

高温作业专用服装设计

摘要

在平时的生产活动中，高温环境容易影响人体的生理及心理状态，在这种环境下工作，除了会影响工作效率外，更会引发各种意外和危险。高温作业专用服装通过各层织物的保护和降温，对人体能起到很好的保护作用，本文基于一定的环境温度下，通过对高温环境下热量经过热防护服传导到假人皮肤的整个热传导模型的分析 and 建立，提出关于热防护服在热防护设计上的一些可行性建议。

针对问题一，对于环境温度为 75°C 、II 层厚度为 6mm 、IV 层厚度为 5mm 、工作时间为 90 分钟的情形。首先，我们对这 5400 秒内皮肤温度的变化情况进行分析得出在这段时间内皮肤的温度变化情况符合 *logistics* 模型的模型特征的结论，通过对其中参数的求解得到关于皮肤温度变化的二维分布图，然后通过建立防护服不同编织材料间的传导模型和第 IV 到皮肤层的传导过程建立热传导偏微分方程模型，运用差分法的思想，利用 *matlab* 软件再次绘制出整个传热模型过程的热防护服各层材料的二维分布图。最后对这两个模型进行比较。其中 *logistics* 模型的相对误差平均值 E_1 为 0.1249126% ，热传导偏微分方程模型的相对误差平均值 E_2 为 0.6579925% ，两个模型平均相对误差均较小，说明建立的模型有效准确。最后我们通过方程求解将温度随时间的分布结果存储在 *excel* 文件中。

针对问题二，因为我们已经求出了热防护服中的热传递微分方程模型，只需要将环境温度 65°C 、IV 层的厚度 5.5mm 和其他层织物材料的参数代进去，通过调整 II 层的厚度，使得皮肤外侧温度满足不超过 47°C ，且超过 44°C 的时间不超过 5 分钟的条件即可，在其中我们运用了穷举法的思想，通过遍历 II 层的厚度，让其在满足温度限制条件求出 II 层的最小厚度。通过计算我们得到 II 层的最小厚度为 8.2mm 。

针对问题三，为了确定 II 层和 IV 层的最优厚度，我们首先需要确定舒适性评价体系来评价最优厚度的程度，在建立厚度型指标和重量型指标两个舒适性评价指标后，我们运用层次分析法得到两个评价性指标所对应的权重，确定厚度型指标和重量型指标所占权重分别为 0.333 和 0.667 ，在计算舒适性评价得分的时候我们对这两个指标进行加权处理，在加权过程中我们进行指标数值量纲化处理以消除量纲的影响，由于空气层的密度较小，II 层的厚度较大，所以在满足温度限制条件的情况下，当空气层所占总厚度比例更大时总模型的重量越小，当 II 层所占总厚度比例更大时总模型的重量越大，所以，在这两个极限条件下，我们可以在中间通过穷举 II 层和 IV 层的厚度来寻求最优解，在满足温度条件的限制下我们得出 II 层和 IV 层的最优厚度分别 16.9mm 和 1mm 。

关键字：热传导偏微分方程模型 *logistics* 模型 差分法 穷举法 舒适性评价体系

一、问题的提出

1.1 问题的背景

热防护服装加强热功能保护材料和服装的研究是国家安全发展和振兴纺织产业的重要举措之一。当前,对于热防护材料的防护性能评价主要是依靠大量的热防护性能的测试,通过材料的热防护性能值作为评价材料防护性能好坏的标准.大量的以高温作业环境为基础的实验测试,无法重复且耗费成本巨大,造成了不必要的资源浪费.因此,建立高温环境下热防护服装的热设计模型,并且结合皮肤模型给出人体皮肤热损伤程度的评估,为热防护服装的设计提供理论依据显得十分必要。

1.2 问题的重述

在高温环境下工作时,人们需要穿着专用服装以避免灼伤。专用服装通常由三层织物材料构成,记为 I、II、III 层,其中 I 层与外界环境接触,III 层与皮肤之间还存在空隙,将此空隙记为 IV 层。

为设计专用服装,将体内温度控制在 37°C 的假人放置在实验室的高温环境中,测量假人皮肤外侧的温度。为了降低研发成本、缩短研发周期,请你们利用数学模型来确定假人皮肤外侧的温度变化情况,并解决以下问题:

(1) 专用服装材料的某些参数值由附件 1 给出,对环境温度为 75°C 、II 层厚度为 6 mm、IV 层厚度为 5 mm、工作时间为 90 分钟的情形开展实验,测量得到假人皮肤外侧的温度(见附件 2)。建立数学模型,计算温度分布,并生成温度分布的 Excel 文件(文件名为 problem1.xlsx)。

(2) 当环境温度为 65°C 、IV 层的厚度为 5.5mm 时,确定 II 层的最优厚度,确保工作 60 分钟时,假人皮肤外侧温度不超过 47°C ,且超过 44°C 的时间不超过 5 分钟。

(3) 当环境温度为 80 时,确定 II 层和 IV 层的最优厚度,确保工作 30 分钟时,假人皮肤外侧温度不超过 47°C ,且超过 44°C 的时间不超过 5 分钟。

二、问题的分析

2.1 问题一

在环境温度为 75°C 、II 层厚度为 6 mm、IV 层厚度为 5 mm、工作时间为 90 分钟的情形下,对附件 1 的数据进行分析,因为温度与温差有关一开始热量没传进来,温差变大,会斜率会上升,然后到了中间的时候温差慢慢变小,斜率逐渐减小,最后趋向于某

个值这种 S 形的模型可以使用 logistic 模型去拟合，且经过验证，这段时间内皮肤的温度变化情况符合 logistics 模型的模型特征，对误差平均值为 0.1249126%，利用 logistics 模型的表达公式，我们可以算出在每个时间点上皮肤外侧对应的温度，每个时间点上皮肤外侧对应的温度附在 excel 文件 problem1.xlsx 中。再接着接着我们建立防护服不同编织材料间的传导模型和第 IV 到皮肤层的传导过程建立热传导偏微分方程模型，从而预测出相邻两层分界面的的温度变化曲线。我们使用了差分法去求解偏微分方程，即把织物切割成一个个很小的微元，假设每个微元内部温度是相同的，通过迭代的方法从而解除偏微分方程的数值解但是这种方法需要这个微元取得很小，但是这种方法最终收敛也需要一定条件，综合这两个条件，加入每一层的微元大小都是相同的，由于收敛的条件，这样的微元就不能取得很小，针对这个问题，我们使得每层分割的微元大小不一样，我们通过收敛的条件计算出微元大小的取值范围，最终在这个取值范围内选取一个最优的大小。

