

大学物理II

热学

准静态过程

初态到末态每一中间态均为平衡态过程（**仅准静态过程可用p-V图表示**）(以下均为准静态)

理想气体分子模型的主要内容

- 气体分子本身的尺度与分子之间的平均距离相比，**分子本身的尺度可以忽略**，也就是忽略气体分子的大小.
- 除了在分子之间以及分子与容器之间发生碰撞时外，**分子之间的相互作用可以忽略**.
- 气体分子间以及分子和器壁之间的碰撞是**完全弹性碰撞**，在碰撞中没有能量损失.
 - (1) 分子的有效直径的数量级是 $10^{-10}m$.
 - (2) 在常温下，气体分子的平均速率的数量级是 $10^2 \sim 10^4 m/s$
 - (3) 在标准状态下气体分子的碰撞频率的数量级是 $10^8 \sim 10^{10} s^{-1}$
 - $R = 8.314 J/(mol * K)$, $N_A = 6.022 \times 10^{23} / mol$, $k = 1.3806505 \times 10^{-23} / mol$
 - $1 atm = 101325 Pa \approx 1.01 \times 10^5 Pa$

理想气体分子运动的统计假设

- 气体处在平衡态时分子在容器中的空间分布平均说来是均匀的
- 气体在平衡态时,具有相同速率的分子向各个方向运动的平均分子数是相等的.

理想气体状态方程

$$pV = \frac{M}{\mu} RT = \nu RT, \quad p = nkT$$

压强公式和能量公式

$$p = \frac{1}{3} nm \bar{v}^2 = \frac{2}{3} n \bar{\omega}, \quad \bar{\omega} = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{3}{2} kT$$

能量按自由度均分原理:

$$\bar{E} = \frac{i}{2} kT$$

式中, \bar{E} 为气体分子每个自由度上的**能量**, 刚性气体分子的自由度方向上只有动能

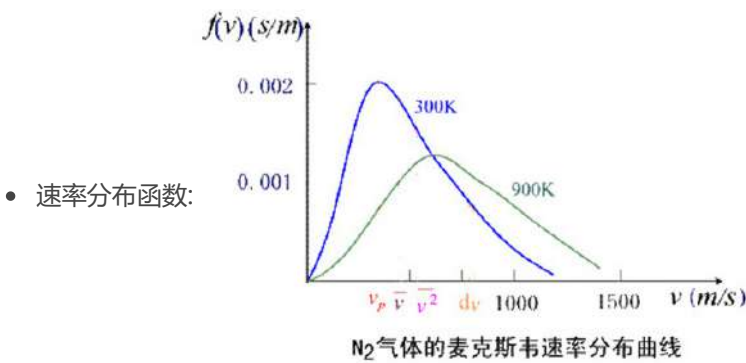
非刚性多的自由度为势能;

$$\text{刚性自由度} \begin{cases} i = 3, \text{单原子} \\ i = 5, \text{双原子} \\ i = 6, \text{多原子} \end{cases} \quad \text{非刚性自由度} \begin{cases} i = 3, \text{单原子} \\ i = 6, \text{双原子} \end{cases}$$

理想气体的内能:

$$E = \frac{M}{\mu} \frac{i}{2} RT$$

麦克斯韦速率分布定律与玻尔兹曼能量分布定律



在**平衡态**下,对于**大量无规热运动**的气体分子

运动速率在 $v \sim v + dv$ 内的分子数 dN 可表示为 $dN = f(v)Ndv$

$f(v)$ 是一个与速率大小有关的比例系数,即分布函数. $\int_0^\infty f(v)dv = 1$

- $f(v)dv = \frac{dN}{N}$ 表示分子速率在 $v \sim v + dv$ 内的分子数占总分子数的百分比,
- $f(v) = \frac{dN}{N dv}$ 则表示分子速率在 v 值附近单位速率区间的分子数占总分子数的百分比,
也表示任一个分子的速率在 v 值附近单位速率区间内出现的概率
- 统计平均**速率**: (非速度)

$$\bar{v} = \int_N v \frac{dN}{N} = \int_0^\infty v f(v) dv$$

$$\bar{v}^2 = \int_0^\infty v^2 f(v) dv$$

同种气体分子条件下，只与*T*有关

$$\text{最概然速率}v_{\text{p}}=\sqrt{\frac{2RT}{M}}\approx 1.414\sqrt{\frac{RT}{M}}$$

$$\text{平均速率}\bar{v}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}\approx 1.60\sqrt{\frac{RT}{M}}$$

$$\text{方均根速率}\sqrt{\bar{v}^2}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}\approx 1.732\sqrt{\frac{RT}{M}}$$

- 分子速度在某一方向上的平均速度为0**（各向概率相同）
 - 在*v*₀ ~ +∞内：

$$\Delta N = \int_{v_0}^{+\infty} N f(v) dv$$

$$\bar{v} = \frac{\int_{v_0}^{+\infty} N v f(v) dv}{\int_{v_0}^{+\infty} N f(v) dv} = \frac{\int_{v_0}^{+\infty} v f(v) dv}{\int_{v_0}^{+\infty} f(v) dv}$$

*v*²同理

例题：

一氧气瓶的容积为*V*, 充了气末使用时压强为*p*₁, 温度为*T*₁; 使用后瓶内氧气的质量减少为原来的一半, 其压强降为*p*₂,*v*_{*v*}*=* $\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}=\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ 这个*m*与瓶内氧气的质量无关,*v*_{*v*}只与*T*有关 试求此时瓶内氧气的温度*T*₂. 及使用前后分子热运动平均速率之比*v*₁/*v*₂.

- 麦克斯韦速率分布定律：

$$f(v)=4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}\text{e}^{-\frac{mv^2}{2kT}}v^2$$

- 玻尔兹曼能量分布律：

$$\mathrm{d}N=n_0\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}\text{e}^{-\frac{E_{\text{k}}+E_{\text{p}}}{kT}}\,\mathrm{d}v_x\,\mathrm{d}v_y\,\mathrm{d}v_z\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$$

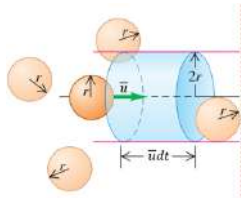
- 重力场中：

$$n=n_0\text{e}^{-\frac{mgh}{kT}}$$

$$p=nkT=p_0\text{e}^{-\frac{mgh}{kT}}\longrightarrow h=\frac{kT}{mg}\ln\frac{p_0}{p}=\frac{RT}{\mu g}\ln\frac{p_0}{p}(\mu\text{为大气})$$

平均自由程

平均碰撞频率 *z*：单位时间内刚性气体分子的平均碰撞次数



平均自由程*λ*：刚性气体分子相邻两次碰撞之间自由通过的路程的平均值

$$\left. \begin{aligned} \bar{z} &= \frac{n\cdot(\sigma\cdot\bar{u}t)}{t} \xrightarrow{\sigma=\pi d^2} \bar{z} = \pi d^2 n \bar{u} \\ \bar{u} &= \sqrt{2}\bar{v} \end{aligned} \right\} \bar{z} = \sqrt{2}\pi d^2 n \bar{v}$$

$$\xrightarrow{\bar{\lambda}\cdot\bar{z}=\bar{v}} \bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} \xrightarrow{p=nkT} \bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}$$

结论:

- 平均自由程只与**分子的直径和密度有关**,而与平均速率无关
- 当**温度一定时**，平均自由程**与压强成反比**，压强越小，平均自由程越长

热力学第一定律：

能量守恒定律

$$dQ = dE + dA$$

式中,Q、A是**过程量**，规定系统吸热Q>0，系统对外界做功A>0；E是系统状态的单值函数

真空中A为0

热力学第一定律是包括热现象在内的能量守恒

第一类永动机：循环一周回到初始状态，不吸热而对外放热或做功（违背了能量守恒定律）

- 功：

$$\mathrm{d}A=p\,\mathrm{d}V,\quad A=\int_{V_1}^{V_2}p\,\mathrm{d}V$$

- 热容量：*C* = $\frac{dQ}{dT}$

当系统的物质的量为1mol时,相应的热容称为摩尔热容;

当系统具有单位质量(1kg)时其热容称为比热容；

- 定体摩尔热容： $C_V = \frac{i}{2}R$
- 定压摩尔热容： $C_P = \frac{i+2}{2}R = C_V + R$
- 比热容比： $\gamma = \frac{C_{p.m}}{C_{V.m}} = \frac{i+2}{i}$

过程分析

- 等体过程：

$$dV = 0 \rightarrow A = 0, \quad Q = \Delta E$$
$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$
$$Q_V = \Delta E = \frac{M}{\mu}C_V\Delta T$$

- 等压过程：

$$A = p(V_2 - V_1) = \frac{M}{\mu}R(T_2 - T_1),$$
$$\Delta E = \frac{i}{2} \frac{M}{\mu}R\Delta T = \frac{M}{\mu}C_V\Delta T \quad \frac{T_1}{V_1} = \frac{T_2}{V_2}$$
$$Q_p = \frac{M}{\mu}C_p\Delta T$$

- 等温过程：

$$dT = 0 \rightarrow dE = 0, \quad Q = A$$
$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV = \frac{M}{M_{mol}}RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{M}{M_{mol}}RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$
$$Q_T = \frac{M}{M_{mol}}RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

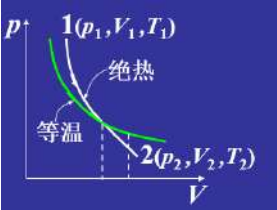
- 绝热过程：

$$Q = 0, \quad \begin{cases} pV^\gamma = \text{常量}, \\ TV^{\gamma-1} = \text{常量}, \\ p^{\gamma-1}T^{-\gamma} = \text{常量} \end{cases}$$

γ 为比热容比, $\gamma = \frac{C_p}{C_V} >$

$$\Delta E = \frac{M}{\mu}C_V\Delta T, \quad A = -\Delta E$$

- 绝热和等温过程的联系



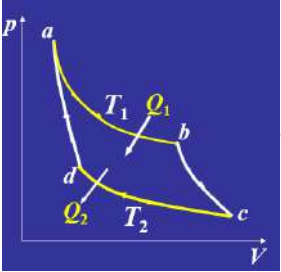
交点处绝热线斜率大于等温线

等温： $pV = \text{常量}, \quad \frac{dp}{dV} = -\frac{p}{V}$

绝热： $pV^\gamma = \text{常量}, \quad \frac{dp}{dV} = -\gamma \frac{p}{V}$

卡诺循环：

由两个等温过程和两个绝热过程组成，Q的变化只在等温过程(考虑的Q为绝对值)ab、cd为等温

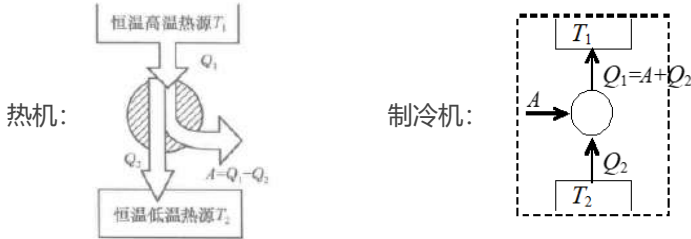


$$Q_{ab} = \frac{M}{\mu}RT_1 \ln \frac{V_b}{V_a}, \quad Q_{cd} = \frac{M}{\mu}RT_2 \ln \frac{V_c}{V_d}$$

$T_1 > T_2$ ， T_1 是高温热源， T_2 是低温热源

满足： $T_1V_a^{\gamma-1} = T_2V_d^{\gamma-1}$ ， $T_1V_b^{\gamma-1} = T_2V_c^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{V_b}{V_a} = \frac{V_c}{V_d}$

循环过程



特征： $\Delta E = 0$, $A = Q = Q_1 - Q_2$

正循环热机效率：（小于1）做功/高温热源吸热 Q_1

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

卡诺循环

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

逆循环的制冷系数：（不一定小于1）低温热源吸热 Q_2 /做功

$$w = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$$

卡诺逆循环:

$$w = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

卡诺定理：

工作于**相同的高温热源 T_1 和相同的低温热源 T_2 之间的一切可逆热机**，其效率都相同

与工作物质无关;

而一切不可逆热机的效率都不可能大于可逆热机的效率. $\eta \leq 1 - \frac{T_2}{T_1}$

提高 η 的方法:

1. 选择相近于卡诺循环的循环作为热机循环
2. 提高 T_1 ，降低 T_2
3. 减少不可逆因素：散热，漏气，摩擦

(不) 可逆过程

- 可逆的**定义**：能使系统进行逆向变化, 从状态B恢复到状态A , 而且系统恢复到状态A时, 周围一切也都恢复原状.
- 无 f 的准静态过程可逆
- 自然界的一切自发的宏观过程不可逆
 - 不可逆的**实质**是一个小概率事件到大概率的过程
 - 一切实际过程向熵增加的方向进行

热力学第二定律

- 克劳修斯表述：热量不能自动地从低温物体传到高温物体
- 开尔文表述:不可能从单一热源吸热使之完全变为有用功而不产生其他变化

热力学第二定律是反映自然界过程进行方向的规律.

实质：功可以完全转化成热但热不能通过一个循环完全转化为功

第二类永动机：从单一热源吸收热量，在循环中不断做功的热机；

熵

- 定义：
在卡诺循环中 $\eta = \frac{Q_1-Q_2}{Q_1} = \frac{T_1-T_2}{T_2}$
即 $\frac{Q_1}{T_1} + \frac{(-Q_2)}{T_2} = 0$
当系统做任意一个可逆循环时,可将这任意的循环看做是由许多微卡诺循环拼成的,任意两个相邻的微卡诺循环的绝热线大部分因过程方向相反而抵消，留下的是
- 熵增加原理：在孤立系统中发生任何不可逆过程都会导致熵的增加，但对可逆过程则是不变的；
- 熵增加原理的微观意义：
自发进行的方向总是从概率小的状态向概率大的状态转化，平衡态的热力学概率最大.
- 克劳修斯熵公式(系统在可逆过程中的熵变):

$$dS = \frac{dQ}{T}, \quad S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$$

- 理想气体的状态函数熵的变化.
 - 根据 $pV = \nu RT$ 和 $dE = \nu C_{V,m} dT$

$$\begin{aligned} dS &= \frac{dQ}{T} = \frac{1}{T} (dE + p dV) \\ &= \nu C_V \frac{dT}{T} + \nu R \frac{dV}{V} \end{aligned} \quad \text{则 } S - S_0 = \int_{T_0}^T \nu C_V \frac{dT}{T} + \nu R \int_{V_0}^V \frac{dV}{V}$$

