

# 电路分析

p585 15.6.3 15.6.4 p508 13,6 p504 13.5.2

## 电路

电流：电荷有规律的定向运动即形成电流  $i = \frac{dq}{dt}$ ；方向：正电荷移动的方向

电压：实际方向规定从高电位点指向低电位点，即电压降的方向 $V_{ab}$ （下标高电位在前，低电位在后）

在分析电路时，首先要假定电流的参考正方向，并以此为准去分析计算，最后从答案的正负来判定电流的实际方向

在关联参考方向下 $P = UI$   $P > 0$ 为吸收功率， $P < 0$ 为发出功率(计算发出功率大小 $P = -UI$ )

功率守恒有 $P_{发} = P_{吸}$

理想电压源	理想电流源
端电压由其特性确定，与电压源在电路中的位置无关	电流由其特性确定，与电流源在电路中的位置无关
电压源提供的电流和功率由外电路决定	电流源提供的的电压和功率由外电路决定
电压源源电压置0时，电压源的作用相当于短路	电流源源电流置0时，电流源的作用相当于断路

模拟信号(Analog signal)：连续性(大多数物理量为模拟信号) 数字信号(Digital signal)：离散性

有效值(Effective value)：在相同的电阻上分别通以直流电流和交流电流，经过一个交流周期的时间，如果它们在电阻上所消耗的电  
能相等的话，则把该直流电流（电压）的大小作为交流电流（电压）的有效值。

$$\bar{p} = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} \frac{v^2(t)}{R} dt = \frac{1}{R} v_{\text{rms}}^2 \quad v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} v^2(t) dt}$$

$v_{\text{rms}}$ 为均方根(root mean square), 对于正弦信号 $v_{\text{rms}} = A/\sqrt{2}$

## 电阻网络

电路术语：

名称	含义
广义节点	将电路中的一部分围成一个封闭平面，这个封闭平面覆盖的部分为一个广义节点
节点 (node)	两个或更多元件的连接点
支路 (branch)	每个元件构成一条支路。或通过同一电流的分支称为一条支路。
回路 (loop)	从某一节点出发，连续地沿着支路循行（途经的每个节点都只经过一次）回到原节点所形成的闭合路径，称为回路
支路电流	流经电路中一条支路的电流
支路电压	支路上测量到的电位差

基尔霍夫定律（重点）

KCL定好方向，然后结合KVL用各个回路来列方程

基尔霍夫电流定律(KCL): Kirchhoff's Current Law	基尔霍夫电压定律(KVL): Kirchhoff's Voltage Law
在任一时刻，流出任一节点的电流代数和等于零 (流出任一封闭面的全部支路电流的代数和等于零)	在任一时刻，沿闭合回路（按固定绕向）所有支路的电压降的代数和恒等于零
规定流入节点的电流为负，流出节点的电流为正	当支路电压降方向与绕行方向一致时，KVL方程中支路电压为正，反之为负
$\sum_{k=1} I_k = 0$	$\sum_{k=1} U_k = 0$

对于具有**b条支路n个节点**的连通电路（几个元件就有几个支路）

可以列出线性无关（独立）的方程为：

$(b - n + 1)$ 个KVL方程； $(n - 1)$ 个KCL方程； $b$ 个VCR方程 → 共 $2b$ 个方程

**串并联等效变化：**

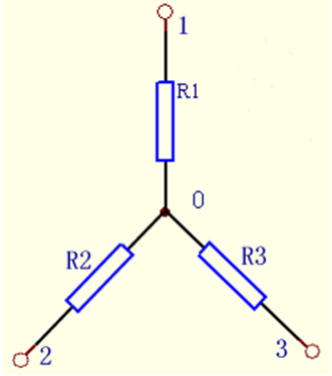
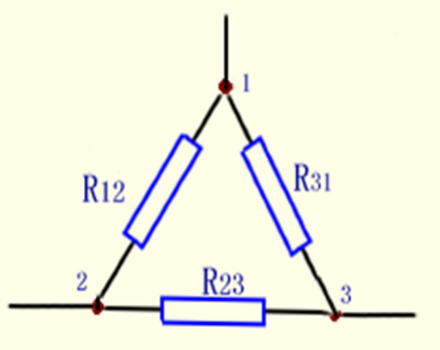
原则：

- 1.凡通过同一电流的元件为串联；
- 2.凡施加同一电压的元件为并联；
- 3.无电流通过的元件可开路；
- 4.电位相同的节点可短路。

方法：

- 1.节点的移动或元件的拉伸
- 2.去掉已知（串联短路、并联开路）简化电路

Y形和Δ形电阻网络的等效互换关系：

Y形连接	Δ形联接
	
已知Y形电阻转换成Δ形各电阻	已知Δ形电阻转换成Y形各电阻
$R_{mn} = \frac{\text{Y 形电阻两两乘积之和}}{\text{与} R_{mn} \text{ 相对端子所接的电阻}}$	$R_k = \frac{\text{K 端所接两电阻的乘积}}{\Delta \text{ 形三个电阻之和}}$
such as $R_{23} = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1}$	such as $R_2 = \frac{R_{23} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$
当三电阻相等时 $R_{\Delta} = 3R_Y$	当三电阻相等时 $R_Y = \frac{1}{3}R_{\Delta}$

**等效电路(戴维南，诺顿)**(线性条件下)

等效是指被化简的网络与等效网络的对应**端口特性相同**，即端口 $u - i$ 关系方程相同

特点：（1）“等效”是指“对外”等效（等效互换前后对外伏—安特性一致），对内不等效

（2）注意转换前后 $U$ 与 $I_s$ 的方向

（3）**理想电压源和理想电流源**不能相互等效互换

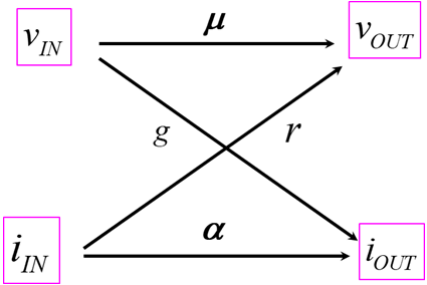
理想电压源	理想电流源

电压源串电阻	电流源并电阻
等效互换: $I_s = U/R_0 \quad R'_0 = R_0$	等效互换: $U = I_s R'_0 \quad R_0 = R'_0$

电压源并电阻，电流源串电阻相当于无效

含受控源的电路分析：

电压源电压或电流源电流不是给定的时间函数，而是受电路中某个支路的电压(或电流)的控制。



控制变量为零时，受控变量一定为零。若是受控电压源则相当于一个短路元件，若是受控电流源则相当于一个开路元件；

求最简等效电路的方法是外加电源法：

具体的方法是令端口电压变量*u*和电流变量*i*中的一个量已知，用已知的去表示未知的量，从而得到VCR方程

- 1)如果外加电压源，表示电压已知，求电流的数学表达式
- 2)如果外加电流源，表示电流已知，求电压的数学表达式
- 3)含受控源单口网络的等效电路可加电压源也可加电流源

## 网络定理

选择参考节点，设所有其它节点的电压（或电位）为未知变量

节点方程的实质是用节点电压来表示的KCL方程

- 1) 选好地节点，找到可以直接利用地节点写出电压值的点
- 2) 确定要求的节点
- 3) 写出方程

### 节点方程

$$\begin{aligned} G_{11}U_1 + G_{12}U_2 + G_{13}U_3 &= I_{S11} \\ G_{21}U_1 + G_{22}U_2 + G_{23}U_3 &= I_{S22} \\ G_{31}U_1 + G_{32}U_2 + G_{33}U_3 &= I_{S33} \end{aligned}$$

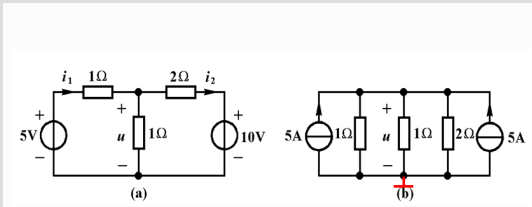
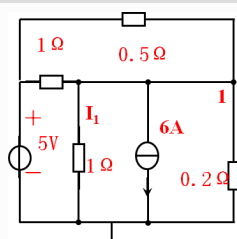
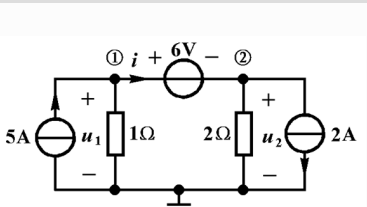
G11、G22、G33分别为节点1、节点2、节点3的自电导，为与各节点相联的电导之和，取正号；

G12、G21、G23、G31、G32为两节点之间的公共电导，称互电导，是节点*i*和*j*间电导总和的负值，取负号；如果两节点间没有电导相连，则互电导为0；*I*<sub>S11</sub>等为流入节点电流源的代数和

- 1) 电路中有“电压源与电阻相串联的支路”，可等效变换；
- 2) 电路中有“无伴电压源（没有串联电阻）”时，选择它的一端为参考点，这样已知一个节点电压；
- 3) 如果“无伴电压源（没有串联电阻）”在两个独立节点之间，可在该电压源支路假定一个电流，列写节点方程时计入该电流，并补充一个KVL方程。