2.2 问题二

第二问我们采用的是热传递微分方程去模拟出隔层的温度数字，通过遍历法第二层的厚度，再通过模拟的程序得出最终的温度曲线。在现实生活中，厚度是一个连续的量，但是在一定误差范围内，我们可以在厚度的数轴上取一些离散的点，以这些点代表它的邻域的答案。遍历法可以极大的简化求解过程，不需要去真正的解出微分方程也可以获取温度曲线的大致情况。但是这种做法不能做得绝对的精确，只可以做出一个相对精确的值。但是通过分析得出，厚度越大，在稳态的时候温度会越低，经过实验可以验证这个结论。于是我们可以使用二分答案的方法，不断的尝试对应的厚度，如果发现当前厚度不符合题目描述的温度要求“假人皮肤外侧温度不超过 47°C ，且超过 44°C 的时间不超过 5 分钟”，则我们尝试更大的厚度，否则尝试更小的厚度，直到找到一个厚度的临界点，取恰好满足题目条件的最小的厚度。而尝试的点取在答案可能所在区间的中点。二分答案的方法可以减少尝试的次数，但依然具有遍历法的优缺点

2.3 问题三

首先由第二问可知热防护服中的热传递微分方程模型具有很强的实际意义和准确性，因此，可以继续通过此模型求解出符合条件的解的范围。接着为了确定最优解，需要建立一个舒适性评价体系标准来确立出最后的最优解，结合实际的意义，主要从重量和厚度两个因素去衡量性能，因此建立厚度型指标和重量型指标这两个评价性指标，再运用层次分析法得到两个评价性指标所对应的权重，确定厚度型指标和重量型指标所占权重。进而穷举每一个解计算舒适性评价得分，在计算舒适性评价得分的时候对这两个指标进行加权处理，在加权过程中进行指标数值无量纲化处理以消除量纲的影响，由于空气层的密度较小，II 层的厚度较大，所以在满足温度限制条件的情况下，当空气层所

占总厚度比列（比例）更大时总模型的重量越小，当Ⅱ层所占总质量比列（比例）更大时总模型的厚度越小，所以，在这两个极限条件下，我们可以在中间通过遍历Ⅱ层和Ⅳ层的厚度来寻求最优解，在满足温度条件的限制下我们得出Ⅱ层和Ⅳ层的最优厚度。

三、模型假设

1. 热传递过程中，织物的结构几乎不变；
2. 热传递的过程沿垂直于皮肤方向进行，可视为一维的；
3. 防护服装的织物材料是各项同性的；
4. 热传递仅考虑热辐射、热传导的传热，忽略水汽等的影响，不考虑湿传递；
5. 假设热防护织物没有发生熔融或者分解；
6. 气层的厚度值不超过 6.4 mm，热对流影响小，因而不考虑热对流；
7. 织物层之间、织物与空气层之间、空气层与皮肤之间的温度分布都是连续变化的，但温度梯度是跳跃的；

四、符号说明

符号	意义
r	增长率
e_i	相对误差的平均值
T	温度
x	距离
l	厚度
t	时间
ρ	密度
c	比热
λ	热传导率
T	厚度型指标
H	重量型指标

五、模型的建立和求解

5.1 问题一

5.1.1 logistics 模型的说明和建立

通过对这 5400 秒内皮肤温度的变化情况进行分析得出，在这段时间内皮肤温度的变化符合 logistics 模型的特点，温度变化情况如下图所示：

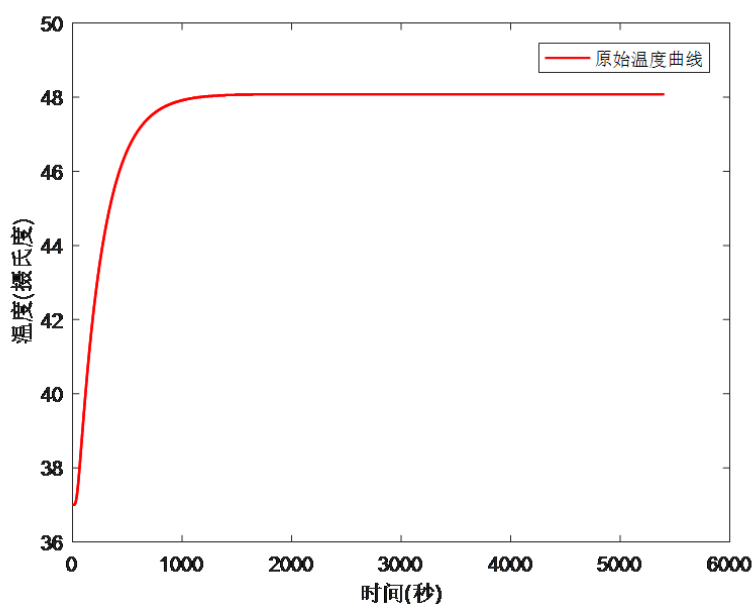


图 1

因此我们可以用 *logistics* 模型来建立皮肤温度随时间的二维变化模型。受到自然资源、环境条件等因素对人口增长的阻滞作用的启发，由于随着皮肤温度的逐渐增高，皮肤和外界温度的温度差逐渐降低，因此皮肤的温度变化率在不断减少，因此利用类比的思想，将人口阻滞增长模型 (*logistic* 模型) 应用到此处皮肤温度随时间的变化模型。由于 *logistic* 模型在数学模型中比较常见，因此在这里只做简单的介绍。阻滞增长模型 (*logistic* 模型) 阻滞增长模型的原理：阻滞增长模型是考虑到自然资源、环境条件等因素对人口增长的阻滞作用，对指数增长模型的基本假设进行修改后得到的。阻滞作用体现在对人口增长率的影响上，使得随着人口数量的增加而下降。若将表示为的函数。则它应是减函数。于是有：

$$\frac{dx}{dt} = r(x)x, \quad x(0) = x_0$$

对 $r(x)$ 的一个最简单的假定是，设 $r(x)$ 为 x 的线性函数，即：

$$r(x) = r - sx (r > 0, \quad s > 0)$$

设自然资源和环境条件所能容纳的最大人口数量 x_m ，当 $x = x_m$ 时人口不再增长，即增长率 $r(x_m)$ ，代入 (2) 式得 $s = \frac{r}{x_m}$ ，于是 (2) 式为：

$$r(x) = r(1 - \frac{x}{x_m})$$

将 (3) 代入方程 (1) 得：

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = rx(1 - \frac{x}{x_m}) \\ x(0) = x_0 \end{cases}$$

