UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

ÉNUMÉRATION DE FAMILLES DE POLYOMINOS INSCRITS DANS UN RECTANGLE DE LARGEUR FIXÉE ET DE HAUTEUR VARIABLE

MÉMOIRE

PRÉSENTÉ

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAÎTRISE EN MATHÉMATIQUES-INFORMATIQUES

PAR

AKAKPO YAO IHÉBAMI

OCTOBRE 2022

Résumé

Abstract

Remerciements

CHAPITRE I

INTRODUCTION

1.1 Background sur les polyominos

1.2 Utilité des polyominos

1.3 Applications(domaines d'applications, problèmes ouverts)

1.4 (Classification des polyominos

1.5 Problématique

1.6 Annonce du plan

CHAPITRE II

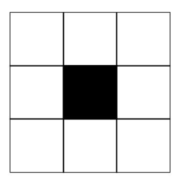
PRÉLIMINAIRES

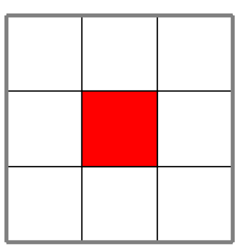
Introduction

2.1 Polyomino

2.1.1 Notations

Tout au long de ce travaille, nous ut





2.1.2 Définitions

Cellule

2.1.3 Exemples

2.1.4 Propriétés et généralités

2.2 Polyomino inscrit dans un rectangle

2.3 Théorie des automates

2.4 Automate décrivant la génération des polyominos inscrits dans un rectangle

2.4.1 Notions d'états

2.4.2 Exemples d'automate décrivant les polyominos inscrits dans un rectangle de largeur 2

Conclusion

CHAPITRE III

DÉNOMBREMENT DES POLYOMINOS INSCRITS DANS UN RECTANGLE DE LARGEUR 3 ET DE HAUTEUR QUELCONQUE

CHAPITRE IV

DÉNOMBREMENT DES POLYOMINOS INSCRITS DANS UN RECTANGLE DE LARGEUR 4 ET DE HAUTEUR QUELCONQUE

CHAPITRE V

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur et mon co-directeur de mémoire, respectivement les professeurs Alexandre Blondin Massé, du département d'informatique de l'UQAM et Alain Goupil du département d'informatique et mathématiques, de l'UQTR qui se sont investis ardemment dans le déroulement de mon projet de recherche. Au travers les interactions continues qui nous ont liés tout au long de nos travaux, ils m'ont mis dans les meilleures conditions de travail du début jusqu'au bout.

J'envoie mes sincères remerciements à toute l'équipe du LACIM pour le travail qu'ils font et continuent de faire pour l'avancée de la recherche dans les différents domaines qui y sont représentés.

Je rends un grand hommage à tous mes enseignants de l'UQAM, ils se sont beaucoup investis dans ma formation. Ils ont su me donner une formation d'une qualité exceptionnelle avec des programmes très innovants et constamment actualisés.

Je remercie sincèrement madame Isabella Couture, secrétaire de direction et du programme d'études en mathématiques, pour toutes ses prestations au sein du département et, surtout, la rapidité avec laquelle elle nous fait parvenir la mise à jour des informations.

J'adresse mes remerciements aux corps professoral et administratif de l'UQAM, à tous les membres de l'ASEQ et à tous mes collègues de parcours avec qui on a passé des moments de peine, d'enthousiasme et de bonheur.

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES FIGURES

RÉSUMÉ

Dans ce mémoire nous nous intéressons à l'énumération des polyominos et forêts de polyominos inscrits dans un rectangle de largeur et de hauteur quelconques selon des paramètres tels que l'aire, le périmètre, le nombre de feuilles et le nombre de composantes connexes. Plus précisément soit B un entier naturel non nul et R_B la famille des rectangles de largeur B et de hauteur entière. Nous construisons des automates $\mathcal{A}_B$ et $\mathcal{A}_{FB}$ dont les chemins sont en bijection respectivement avec les polyominos et les forêts de polyominos contenus dans les rectangles de R_B. Nous construisons les matrices de transitions relativement à chacun des automates à partir desquelles et des théorèmes garantissant l'inscriptibilité d'un polyomino dans un rectangle de R_B nous énumérons tous les polyominos et les forêts de polyominos inscrits dans ces types de rectangles. Pour arriver à nos fins, nous établissons plusieurs formules fondamentales et exactes relevant de la combinatoire particulièrement, notamment les formules permettant les déterminations d'aires, de périmètre, du nombre de feuilles et du nombre de composantes connexes échangés lors d'une transition d'un état à un autre. Nous présentons quelques exemples d'applications pour les cas $B = 2$ et $B = 3$.