UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

DÉNOMBREMENT DES POLYOMINOS INSCRITS DANS UN RECTANGLE DE LARGEUR FIXÉE ET DE HAUTEUR VARIABLE

MÉMOIRE

PRÉSENTÉ

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAÎTRISE EN MATHÉMATIQUES-INFORMATIQUES

PAR

AKAKPO YAO IHÉBAMI

AOÛT 2021

REMERCIEMENTS

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES FIGURES

RÉSUMÉ

ABSTRACT

CHAPITRE I

INTRODUCTION

1.1 Background sur les polyominos

1.2 Utilité des polyominos

1.3 Applications(domaines d'applications, problèmes ouverts)

1.4 (Classification des polyominos

1.5 Problématique

1.6 Annonce du plan

CHAPITRE II

PRÉLIMINAIRES

Introduction

2.1 Polyomino

2.1.1 Définitions et notations

Définition 2.1.1 *On désigne par cellule le carré de côté l'unité.*

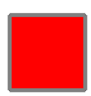


Figure 2.1 Exemple de cellule.

Définition 2.1.2 *Un polyomino est un assemblage fini de cellules collées entre elles au niveau des côtés.*

Définition 2.1.3 *(i) Un polyomino est dit polyomino colonne ou tout simplement colonne si les cellules la constituant sont empilées verticalement l'une au dessus de l'autre.*

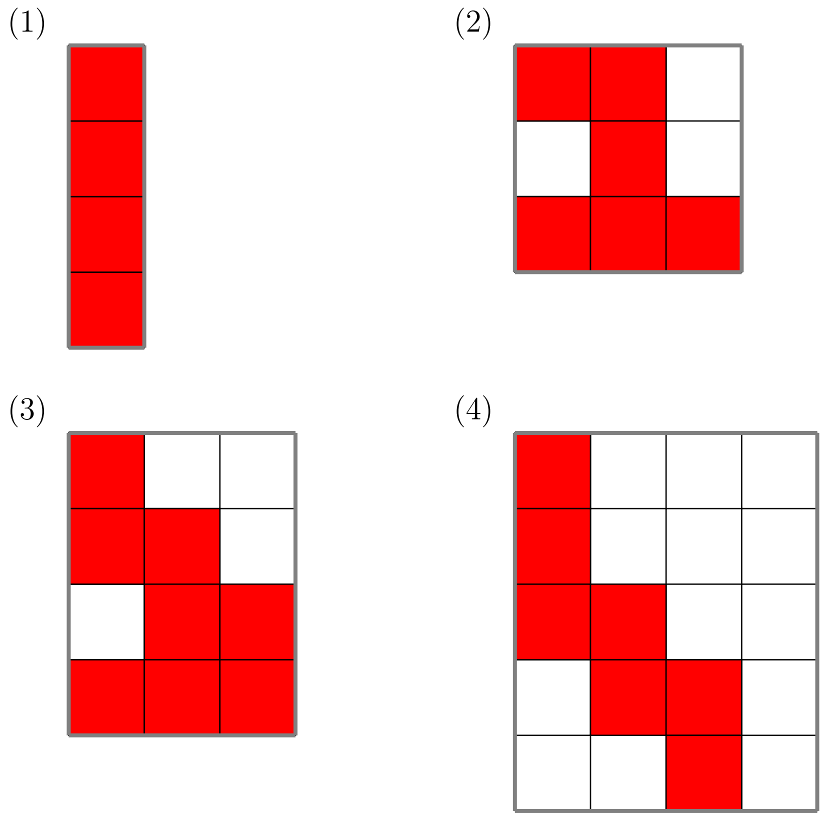


Figure 2.2 Exemples de polyominos.

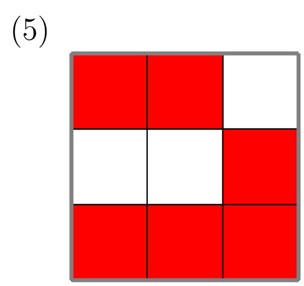


Figure 2.3 Ceci n'est pas un polyomino.

(ii) Un polyomino est dit polyomino ligne ou ligne si les cellules la constituant sont empilées horizontalement l'une à droite de l'autre.

Définition 2.1.4 *(i) Un polyomino est verticalement convexe si son intersec-*

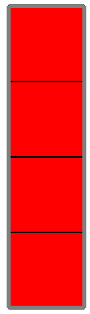


Figure 2.4 Polyomino colonne.

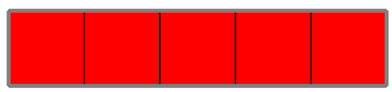


Figure 2.5 Polyomino ligne.

tion avec une colonne est convexe.

(ii) Il est dit horizontalement convexe si son intersection avec toute ligne est convexe.