图 2

解得：

$$x(t) = \frac{x_m}{(1 + (\frac{x_m}{x_0} - 1)e^{-rt})}$$

5.1.2 logistics 模型的求解

由题意的，我们得知原始皮肤温度为 37.00 °C，皮肤温度最终由于和体内散热达到一个热平衡从而最终达到 48.08 °C 的稳定状态，因此根据 logistics 模型可以算出：

$$r=0.0042$$

$$X_m = 48.0959$$

用 logistics 模型拟合皮肤温度变化曲线后的效果如下图所示：

其中红色线表示实际的皮肤层温度变化曲线，青色线表示模拟预测的皮肤层温度变化曲线，因此，关于在热防护服保护下的皮肤温度变化模型如下：

$$x(t) = \frac{x_m}{(1 + (\frac{x_m}{x_0} - 1)e^{-rt})} \quad (1)$$

$$= \frac{48.0959}{(1 + (\frac{48.0959}{x_0} - 1)e^{-0.0042t})} \quad (2)$$

通过 logistics 模型拟合预测和实际温度的对比可知，因为相对误差指的是测量所造成

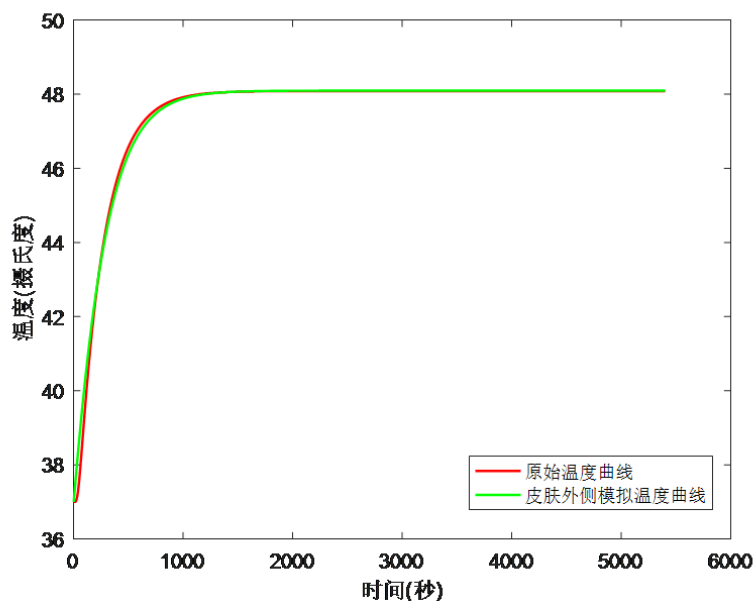


图 3

的绝对误差与被测量（约定）真值之比乘以 100% 所得的数值，以百分数表示。一般来说，相对误差更能反映测量的可信程度，所以我们可以利用 *logistics* 模型拟合预测数据值和实际温度的相对误差的平均值作为模型效果好坏的评价指标，在 *logistics* 模型中，该相对误差平均值为：

$$E_1 = 0.1249126$$

因为 *logistics* 模型的模拟数值和实际测量数值的相对误差平均值为 0.1249126，此值相对来说比较小，因此说明 *logistics* 模型的拟合效果是很优越的。利用 *logistics* 模型的表达式，我们可以算出在每个时间点上皮肤外侧对应的温度，每个时间点上皮肤外侧对应的温度附在 excel 文件 problem1.xlsx 中 logistic 模型模拟预测所在的列，具体详见附件 problem1.xlsx。

5.1.3 热防护服中的热传递微分方程模型的建立

1. 模型的分析

对包含 I 层，II 层，III 层的三层防火材料、皮肤及最靠近皮肤层的空气层也就是 IV 层组成的系统，我们可以给出系统各层热传递微分方程以及初边值条件，建立高温条件下多层热防护服的热传递模型。

2. 模型假设与建立

图 4 是热防护服-空气-皮肤间的空气层中组成的系统，其中，热防护服包括 I 层，II

层，III 层共 3 层织物结构。织物和皮肤间的空气层厚度在 6.4 mm 以内。人体的皮肤结构也可分为 3 层，由外而内依次为表皮、真皮和皮下组织。为了简化计算，我们把皮肤结构的三层组织统一命名为皮肤层，系统示意图如下：

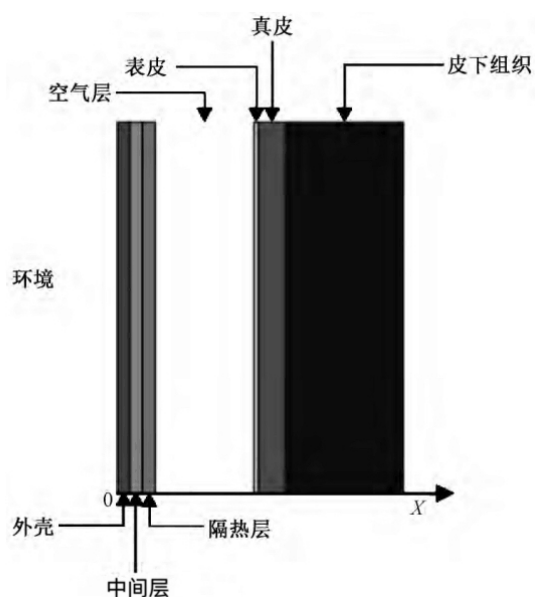


图 4

3. 热防护服中的热传递微分方程模型的建立

对于传统的一维非稳态导热问题，具体的微分方程分析如下：

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = 0 & (0 \leq x \leq L) \\ T(x, 0) = 0 \\ T(0, t) = 1, T(L, t) = 0 \\ L = 1, \alpha = 1 \end{cases}$$

