

液体表面张力系数的测定

唐延宇 PB22030853

2023 年 4 月 13 日

1 实验目的

由于液体表面层分子间间距较液体内部分子而言较大, 导致液体表面分子所受分子间作用力不平衡, 其合力方向指向液体内部, 因此导致液体表面具有向内收缩的趋势. 这一合力被称为液体的表面张力. 液体的表面张力大小与液体表面与其他物体接触部分的长度成正比, 这一比例系数就被称为表面张力系数. 液体表面张力系数与液体自身性质及其浓度、温度等有关.

本实验的目的即利用焦利氏秤法测定水、洗洁精液体的表面张力系数. 液体的表面张力是描述其性质的一个重要参量, 因而测定其数值有利于我们了解液体的性质情况, 具有一定意义. 同时完成该实验有助于我们熟悉焦利氏秤等仪器的操作方法, 对于锻炼我们的实验技能有着重要的意义.

2 实验原理与方法

2.1 实验原理

实验原理分析 我们可以在液体表面画一条直线, 液体的表面张力即直线两侧液体分子间相互作用的拉力的宏观体现. 表面张力大小与这条直线的长度成正比, 方向垂直于直线, 即:

$$F = \sigma l \quad (1)$$

其中 l 为直线长度, σ 即待测定的表面张力系数.

2.2 实验方法

实验方法分析 本实验采用焦利氏秤测定表面张力系数, 焦利氏秤结构如第 2 页图 1 所示: 首先, 我们在砝码盘中放入砝码, 从 0.5g 起, 以 0.5g 为间隔直到 5g 为止. 每次放入砝码后, 需要调整金属杆高度, 使得玻璃管上的刻度线、平面镜上的刻度线、玻璃管刻线在镜中的像三线合一, 这样便可以保证弹簧下端的位置保持不变, 此时上端金属杆上的读数即为弹簧拉伸后相对原点的距离. 又根据胡克公式:

$$k = \frac{\Delta F}{\Delta x} \quad (2)$$

k 即弹簧的弹性系数. 因此, 测定多组 F 和 x 数据, 并绘制 $F-x$ 图线, 其斜率即为弹性系数的大小. 之后, 将金属圈 (金属框) 完全浸入液体中, 调整托盘底部旋钮及金属杆长度, 使得三线合一, 并记录起始读数. 然后通过调节托盘下方旋钮以及金属杆螺丝, 使得在三线保持合一的同时, 金属圈缓慢向上移动, 直到达到液体表面时, 液体表面张力会抵抗弹簧弹力. 当金属圈即将被拉脱时, 应有弹力、重力、表面张力三力平衡, 即:

$$F = mg + 2\sigma L \quad (3)$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{F - mg}{2l} \quad (4)$$

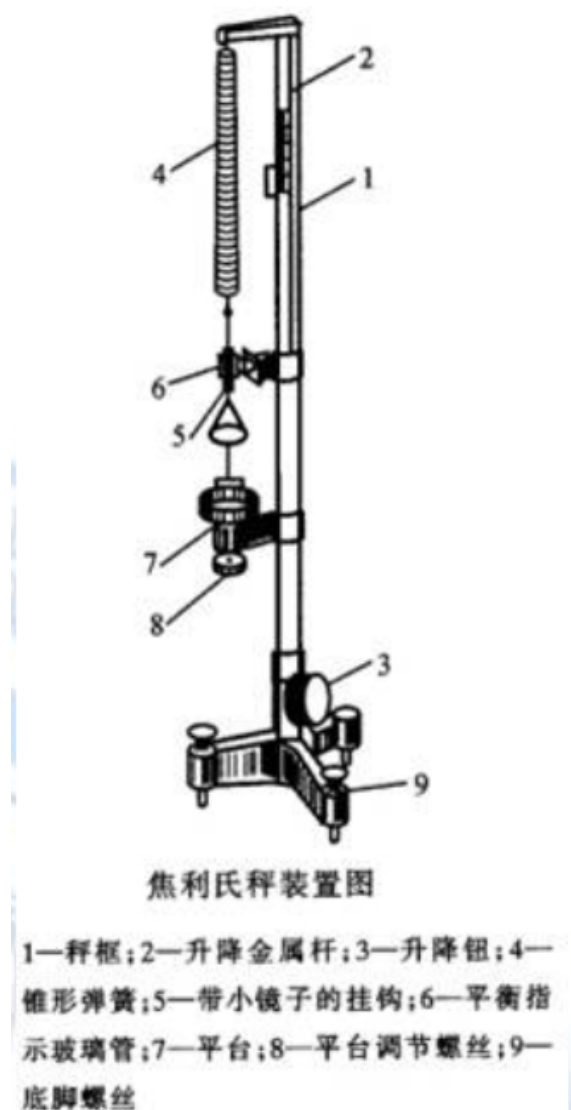


图 1: 焦利氏秤结构图

其中因为液体表面两侧均会对金属圈产生张力作用, 故前面有系数 2.