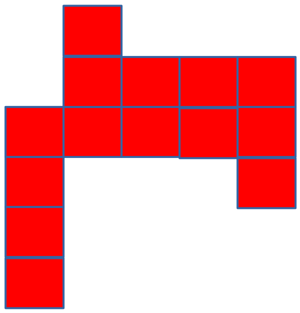
(iii) Il est dit convexe s'il est à la fois horizontalement et verticalement convexe.

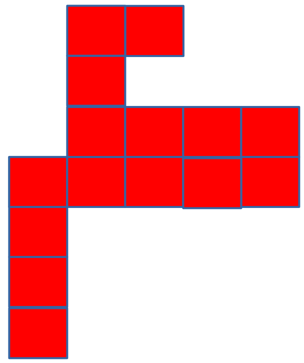
Exemple 2.1.1 *Dans la figure 2.6, les polyominos* (1),(2) *et* (3) *sont respectivement verticalement convexe, horizontalement convexe et convexe.*

Définition 2.1.5

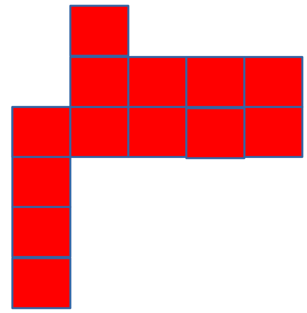
Définition 2.1.6 *(i) L'aire d'une cellule est par définition égale à* 1.

(ii) L'aire d'un polyomino est égale alors au nombre de cellules qui le constituent.





(2)



(3)

(1)

Figure 2.6 Le polyomino (3) est convexe.

Définition 2.1.7 *Le périmètre d'un polyomino est le nombre de côtés simultanément en contact avec une cellule à l'intérieur et à l'extérieur de ce dernier.*

Exemple 2.1.2 *Dans la figure 2.2 :*

— *le polyomino* (1) *a pour aire* 4 *et pour périmètre* 10,

— *l'aire du polyomino* (2) *est* 6 *et son périmètre* 14.

2.1.2 Propriétés et généralités

2.2 Polyomino inscrit dans un rectangle

Définition 2.2.1 *Un polyomino est inscrit dans un rectangle s'il touche aux quatre côtés du rectangle et qu'aucune de ses cellules n'est à ce rectangle. Dans ce rectangle est dit circonscrit au polyomino.*

Exemple 2.2.1 *D'après la définition 2.2.1, dans la figure 2.7, les polyominos* (1) *et* (2) *sont inscrits dans le rectangle* 3×3 *(carré de côté* 3*) alors que le polyomino* (3) *est non inscrit dans le carré dans lequel il est contenu.*

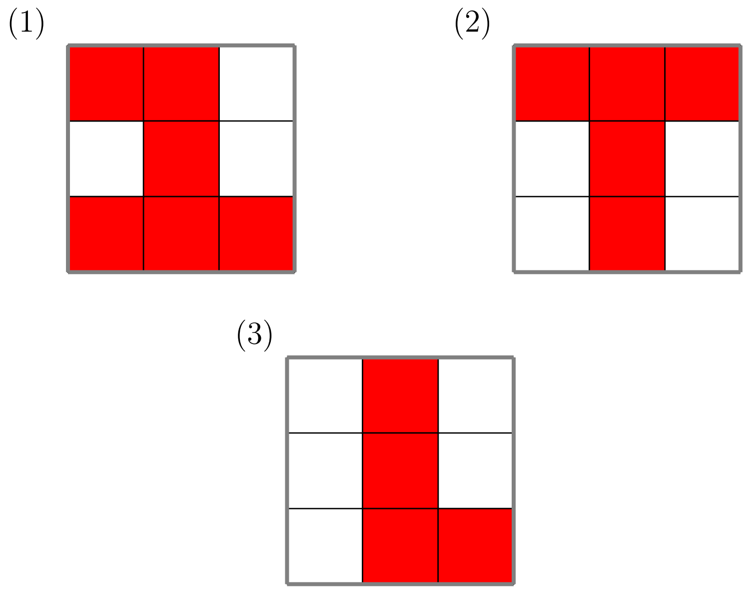


Figure 2.7 .

Le rectangle circonscrit à un polyomino est le plus petit rectangle qui contient ce dernier.

Dans la suite de ce projet, nous désignerons par rectangle $b \times h$, le rectangle de largeur b et de hauteur h.

La notion de polyomino inscrit dans un rectangle a été largement abordée par plusieurs auteurs ces derniers temps. Notamment

2.3 Automate décrivant la génération des polyominos inscrits dans un rectangle

2.3.1 Notions d'états

2.3.2 Exemples d'automate décrivant les polyominos inscrits dans un rectangle de largeur 2

Conclusion

RÉFÉRENCES