• 方程离散化

对方程进行控制体积分得到：

$$\begin{aligned} \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx dt &= \frac{1}{\alpha} \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \frac{\partial T}{\partial t} dx dt \\ \int_t^{t+\Delta t} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_e - \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_w \right] dt &= \frac{1}{\alpha} \int_w^e (T^{t+\Delta t} - T^t) dx \\ \int_w^e (T^{t+\Delta t} - T^t) dx &= (T_p^{t+\Delta t} - T_p^t) \Delta x \end{aligned}$$

扩散项：选取一阶导数随时间做显示变化，有

$$\int_t^{t+\Delta t} [(\frac{\partial T}{\partial x})_e - (\frac{\partial T}{\partial x})_w] dt = [(\frac{\partial T}{\partial x})_e^t - (\frac{\partial T}{\partial x})_w^t] \Delta t$$

进一步取 T 随 x 呈分段线性变化，有 整理可以得到总的离散方程为：

$$(\frac{\partial T}{\partial x})_e = \frac{T_E - T_P}{(\delta x)_e}, \quad (\frac{\partial T}{\partial x})_w = \frac{T_P - T_W}{(\delta x)_w}$$

$$\frac{1}{\alpha} \frac{T_E^{t+\Delta t} - T_P^t}{\Delta t} = \frac{T_E^t - 2T_P^t + T_W^t}{\Delta x^2}$$

- 计算空间和时间步长

取空间步长为：

$$h = \frac{L}{n}$$

网格 Fourier 数为：

$$F_0 = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} (\text{小于 } 0.5 \text{ 时稳定})$$

时间步长为：

$$n = F_0 \frac{h^2}{\alpha}$$

- 建立温度矩阵与边界条件

$$T = \text{ones}(N + 1, M + 1)$$

$$T(:, 1) = Ti(\text{初始条件温度都为 } 0)$$

$$T(1, :) = To(\text{边界条件 } x=0 \text{ 处温度为 } 1)$$

$$T(N + 1, :) = Te(\text{边界条件 } x=L \text{ 处温度为 } 0)$$

- 差分法求解温度

$$T_E^{t+\Delta t} = F_0(T_E^t - 2T_P^t + T_W^t) - T_P^t$$

转化为相应的温度矩阵形式：

$$T(m, k + 1) = F_0 * [T(m + 1, k) + T(m - 1, k) - 2 * T(m, k)] + T(m, k)$$

4. 模型的求解

在对数据进行模拟的过程中，由于所给数据集中缺少皮肤层中关于密度 (kg/m^3)，比热 ($\text{J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$)，热传导率 ($\text{W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$)，厚度 (mm) 的数据，经过资料查询与验证，我们得知皮肤层中密度 (kg/m^3)，比热 ($\text{J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$)，热传导率 ($\text{W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$) 那个变量的名称平均分别为 $1.06(\text{kg/m}^3)$ ， $4186.0(\text{J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}))$ ， $0.432(\text{W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C}))$ ，但是由于每个人的皮肤层厚度不一致，这种数量级差距因人而异，所以我们利用遍历的思想求得假人皮肤层的平均厚度，通过遍历假人皮肤层厚度的取值，我们可以通过偏微分方程拟合预测出皮肤外侧温度随时间的变化情况并和实际变化情况作出比较，当两者的温度变化曲线非常接近相似时，取此时的假人皮肤层厚度作为假人的平均皮肤层厚度，用过 matlab 编程得到假人平均皮肤层厚度为 78mm ，当假人的平均皮肤层厚度为 78mm 时，得到的图片如下：（代码见附录 chacha）

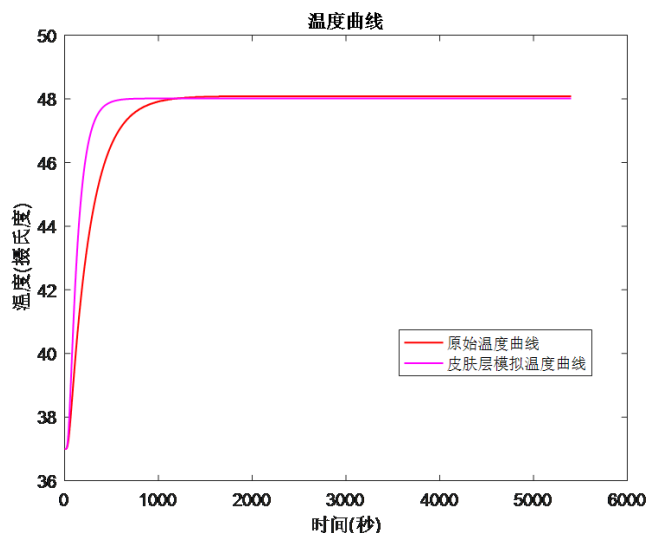


图 5

从图片我们可知原始皮肤外侧温度和实际模拟预测出来的温度变化曲线非常接近，虽然在 1000 秒前因为随着皮肤外侧温度的升高，通过模拟预测出来的值和实际温度的绝对误差在一定程度上逐渐增大，但这是因为热传导率与材料的组成结构、密度、含水率、温度等因素有关。非晶体结构、密度较低的材料，导热系数较小。材料的含水率、温度较低时，导热系数较小。所以在温度逐渐升高的时候，放热服各层的热传导率会改变，而我们的模型假设了热传导率是固定的，从而就会有一定的误差，这个误差会因为热传导率的改变而改变。