与电流源相串联的电阻不计入自电导和互电导之中，因电流源相串联电阻支路等效为电流源本身

含受控源时将受控源看做独立源，列节点方程，再补充一个控制量的表达式

		
$(1S + 1S + 0.5S)u = 5A + 5A$	$\left(\frac{1}{0.2} + \frac{1}{0.5} + 1 + 1\right)U_1 - \left(1 + \frac{1}{0.5}\right) \times 5 = -6A$	$\begin{cases} (S)u_1 = 5\text{ A} - i \\ (0.5\text{ S})u_2 = -2\text{ A} + i \\ u_1 - u_2 = 6\text{ V} \end{cases}$

## 叠加定理(线性)

叠加定理：对于线性电路，任何一条支路的响应（电压或电流），都可以看成是由电路中各个电源（电压源或电流源）分别单独作用时（**其它电源置零，电压源短路、电流源断路**），在此支路中所产生的响应的代数和。

注意事项：

- 1、叠加定理只适用于线性电路，不适用于非线性电路
- 2、一个独立源单独作用时，其余电源置零，即**电压源短路，电流源开路**；
- 3、任一电源单独作用时，**受控源均要保留**；
- 4、叠加的结果为代数和，必须注意电压或电流的参考方向
- 5、叠加定理**不能用于功率的叠加**，因为功率不是电压或电流的一次函数、

## 戴维南和诺顿定理

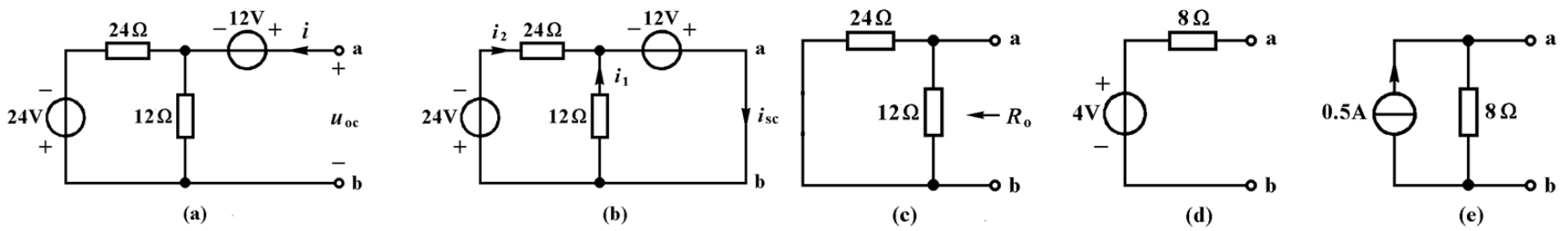
戴维南定理	诺顿定理
任何一个含有独立电源、线性电阻和线性受控源的一端口，对外电路来说可以用一个电压源（ $U_{oc}$ ）和电阻 $R_o$ 的串联组合来等效替代	任何一个含独立电源，线性电阻和线性受控源的一端口，对外电路来说，可以用一个电流源和电阻（电导）的并联组合来等效置换
1) 电压源的电压数值上等于单口网络在 <b>负载开路时</b> 的端口电压 $U_{oc}$ ，称为开路电压	1) 电流源的电流数值上等于单口网络在 <b>负载短路时</b> 的电流 $i_{sc}$ ，称为短路电流
2) $R_0$ 是单口网络内 <b>全部独立电源置零（电压源短路，电流源开路）</b> 时所得单口网络的等效电阻，称为戴维南等效电阻	2) $R_o$ 是单口网络内 <b>全部独立电源为零值（电压源短路，电流源开路）</b> 时所得单口网络的等效电阻，称为诺顿等效电阻

注意：并非任何含源线性电阻单口网络都能找到戴维宁—诺顿等效电路

戴维南等效电阻=诺顿等效电阻

当等效电阻为0时，没有诺顿等效电路；当等效电阻为 $\infty$ 时，没有戴维南等效电路

例题：



设单口开路电压 $u_{oc}$ 的参考方向由a指向b，如图(a)所示。注意到 $i=0$ ，由KVL求得：  $u_{oc} = 12\text{ V} + \frac{12}{12 + 24} \times (-24\text{ V}) = 4\text{ V}$

为求  $i_{sc}$  将单口短路，并设  $i_{sc}$  的参考方向由 a 指向 b，如图(b)所示  $i_{sc} = i_1 + i_2 = \frac{12\text{ V}}{12\Omega} + \frac{(-24 + 12)\text{V}}{24\Omega} = 0.5\text{ A}$

为求  $R_0$  , 将单口内的电压源用短路代替, 得到图(c)电路, 用电阻并联公式求得 $R_o = \frac{12 \times 24}{12 + 24}\Omega = 8\Omega$

根据所设  $u_{oc}$  和  $i_{sc}$  的参考方向及求得的  $u_{oc} = 4\text{ V}, i_{sc} = 0.5\text{ A}, R_0 = 8\Omega$  , 可得到图 (d)和(e)所示的戴维宁等效电路和诺顿等效电路。

含受控源的：**保留受控源计算**

- 1) 外加电源, 电压, 写出KVL会得到一条 $U_{oc}$ 或 $I_{sc}$ 的方程;
- 2) 计算无源内部的等效电阻

**有时候并没有具体数值, 但外加的 $U_{oc}$ 和 $I_{test}$ 可以用参数表示出来进而表示 $R_0$**

## 最大功率传输定理

戴维南定理的主要运用

负载获得最大功率的条件:  $R_L = R_o$  负载获得的最大功率为:  $P_{Lmax} = \frac{U_{oc}^2}{4R_o}$

负载要获得最大输出功率, 负载的阻值必须与电路的等效输出电阻相匹配

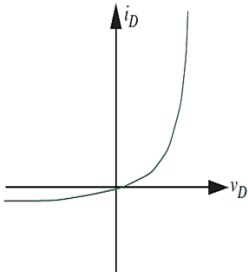
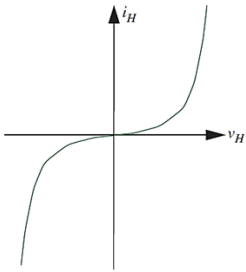
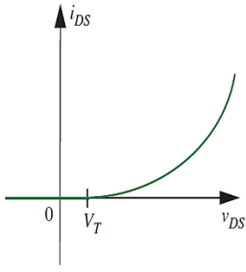
分析方法的选择:

- 应用霍夫定律求解适用于求多支路的电流, 但电路不能太复杂;
- 等效电源变换法适用于电源较多的电路;
- 节点法适用于支路多、节点少的电路;
- 网孔分析法适用于支路多、节点多、但网孔少的电路;
- 戴维宁定理和叠加定理适用于求某一支路的电流或某段电路两端电压。

## 非线性电路

### 二极管

三种基本二极管类型

$i_D = I_s \left( e^{v_D/V_{TH}} - 1 \right)$	$i_H = I_K v_H^3$	$i_{DS} = \begin{cases} \frac{K(v_{DS} - V_T)^2}{2} & \text{for } v_{DS} \geq V_T \\ 0 & \text{for } v_{DS} < V_T \end{cases}$
		

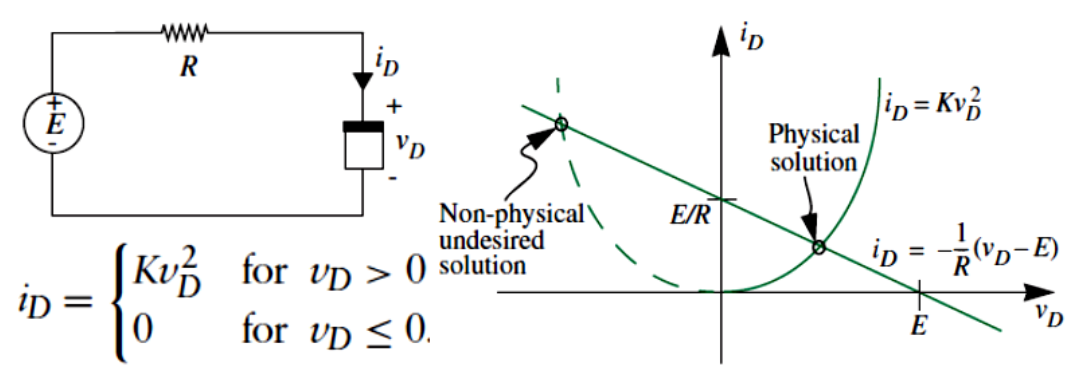
**叠加定理、戴维南定理**不可用（非线性）；**KCL**和**KVL**、节点法对非线性电路都适用

理想二极管模型	恒压源(降)模型)(一般都是这个)
	
理想开关, 导通时 $U_D = 0$ , 截止时 $I_D = 0$	导通时 $U_D = U_{on}$ , 截止时 $I_D = 0$

非线性电路基本分析方法

直接分析法：

图像法：假定电压电流，写出线性下的电压电流关系，然后画图，求线性关系和非线性关系的交点  $\frac{E - v_D}{R} = i_D$



超越方程，在大部分情况下只能近似求解，数值解法

分段线性法：将非线性电阻近似地用折线来表示

将求解过程分为几个线性段，每段中分析线性电路；假设检验法

二极管工作状态的判断方法：假定状态法

首先假定二极管截止（或将二极管断开），然后确定原二极管两端的电位差，再令正向电位差最大且大于 $V_{ON}$ 者优先导通，两端电压为二极管导通电压；反之，则二极管截止；然后重复以上过程，判断其余二极管的工作状态