其中 S_0 是参考态(T_0, V_0)的熵,若温度范围不大,理想气体 E 和 C_v 看作常数

$$\Delta S = \nu C_V \ln \frac{T}{T_0} + \nu R \ln \frac{V}{V_0}$$

(以T, V为独立变量的熵函数的表达式)

同样可求出以(T, p)和(p, V)为独立变量的熵函数的表达式.(代入 $\frac{T}{T_0} = \frac{pV}{p_0V_0}$)

$$\begin{aligned}\Delta S &= \nu C_V \ln \frac{p_1}{p_0} + \nu C_P \ln \frac{V_1}{V_0} \\ \Delta S &= \nu C_P \ln \frac{T_1}{T_0} - \nu R \ln \frac{p_1}{p_0}\end{aligned}$$

若始末态温度相同, 则

$$\Delta S = \nu R \ln \frac{V_1}{V_0} = -\nu R \ln \frac{p_1}{p_0}$$

若始末态压强相同, 则

$$\Delta S = \nu C_P \ln \frac{V_1}{V_0} = \nu C_P \ln \frac{T_1}{T_0}$$

若始末态体积相同,则

$$\Delta S = \nu C_V \ln \frac{p_1}{p_n} = \nu C_V \ln \frac{T_1}{T_0}$$

电学

积分结果

$$\int \frac{1}{\sqrt{r^2+x^2}}dx = \ln|\sqrt{r^2+x^2}+x|$$

电通量（穿入为负，穿出为正）

$$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

高斯定理

$$\oiint_S \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{S} = \frac{\sum_i q_i}{\epsilon_0}$$

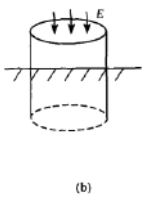
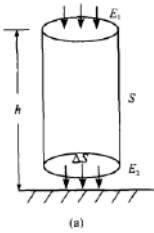
例题：

如果高斯面内无电荷,则高斯面上E处处为零;（×）外部电荷影响

如果高斯面上E处处不为零,则高斯面内必有电荷;（×）电通量为0内部电荷依然为0

例题：

10-8 实验表明,在靠近地面处有相当强的电场,电场强度 \boldsymbol{E} 垂直于地面向下,大小约为 100N/C;在离地面 1.5km 高的地方, \boldsymbol{E} 也是垂直于地面向下的,大小约为 25N/C.
（1）试计算从地面到此高度大气中电荷的平均体密度;
（2）假设地球表面处的电场强度完全是由均匀分布在地表面的电荷产生,求地面上的电荷面密度.

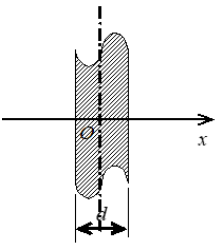


$$\begin{aligned}\oiint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{S} &= E_2 \Delta S - E_1 \Delta S = (E_2 - E_1) \Delta S \\ (1) \quad \sum_{(S)} q_i &= h \Delta S \rho \\ (E_2 - E_1) \Delta S &= \frac{h \Delta S \rho}{\epsilon_0}\end{aligned}$$

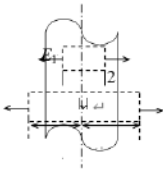
(2)设地面面电荷密度为 σ . 由于电荷只分布在地表面,电力线终止于地面

$$\begin{aligned}\oiint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{S} &= \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i \\ -E \Delta S &= \frac{1}{\epsilon_0} \sigma \Delta S\end{aligned}$$

例题：（做高斯面的位置）



图示一厚度为 d 的“无限大”均匀带电平板，电荷体密度为 ρ 。试求板内外的场强分布，



环路定理：（有源无旋）

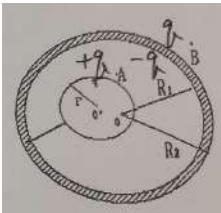
$$\oint_l \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = 0$$

电势：

$$U_A = \frac{W_A}{q_0} = \int_A^{0\text{势能点}} \boldsymbol{E}$$

例题：

一带电量q半径为r的金属球A，放在内外半径分别为 R_1 和 R_2 的不带电金属B内任意位置，



如图所示.A与B之间及B处均为真空,若用导线用A、B连接，则

A球电势为（设无穷远处电势为零）

相连，电势相同， $U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2}$

E 和 U 的关系：

$$\boldsymbol{E} = -\nabla U$$

例题：

q_B, q_C 受力为0, q_D 受力: $F = \frac{(q_B+q_C)q_D}{4\pi\epsilon_0 r^2}$, （近似结果）

导体静电平衡的基本性质

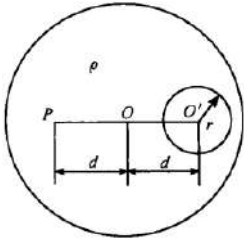
- 基本条件：场强分布 $\boldsymbol{E}_{\text{内}} = 0, \boldsymbol{E}_{\text{表面}} \perp$ 表面
- $\boldsymbol{E}_{\text{附近}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$. （只是附近，多数用的还是 $\boldsymbol{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ ）
- 电荷分布： $q_{\text{内}} = 0, q$ 分布在外表面, **空腔导体内表面的电荷与腔内带电体的电荷等值异号**.
- 电势分布：导体为等势体, 表面为等势面, U= 常量.
- 一些结论：带电球体球心电场为0，球壳内部电场为0，球壳内部电势与球壳相同

例题：

10-11 一球体内均匀分布着电荷体密度为 ρ 的正电荷,若保持电荷分布不变,在该球体内挖去半径为 r 的一个小球体,球心为 O' ,两球心间距离 $OO' = d$,如附图所示,求:

(1) 在球形空腔内,球心 O' 处的电场强度 \boldsymbol{E}_0 ;

(2) 在球体内 P 点处的电场强度 \boldsymbol{E} . 设 O', O, P 三点在同一直径上,且 $OP=d$.



场强叠加法：相当于在充满 ρ 的球体内同一位置放上电荷体密度为一 ρ 的球体

$\boldsymbol{E}_0 = \boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{E}_2$ E_1 有值但 $E_2 = 0$ （球体球心电场为0）

例题：

10-21 一接地的导体球,半径为 R ,原来不带电.今将一点电荷 q 放在球外距球心的距离为 r 的地方,求球上的感应电荷总量.

接地的导体球的电势包括球心处电势为零

$$\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 R} = 0$$
$$q' = -\frac{R}{r}q$$

电流密度：

$$\boldsymbol{j} = \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S_{\perp}} = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}S \cdot \mathrm{d}t} \quad \text{或} \quad I = \iint_S \boldsymbol{j} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

电介质中任一闭曲面S内极化电荷总量与闭合面上极化强度通量的关系: (\vec{P} 极化强度)

$$q' = - \oint_S \boldsymbol{P} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

极化电荷面密度:

$$\sigma' = \vec{P} \cdot \vec{n} = P_n \quad \vec{n} \text{ 的方向为平面垂直向外的方向}$$

介质中的高斯定理

$$\oiint_S \boldsymbol{D} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \sum q_{\text{内}i}$$

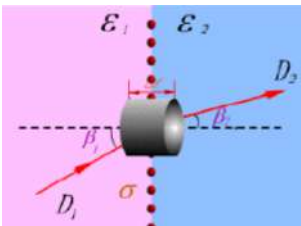
- 介质极化
 -

普通电介质在外电场中极化后，两端出现等量异号电荷. 若把它截成两半后分开，再撤去外电场，问这两个半截的电介质上是否带电？为什么？

这两个半截电介质上都不带电

因为普通电介质中基本上不存在自由电荷. 介质的极化是由于外电场作用下无极分子的正负电荷中心发生位移，出现电矩，或有极分子发生转向，分子电矩转向外电场方向，因而两端出现等量异号电荷. 这些电荷都属于束缚电荷. 外电场一旦撤去，无极分子的正负电荷中心立即重合，有极分子的电矩方向恢复杂乱无章状态，因而两半截电介质都不显示电性.

