	3.53	3.41	3.56	3.51
大球速度/(cm/s)	4.79	5.00	4.87	4.65	4.97	4.97	4.88

数:

以小球为研究对象的蓖麻油粘度计算与修正 对于小球而言, 其体积为

$$V = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{d}{2}\right)^3 = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{0.2007}{2}\right)^3 = 4.23 \times 10^{-3} \text{ cm}^3$$

其密度为

$$\rho_1 = \frac{m}{V} = \frac{0.0341 \times 10^{-3} \text{ kg}}{4.23 \times 10^{-3} \text{ cm}^3} = 8.06 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

则根据粘度计算公式, 可如下计算液体粘度:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{(m - \rho_0 V) g}{6\pi v r} \\ &= \frac{(0.0341 \times 10^{-3} - 0.9581 \times 4.23 \times 10^{-6}) \times 9.79}{6\pi \times 2.4 \times 10^{-2} \times 0.1004 \times 10^{-2}} \text{ kg m}^{-1} \text{ s} \\ &= 0.65 \text{ kg m}^{-1} \text{ s} \end{aligned} \quad (1)$$

此时对于小球而言, 液体的雷诺数为:

$$\begin{aligned} Re &= \frac{2rv\rho_0}{\eta} \\ &= \frac{0.2007 \times 10^{-2} \times 2.4 \times 10^{-2} \times 0.9581 \times 10^3}{0.65} \\ &= 0.07 \end{aligned} \quad (2)$$

则根据实验讲义中给出的评定标准, 此时 $Re < 0.1$, 故应采用一级修正来去除液面有限对实验带来的影响, 修正过程如下:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{1}{18} \frac{(\rho - \rho_0) g d^2}{v \left(1 + 2.4 \frac{d}{2R}\right) \left(1 + 3.3 \frac{d}{2h}\right)} \\ &= \frac{1}{18} \frac{(8.06 \times 10^3 - 0.9581 \times 10^3) \times 9.79 \times (0.2007 \times 10^{-2})^2}{2.4 \times 10^{-2} \left(1 + 2.4 \frac{0.2007}{2 \times 4.072}\right) \left(1 + 3.3 \frac{0.2007}{2 \times 42.51}\right)} \\ &= 0.61 \text{ kg m}^{-1} \text{ s} \end{aligned} \quad (3)$$

以中球为研究对象的蓖麻油粘度计算与修正 对于中球而言, 其体积为

$$V = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{d}{2}\right)^3 = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{0.2500}{2}\right)^3 = 8.18 \times 10^{-3} \text{ cm}^3$$

其密度为

$$\rho_2 = \frac{m}{V} = \frac{0.0657 \times 10^{-3} \text{ kg}}{8.18 \times 10^{-3} \text{ cm}^3} = 8.03 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

则根据粘度计算公式, 可如下计算液体粘度:

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{(m - \rho_0 V) g}{6\pi v r} \\ &= \frac{(0.0657 \times 10^{-3} - 0.9581 \times 8.18 \times 10^{-6}) \times 9.79}{6\pi \times 3.51 \times 10^{-2} \times 0.1250 \times 10^{-2}} \text{kg m}^{-1} \text{s} \\ &= 0.68 \text{kg m}^{-1} \text{s}\end{aligned}\quad (4)$$

此时对于中球而言, 液体的雷诺数为:

$$\begin{aligned}Re &= \frac{2rv\rho_0}{\eta} \\ &= \frac{0.2500 \times 10^{-2} \times 3.51 \times 10^{-2} \times 0.9581 \times 10^3}{0.68} \\ &= 0.12\end{aligned}\quad (5)$$

此时 $0.1 < Re < 0.5$, 故应采用第二个公式进行修正, 如下:

考虑量筒内径与液面高度后的修正值为:

$$\begin{aligned}\eta_0 &= \frac{1}{18} \frac{(\rho - \rho_0) g d^2}{v \left(1 + 2.4 \frac{d}{2R}\right) \left(1 + 3.3 \frac{d}{2h}\right)} \\ &= \frac{1}{18} \frac{(8.03 \times 10^3 - 0.9581 \times 10^3) \times 9.79 \times (0.2500 \times 10^{-2})^2}{3.51 \times 10^{-2} \left(1 + 2.4 \frac{0.2500}{2 \times 4.072}\right) \left(1 + 3.3 \frac{0.2500}{2 \times 42.51}\right)} \\ &= 0.63 \text{kg m}^{-1} \text{s}\end{aligned}\quad (6)$$

故考虑雷诺数后的修正值为:

$$\eta = \eta_0 - \frac{3}{16} dv\rho_0 \quad (7)$$

$$= 0.64 - \frac{3}{16} \times 0.2500 \times 10^{-2} \times 3.51 \times 10^{-2} \times 0.9581 \times 10^3 \text{kg m}^{-1} \text{s} \quad (8)$$

$$= 0.63 \text{kg m}^{-1} \text{s} \quad (9)$$

以大为研究对象的蓖麻油粘度计算与修正 对于大球而言, 其体积为

$$V = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{d}{2}\right)^3 = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{0.3000}{2}\right)^3 = 0.0141 \text{cm}^3$$