二极管的应用：

整流：利用单向性控制电流方向

单相半波整流电路	单相全波整流电路	单相桥式整流电路
优点：结构简单，元件少	优点：输出效率高	优点：输出效率高，变压器不需要抽头
缺点：利用率低	缺点：变压器需要抽头，两个二极管	缺点：4个二极管
	输入交流电压： 经整流后直流输出效率为半波整流电路的两倍。	输出是脉动的直流电压

限幅：导通后就是二极管两段的电压（非理想的就是 $E + V_T$ ），未导通就是信号电压大小

稳压：反向击穿特性

区别仅在于反向击穿后，反向特性曲线更加陡峭，即电流在很大范围内变化时其两端电压几乎不变

增量分析（小信号法）

符号规定：

- 大写字母和大写下标表示直流变量  $V_D$
- 小写字母和小写下标表示增量或交流小信号量  $v_d = \Delta v_D$
- 小写字母和大写下标表示总变量  $v_D = V_D + v_d$



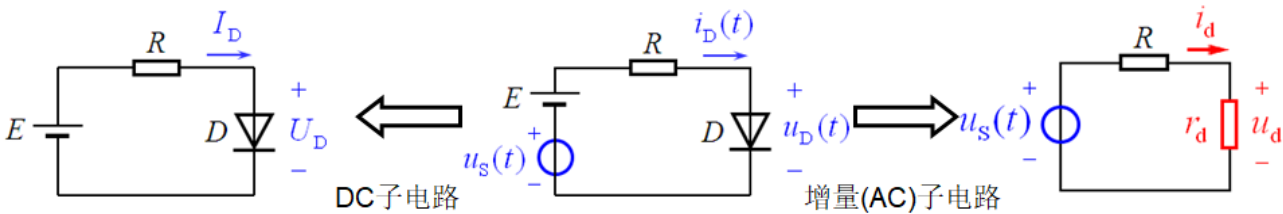
•  $i_D = I_D + i_d \quad i_d = \Delta i_D$

二极管上流过的电流包含DC和小的扰动 $\Delta i_D$

$I_D = I_s(e^{V_D/V_{TH}} - 1)$   $e^{V_D/V_{TH}} \gg 1$ 时有 $\Delta i_D = I_D \frac{1}{V_{TH}} \Delta v_D$  有等效电导:  $\frac{\Delta i_D}{\Delta v_D} = g_d = \frac{1}{V_{TH}} I_D$

可以表示为一个线性电阻（动态电阻）  $r_d = \frac{V_{TH}}{I_D}$ （换为线性电路）；

**一般非线性电阻的增量性质都可以表示为线性电阻**  $r_d$ 指该直流 $V_D, I_D$ 条件下的 $r_d$   $r_d = \frac{1}{\left. \frac{df}{dv_D} \right|_{v_D=V_D}}$