- D(电位移矢量)的边界条件：

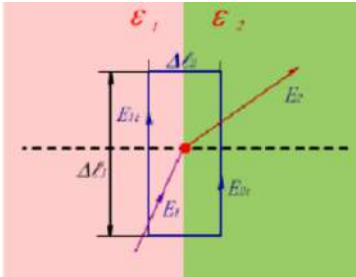


以分界面上点P作为观察点，作一小扁圆柱高斯面（ $\Delta L \rightarrow 0$ ）

根据 $\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = q$ 则有
$$\begin{aligned} -D_{1n}\Delta S + D_{2n}\Delta S &= \sigma\Delta S \\ D_{2n} - D_{1n} &= \sigma \end{aligned}$$

分界面两侧的D的法向分量不连续。当 $\sigma=0$ 时，D的法向分量连续。

- E的边界条件：



以点P作为观察点，作一小矩形回路（ $\Delta L \rightarrow 0$ ）

根据 $\oint_1 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$ 则有

$$\begin{aligned} E_{1t}\Delta l_1 - E_{2t}\Delta l_1 &= 0 \\ E_{2t} &= E_{1t} \end{aligned}$$

分界面两侧 E 的切向分量连续。

当分界面为导体与电介质的交界面时，分界面上的衔接条件为：

导体

电介质

$E_1 = 0$

E_2, D_2

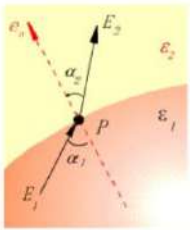
$D_{2n} - D_{1n} = \sigma$

$E_{1t} = E_{2t}$

$D_{2n} = \sigma$

$E_{2t} = 0$

- 表明：（1）导体表面是一等位面，电力线与导体表面垂直，电场仅有法向分量；
（2）导体表面上任一点的D就等于该点的自由电荷密度 σ



在交界面上不存在 σ 时，E、D 满足折射定律。

$$\begin{aligned} D_{1n} &= D_{2n} \rightarrow \epsilon_1 E_1 \cos \alpha_1 = \epsilon_2 E_2 \cos \alpha_2 \\ E_{1t} &= E_{2t} \rightarrow E_1 \sin \alpha_1 = E_2 \sin \alpha_2 \\ \frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} &= \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \quad (\text{折射定律}) \end{aligned}$$

电容器：

$$C = \frac{Q}{U}$$

电容器串并联：

- 串联：相当于电阻并联
- 并联：相当于电阻串联

例题：

金属球A与同心球壳B组成电容器，球A上带电荷 q ，壳B上带电荷 Q ，测得球与壳间电势差 U_{AB}

可知该电容器的电容值为($\frac{q}{U_{AB}}$)

ps:球壳内部电场与球壳无关

串联Q相同，并联U相同,平行板电容器 $C = \frac{\epsilon S}{d}$

电容器能量： $W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{U} = \frac{1}{2}QU$

电场能量

等于将q从无穷远移到场点的过程中外力做的功：

$$W_e = q_0 U$$

带电球面的静电能量为 $W = \frac{Q^2}{(8\pi\epsilon_0 R)} \quad (W = \frac{1}{2}QU)$

电场能量密度 w_e ：

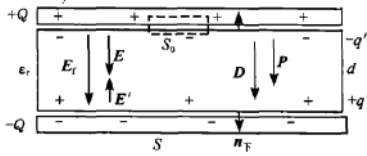
$$\begin{aligned} w_e &= \frac{W}{V} = \frac{1}{2}\epsilon_0\epsilon_r E^2 = \frac{1}{2}ED (\text{这一结论对任何电场都适用}) \\ W &= \int_V w_e dV \end{aligned}$$

链式关系：

$$\begin{aligned} D &= \varepsilon_0 \varepsilon_r E = \varepsilon E \\ w_e &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r E^2 = \frac{1}{2} ED \longrightarrow E \longrightarrow \vec{P} = (\varepsilon - \varepsilon_0) \vec{E} \longrightarrow \vec{P} \longrightarrow \sigma' = \vec{P} \cdot \vec{n} = P_n \longrightarrow q' \end{aligned}$$

例题：

- 例 10-8** 带电分别为正负 Q 的两均匀带电导体板间充满相对介电常数为 ϵ_r 的均匀电介质. 求：
- (1) 电介质中的电场；
 - (2) 电介质上下表面的束缚电荷.



带f指导体板

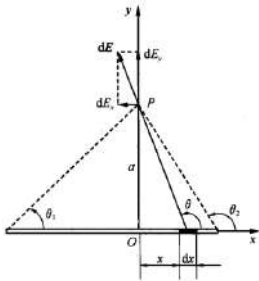
$$\begin{aligned} (1) \int_S D \, dS &= q_{f\text{内}} \longrightarrow DS_0 = \left(\frac{Q}{S}\right) S_0 \longrightarrow D = \left(\frac{Q}{S}\right) = \sigma_f \\ E &= \frac{D}{\varepsilon} = \frac{\sigma_f}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{Q}{S \varepsilon_0 \varepsilon_r} \left(E = \frac{E_f}{\varepsilon_r}, \quad E < E_f\right) \\ (2) P &= \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) E = \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) \frac{\sigma_f}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \longrightarrow P = \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right) \sigma_f \end{aligned}$$

求 σ' 、 q' ：

$$\begin{aligned} \text{介质上表面} \sigma'_{\text{上}} &= \mathbf{P} \cdot \mathbf{n}_{\text{上}} = P \cos \pi = -P = -\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right) \sigma_f \\ q'_{\text{上}} &= \sigma'_{\text{上}} S = -\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right) Q \end{aligned}$$

电场

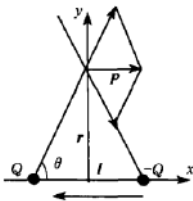
- 无限长直导线：



高斯：
$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi a \varepsilon_0} \vec{j}$$

如果一半为正电荷一半为负电荷，那么
$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi a \varepsilon_0} \vec{i}$$

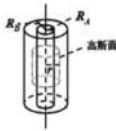
- 电偶极子电场：
$$\mathbf{E} \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-\mathbf{p}}{r^3} \quad \vec{p} = q\vec{l}, \text{ 满足:}$$



$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{Q}{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} \right] \cos\theta + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{Q}{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} \right] \cos\theta$$

满足 $r \gg l$

- 无限长均匀带电圆柱体：

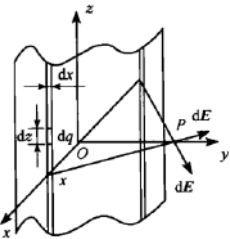


跟外柱面无关；

$$\begin{aligned} R_A < x < R_B \quad E &= \frac{\lambda}{2\pi x \varepsilon_0} \\ U &= \int_{R_A}^{R_B} E dx = \frac{\lambda}{2\pi \varepsilon_0} \ln \frac{R_B}{R_A} = \frac{Q}{2\pi \varepsilon_0 L} \ln \frac{R_B}{R_A} \end{aligned}$$

