

透镜参数测量

唐延宇 PB22030853

2023 年 6 月 15 日

1 实验目的

透镜是一种在生产生活中应用较为广泛的光学元件。如人的眼球、眼镜等。透镜可以对入射的光进行折射，从而产生不同种类的像。而对应于各类透镜而言，其焦距是决定成像质量的一个重要参数，它决定了透镜成像的虚实、大小等。本实验的目的是使用几种不同的方法测定透镜的焦距。通过测量的过程熟悉透镜的共轴调节与成像的清晰度判断，并初步学习设计光路来测量凹透镜焦距。

2 实验原理

本实验使用物像距法、位移法、自准直法测定凸透镜焦距，使用物像距法、自准直法测定凹透镜焦距，其原理分别如下：

2.1 高斯公式

在近轴条件下，有如下高斯成像公式：

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} \quad (1)$$

其中 p, p' 在实物实像时取正号，虚物与虚像时取负号；对于 f ，凸透镜取正，凹透镜取负。

物像距法便是直接利用公式^[1]，在凸透镜成像清晰时，测出物距、像距，然后计算得出结果。

2.2 位移法

我们知道，当物距 p 满足 $f < p < 2f$ 时，成的是倒立、放大的实像；当物距 $p > 2f$ 时，成的是倒立、缩小的实像。故当光源与像屏的距离 $L > 4f$ 时，将凸透

镜在光源与像屏间移动，可分别获得一大像和一小像。记前后两状态凸透镜的距离之差为 l ，物距分别为 p_1, p_2 ，像距分别为 p'_1, p'_2 ，则有：

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p'_1} = \frac{1}{f} \quad (2)$$

$$\frac{1}{p_2} + \frac{1}{p'_2} = \frac{1}{f} \quad (3)$$

$$p_1 + p'_1 = L \quad (4)$$

$$p_2 + p'_2 = L \quad (5)$$

联立解得：

$$f = \frac{L^2 - l^2}{4L} \quad (6)$$

2.3 自准直法

自准直法的核心思想是通过设计光路，使得物体发出的光线经过透镜折射与平面镜反射后回到物体上，这样便可以通过判断物体所称的像是否与自身重合来判定焦点位置，从而测定焦距。凸透镜的自准直法光路如图1所示。凹透镜的自准直法光路如图2所示。

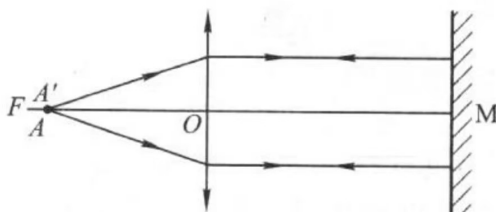


图 1: 凸透镜自准直法示意图

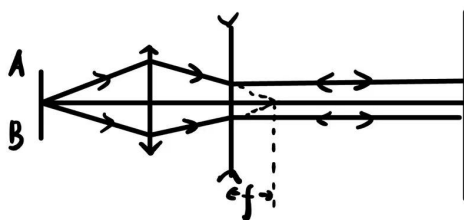


图 2: 凹透镜自准直法示意图

3 实验仪器

本实验使用到的仪器有：凹透镜、凸透镜、平面镜、光具座、白炽灯光源、“1”字型毛玻璃（带刻度）、像屏、卷尺。其中卷尺允差 $\Delta = 1.2 \text{ mm}$ 。

4 数据处理与误差分析

4.1 凸透镜

4.1.1 物像距法

实验中物距 $p = 16.25 \text{ cm}$ ，测量像距 6 次平均值为 $\bar{p}' = 25.95 \text{ cm}$ 。则据式[1]，可得焦距 $\hat{f} = 9.993 \text{ cm}$ 。接下来计算焦距的不确定度：

A 类不确定度 由于物距仅进行一次测量，其 A 类不确定度为零。而像距进行了 6 次测量，查表可知：当 $p = 0.95$ 时， $t_{0.95} = 2.571$ ，则像距 p' 的 A 类扩展不确定度可如下计算：

$$\begin{aligned}
 U_{p',A} &= t_{0.95} u_{p',A} = t_{0.95} \frac{\sigma_{p'}}{\sqrt{n}} \\
 &= t_{0.95} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (p'_i - \bar{p}')^2}{6(6-1)}} \\
 &= 2.571 \times \sqrt{\frac{(25.61 - 25.95)^2 + (26.01 - 25.95)^2 + \dots + (26.28 - 25.95)^2}{6 \times (6-1)}} \text{ cm} \\
 &= 0.4 \text{ cm} \quad (p = 0.95)
 \end{aligned} \tag{7}$$