小信号分析的基本步骤：

1. **直流偏置分析：**

令交流信号为0，令电容开路，画出电路的直流通路；

计算（估算）直流工作点Q。

2. **交流小信号分析：**

求得非线性元件在Q点处的增量小信号模型（ $r_d$ ）

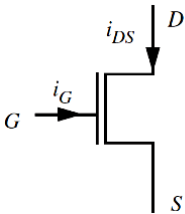
让直流电源为0，若交流小信号频率足够高、电容足够大则令电容短路

把交流通路中的非线性元件用其增量小信号模型替代，画出电路的小信号交流等效电路；

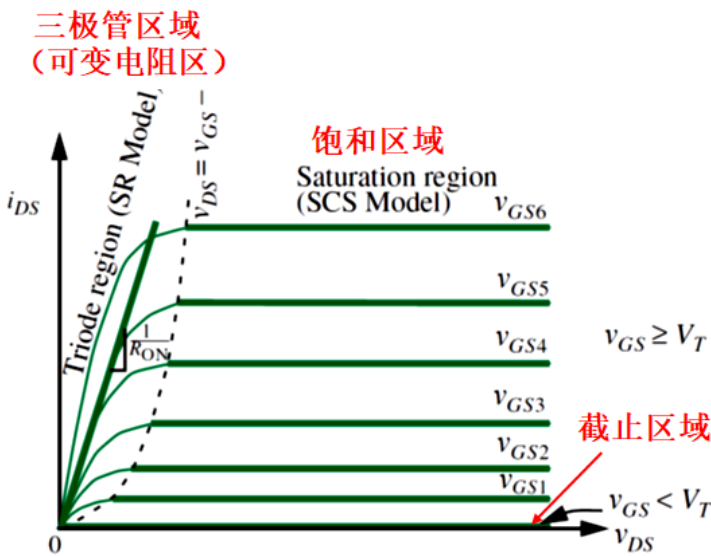
在交流小信号条件下，求解电路的交流性能

## MOSFET

MOSFET有三个电极：控制端栅极（Gate）、输入端漏极（Drain）、输出端源极（Source）

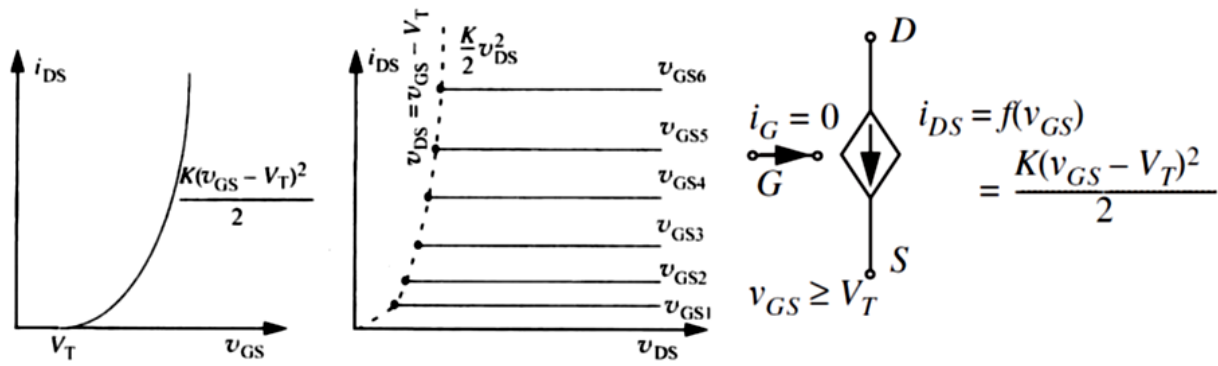


MOSFET的实际电路特性：**输出特性曲线**



SCS模型(最常见模型)：

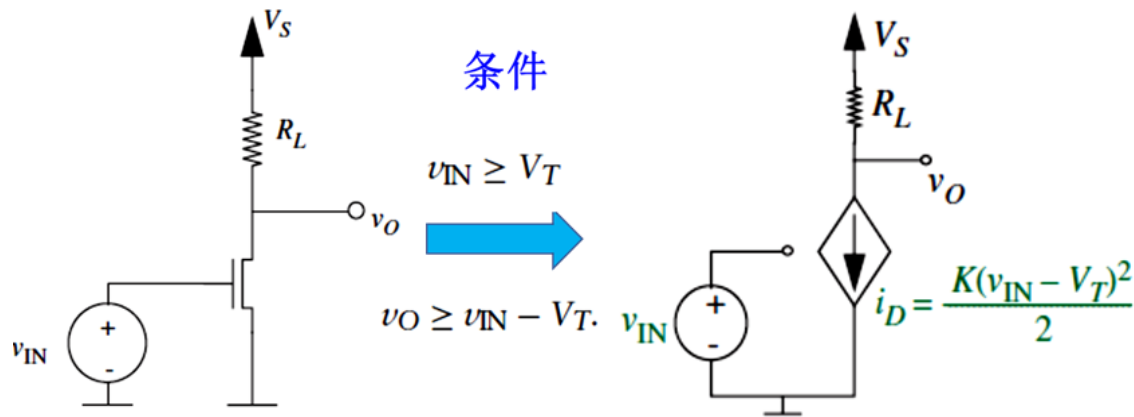
**栅极不吸收任何电流，输入电阻为无穷大**



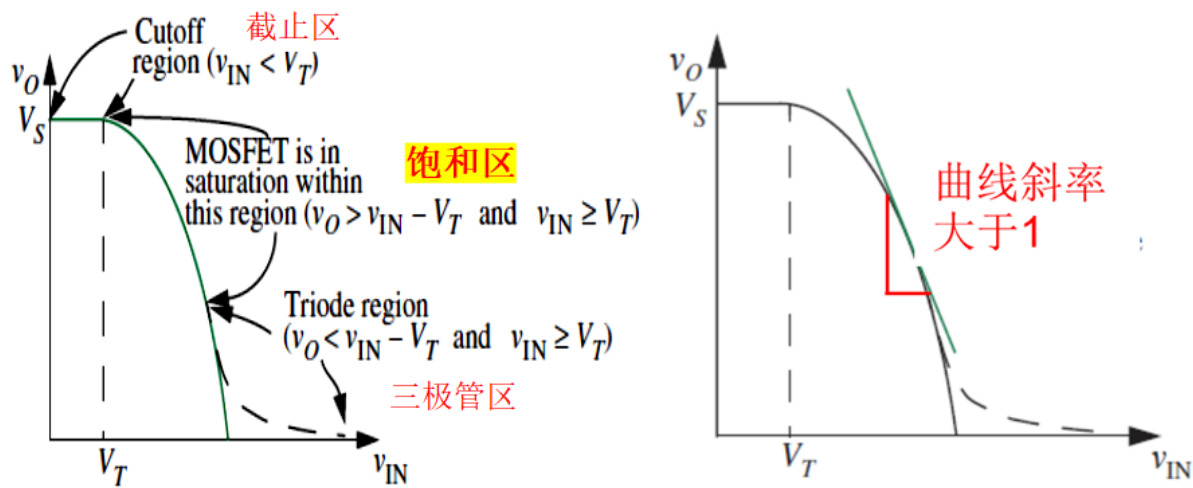
$$i_{DS} = \begin{cases} \frac{K(v_{GS} - V_T)^2}{2} & \text{for } v_{GS} \geq V_T \text{ and } v_{DS} \geq v_{GS} - V_T \\ 0 & \text{for } v_{GS} < V_T \end{cases}$$

截止区	三极管区	饱和区
$v_{GS} < V_T$	$v_{GS} \geq V_T \quad v_{DS} < v_{GS} - V_T$	$v_{DS} \geq V_T \quad v_{DS} \geq v_{GS} - V_T$

## MOSFET放大器

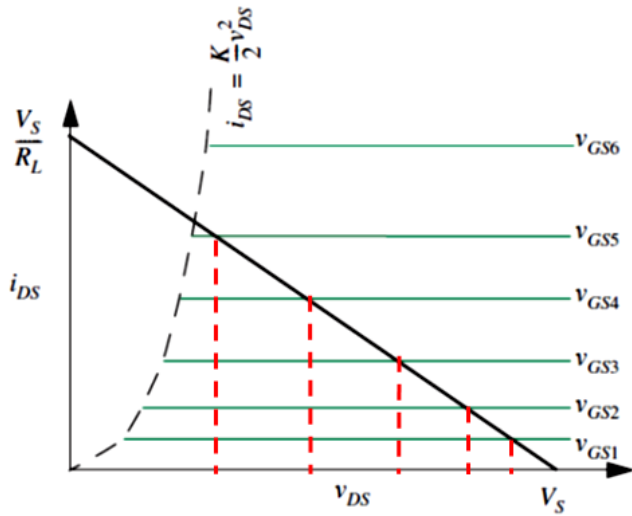


$$v_O = V_S - K \frac{(v_{IN} - V_T)^2}{2} R_L$$



**大信号分析：**  $v_{DS} = V_S - i_{DS} R_L \Rightarrow i_{DS} = \frac{V_S}{R_L} - \frac{v_{DS}}{R_L}$

给定输入，通过图解法可以得到对应输出：



输入有效电压范围 $v_{IN}$	输出有效电压范围 $v_O$	对应的漏极电流
$V_T \rightarrow \frac{-1 + \sqrt{1 + 2V_S R_L K}}{R_L K} + V_T$	$V_S \rightarrow \frac{-1 + \sqrt{1 + 2V_S R_L K}}{R_L K}$	$0 \sim K \frac{(v_{IN} - V_T)^2}{2}$



小信号分析： $i_D \approx \frac{K(V_I - V_T)^2}{2} + K(V_I - V_T)v_i$

$v_I = V_I + v_i$

直流项（工作点）： $I_D = \frac{K(V_I - V_T)^2}{2}$  (精确的)

增量（小信号）关系： $i_d = K(V_I - V_T)v_i$  (近似的)

通常令  $g_m = K(V_I - V_T)$   $i_d = g_mv_i$   $v_o = -g_mv_iR_L$ , 增益为  $g_mR_L$

小信号分析的基本步骤：

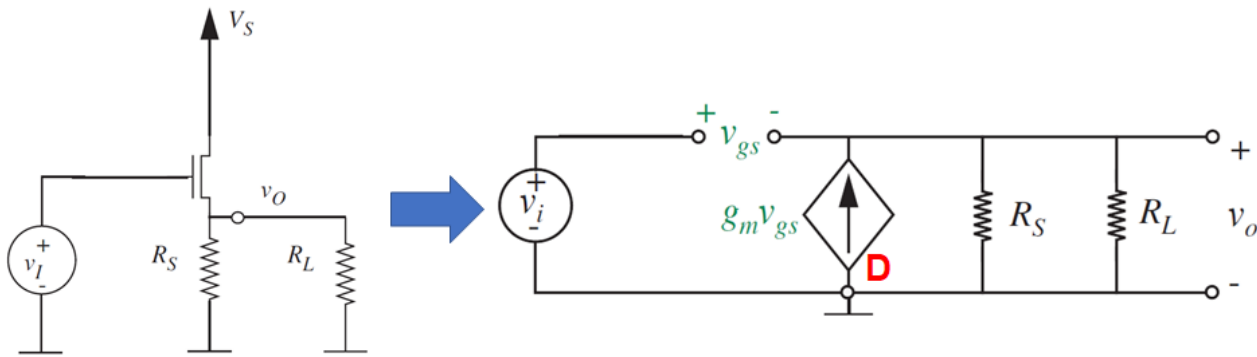
第一步：直流偏置分析：

- 令交流信号为0，令电容开路，画出电路的直流通路；
- 计算（估算）直流工作点Q

第二步：交流小信号分析

- 求得非线性元件在Q点处的增量小信号模型。
- 令直流电源为0，若交流小信号频率足够高、电容足够大则令电容短路，画出电路的交流通路；
- 把交流通路中的非线性元件用其增量小信号模型替代，画出电路的小信号交流等效电路；
- 在交流小信号条件下，求解电路的交流性能

主要是画出小信号模型电路图



MOSFET求解要点

- 判定条件,  $V_{GS} \geq V_T$ , 饱和:  $V_D \geq V_{GS} - V_T$ , 这里  $V_{GS}$  要看  $V_S$ , 不一定是  $V_{in}$
- 看  $V_S$  大小,  $V_o$  的位置, 可以写出  $V_o$  表达式;
- 小信号模型主要把握等效电路图的画出,  $i_d$  的公式

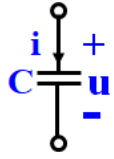
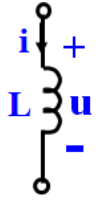
多级放大电路

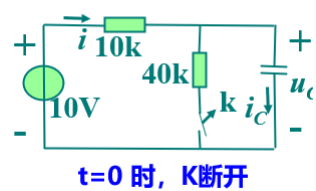
	直接耦合	电容耦合	变压器耦合	光电耦合
图示				
优点	直接耦合放大器不仅能放大快变的交流信号，还能放大缓变信号或直流信号；便于集成	各级静态工作点Q相互独立、互不影响，设计、计算、调试方便；	各级静态工作点Q也相互独立、互不影响； 可通过阻抗变换达到功率匹配	输入与输出电路的电气隔离，可有效地抑制电干扰
缺点	各级静态工作点Q不再相互独立，分析、设计和调试困难； 前后级的直流电平需匹配； 存在着严重的“零点漂移”现象	不能放大直流或缓变的信号； 不易集成，集成电路中通常不采用电容耦合。	不能放大直流或缓变信号； 只能用于分立元件电路	

储能元件

求导产生+90°相移；理想变压器不能存储能量

电感产生+90°的相移（电感电压超前于电流），电容产生-90°的相移（电容电压滞后于电流），电阻不产生相移

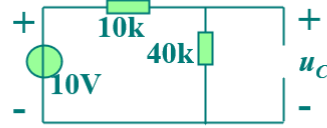
	电容(F)	电感(H)
元件符号		
约束方程	$q = Cu$	$\psi = Li$
稳态时	相当于 <b>开路</b> ( $i_c(\infty) = 0$ )	相当于 <b>短路</b> ( $u_L(\infty) = 0$ )
电路特性	电容串联相当于电阻并联	电感串联相当于电阻串联
电压电流关系	$i_c(t) = C \frac{du}{dt}$	$u_L(t) = L \frac{di}{dt}$
	$u_c(t) = u_c(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\delta) d\delta$	$i_L(t) = i_L(0) + \frac{1}{L} \int_0^t u_L(\delta) d\delta$
连续性	<b>电容电压</b> 具有连续性 $u_C(t_+) = u_C(t_-)$ 发生不连续跳变需要无穷大的电流	<b>电感电流</b> 具有连续性 $i_L(t_+) = i_L(t_-)$ 发生不连续跳变需要无穷大的电压
能量 (初始 $E = 0$ )	$W = \frac{1}{2} Cu(t)^2$ (电容以电场形式存储能量) (储能取决于电压值, 与电流无关)	$W = \frac{1}{2} Li(t)^2$ (电感以磁场形式存储能量) (储能取决于电流值, 与电压无关)