3 实验数据

3.1 原始数据记录

数据记录 本实验中测得的原始数据如下:

表 1: 弹簧拉伸长度与砝码质量数据表

砝码质量/g	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
砝码所受重力/N	4.90	9.79	14.69	19.58	24.48	29.37	34.27	39.16	44.06	48.95
拉伸长度/cm	1.69	2.12	2.49	3.04	3.29	3.70	4.16	4.51	4.94	5.37

表 2: 金属圈与金属框参数测量记录表

序号	1	2	3	平均值
金属圈直径/cm	4.15	4.14	4.15	4.15
金属框两端距离/cm	3.75	3.78	3.76	3.76

表 3: 拉脱法测定表面张力系数数据记录表

测量液体	测量组件	初始长度 l_0 /cm	破裂时长度 l /cm				
序号			1	2	3	4	5
自来水	金属圈	1.64	2.94	2.98	2.95	2.88	2.90
洗洁精	金属丝	1.45	1.65	1.65	1.64	1.66	1.68

数据处理 在本实验中, 对于砝码质量与拉伸长度的数据, 采用作图法以及最小二乘法拟合两种方法进行处理. 其中作图法所得结果请见附件 2. 利用 Origin 软件进行最小二乘回归拟合结果如第 3 页的图 2 所示: 通过图像可以得知, 弹簧弹性系数的平均值 $\bar{k} = 0.01209 \text{ N/cm} = 1.1209 \text{ N/m}$.

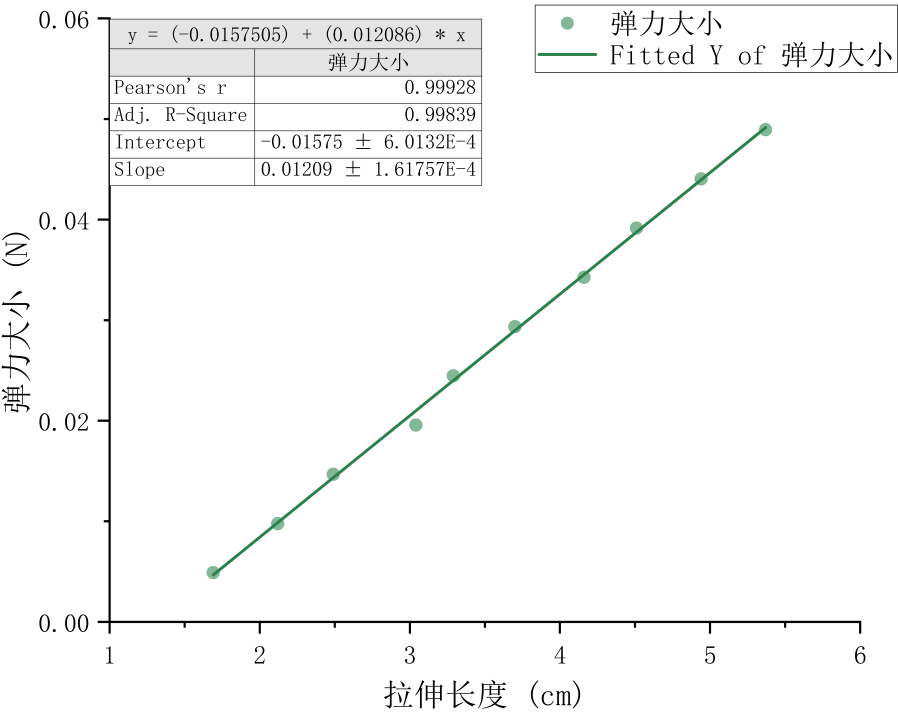


图 2: 弹簧弹性系数最小二乘法拟合结果图

对于自来水而言, 其拉伸长度平均值为:

$$\bar{l}_1 = \frac{\sum_{i=1}^5 l_i}{5} = \frac{2.94 + 2.98 + 2.95 + 2.88 + 2.90}{5} = 2.93 \text{ cm}$$