B 类不确定度 p, p' 的 B 类不确定度相同。又钢卷尺允差 $\Delta = 1.2 \text{ mm}$ ，且其误差正态分布，取 $C = 3$ 。当 $p = 0.95$ 时，查表可知 $k_{0.95} = 1.960$ 。则 p, p' 的 B 类不确定度可如下计算：

$$\begin{aligned}
 U_p &= U_{p,B} = k_{0.95} \frac{\Delta}{C} \\
 &= 1.960 \times \frac{0.12}{3} \text{ cm} \\
 &= 0.08 \text{ cm} \quad (p = 0.95)
 \end{aligned} \tag{8}$$

则 p' 的合成不确定度为：

$$\begin{aligned}
 U_{p'} &= \sqrt{U_{p',A}^2 + U_B^2} \\
 &= \sqrt{0.4^2 + 0.08^2} \text{ cm} \\
 &= 0.41 \text{ cm} \quad (p = 0.95)
 \end{aligned} \tag{9}$$

由不确定度合成公式及式[1]可知:

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial p} &= \frac{p'^2}{(p+p')^2} & \frac{\partial f}{\partial p'} &= \frac{p^2}{(p+p')^2} \\ U_f &= \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial p} U_p\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial p'} U_{p'}\right)^2} = \frac{1}{(p+p')^2} \sqrt{p'^4 U_p^2 + p^4 U_{p'}^2} \\ &= \frac{1}{(16.25 + 25.95)^2} \sqrt{25.85^4 \times 0.08 + 16.25^4 \times 0.41} \text{ cm} \\ &= 0.14 \text{ cm} \quad (p = 0.95)\end{aligned}\quad (10)$$

则 f 的相对不确定度为 $\frac{U_f}{f} = \frac{0.14}{9.99} = 0.014$. 从而 f 的测量结果可表示为:

$$f = (9.99 \pm 0.14) \text{ cm} \quad (p = 0.95) \quad (11)$$

4.1.2 位移法

实验中测得 $D = 50.00 \text{ cm}$,

$$\begin{aligned}\bar{l} &= \bar{p}_2 - \bar{p}_1 \\ &= \frac{(35.49 - 13.49) + (35.7 - 13.6) + (35.69 - 13.6)}{6} \\ &\quad + \frac{(35.6 - 13.7) + (35.7 - 13.57) + (35.86 - 13.6)}{6} \\ &= 22.08 \text{ cm}\end{aligned}\quad (12)$$

则焦距可如下计算:

$$\begin{aligned}f &= \frac{L^2 - l^2}{4L} \\ &= \frac{50^2 - 22.08^2}{4 \times 50} \text{ cm} \\ &= 10.06 \text{ cm}\end{aligned}\quad (13)$$

4.1.3 自准直法

根据附录中记录的原始数据, 自准直法测定的凸透镜焦距可如下计算:

$$\begin{aligned}f &= \frac{\bar{p}_1 + \bar{p}_2}{2} \\ &= \frac{10.06 + 9.693}{2} \text{ cm} \\ &= 9.88 \text{ cm}\end{aligned}\quad (14)$$

4.2 凹透镜

4.2.1 物像距法

物距 $p = (18.02 - 30.89) \text{ cm} = -12.87 \text{ cm}$, 像距平均值为 $\bar{p}' = 27.38 \text{ cm}$, 则焦距可如下计算:

$$\begin{aligned} f &= \frac{pp'}{p + p'} \\ &= \frac{-12.87 \times 27.38}{-12.87} \text{ cm} \\ &= -24.29 \text{ cm} \end{aligned} \quad (15)$$

故凹透镜焦距应为24.29 cm.

4.2.2 自准直法

凹凸透镜间距平均值 $d = 6.56 \text{ cm}$, 凸透镜像距平均值 $d' = 30.25 \text{ cm}$, 则凹透镜焦距为 $f = d' - d = 23.69 \text{ cm}$

5 思考题

1. 实验中认为“1”字屏是物体, 即认为光线是从“1”字屏发出的。其原因在于毛玻璃对白炽灯发出的光线进行了漫反射, 使得光线经过毛玻璃后均匀发出, 也就是可以认为光线从毛玻璃处发出。如果没有毛玻璃, 物距便不可用光具座之间的距离代替, 从而给实验带来误差。
2. 有影响。由于自准直法测量时, 像与物重合时的物距即为焦距。如果透镜存在偏心, 会使此时的物距测量偏大或偏小, 从而导致焦距测量出现误差。我们可以通过将光具座反方向放置, 再重复实验, 然后取平均值来消除这一误差。
3. 对于公式法, 有影响。不妨假设透镜放置时偏向像方一侧, 则测量时物距偏小, 像距偏大, 设这一偏差值为 Δp , 则 $p_r = p + \Delta p, p'_r = p' - \Delta p$, 则真实焦距 f_r 为:

$$f_r = \frac{p_r p'_r}{p_r + p'_r} \quad (16)$$

$$= \frac{(p + \Delta p)(p' - \Delta p)}{p + p'} \quad (17)$$

$$= f + \frac{(p' - p)\Delta p - (\Delta p)^2}{p + p'} \quad (18)$$

对于位移法由于物像距之和始终为一恒定值, 偏心对测量结果无影响。