**二、电路初始值的确定**

例1: 求  $u_C(0^+)$ ,  $i_C(0^-)$ ,  $i_C(0^+)$

(1) 由0-电路求  $u_C(0^-)$ 或 $i_C(0^-)$



$u_C(0^-)=8V$      $i_C(0^-)=0$

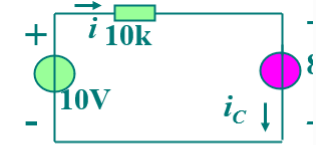
$u_C(0^+) = u_C(0^-)=8V$

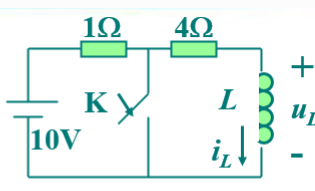
(2) 由0+等效电路求  $i_C(0^+)$

$i_C(0^+) = \frac{10-8}{10} = 0.2mA$

$i_C(0^-)=0 \neq i_C(0^+)$

**0+等效电路**





**二、电路初始值的确定**

例 2  $t=0$ 时闭合开关k, 求  $u_L(0^+)$

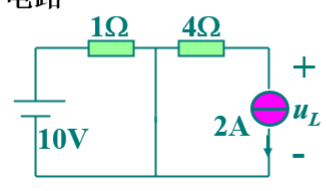
先求

$i_L(0^-) = \frac{10}{1+4} = 2A$

$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 2A$

$\because u_L(0^-) = 0 \therefore u_L(0^+) \neq 0$

**0+电路**



$u_L(0^+) = -2 \times 4 = -8V$

# 线性电气网络的一阶暂态过程

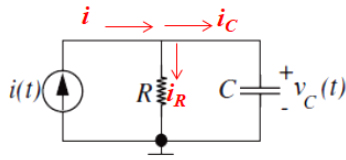
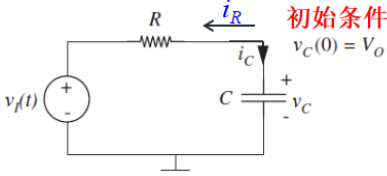
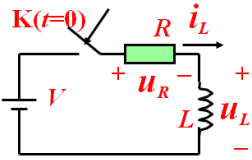
由直流电源驱动的含单个储能元件的系统，这样的系统可以用简单的一阶微分方程描述，因此称为一阶电路。

**含一个电感或一个电容** 加上一些电阻元件和独立电源组成的线性一阶电路

过渡过程：电路参数突然改变时，**电容电压和电感电流不能跃变**，即**能量不能跃变**，电路由一个稳态过渡到另一个稳态需要经历的过程

时间常数决定过渡过程的快慢

$\tau$ 为一阶方程未知量前系数的倒数；

	RC电路(诺顿)	RC电路(戴维南)	RL电路
电路图			
初始条件	①假定电流源是一个阶跃函数 <i>i</i> ( <i>t</i> ) = <i>I</i> <sub>0</sub> , <i>t</i> > 0 ②在加载阶跃电流之前, 电容电压为0, <i>v</i> <sub><i>c</i></sub> = 0, <i>t</i> < 0	初始条件同左	①假定电压源是一个阶跃函数 <i>v</i> ( <i>t</i> ) = <i>V</i> , <i>t</i> > 0 ②在加载阶跃电流之前, 电感电流为0, <i>i</i> <sub><i>L</i></sub> = 0, <i>t</i> < 0
微分方程	$\frac{i(t)}{C} = \frac{v_c}{RC} + \frac{dv_c}{dt}$	$\frac{dv_c}{dt} + \frac{v_c}{RC} = \frac{v_i}{RC}$	$L \frac{di_L(t)}{dt} + i_L(t)R = v_s$
全解 (代入初始条件)	$v_C = -I_0 R e^{-t/RC} + I_0 R$	$v_C = V + (V_O - V) e^{-t/RC}$	$i_L = \frac{V}{R} \left( 1 - e^{-(R/L)t} \right)$ $v_L = L \frac{di_L}{dt} = V e^{-(R/L)t}$
过渡时间	$\tau = RC$	$\tau = RC$	$\tau = \frac{L}{R}$

### 三要素法(重点)

只要是一阶电路，就可以用三要素法 求的是被求导的量；

响应由三要素：初始值、稳态值、时间常数决定

步骤总结：

- a、初始值的求取：用换路定理求换路前的*u*<sub>*C*</sub>(0<sub>−</sub>), *i*<sub>*L*</sub>(0<sub>−</sub>)（一般初始也是稳态，电容=开路；电感=短路）
- b、稳态值的求取：电容=开路；电感=短路，画出*t* = ∞ 时的等效电路(直流电阻电路)，可求出任一电压*u*<sub>*j*</sub>(∞)或电流*i*<sub>*j*</sub>(∞)
- c、时间常数*τ*的求取：求出戴维南或诺顿等效电路中等效电阻*R*<sub>*eq*</sub>, 则*τ* = *R*<sub>*eq*</sub>*C*(RC电路)或*τ* =  $\frac{L}{R_{eq}}$ (RL电路)
- d、写出解答式： $f(t) = f(\infty) + [f(0_+) - f(\infty)] e^{\frac{(-t)}{\tau}} \quad t \geq 0$

重要的4张图：

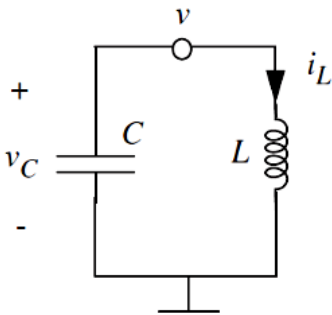
- 1、0<sup>−</sup>时刻的电路图（换路前瞬间）
- 2、0<sup>+</sup>时刻的电路图（换路后瞬间）
- 3、∞ 时刻的电路图（换路后稳态）
- 4、求时间常数*τ*的电路图（戴维南等效电阻）

## 二阶电路的暂态过程

二阶电路中含有两个独立的储能元件

### 无驱动LC

没有外部激励和耗能电阻



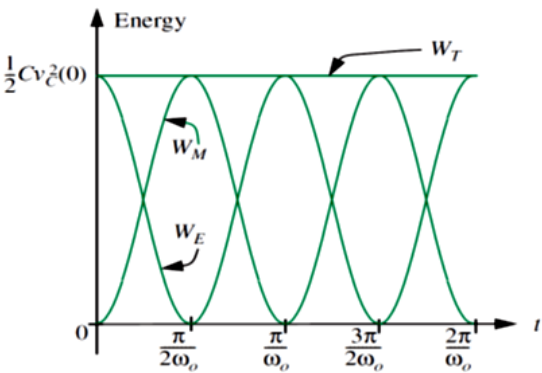
对节点列KCL方程： $C \frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v(\tilde{t}) \tilde{d}t = 0$  ( 电容电流 + 电感电流 = 0 )

对时间求导得到二阶线性常微分方程： $\frac{d^2 v(t)}{dt^2} + \frac{1}{LC} v(t) = 0$

特征方程： $LCs^2 + 1 = 0$  特征根为  $s_{1,2} = \pm j\omega_0$   $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$  （电路的自然频率：电路在没有驱动的情况下电路振荡频率）

总能量： $w_T = w_E + w_M = \frac{1}{2}Cv_C^2(0) + \frac{1}{2}Li_L^2(0)$  为常数

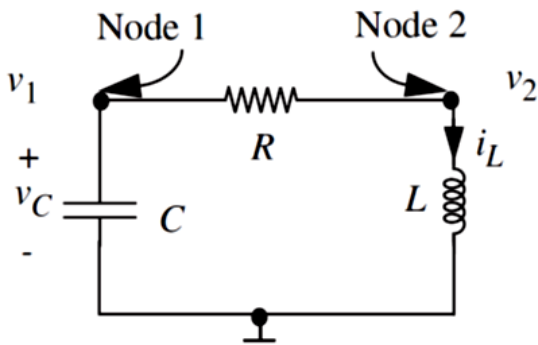
电路中没有耗能的电阻，能量在电容和电感之间实现完全交换，产生振荡，能量交换的频率是 $2w_0$



无驱动的串联RLC电路

没有外部激励，有耗能电阻

耗能电阻的存在使得电路中存储的能量变为随时间衰减的，从而电路的状态也是随时间衰减的



节点1	节点2
$C\frac{dv_1(t)}{dt} + \frac{v_1(t) - v_2(t)}{R} = 0$	$\frac{v_2(t) - v_1(t)}{R} + \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v_2(\tilde{t})\tilde{d}t = 0$

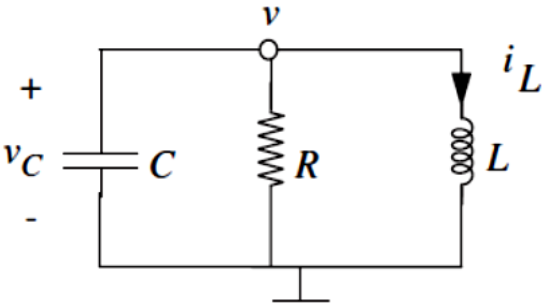
二阶微分方程： $\frac{d^2v_1(t)}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dv_1(t)}{dt} + \frac{1}{LC}v_1(t) = 0$