表 4: 探究表面张力系数与洗洁精溶液浓度关系数据记录表

测量液体	测量组件	初始长度/cm	破裂时长度/cm		
洗洁精溶液	金属丝	1.45	1.86	1.78	1.79
洗洁精溶液体积分数/%			0.02	0.015	0.013

对于洗洁精而言, 其拉伸长度平均值为:

$$\bar{l}_2 = \frac{\sum_{i=1}^5 l_i}{5} = \frac{1.65 + 1.65 + 1.64 + 1.66 + 1.68}{5} = 1.656 \text{ cm}$$

则根据前面推导得出的液体表面张力系数公式, 水的表面张力系数测量值为:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_1 &= \frac{F - mg}{2d} \\ &= \frac{k(\bar{l}_1 - l_0)}{2\bar{d}} \\ &= \frac{1.1209 \times (2.93 - 1.64)}{2 \times 4.15} \\ &= 0.174 \text{ N/m} \end{aligned} \quad (5)$$

洗洁精表面张力系数测量值为:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_2 &= \frac{F - mg}{2d} \\ &= \frac{k(\bar{l}_2 - l_0)}{2\bar{d}} \\ &= \frac{1.1209 \times (1.656 - 1.45)}{2 \times 3.76} \\ &= 0.031 \text{ N/m} \end{aligned} \quad (6)$$

在 Origin 中作出洗洁精溶液表面张力系数随洗洁精溶液浓度变化的散点图后可发现, 二者并不呈现线性关系, 尝试采用非线性拟合, 结果如第 5 页的图 3 所示:

4 误差分析与讨论

4.1 自来水表面张力系数的不确定度计算

不确定度计算 破裂时拉伸长度 l 的 A 类不确定度为:

$$\begin{aligned} u_{A,l} &= \frac{\sigma_l}{\sqrt{5}} \\ &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (l_i - \bar{l})^2}{5(5-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{(2.94 - 2.93)^2 + (2.98 - 2.93)^2 + (2.95 - 2.93)^2 + (2.88 - 2.93)^2 + (2.90 - 2.93)^2}{5(5-1)}} \\ &= 0.018 \text{ cm} \end{aligned} \quad (7)$$

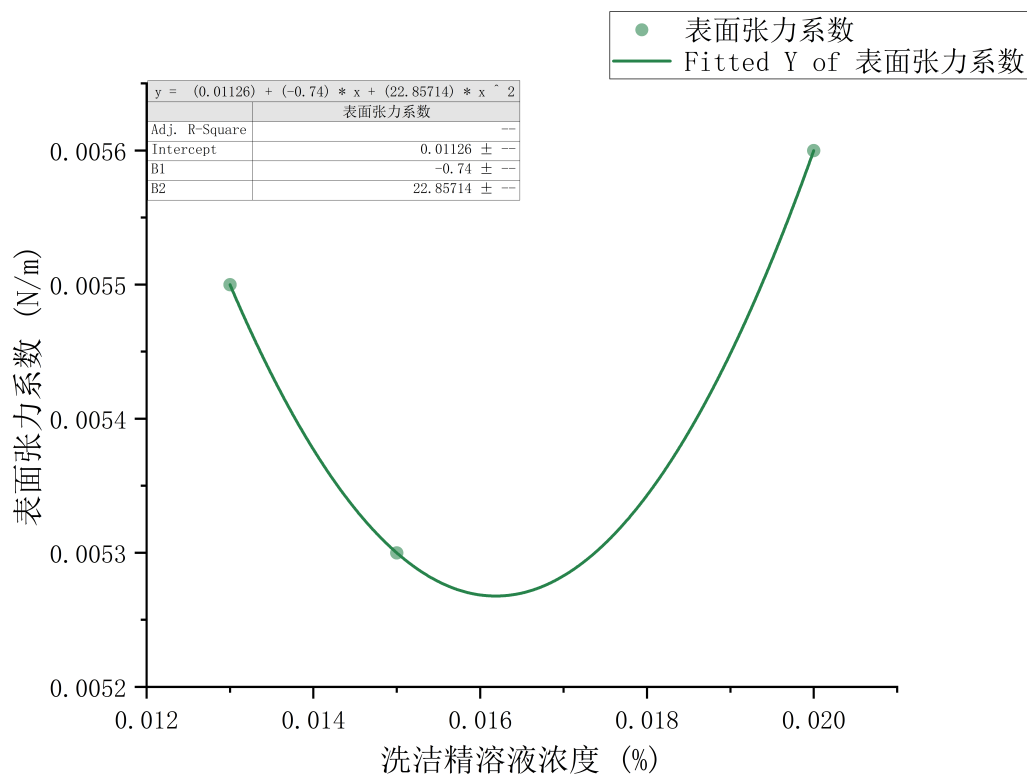


图 3: 洗洁精溶液表面张力系数随溶液体积分数变化图

金属圈直径测量的 A 类不确定度为:

$$\begin{aligned}
 u_{A,d} &= \frac{\sigma_l}{\sqrt{3}} \\
 &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 (d_i - \bar{d})^2}{3(3-1)}} \\
 &= \sqrt{\frac{(4.15 - 4.15)^2 + (4.14 - 4.15)^2 + (4.15 - 4.15)^2}{3(3-1)}} \\
 &= 4.08 \times 10^{-3} \text{ cm}
 \end{aligned} \tag{8}$$

查表可知, 当 $p = 0.95, \nu=4$ 时,

$$t_{0.95} = 2.776 \tag{9}$$

则 l, d, s 的 A 类扩展不确定度为:

$$U_{A,l} = t_{0.95} u_{A,l} \tag{10}$$

$$= 2.776 \times 0.018 \text{ cm} \tag{11}$$

$$= 0.045 \text{ cm} \quad (p = 0.95)$$

$$U_{A,d} = t_{0.95} u_{A,d} \tag{12}$$

$$= 2.776 \times 4.08 \times 10^{-3} \text{ cm} \tag{13}$$

$$= 0.011 \text{ cm} \quad (p = 0.95)$$

游标卡尺最大允差为 $\Delta_{\text{app}} = 0.1 \text{ mm}$, 置信系数 $C = \sqrt{3}$, 则 l 的 B 类不确定度为:

$$u_{B,l} = \frac{\Delta_{\text{app},1}}{C_1} \quad (14)$$

$$= \frac{0.1 \text{ mm}}{\sqrt{3}} \quad (15)$$

$$= 0.058 \text{ mm}$$

钢板尺最大允差为 $\Delta_{\text{app}} = 0.15 \text{ mm}$, 置信系数 $C = 3$, 则 l 的 B 类不确定度为:

$$u_{B,d} = \frac{\Delta_{\text{app},2}}{C_2} \quad (16)$$

$$= \frac{0.15 \text{ mm}}{3} \quad (17)$$

$$= 0.05 \text{ mm}$$

查表可知, 当 $p = 0.95$ 时,

$$k_{0.95} = 1.960 \quad (18)$$

故拉伸长度测量的 B 类扩展不确定度为:

$$U_{B,l} = k_{0.95} u_{B,l} \quad (19)$$

$$= 1.960 \times 0.058 \text{ mm} \quad (20)$$

$$= 0.0113 \text{ cm} \quad (p = 0.95)$$

金属圈直径与金属框间距测量的 B 类扩展不确定度为:

$$U_{B,d} = k_{0.95} u_{B,d} \quad (21)$$

$$= 1.960 \times 0.05 \text{ mm} \quad (22)$$

$$= 0.0098 \text{ cm}$$

综上所述, 长度测量的合成不确定度分别为:

$$U_l = \sqrt{U_{A,l}^2 + U_{B,l}^2} \quad (23)$$

$$= \sqrt{0.045^2 + 0.0113^2} \quad (24)$$

$$= 0.046 \text{ cm} \quad (p = 0.95)$$

$$U_d = \sqrt{U_{A,d}^2 + U_{B,d}^2} \quad (25)$$

$$= \sqrt{0.011^2 + 0.0098^2} \quad (26)$$

$$= 0.015 \text{ cm} \quad (p = 0.95)$$

对弹簧劲度系数进行最小二乘估计时, 从图中所给数据可读出相关系数 $r = 0.9993$, 则不确定度为:

$$u_k = \hat{k} \sqrt{\frac{1/r^2 - 1}{n - 2}} \quad (27)$$

$$= 0.01209 \times \sqrt{\frac{1/0.9993^2 - 1}{10 - 2}}$$

$$= 1.6 \times 10^{-4} \text{ N/m}$$

查表可知, 当 $p = 0.95, \nu = 8$ 时,

$$t_{0.95} = 2.306 \quad (28)$$

故其扩展不确定度为:

$$\begin{aligned} U_k &= t_{0.95} u_k \\ &= 2.306 \times 1.6 \times 10^{-4} \text{ N/m} \\ &= 3.69 \times 10^{-4} \text{ N/m} \quad (p = 0.95) \end{aligned} \quad (29)$$