其中热传递微分方程模型拟合预测数据值和实际温度的相对误差的平均值为：

$$e_2 = 0.6579925$$

由于计算出来的相对误差值也比较小，所以在一定的误差允许范围内，可以证明我们建立的微分方程是有实际意义并且是相对准确的，其中模拟预测的温度变化值附

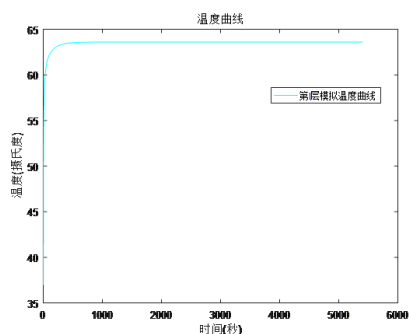


图 6 图一

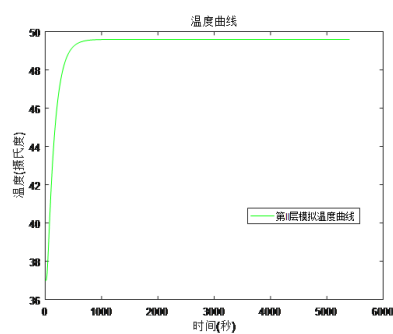


图 7 图二

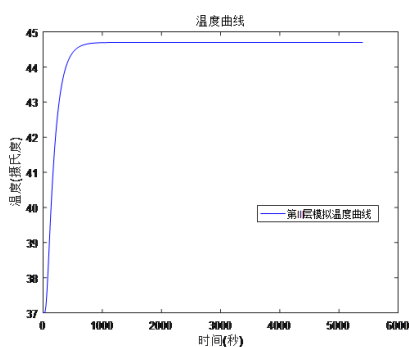


图 8 图一

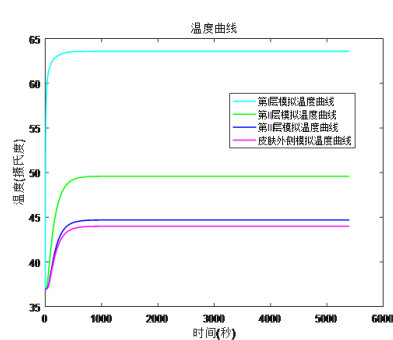


图 9 图二

在 excel 文件 problem1.xlsx 中热传递微分方程模型模拟预测所在的列，由于建立的微分方程具有实际意义并且相对准确，因此在下面的模型分析中，我们将继续使用此模型来分析问题。

5.2 问题二

5.2.1 模型的分析

针对当环境温度为 65°C 、IV 层的厚度为 5.5 mm 时，在确保工作 60 分钟，假人皮肤外侧温度不超过 47°C ，且超过 44°C 的时间不超过 5 分钟的条件下确定 II 层的最优厚度情况，我们利用建模与模拟的方法预测各层温度随时间变化的情况。将环境温度为 65°C 、IV 层的厚度为 5.5 mm 代入原本的环境温度和 IV 层的厚度通过遍历即可寻找到最优解

5.2.2 模型的求解

1. 模型结果求解

根据题意可得，将题目中各层的密度 (kg/m^3)，比热 ($\text{J}/(\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C})$)，热传导率 ($\text{W}/(\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C})$)，厚度 (mm) 等数据代入方程通过 matlab 编程可得各个织物层随时间的变化情况：

2. 结果分析

通过 matlab 软件对模型数值进行拟合和预测可知，I 层，II 层，III 层的温度随时间的变化如下：（代码见附录 chahca）：从图中可以看出，对于厚度 $l=0.6\text{mm}$ 的第一层组织

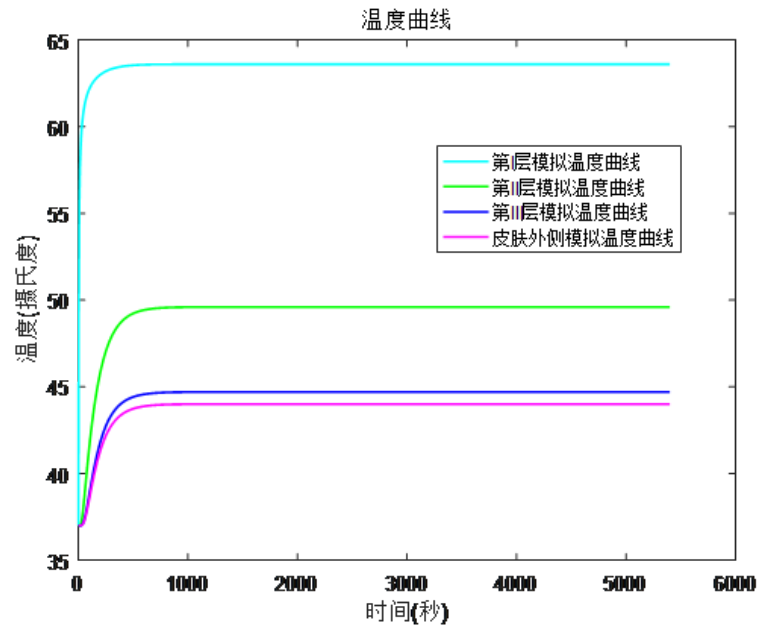


图 10

物，初始时刻 $t=0$ 时温度为 75°C ，边界条件 $x=0.0\text{mm}$ 时， $T=37$ ，边界条件 $x=0.6\text{mm}$ 时， $T=37$ 。随着时间的增加，温度从 $x=0.0\text{mm}$ 通过导热的形式传递到 $x=0.6\text{mm}$ ，不同时刻不同层数不同位置的温度都不同，并且随着时间的增加，各个位置的温度也逐渐增加。并且从图中可以看出，随着 x 的增加，曲线与 x 轴的交点值越大，温度开始传递到该位置的所需的时间越长。随着 x 的增加，温度响应曲线的变化速率越慢，最终的达到的温度也越低。针对题目所给问题，我们对皮肤外侧温度的变化展开分析，随着 II 层厚度的变化，皮肤层温度变化如下图所示：其中，图中竖直黑色参考线代表时间 $t=1500\text{ s}$ 位置的温度瞬态响应，横向黑色参考线代表温度 $t=44^{\circ}\text{C}$ 位置的温度瞬态响应。从图中可以，随着第二层厚度的增加，到达平衡时皮肤外侧的温度