特征方程  $s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC} = 0$   令  $\alpha \equiv \frac{R}{2L}$  (衰减系数)  $\omega_o \equiv \frac{1}{\sqrt{LC}}$  (自然角频率)

- $\alpha$ 被称为衰减因子，值越大，电路状态变量衰减越快
- $R = 0$  时  $\alpha = 0$  电路为无(零)阻尼情况

特征根： $s_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$     $s_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$   通解： $v_1(t) = A_1e^{s_1t} + A_2e^{s_2t}$

**并联RLC电路**    特征方程： $s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC} = 0$     $\alpha \equiv \frac{1}{2RC}$



无驱动的串联RLC电路的三种状态

电路的品质因数 $Q = \frac{w_0}{2\alpha} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ ，表征 $\alpha$ 相对于 $w_0$ 的大小

- $w_d = \sqrt{w_0^2 - \alpha^2} < w_0$     $\alpha_d = \sqrt{\alpha^2 - w_0^2}$
- $w_d$ 决定了状态变量振荡的速率； $\alpha$ 决定了状态变量衰减的速率

条件	根的情况	自由响应一般式	阻尼性质及自由响应形式
$\alpha < \omega_0 \rightarrow R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$	$s_1 = -\alpha + j\omega_d \quad s_2 = -\alpha - j\omega_d$ 两个共轭复根	$u_{Ch} = ke^{-\alpha t} \sin(\omega_d t + \psi)$	欠阻尼衰减振荡
$\alpha = \omega_0 \rightarrow R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$	$s_1 = s_2 = -\alpha$ 两个相等的负实根	$u_{Ch} = (A_1 + A_2 t)e^{s_1 t}$	临界阻尼非振荡衰减
$\alpha > \omega_0 \rightarrow R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$	$s_1 = -\alpha + \alpha_d \quad s_2 = -\alpha - \alpha_d$ 两个不相等的负实根	$u_{Ch} = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$	过阻尼非振荡衰减
$R = 0$ 时 $\alpha = 0$	$s_1 = +j\omega_0 \quad s_2 = -j\omega_0$ 两个共轭虚根	$u_{Ch} = k \sin(\omega_0 t + \psi)$	无阻尼无衰减振荡

过阻尼情况：随着 $R$ 增大， $\alpha$ 增大， $s_1 \approx -2\alpha = -\frac{R}{L} \quad s_2 \approx -\alpha \frac{\omega_0^2}{2\alpha^2} = -\frac{1}{RC}$

此时电容电感之间接近开路，能量交换被终止，电路停止振荡。电路行为更接近于一个独立电容和一个独立电感通过电阻放电。

欠阻尼情况：**电路具有振荡和衰减的性质**；定义 $w_d = \sqrt{w_0^2 - \alpha^2}$

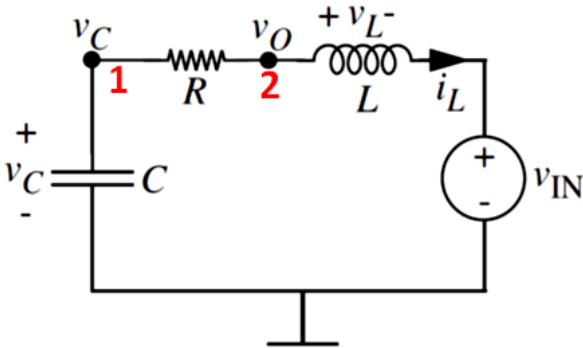
电路产生一个**衰减振荡的正弦响应**；振荡**Q个周期**，则电路状态变量**幅值**的衰减系数 $\approx e^{-\pi}$ ，衰减为原始值的4%

总能量 $w_T(t) = w_E(t) + w_M(t) \approx \left(\frac{1}{2}Cv_C^2(0) + \frac{1}{2}Li_L^2(0)\right)e^{-2\alpha t}$  每个振荡周期能量交换2次

衰减系数 $e^{-2\alpha t} = e^{-w_0 t/Q}$  暂态过程的能量在大约Q个周期内衰减到 $e^{-2\pi}$ (幅值衰减的平方)

当 $Q \gg 1 \rightarrow w_d \approx w_0 \quad \alpha \ll w_d$

## 有驱动的串联RLC电路



节点1	节点2
$C \frac{dv_C(t)}{dt} + \frac{v_C(t) - v_O(t)}{R} = 0 \rightarrow v_O(t) = RC \frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t)$	$\frac{v_O(t) - v_C(t)}{R} + \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t (v_O(\tilde{t}) - v_{IN}(\tilde{t})) \tilde{d}t = 0$

二阶微分方程： $\frac{d^2 v_C(t)}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dv_C(t)}{dt} + \frac{1}{LC} v_C(t) = \frac{1}{LC} v_{IN}(t)$ （等号右边为非齐次项）

一般解法：

①求齐次解  $v_{CH}(t) = K_1 e^{s_1 t} + K_2 e^{s_2 t}$

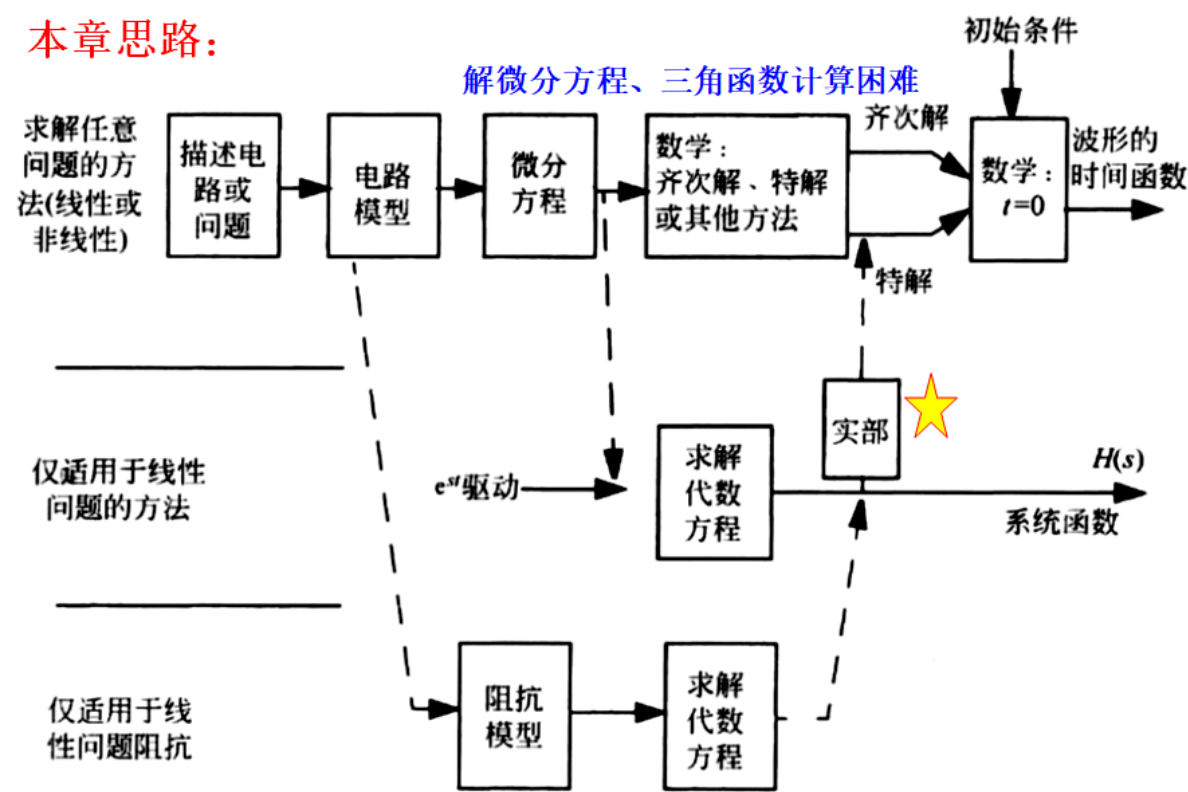
②求特解  $v_{CP}(t)$

③全解为齐次解和特解之和  $v_C(t) = v_{CH}(t) + v_{CP}(t)$  利用初始条件求出余下的常数

写出特征方程  $s^2 + 2\alpha s + w_0^2 = 0$  得到 $\alpha$ 与 $w_0$ 判断阻尼状态

## 正弦稳态:阻抗和频率响应

本章思路：



定义

两个同频率正弦量在任意时刻的相位差均等于它们初相之差，与时间 $t$ 无关

当 $\varphi = \psi_1 - \psi_2$ 时，表明 $i_1(t)$ 超前于电流 $i_2(t)$ ，超前的角度为 $\varphi$ ，超前的时间为 $\varphi/\omega$

正交：相位差 $\varphi = \pm\pi/2$

反相：相位差 $\varphi = \pm\pi$

瞬时值	幅值或最大值
正弦量在任一瞬间的值，用小写字母表示，如 <i>i</i> 、 <i>u</i>	瞬时值中最大的值，如 <i>I<sub>A</sub></i> 、 <i>U<sub>A</sub></i>