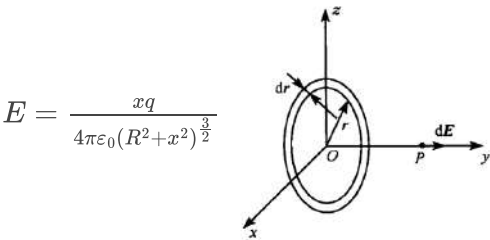
- 无限大平面电场：
$$E_P = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

- (1) 分割成无限长的直线,用无 **限长带电直线的场强公式**：
$$E = \frac{\lambda}{2\pi a \varepsilon_0}$$



$$dE = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 (x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sigma dx}{2\pi\epsilon_0 (x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} \quad dE_y = \frac{\sigma dx}{2\pi\epsilon_0 (x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{y}{(x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}}$$

- (2) 分割成无穷多个无限窄的带电圆环用 **带电圆环在其轴线上的场强公式**；

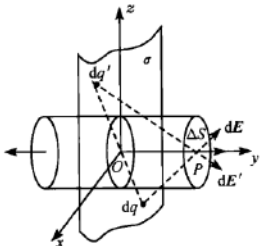


$$E = \frac{xq}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

带电圆盘轴线上场强公式: $E = \int_0^R \frac{x dq}{4\pi\epsilon_0(r^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} = \int_0^R \frac{\sigma \cdot 2\pi r \cdot dr \cdot x}{4\pi\epsilon_0(r^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}})$

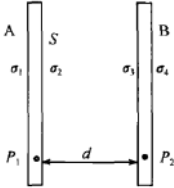
R 趋近于 $+\infty$ 时 $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

◦ (3)用高斯公式:



$$\oint_S \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_{\mathrm{int}} \quad \sum q_{\mathrm{int}} = \sigma \cdot \Delta S$$

◦ 例题:



电荷守恒:

$$\sigma_1 S + \sigma_2 S = Q_{\mathrm{A}}$$

$$\sigma_3 S + \sigma_4 S = Q_{\mathrm{B}}$$

金属导体内部电场为0:

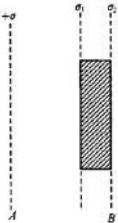
$$E_{P_1} = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma_3}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma_4}{2\epsilon_0} = 0$$

$$E_{P_2} = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma_3}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma_4}{2\epsilon_0} = 0$$

得到:

$$\sigma_1 = \sigma_4 = \frac{Q_{\mathrm{A}} + Q_{\mathrm{B}}}{2S}, \quad \sigma_2 = -\sigma_3 = \frac{Q_{\mathrm{A}} - Q_{\mathrm{B}}}{2S}$$

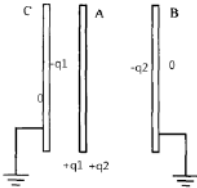
◦ 例题:



同上做法，导体内部电场为0，电荷守恒为0

◦ 例题:

10-25 如附图所示, A、B、C 是三块平行金属板, 面积均为 200cm^2 , A、B 相距 4.0mm , A、C 相距 2.0mm , B、C 两板都接地. 设 A 板带正电 $3.0 \times 10^{-7}\text{C}$, 不计边缘效应, 求 B 板和 C 板上的感应电荷, 以及 A 板的电势. 若在 A、B 间充以相对介电系数 $\epsilon_r=5$ 的均匀电介质, 再求 B 板和 C 板上的感应电荷, 以及 A 板的电势.



$$q_1 + q_2 = q$$

BC板各有一侧接地电荷密度为0;

$$E_{\mathrm{AB}} = \frac{q_2}{\epsilon_0 S}, \quad E_{\mathrm{AC}} = \frac{q_1}{\epsilon_0 S}$$

$$U_{\mathrm{A}} - U_{\mathrm{B}} = U_{\mathrm{A}} - U_{\mathrm{C}}$$

$$d_{\mathrm{AB}} E_{\mathrm{AB}} = d_{\mathrm{AC}} E_{\mathrm{AC}}$$

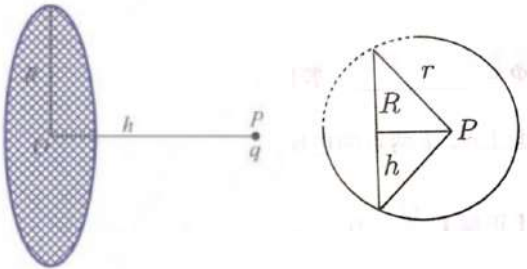
练习册

热学

- 做功是通过物体做宏观的位移来完成，传递热量是通过分之间相互碰撞来完成
- 决定麦克斯韦速率分布函数的因素是 m, T, v $f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2$
- v_p 小的曲线最高点更高
- $E = \frac{i}{2} \nu RT = \frac{i}{2} pV, \bar{w} = \frac{i}{2} kT$ (每个分子热运动的平均平动动能)
- 平均碰撞频率 $\bar{z} = \sqrt{2} n \pi d^2 \bar{v}$, 满足 $\bar{z} * \lambda = \bar{v}$

电学

- 真空中有一半径为R的圆平面,在通过圆心O与平面垂直的轴线上一点P处,有一电荷为q的点电荷。O,P间距离为h ,如图所示,试求通过该圆平面的电场强度通量。



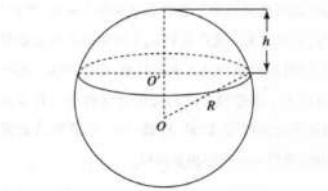
解：以 P 点为球心, $r = \sqrt{R^2 + h^2}$ 为半径作一球面, 可以看出通过半径为 R 的圆平面的电场 强度通量与通过以它为周界的球冠面的也场强度通量相等。

球冠面的面积为 $S = 2\pi r(r - h)$

整个球面积 $S_0 = 4\pi r^2$, 通过整个球面的电场强度通量 $\Phi_0 = \frac{q}{\varepsilon_0}$,

通过球冠面的电场强度通量:

$$\phi = \phi_0 \frac{S}{S_0} = \frac{q}{\varepsilon_0} \cdot \frac{2\pi r(r - h)}{4\pi r^2} = \frac{q}{2\varepsilon_0} \left(1 - \frac{h}{r}\right) = \frac{q}{2\varepsilon_0} \left(1 - \frac{h}{\sqrt{R^2 + h^2}}\right)$$



假设球面的半径是R，球冠的高是h，表面积公式为： $S = 2\pi R h$

2. 球形电容器电容 $C = \frac{4\pi\varepsilon_0 ab}{b-a}$, a 是内径

柱形点电容器 $C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln \frac{R_B}{R_A}}$, R_A 是内径

3. 找最小场强先写E-x关系再求寻找极值

4. 金属（导体）球壳会产生感应电荷，要看题目有没有明确说导体

静磁学

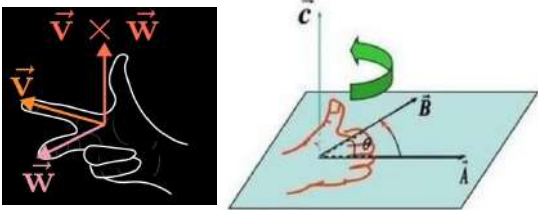
$$(a + b)^3 \approx a^3(1 + \frac{3b}{a}) \quad a \gg b$$