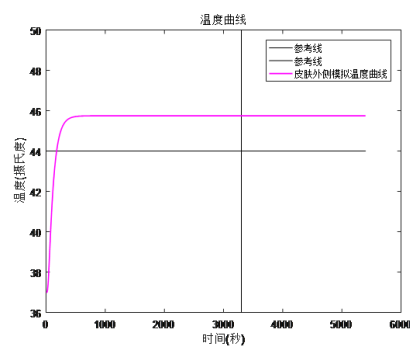


图 11 图一

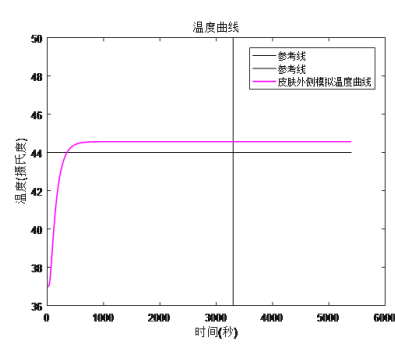


图 12 图二

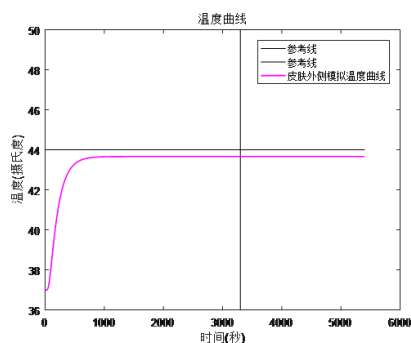


图 13 图一

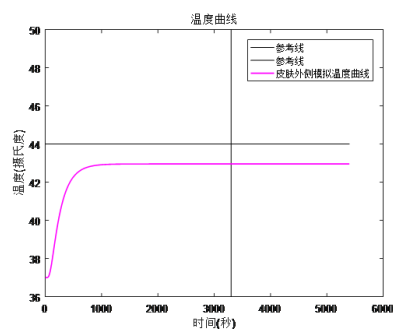


图 14 图二

呈现下降趋势，是因为第二层厚度越高，II 层对热量的吸收量越多，则传导到皮肤外侧的热量越少，所以到达平衡时皮肤外侧的温度呈现下降趋势，这个符合科学依据。运用遍历的思想，因为热防护服各层材料层的厚度一般只能精确到 0.1mm，所以我们以 0.1mm 为单位，在情况二和情况三之间寻找一个最优解厚度，使得当环境温度为 65°C、IV 层的厚度为 5.5 mm，人工作 60 分钟时，假人皮肤外侧温度不超过 47°C，且超过 44°C 的时间不超过 5 分钟。因为在这段距离中只有有限个而且数目较少的可行解情况，所以我们通过列举得出当 II 层的厚度：（最好就是列个表格）

$$L2 = 8.2mm$$

的时候，是符合题意的最优解

5.3 问题三

通过对问题的分析，我们将问题分解为以下步骤，步骤框图如下：

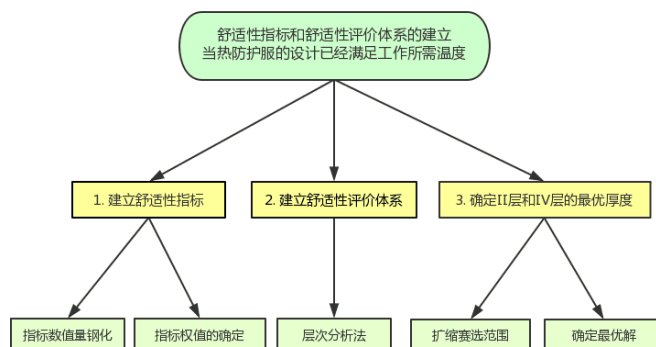


图 15

5.3.1 舒适性指标和舒适性评价体系的建立

当热防护服的设计已经满足工作所需温度条件的情况下，我们也必须考虑到热防护服的舒适性问题，在此我们通过建立舒适性指标和舒适性评价体系来讨论在满足温度条件的限制下求解出当环境温度为 80 °C ，假人工作 30 分钟，皮肤外侧温度不超过 47°C，且超过 44°C 的时间不超过 5 分钟的 II 层和 IV 层的最优厚度。

1. 建立舒适性指标

考虑到背景给出的数据指标比较少，基于实际情况，我们建立的指标分别有重量型指标和厚度型指标

- 厚度型指标的建立：

由于在第三问中变化的只是 II 层和 IV 层的厚度，所以我们对厚度型指标的定义如下：

$$T = l_1 + l_2$$

- 重量型指标的建立：

经过搜寻资料所得，人体的平均皮肤表面积为 $1.16m^2$ ，针对第二问求得各层热防护服材料的厚度、密度，我们可以算出每件热防护服在第二问中每层材料的重量分布如下表：

分层	密度 (kg/m³)	比热 (J/(kg·°C))	热传导率 (W/(m·°C))	厚度 (mm)	体重 (千克)
I 层	300	1377	0.082	0.6	0.2088
II 层	862	2100	0.37	16.7	16.698664
III 层	74.2	1726	0.045	3.6	0.3098592
IV 层	1.18	1005	0.028	3.6	0.00492768
总计				24.5	17.2225088

图 16

根据表格中的数据所得，因为 II 层的密度和厚度相对来说都比较大，所以 II 层的重量以绝对优势超过其他层的重量，因为这种数量级的差距，重量型指标我们只考虑 II 层的重量，重量型指标定义如下：