振幅为 $I_A$ 的正弦电流与数值为 $I = 0.707I_A$  的直流电流，在一个周期内对电阻*R*提供**相同的能量**

正弦电压电流的有效值为振幅值的0.707倍（正弦电压电流的振幅是其有效值的 $\sqrt{2}$ 倍）

用交流电压表或普通万用表测量正弦电压的读数为220V时，是指该电压的有效值为220V，振幅值为311V

复幅值（复振幅、相量）的概念：

$$\tilde{v}_{cp} = \frac{V_i}{1 + j\omega_1 RC} e^{j\omega_1 t} \rightarrow v_c = |V_c| \cos(\omega_1 t + \angle V_c)$$

**例1** 试用相量表示*i*, *u* 。

$i = 100\cos(314t + 30^\circ)\text{A}$

$u = 220\cos(314t - 60^\circ)\text{V}$

**解：** $\dot{I} = 100\angle 30^\circ\text{A}$      $\dot{U} = 220\angle -60^\circ\text{V}$

**例2** 已知 $\dot{I} = 50\angle 15^\circ\text{A}$ ,  $f = 50\text{Hz}$  .

试写出电流的瞬时值表达式。

**解：**      $i = 50\cos(314t + 15^\circ)\text{A}$

阻抗

电压	欧姆定律	名称	对数
$U_r = RI_r$	$\frac{U_r}{I_r} = R$	电阻	$\log R$
$U_l = j\omega LI_l$	$\frac{U_l}{I_l} = j\omega L$	感抗	$\log \omega L = \log L + \log \omega$
$U_c = \frac{1}{j\omega C} I_c$	$\frac{U_c}{I_c} = \frac{1}{j\omega C}$	容抗	$\log \frac{1}{\omega C} = -\log C - \log \omega$

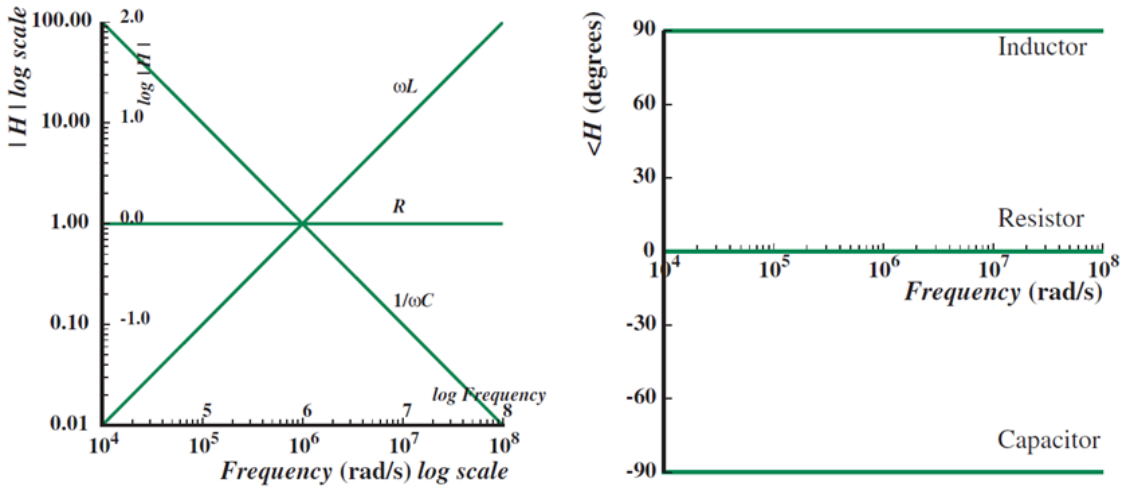


<p><b>阻抗<math>Z</math></b></p>	<p><b>导纳<math>Y</math></b></p>
$Z = \frac{U_x}{I_x} = \begin{cases} R \\ j\omega L \\ \frac{1}{j\omega C} \end{cases}$	$Y = \frac{I_x}{U_x} = \begin{cases} G \\ j\omega C \\ \frac{1}{j\omega L} \end{cases}$

$$Z = a + bj = |Z|\angle\varphi \quad \left|\frac{1}{a + bj}\right| = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \varphi = \arctan\left(-\frac{b}{a}\right)$$

## 频率响应

$$H(jw)=\text{输出相量/输入相量} \quad H(jw) = |H(jw)|\angle\theta(w)$$



- 电阻的幅值响应是一条直线
- 电感**的幅值响应在对数-对数坐标中是一条斜率为 $+1$ 的直线，电感的阻抗随着频率增加而增加（频率低，阻抗小，直流相当于短路）
- 电容**的幅值响应在对数-对数坐标中是一条斜率为 $-1$ 的直线，电容的阻抗随着频率增加而减小（频率低，阻抗大，直流相当于开路）
- 电感产生 $+90^\circ$ 的相移（电感电压超前于电流），电容产生 $-90^\circ$ 的相移（电容电压滞后于电流），电阻不产生相移

换到阻抗模型后可以使用普通电路中计算电流电压的方法；

## 频率响应图

直觉画出频率响应示意图的方法

计算高低频率时的 $|H|$ 和 $\angle H$  低频时不考虑 $w$ 的影响，高频时主要由 $w$ 支配

幅值图：

- 画出低频渐近线；
- 画出高频渐近线；
- 两条渐近线在转折频率处相交

相位图：

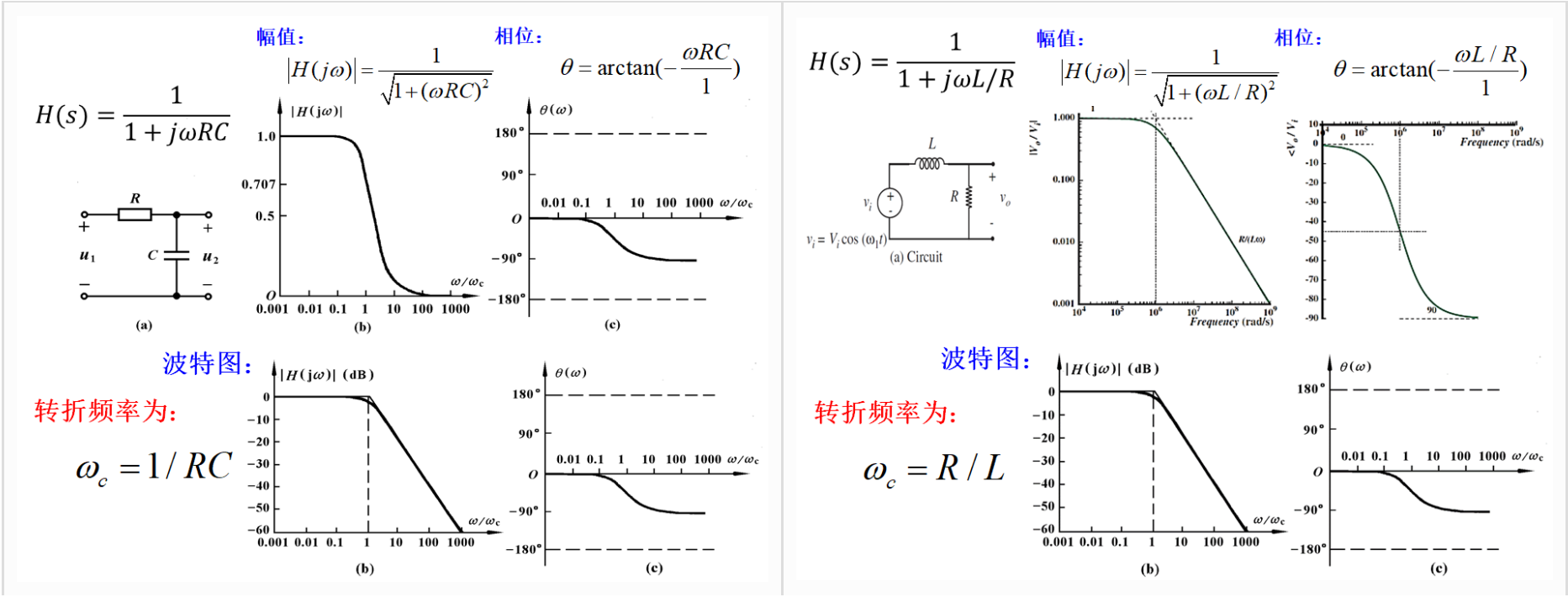
- 画出低频渐近线；
- 画出高频渐近线；
- 在转折频率处相位是 $45^\circ$ 或 $-45^\circ$ ，从低频渐进线开始画一条平滑的曲线，在转折频率处穿过 $45^\circ$ 或 $-45^\circ$ ，最后终止于高频渐近线

常画出 $20\lg|H(jw)|$ 和 $\theta(w)$ 相对于对数频率坐标的特性曲线，这种曲线称为**波特图**

$$H_{dB} = 20\lg|H| \quad \lg 0.707 = -3 \text{ 在dB图上最大值减3就是0.707倍}$$

两条渐近线相交的频率点称为转折频率或拐角频率 $w_c$   $w_c$ 处 $|H(jw)|$ 为最大值的0.707倍

低频( $\omega \rightarrow 0$ )	高频( $\omega \rightarrow \infty$ )	转折频率
$\angle H(jw) \approx 0$	$\angle H(jw) \approx -90^\circ$	$\angle H(jw) = -45^\circ$