物理学史：

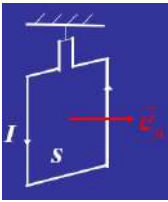
奥斯特实验表明：电流对磁极有力的作用

安培分子电流假说：一切磁现象都起源于电荷的运动(电流)

叉乘方向判断



磁矩



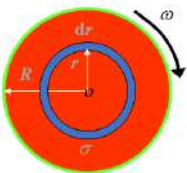
定义： $\vec{p}_m = NIS\vec{e}_n$, \vec{e}_n 为载流线圈平面正法向单位矢量， S 为线圈包围的面积

磁力矩公式 $\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}$ 对**均匀磁场**中的任意形状的平面线圈都适用

转动的结果使线圈 \vec{P}_m 的方向与磁场 \vec{B} 的方向趋于一致(Φ 最大)

圆盘的磁矩：

$$p_m = \int dI \cdot S = \int_0^R (\pi r^2)(\sigma \omega r dr) = \int_0^R \pi r^3 \omega \sigma dr = \frac{1}{4} \omega q R^2$$



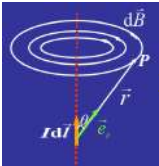
磁感应线：

- 磁感应线上每一点的切线方向与该点的 \vec{B} 的方向一致。
- 通过某点 **垂直于磁场方向的单位面积上的磁感应线条数** 等于该点 \vec{B} 的大小

特点：

- 磁感应线是 **无头无尾的闭合曲线(或两端伸向无穷远处)**，所以磁场是涡旋场。
- 磁场和电流方向遵从**右螺旋法则**。
- 任意两条磁感应线都不相交**。

毕奥-萨伐尔定律



真空中，电流元 $I d\vec{l}$ (方向为 I 方向)在 P 点产生的磁场:

$$\vec{B} = \int_l \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2} = \int_l \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{r}}{r^3} (\text{运动电荷})$$

磁场的高斯定理(无源)

磁通量: 磁场中通过任一给定曲面的磁感应线的总数, 用Φ表示, **穿入为负,穿出为正**

磁力线是闭合曲线所以:(证明磁场是无源场)

$$\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \qquad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

安培环路定理(有旋)

- 磁场环量与旋度**:(真空中)
- 积分形式 $\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$ 微分形式 $\nabla \times \vec{B}_0 = \vec{J}$ (传导电流密度)
1. 磁场是**有旋场**
 2. 当 I 的方向与环路的方向满足右手螺旋法则时, I 取正
 3. 利用安培环路定理求解磁感应强度, 必须满足 **高度对称性**
 4. I 是穿过以 **环路为边界**的曲面电流, B为所有电流产生磁场的矢量和

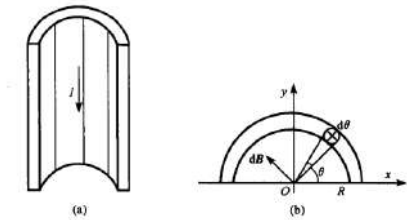
各类磁场



$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$ 如果P点位于 **直导线上或其延长线上**, 则P点的磁感应强度必然为零。

无限长带电直导线: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$ 半无限长 $B = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$

- 无限长半圆筒形金属薄片(分解成**无限长直导线**)

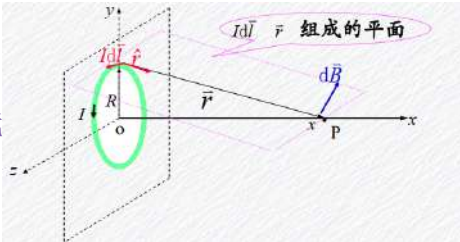


$$dI = \frac{I}{\pi R} R \, d\theta = \frac{I \, d\theta}{\pi}$$
$$dB = \frac{\mu_0 \, dI}{2\pi R} = \frac{\mu_0 I}{2\pi^2 R} \, d\theta$$

再把B做x,y分解, 由对称性可以知道 $B_y = 0$ (B方向沿x轴负方向)

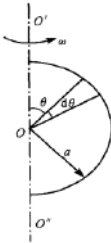
$$B = \int dB_x = - \int_0^\pi \frac{\mu_0 I}{2\pi^2 R} \sin \theta \, d\theta = - \frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}$$

圆环轴线



$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}} \qquad R \text{是环形电流的半径}$$

- 例: 如附图所示, 半径为 R, 带正电荷且线密度是 λ 的半圆, 以角速度 ω 绕轴 O'O'' 匀速旋转, 求:
- (1) O 点的 \vec{B} ;
 - (2) 旋转的带电半圆的磁矩 \vec{p}_m .



解 (1) 如附图所示, 对 $\theta \sim \theta + d\theta$ 弧元, $dq = \lambda R \, d\theta$ **旋转形成圆电流**

$dI = \frac{\omega}{2\pi} dq = \frac{\omega \lambda}{2\pi} R \, d\theta$ 它在 O 点的磁感应强度 dB 为: ($r = R \sin \theta, r^2 + R \cos^2 \theta = R^2$)

圆环轴线效果累加: \vec{B} 方向向上(注意: 区分好圆环的半径还有到点的距离, R的含义不一样)

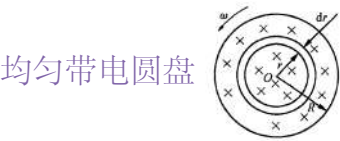
$$dB = \frac{\mu_0 R^2 \sin^2 \theta}{2R^3} \cdot \frac{\omega \lambda}{2\pi} R \, d\theta = \frac{\mu_0 \omega \lambda}{4\pi} \sin^2 \theta \, d\theta$$
$$B = \int dB = \frac{\mu_0 \omega \lambda}{4\pi} \int_0^\pi \sin^2 \theta \, d\theta = \frac{\mu_0 \omega \lambda}{8}$$

(2) \vec{p}_m 方向向上

$$dp_m = \pi R^2 \sin^2 \theta \frac{\omega \lambda}{2\pi} R \, d\theta = \frac{1}{2} \omega \lambda R^3 \sin^2 \theta \, d\theta$$
$$p_m = \int dp_m = \int_0^\pi \frac{1}{2} \omega \lambda R^3 \sin^2 \theta \, d\theta = \frac{\pi \omega \lambda R^3}{4}$$

圆环圆心处：

代入 $z = 0$, 得到 $B = \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{\mu_0 \sigma R}{2}$



带电圆环旋转时产生的电流： $I = \frac{\omega}{2\pi} \times q$

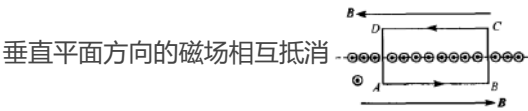
盘心的磁场：（圆环累加）

$$B = \int_0^R \frac{\mu_o \frac{\omega}{2\pi} \sigma 2\pi r dr}{2r} = \frac{1}{2} \mu_o \omega \sigma R$$

圆盘的磁矩： $\vec{p}_m = N I S \vec{e}_n$

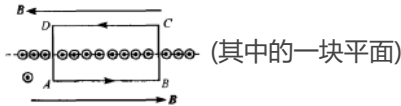
$$p_m = \int_0^R \frac{\omega}{2\pi} \sigma 2\pi r dr \cdot \pi r^2 = \frac{1}{4} \pi \omega \sigma R^4$$

无限大平面电流的磁场（可安培）



$$\oint_L \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = B \cdot 2l_1 = \mu_0 J l_1 \rightarrow B = \frac{\mu_0 J}{2}$$

例：两个无限大的平行平面上, 有均匀分布的面电流, 面电流密度大小分别为 i_1 及 i_2 . 试求下列情况下两面之间的磁感应强度与两面之外空间的磁感应强度.