其密度为

$$\rho_3 = \frac{m}{V} = \frac{0.1139 \times 10^{-3} \text{kg}}{0.0141 \text{cm}^3} = 8.08 \times 10^3 \text{kg m}^{-3}$$

则根据粘度计算公式, 可如下计算液体粘度:

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{(m - \rho_0 V) g}{6\pi v r} \\ &= \frac{(0.1139 \times 10^{-3} - 0.9581 \times 14.1 \times 10^{-6}) \times 9.79}{6\pi \times 4.88 \times 10^{-2} \times 0.1500 \times 10^{-2}} \text{kg m}^{-1} \text{s} \\ &= 0.71 \text{kg m}^{-1} \text{s}\end{aligned}\quad (10)$$

此时对于大球而言, 液体的雷诺数为:

$$\begin{aligned}Re &= \frac{2rv\rho_0}{\eta} \\ &= \frac{0.3000 \times 10^{-2} \times 4.88 \times 10^{-2} \times 0.9581 \times 10^3}{0.71} \\ &= 0.20\end{aligned}\quad (11)$$

此时 $0.1 < Re < 0.5$, 故应采用第二个公式进行修正, 如下:

考虑量筒内径与液面高度后的修正值为:

$$\begin{aligned}\eta_0 &= \frac{1}{18} \frac{(\rho - \rho_0) g d^2}{v \left(1 + 2.4 \frac{d}{2R}\right) \left(1 + 3.3 \frac{d}{2h}\right)} \\ &= \frac{1}{18} \frac{(8.08 \times 10^3 - 0.9581 \times 10^3) \times 9.79 \times (0.3000 \times 10^{-2})^2}{4.88 \times 10^{-2} \left(1 + 2.4 \frac{0.3000}{2 \times 4.072}\right) \left(1 + 3.3 \frac{0.3000}{2 \times 42.51}\right)} \\ &= 0.65 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}\end{aligned}\quad (12)$$

故考虑雷诺数后的修正值为:

$$\eta = \eta_0 - \frac{3}{16} dv \rho_0 \quad (13)$$

$$= 0.64 - \frac{3}{16} \times 0.3000 \times 10^{-2} \times 4.88 \times 10^{-2} \times 0.9581 \times 10^3 \text{ kg m}^{-1} \text{ s} \quad (14)$$

$$= 0.62 \text{ kg m}^{-1} \text{ s} \quad (15)$$

2 误差分析与思考题

1. 本实验中可能产生误差的因素主要包括:

- 测量小球直径时, 螺旋测微器转轮老化生锈带来的直径测量误差
- 测量小球质量时, 由于打开/关闭密闭舱门而产生的空气流动引起的误差. 由于读数时间较短, 该因素带来的影响无法完全排除.
- 投放小球时未在量筒中心部位投放、投放时小球已具有一定初速度等操作失误
- 人使用电子表计时的计时误差.

在实验者进行本次实验时, 除上述因素外, 我认为还有如下一些因素带来了本实验的误差:

- 我采用了较短的匀速区域, 这一方面增加了长度测量的相对误差, 同时也增加了计时的相对误差. 从所得数据也可以看出, 由于小球下落时间较短, 人计时误差在其中所占比例较大, 导致时间测量的不确定度较大, 即精确性下降.
- 我采用了较大的球, 这使得球下落时间较短, 从而也增加了时间测量的不精确性.

这些因素是我在进行实验时没有仔细考虑到的, 在今后的实验中, 我应尽可能考虑到这些因素对实验的影响, 以减小误差.

2. 小球的匀速区域对于大球而言也是匀速区域, 但反之不然. 理由如下:

据小球在液体中受力平衡方程及质量与体积的关系:

$$mg = \rho_0 Vg + 6\pi\eta vr \quad (16)$$

$$m = \rho V \quad (17)$$

其中 V 表示小球的体积, ρ 表示小球的密度. 可得:

$$(\rho - \rho_0) Vg = 6\pi\eta vr \quad (18)$$

对于同样材质的小球其密度 ρ 应相同, 而大球体积更大, 故大球平衡时的速度更大. 又由于小球下降初期是加速过程, 在接近容器底部时减速, 故大球匀速区域的起始位置与终止位置均会被小球的匀速区域包含.

-
3. 雷诺数是一个表征液体层流或湍流状态的物理量. 当雷诺数较小时, 液体总是层流; 当雷诺数较大时, 液体呈现完全的湍流; 当雷诺数处在中间的区域时, 液体具体是层流还是湍流需要视外界扰动而定. 本实验设计的测量液体粘度的方法使用到了斯托克斯公式, 而该公式只在层流时才成立. 因此, 只有雷诺数较小时, 我们测得的粘度才有其意义. 而当雷诺数超出这一范围时, 就要对其进行不同程度的修正.
 4. 本实验只有对粘度相对较大的液体才较为准确. 这是因为只有粘度较大时, 小球的下落时间较长, 这样才能使人计时误差所占的比例减小. 此外, 若液体不够粘稠, 如水等流体, 由于小球下落较快, 容易产生湍流. 这会造成实验结果的误差.