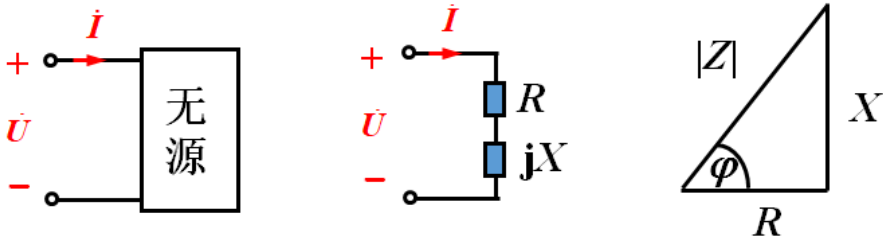


滤波器

看在哪种情况下H (s) 不为0，低频还是高频，通过哪种波频；

阻抗中的功率和能量

三角形是复数系下的坐标三角形，X为虚部数字



考虑电容电感的电压相位与电流相位关系 求导一次增加90°相位

电容 $i_c = C \frac{dU}{dt}$	电感 $U_L = L \frac{di}{dt}$
$U$ 落后 $I$ 90°	$U$ 超前 $I$ 90°

平均功率:  $P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t)dt = UI \cos \varphi$  功率因数角:  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ (单位: var(乏))

纯电阻  $\varphi = 0^\circ$  纯电感  $\varphi = 90^\circ$  纯电容  $\varphi = -90^\circ$

无功功率:  $Q = UI \sin \varphi = I^2 |Z| \sin \varphi = I^2 X$

无功功率守恒: 电路中所有元件吸收的无功功率代数和为零

复功率: 平均功率(实部)+无功功率(虚部)  $S = P + jQ$

最大功率: 负载阻抗等于含源单口网络输出阻抗的共轭复数 (即  $Z_L = \bar{Z}_0$ ) 时, 负载可以获得最大平均功率  $P_{max} = \frac{(U_{oc}^2)}{4R_0}$

正弦稳态：谐振

谐振频率 ( $H$ 最大时候的频率)

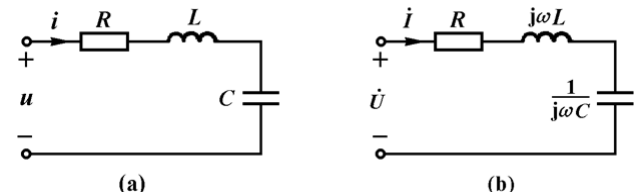
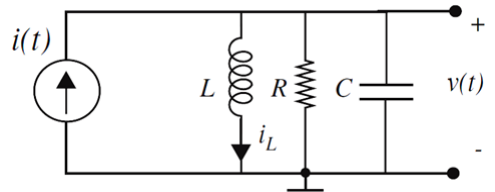
谐振时, 电感抵消了电容的影响, 电路看起来像一个纯电阻  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$

谐振宽度 (也叫带宽)  $|H(jw)|$ 下降到转折频率( $H$ 变为0.707倍)之间的宽度

bandwidth =  $\omega_0/Q$

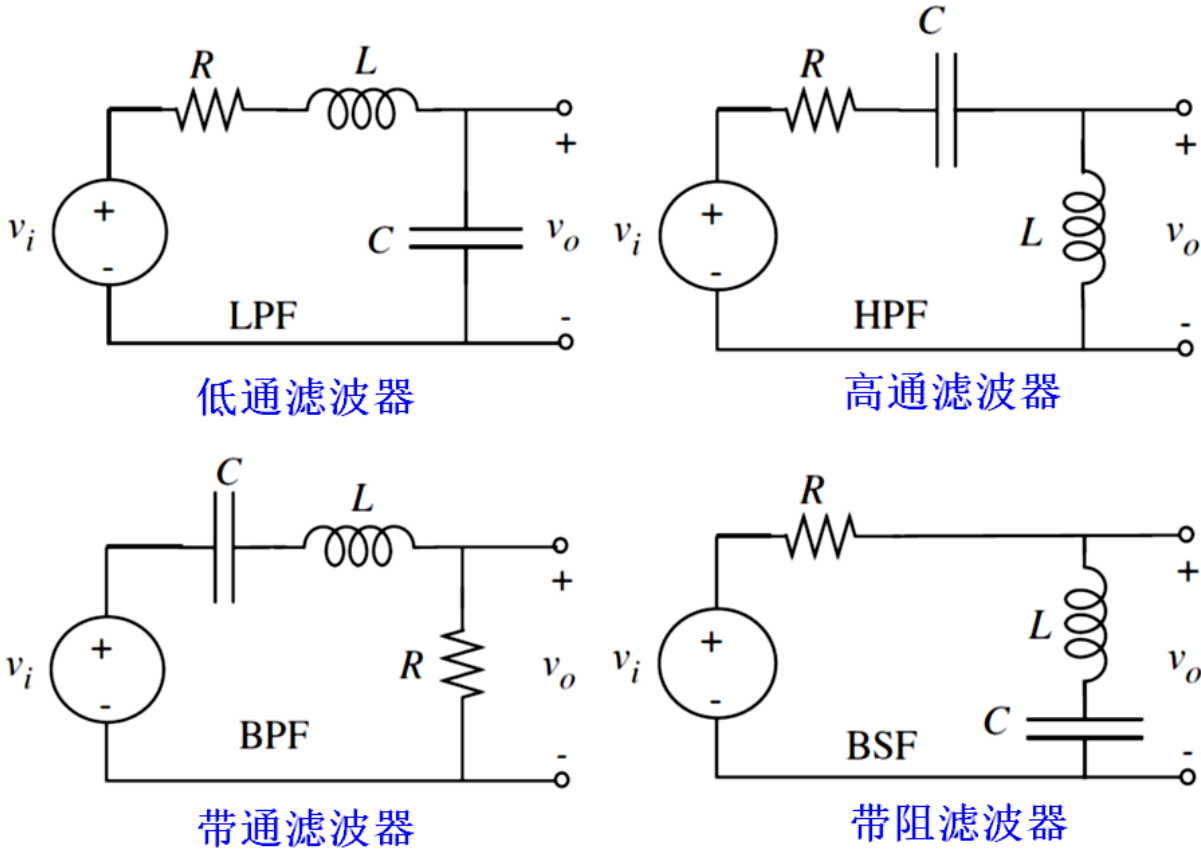
$Q$ 是频率响应尖锐程度的一个指标( $Q = \frac{\omega_0}{2\alpha}$ )

- 高Q值意味着电路是欠阻尼的, 电路将振荡很长时间
- 谐振频率附近的频率成分可以无削弱地通过; 其他频率成分将被削弱, 并产生相移

RLC串联	RLC并联
	
$H(j\omega) = \frac{1}{G + j(\omega C - 1/\omega L)}$	$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\left(\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega RC}\right)}$
$\alpha \equiv \frac{R}{2L}$	$\alpha \equiv \frac{1}{2RC}$
$Q_{\text{串}} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC}$	$Q_{\text{并}} = \omega_0 RC = \frac{R}{\omega_0 L}$

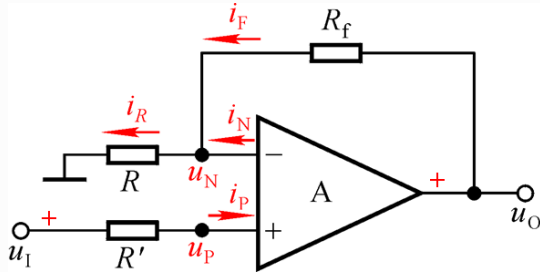
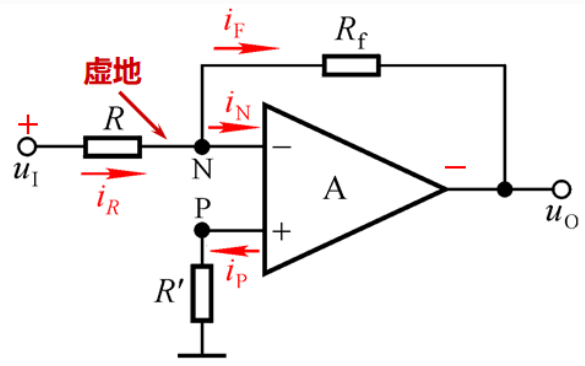
$Q_{\text{串}} = 1/Q_{\text{并}}$

### 滤波器



## 运算放大器

### 虚短和虚断

 <div style="margin-left: 20px;"> <p><b>虚断:</b> <math>i_N = i_P = 0</math></p> <p><b>虚短:</b> <math>u_N = u_P = u_I</math></p> <p><math>i_F = i_R = u_N / R</math></p> <p><math>u_O = \frac{u_I}{R}(R + R_f)</math></p> </div>	 <div style="margin-left: 20px;"> <p><b>虚断:</b> <math>i_N = i_P = 0</math></p> <p><b>虚短:</b> <math>u_N = u_P = 0</math></p> <p><math>N: i_F = i_R = \frac{u_I}{R}</math></p> <p><math>u_O = -i_F R_f = -\frac{R_f}{R} \cdot u_I</math></p> </div>
$A_{uf} = 1 + \frac{R_f}{R}$	$A_{uf} = -\frac{R_f}{R}$