$$H = \rho * s * l_2$$

- 指标数值量钢化

量钢化也叫离差标准化，是对原始数据的线性变换，使结果映射到 [0, 1] 区间。在构建舒适性评价系统的时候，由于需要用到重量型指标和厚度型指标两个指标，

考虑到这两个指标的量纲问题，在这里运用以下公式对数值进行标准化：

$$X = \frac{x - \min}{\max - \min}$$

其中

$$t = \frac{T - \min_T}{\max_T - \min_T}$$

$$h = \frac{H - \min_H}{\max_H - \min_H}$$

- 建立舒适性评价体系 and 指标权值

在建立舒适性评价体系时，我们采用权值赋值的思想构建评价体系，设重量型指标和厚度型指标对应的权值分别为 w_1 和 w_2 ，则舒适性评价指标

$$Y = w_1 * H + w_2 * T$$

其中，关于重量型指标和厚度型指标对应的权值 w_1 和 w_2 的求解我们利用层次分析法实现，下面简单介绍一下层次分析法的使用：

- 建立层次结构模型。将决策问题分解为两个层次，最上层为目标层 M ，即舒适性评价体系；最下层为准则层，即重量型指标和厚度型指标两个指标：

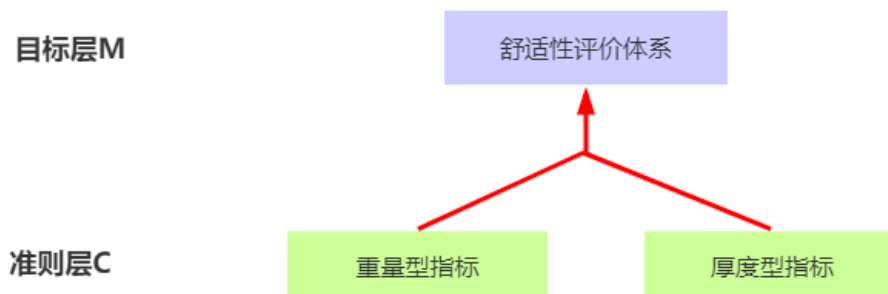


图 17

- 模型求解

构造判断矩阵 $M-C$ ：将基准层 C 中两个元素厚度型指标 C_1 ，重量型指标 C_2 两两比较，得成对比较矩阵。

我们可以得到舒适性评价体系中的舒适性评价得分

$$F = w_1 * t + w_2 * h$$

2. 确定 II 层和 IV 层的最优厚度

M _i	C1	C2
C1	1	2
C2	0.5	1

表 1 比较矩阵

求解 M-C 的特征值，易解得 $\lambda_{\max}=2.0$ ，且权重向量 $\omega_i=(0.333,0.667)$ ， $i=1,2$

由公式 $CI=\frac{\lambda_{\max}-n}{n-1}$ ，于是根据 $CR=\frac{CI}{RI}$ ，计算得到 $CR=0.0$ ，通过了一致性检验。

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
RI	0	0.58	0.90	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45	1.49

表 2n 与 RI 的关系

- 当总模型的厚度最小时：

由于 II 层的密度远大于空气层 IV 层的密度，所以当空气层 IV 层的厚度最小，但是 II 层的厚度恰能使温度条件限制满足题目条件时，总模型的厚度最小，此时也即是

$$L4 = 0.6mm$$

代入模型通过 matlab 软件跑出来的此刻 II 层的最小厚度

$$L2 = 17.1mm$$

- 当总模型的重量最小时：

同理，由于空气层 IV 层的密度远大于 II 层的密度，所以当 II 层的质量最小，但是空气层 IV 层的厚度恰能使温度条件限制满足题目条件时，总模型的重量最小，此时也即是

$$L2 = 16.4mm$$

代入模型通过 matlab 软件跑出来的此刻 II 层的最小厚度

$$L2 = 6.4mm$$

所以，在指标数值量钢化的过程中，重量型指标和厚度型指标两个指标的最大最小值分别为

$$max_H = 17.62KG$$

$$min_H = 16.93KG$$

$$max_T = 27mm$$

$$\min_T = 21.8mm$$

所以在 II 层厚度为 16.4mm-17.1mm，空气层 IV 层厚度为 0.6mm-6.4mm 的过程中我们通过穷举法，得到几个在这段区间内的有效解，也即是在符合温度条件限制的前提下，得到全部在该范围内的有效解，通过比较舒适性得分大小得到当环境温度为 80 时，工作 30 分钟，假人皮肤外侧温度不超过 47°C，且超过 44°C 的时间不超过 5 分钟时 II 层和 IV 层的最优厚度，对比表格如下：

厚度2	16.4	16.5	16.6	16.7	16.8	16.9	17	17.1
厚度4	6.4	6.4	2.9	2.9	2.4	1	0.6	0.6
花费	0.666667	0.727652829	0.337612797	0.398598626	0.395152189	0.275727674	0.28516769	0.346154

图 18

由表格得，所以该问题的最优解即为：

$$L2 = 16.9mm \quad L4 = 1mm$$

六、模型分析

6.1 模型优点分析

1. 运用 logistics 模型来求解曾“S”型现状特征的变化曲线规律，对于具有微分方程性质的特征曲线，用该模型拟合具有较高的拟合度，拟合效果优越，拟合预测结果可信度较强。同时回归分析法在分析多因素模型时，更加简单和方便；运用回归模型，只要采用的模型和数据相同，通过标准的统计方法可以计算出唯一的结果。
2. 运用 logistics 模型来求解曾“S”型现状特征的变化曲线规律，对于具有微分方程性质的特征曲线，用该模型拟合具有较高的拟合度，拟合效果优越，拟合预测结果可信度较强。同时回归分析法在分析多因素模型时，更加简单和方便；运用回归模型，只要采用的模型和数据相同，通过标准的统计方法可以计算出唯一的结果。
3. 热传递微分方程模型优点分析：由于在热传递微分方程模型的求解过程中我们用到了差分法求解温度，在运用差分法时有一个限制，那就是这种方法需要 $F0 \leq 0.5$ ，如果统一用同一个 δx 的话， δx 会比较大，如果要使 δx 变小，就要让 δt 变小，而 δx 是二次方， δt 是一次方，所以 δt 缩小到 n 分之一的时候， δx 需要变小到 n 的平方分之一，时间复杂度为 $O(num_x * num_t)$ ，当 δx 缩小到 n 分之一的时候，时间就会变成原来的 n 倍，使得运算时间变得很大，于是我们就让不同的层拥有不同的 δx ，这种方法得实现我们通过解方程得出 δx 在使

其满足 $F_0 \leq 0.5$ 的下限，将其代入方程使得整个运行的过程所需的时间降低至最低，大大加快了运行速度。

4. 利用微分方程思想，我们可以把所刻画的系统必须能用平均场近似，即把一个复杂的多体系统的演化，依据处于其中的局域的研究对象所接收的综合信息来表征的近似手段。采用了取了积分，作用到局部的一个对象上使问题变得更简化，也即降低了所研究问题的维度，采用微分方程来刻画系统的热力学也就越不失真。
5. 遍历法的优点是：遍历是指沿着某条搜索的路线使用离散的点去近似代替连续的变量，通过遍历变量的每个取值，这种方法操作简单，可实行度高，在不同精度的要求下可以调节运算的效率。