根据不确定度传递公式可知:

$$\begin{aligned} \frac{U_\sigma}{\sigma} &= \sqrt{\left(\frac{U_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{U_k}{k}\right)^2 + 4\left(\frac{U_d}{d}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{0.046}{2.93}\right)^2 + \left(\frac{3.69 \times 10^{-4}}{0.1209}\right)^2 + 4\left(\frac{0.015}{4.15}\right)^2} \\ &= 0.018 \quad (p = 0.95) \end{aligned} \quad (30)$$

故最终自来水表面张力系数的不确定度及最终测量结果为:

$$\begin{aligned} U_\sigma &= 0.0031 \text{ N/m} \\ \sigma &= (0.174 \pm 0.0031) \text{ N/m} \quad (p = 0.95) \end{aligned} \quad (31)$$

4.2 误差分析与讨论

误差分析 由于未能获得较为权威的表面张力系数标准值, 故无从得知本实验所测得的表面张力系数数值是否准确. 但从操作与测定方法的角度入手, 在我看来, 本实验中误差产生的可能原因有如下几点:

1. 测定锥形弹簧的劲度系数时, 可能由于砝码放置不够均匀, 导致砝码的重力并非作用于弹簧中心, 而是相对于弹簧中轴线产生了一定的扭转力矩, 这可能会对弹簧的伸长产生影响, 从而造成劲度系数测量出现误差.
2. 砝码年代久远, 存在少许生锈情况, 这即表明砝码的质量不够精确, 而在实验中我们并没有对砝码的质量进行标定.
3. 测定金属圈完全浸没在液体中时, 由于操作者对于装置的不熟悉, 对于烧杯位置的放置可能存在一些不妥之处, 这带来了初始弹簧伸长量的测量误差.
4. 在将金属圈拉脱时, 由于操作者对于托盘底部旋钮以及金属杆旋钮操作的不熟悉, 以及调整托盘高度后, 刻度线位置的变化具有一定的滞后性, 拉脱时的弹簧长度测量存在一定误差.
5. 用于测量的金属杆由于年限久远, 可能出现了生锈情况, 影响了长度的测量.
6. 实验过程中, 由于实验者本人视力缺陷, 对于长度测量的读数可能存在一定误差.
7. 在测量洗洁精溶液的表面张力系数时, 由于洗洁精的表面张力系数较小, 在进行拉脱时阻力较小, 不易察觉, 实验者在拉脱后可能又将金属杆上调了一小段距离, 产生了误差.
8. 在探究洗洁精溶液浓度对于表面张力系数的影响时, 由于本人实验完成较晚, 没有洗洁精原液进行配置, 因而选用了其他同学配置的浓度已知的稀溶液, 从而导致洗洁精溶液浓度较低, 这可能带来比较大的误差.

思考题讨论

1. 焦利氏秤自带的三线对齐结构, 能够较好的保证锥形弹簧下端位置固定, 这样弹簧上端的移动就可以较精确的反映弹簧的拉伸长度. 焦利氏秤的玻璃管刻度线较为精确, 这在一定程度上减少了可能产生的误差. 同时, 焦利氏秤的金属杆结构将拉脱和测量这两个操作合二为一, 降低了实验的操作难度.

2. 锥形弹簧能够消除弹簧自身重量对实验测量的影响, 原因如下:

弹簧受力平衡时, 对距离弹簧上端 x 处的一段长为 dx 的线元, 其受力平衡方程可写为:

$$gdm = k(x - x_0) \quad (32)$$

$$dm = Sdx \quad (33)$$

锥形弹簧的横截面积 S 随 x 增大而线性增加, 这保证了劲度系数 k 处处相同, 从而消除了弹簧自重的影响.

3. (a) 应注意在拉脱时, 时刻保证三线合一, 这是在本实验中减小误差最关键的因素.
(b) 应注意尽量保证金属杆的示数在 1 cm 4 cm 范围内, 因这一范围内的金属杆使用较为频繁, 不易生锈, 数据较为精确.
(c) 应注意在进行拉脱时, 应将金属盘挂在弹簧下端, 以保证与测量劲度系数时的情形一致.
(d) 应注意测量初始读书时, 应保证金属圈 (金属框) 完全浸没在液体中, 或是在空气中, 但这种情况下需要将金属圈浸湿.