6.2 模型缺点分析

1. 在模型的分析中，由于求解热传递微分方程模型的需要，我们运用到差分法的思想，但是由于差分法本身具有一定得限制，这会给实验结果带来一定的实验误差。
2. 层次分析法不能为决策提供新方案层次分析法的作用是从备选方案中选择较优者。这个作用正好说明了层次分析法只能从原有方案中进行选取，而不能为决策者提供解决问题的新方案。这样，我们在应用层次分析法的时候，可能就会有这样一个情况，就是我们自身的创造能力不够，造成了我们尽管在我们想出来的众多方案里选了一个最好的出来，但其效果仍然不够人家企业所做出来的效果好。

6.3 模型推广性分析

由于此题是经典的热力学热传导问题，所以此模型实用性很强，可以使用在人们衣食住行等各个方面：

1. 根据模型结合生活实际，例如针对北方穿衣顺序指导，最好的使散热功率降低的方法适合，把主要成分是羊毛和聚酯纤维的一类导热系数较低的风衣穿在里面，把主要成分是棉的一类导热系数较高的风衣穿在外面，能达到更好的保暖效果
2. 在建筑方面，木质构建筑具有较好的保暖效果，在住宅单元的使用寿命内具有大大降低采暖和制冷费用的潜力。农村自住底层小楼房可以在顶层建筑物的天台铺盖一层导热系数很低的泡沫之类的材料可以隔热

七、参考文献

参考文献

- [1] 卢琳珍, 徐定华, 徐映红. 应用三层热防护服热传递改进模型的皮肤烧伤度预测 [D] 浙江理工大学上海财经大学 2017
- [2] 史策. 热传导方程有限差分法的 MATLAB 实现 [A] 西安建筑科技大学 2009
- [3] 潘斌. 热防护服热传递数学建模及参数决定反问题浙江理工大学学位论文 2016
- [4] 小区开放对道路通行的影响, 2016 年数模国赛优秀论文
- [5] <https://baike.baidu.com/item/%E9%81%8D%E5%8E%86> 遍历思想

附录 A 排队算法—matlab 源程序

```
clear
clc
fid=fopen('温度.txt','r');
x=fscanf(fid,'%f',5401);
x=nonzeros(x');
t=[0:5400]';
plot(t,x,'red');
hold on;
t0=t(1);x0=x(1);
fun = @(cs,td)cs(1)./(1+(cs(1)/x0-1)*exp(-cs(2)*(td-t0)));
cs=lsqcurvefit(fun,rand(2,1),t(2:end),x(2:end),zeros(2,1)) %求logistic模型参数
xhat = fun(cs,[t;5401])
plot(xhat,'green');
```

```
clc,clear
P=[1.0000 2;
0.5 1.0000];
[L,G]=eig(P);
w=L(:,1)/sum(L(:,1))
max=max(eig(P))
n=size(P);
n=size(P);
CI=(max-2)/(2-1);
```

```
clear
clc
```

```

fid=fopen('温度.txt','r');

x=fscanf(fid,'%f',5401);
x=nonzeros(x');

t=[0:5400]';

%set parameter
num_yawer=5;
total_time=5400;
out_temperature=65;
in_temperature=37.00;
density=[300.0, 862.0, 74.2, 1.18,1.06];
specific_heat_capacity=[1377.0, 2100.0, 1726.0, 1005.0,4186.0];
thermal_conductivity=[0.082, 0.37, 0.045, 0.028,0.432];
thickness=[0.6*0.001, 8.2*0.001,3.6*0.001, 5.5*0.001,78*0.001];
num_t=total_time*10.0;

sum_thickness(1)=thickness(1);
for i=2:num_yawer
sum_thickness(i)=sum_thickness(i-1)+thickness(i); %计算每一层的交界处的坐标
end
delta_t=total_time/num_t;

yawer4_num=0;
num_x=0;
for i=1:num_yawer
aa(i)=thermal_conductivity(i)/(density(i)*specific_heat_capacity(i));
delta_x(i)=sqrt((aa(i)*delta_t)/0.5); %计算delta_x
F0(i)=(aa(i)*delta_t)/(delta_x(i)*delta_x(i)); %计算F0
num_x=num_x+(thickness(i)/delta_x(i)); %计算分界面位置
yawer_num(i)=ceil(num_x); %计算分界面的下标

end

delta_x=sum_thickness/num_x;
num_x=ceil(num_x)+1;

for i=1:num_x
a(1,i)=in_temperature; %初始化温度
end
size(a)

num_x
for i=2:num_t
now_x=0;

```

```

now_yawer=1;
for j=1:num_x

now_x=now_x+delta_x(now_yawer); %计算当前下标对应的坐标
now_F0=F0(now_yawer); %得出当前的F0
if now_x>sum_thickness(now_yawer) %如果到达了下一层，那么层数标记为下一层
now_yawer=now_yawer+1;
end

if j==1
left_temp=out_temperature;%左边界的左边的温度为外界温度
else
left_temp=a(i-1,j-1); %获取左边的温度
end

if j==num_x
right_temp=in_temperature;%右边界的右边的温度为内部温度
else
right_temp=a(i-1,j+1); %获取右边的温度
end

a(i,j)=now_F0*(left_temp+right_temp-2*a(i-1,j))+a(i-1,j);%迭代更新

end
end

left=0;
for i=1:num_t

Y(i)=a(i,yawer_num(3));
YY1(i)=a(i,yawer_num(1));
YY2(i)=a(i,yawer_num(2));
YY3(i)=a(i,yawer_num(3));
YY4(i)=a(i,yawer_num(4));
T(i)=i*delta_t;
if Y(i)<44
left=T(i);
end
end

plot(T,YY1,'c','linewidth',1.2);
hold on
plot(T,YY2,'green','linewidth',1.2);
hold on
plot(T,YY3,'blue','linewidth',1.2);

```

```
hold on
plot(T,YY4,'m','linewidth',1.2);

title('温度曲线');
xlabel('时间(秒)');
ylabel('温度(摄氏度)');
legend('第I层模拟温度曲线','第II层模拟温度曲线','第III层模拟温度曲线','皮肤外侧模拟温度曲线');
```