- (1) 两电流平行; (2) 两电流反平行; (3) 两电流相互垂直.

解：对于一个无限大均匀分布的**面电流**, 其磁场是对称的, 由安培环路定理有 $B = \frac{1}{2} \mu_0 i$

当有两平面电流时, 则空间任一点磁感应强度如下:

(1) 当两电流平时时

在两电流之间 (-) $B = |B_1 - B_2| = \left| \frac{1}{2} \mu_0 i_1 - \frac{1}{2} \mu_0 i_2 \right| = \frac{1}{2} \mu_0 |i_1 - i_2|$

在两电流之外(+) $B = B_1 + B_2 = \frac{1}{2} \mu_0 (i_1 + i_2)$

(2) 当两电流反平时时

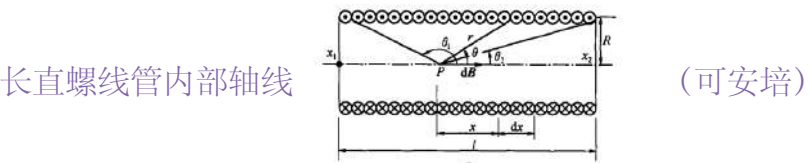
在两电流之间(+) $B = B_1 + B_2 = \frac{1}{2} \mu_0 (i_1 + i_2)$

在两电流之外(-) $B = |B_1 - B_2| = \frac{1}{2} \mu_0 |i_1 - i_2|$

(3) 当两电流相互垂直时(内外相同)

在两电流之间 $B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \frac{1}{2} \mu_0 \sqrt{i_1^2 + i_2^2}$

在两电流之外 $B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \frac{1}{2} \mu_0 \sqrt{i_1^2 + i_2^2}$



x 到 $x + dx$ 上有 n 匝线圈(n 为匝数密度 $n = N/l$) (圆环轴线累加)

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0 R^2 I}{2(R^2 + x^2)^{3/2}} n \, \mathrm{d}x \rightarrow B = \frac{\mu_0 n I}{2} (\cos \theta_2 - \cos \theta_1)$$

B 在管内轴线上均匀分布, 管外很弱, 无限长时, 管外 $B = 0$ (nI 相当于单位长度上的环形电流)



$B = \mu_0 n I = \mu_0 j$ (j 为单位长度电流) 两个端点: $B = \frac{1}{2} \mu_0 n I$

拓：

如附图所示, 电量 Q 均匀分布在半径为 a 、长为 L ($L \gg a$) 的绝缘薄壁长圆筒表面上, 圆筒以角速度 ω 绕中心轴线旋转, 求圆柱内的磁场:

筒以 ω 旋转时, 相当于表面单位长度上有环形电流 $\frac{Q}{L} \cdot \frac{\omega}{2\pi}$, 和通电流螺线管的 nI 等效, 按长螺线管产生磁场的公式, 筒内均匀磁场的磁感应强度为 $B = \frac{\mu_0 Q \omega}{2\pi L}$ (方向沿筒的轴向)

载流螺线环 (可安培)

环管内磁场分布(B的方向绕环)

∮B→⋅dl→=μ0NI⇒B=μ0NI2πr

螺线环管外磁场分布

∮B→⋅dl→=0⇒B=0

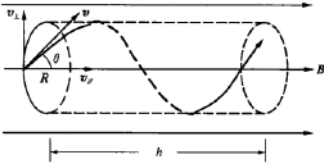
结论: 密绕的螺线环外磁场为零; 当其的横切面积很小时内部近似均匀

洛伦兹力

F→=qv→×B→

1)v//B→, 直线运动 2)v⊥B→, 圆周运动 R=mv/qB,T=2πm/qB

3)螺旋运动:



$$R = \frac{mv \sin \theta}{qB}$$
$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$
$$h = \frac{2\pi mv \cos \theta}{qB}$$

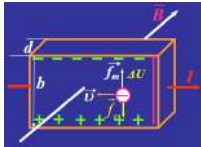
$$h = v_{\text{平行}} T$$

T均相同导致磁聚焦

不做功的解释:

产生电动势做正功, 又阻止运动做负功, 抵消为0

霍尔效应

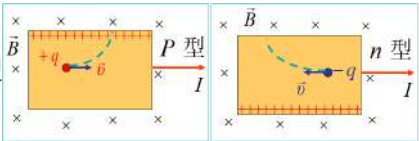


上方聚集负电荷,形成电场,稳态时电场力和洛伦兹力相同 $qvB = \frac{qU}{b}$

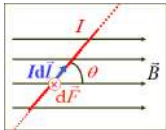
$U = vBb$,又 $I = nqbdv \rightarrow v = \frac{I}{nqbd}$

得到 $\Delta U = \frac{1}{nq} \cdot \frac{IB}{d} = R_H \frac{IB}{d}$ 霍尔系数 $R_H = \frac{1}{nq}$

应用:

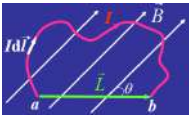
- 测载流子密度n
 - 测载流子电性 — 半导体类型
- 
- 电流方向相同, 带电粒子受到的洛伦兹力方向相同
- 磁流体发电

安培定律



$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$
 大小: $dF = IdlB \sin \theta$ 方向: $I d\vec{l} \times \vec{B}$

在匀强磁场中,弯曲导线受的安培力等于从起点到终点的直导线所受的安培力



两根电线摆放, 电流同向相吸, 异向相斥;

安培力不是洛伦兹力的简单叠加, $\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$

向左的洛伦磁力表现为安培力做负功, 向上的洛伦磁力做正功表现为非静电力做功转化为电能, 由于合的洛伦磁力不做功, 所以安培力做功的大小等于转化为电能的大小

安培力的功

磁力矩做的功等于电流强度乘以通过线圈的磁通量的增量

$$A = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M d\theta = \begin{cases} pB(\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \\ \int_{\phi_1}^{\phi_2} I d\phi \end{cases}$$

磁介质

相对磁导率 $\mu_r = \frac{B}{B_0}$ 磁导率 $\mu = \mu_r \mu_0$

根据 μ_r 的取值, 可将磁介质分为四类

$\mu_r < 1$, 称为抗磁质, 如锌、铜、铅等; $\mu_r > 1$, 称为顺磁质, 如锰、铬等;

$\mu_r \gg 1$, 称为铁磁质, 如铁; **磁感应强度 B 与磁场强度 H 非线性关系** $\mu_r = 0$ ——超导体

方向的不同由 χ 导致, $\chi = \mu_r - 1$

抗磁质

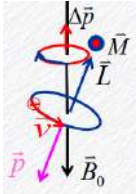
感生磁矩与原磁矩方向相反 $\vec{B} < \vec{B}_0$

在均匀外磁场中, 电子的轨道角动量 \vec{L} 轨道角动量与磁矩的关系:

$\because p = I\pi r^2 = \frac{e}{T}\pi r^2 = \frac{evr}{2}$

$\because L = mvr$

$\therefore \vec{p} = -\frac{e}{2m}\vec{L}$



轨道磁矩受到力矩 $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{B}$

受到的力矩导致以**外磁场方向为轴线的转动, 从而形成进动**;

顺磁质

分子的固有磁矩 \vec{p}_m 产生的附加磁场 \vec{B}' 的方向总是与外磁场 \vec{B}_o 的**方向相同**, $B > B_0$

磁化量

- 磁化强度矢量** \vec{M} (单位体积内分子磁矩(包括附加磁矩)的矢量和) I' 为磁化电流;

$$\oint_l \vec{M} \cdot d\vec{l} = \sum I'$$

- 磁化电流**线**密度 J' (即垂直电流方向**单位长度**上的磁化电流强度) $J' = dI'/dl$

$$\vec{J}' = \vec{M} \times \vec{e}_n$$

j 为**面**密度(传导电流面密度等于位移电流面密度 $j_d = j_f$)

- 磁场安培环路定理 $\int_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_o (\sum I_0 + \sum I') = \mu_0 I$

- 磁场强度矢量** $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_o} - \vec{M} \longrightarrow \oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I$

虽然 B 磁力线是闭合曲线, 但 H 线不一定闭合, 因为在不同介质的交界处不连续

磁介质下的链式关系:

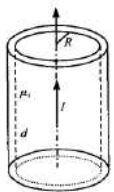
磁介质下安培环路定律不是 $\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$ 是 $\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I$

$\chi_m = \mu_r - 1$ M 方向根据磁介质的 μ 决定

$$[\vec{M} = \chi_m \vec{H} = (\mu_r - 1)\vec{H}] \quad + \quad [\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_o} - \vec{M}] \rightarrow \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu}$$

$$\begin{cases} \vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H} \\ \oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I \end{cases} \longleftrightarrow \vec{H} \xrightarrow{\text{求}M} \vec{M} = \chi_m \vec{H} = (\mu_r - 1)\vec{H} \longrightarrow \vec{J}' = \vec{M} \times \vec{e}_n \xrightarrow{\text{求能量}} \omega_m = \frac{1}{2}BH = \frac{B^2}{2\mu} \longrightarrow W_m = \int_V \omega_m dV$$

例题:



一无限长圆柱形直铜线,, 横截面半径为 R , 线外有一层 μ_r 的均匀介质, 层厚为 d , 导线中通有电流 I , 求: (1) 各处 H 及 B ; (2) 磁介质内、外表面上的分

子电流.

解

(1) 由安培环路定理: $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I \rightarrow H = \begin{cases} \frac{rI}{2\pi R^2} & r < R \\ \frac{I}{2\pi r} & R < r < R + d \\ \frac{I}{2\pi r} & r > R + d \end{cases}$

又由 $B = \mu H \rightarrow B = \begin{cases} \frac{\mu_0 r I}{2\pi R^2}, & r < R \\ \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi r}, & R < r < R + d \\ \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, & r > R + d \end{cases}$

方向由右手螺旋法则确定, H 和 B 线在垂直轴线的任一平面上, 为一系列的同心圆环.

(2) 磁介质上磁化强度

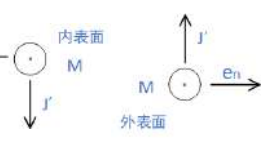
$$M = \chi_m H = (\mu_r - 1) \frac{I}{2\pi r}$$

\vec{M} 在垂直轴线的任一平面上也为一系列的同心圆环.

对顺磁质, $\mu_r > 1$, $\vec{M} // \vec{e}_\tau$; 对抗磁质, $\mu_r < 1$, $\vec{M} // -\vec{e}_\tau$, \vec{e}_τ 为同心圆环的**切线方向**.

均匀磁介质表面的分子电流线密度 $\vec{J}' = \vec{M} \times \vec{e}_n$

$$J' = M \rightarrow \begin{cases} J'_{R+d} = M_{R+d} = (\mu_r - 1) \frac{I}{2\pi(R+d)} \\ J'_R = M_R = (\mu_r - 1) \frac{I}{2\pi R} \end{cases}$$



外表面分子电流与内表面分子电流分别为
$$\begin{cases} I'_{\text{外}} = 2\pi(R+d)J'_{R+d} = (\mu_r - 1)I \\ I'_{\text{内}} = 2\pi RJ'_R = (\mu_r - 1)I \end{cases}$$

磁介质内、外表面分子电流的**流向相反, 总量值相等**, 沿着轴线的方向与电流 I 同向或反向.

电磁感应

实验基础

变化的电场产生磁场——奥斯特实验

变化的磁场产生电场——法拉第实验

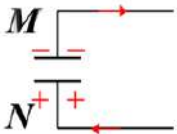
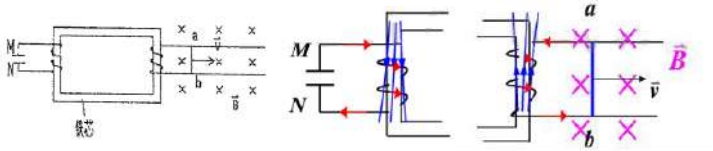
楞次定律

感应电流的磁场总要阻碍引起感应电流的磁通量的变化

例题：

如图, 一导体棒 a b 在均匀磁场中沿金属导轨向右作匀加速运动, 磁场方向垂直导轨所在平

面. 若导轨电阻忽略不计, 并设铁芯磁导率为常数, 则达到稳定后电容器的 M 极板上 (B)



- (A) 带有一定的正电荷. (B) 带有一定的负电荷.
(C) 带有越来越多的正电荷. (D) 带有越来越多的负电荷.

右侧回路电流逆时针, 铁芯内磁场向上;

左侧铁芯产生向下的磁场, 导致**产生向上磁场的感应电流**产生, 左侧回路电流顺时针

正电荷从M流出, M带负电荷; 电容器极板上电荷逐步增加, 板间电场也增强, 从而抵抗电流的流出; 达到稳定后, M所带负电荷一定

法拉第电磁感应定律

ϵ 指向哪端哪端电势高, **不一定有电流但一定有电动势**

例：

将磁铁插入铜质圆环中, **铜环**内有感应电流和感应电场吗?如果用**非金属环**代替铜环, 环中还有感应电流和感应电场吗?

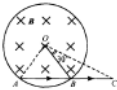
答: **铜环内有感应电流和感应电场**, 如果用非金属环代替铜环, **环中无感应电流, 但感应电场仍存在**.

例: (扩大范围判断 $d\Phi/dt$)

磁感应强度为 B 的均匀磁场充满一半径为 R 的圆柱形空间, 一金属杆放在图中位置, 杆长为 $2R$, 其中一半位于磁场内、另一半在磁场外. 当 $\frac{dB}{dt} > 0$ 时, 求杆两端的感应电动势的大小和方向.

解: 将 AB 和 AC 分别作为三角形闭合回路 $ABOA$ 和 $ACOA$ 的一部分;

由于感生电场的方向与径向垂直, 故 OA 、 OB 和 OC 段上的电动势为零



因此, 三角形闭合回路 $ABOA$ 和 $ACOA$ 的电动势即为 AB 和 AC 段上的电动势.

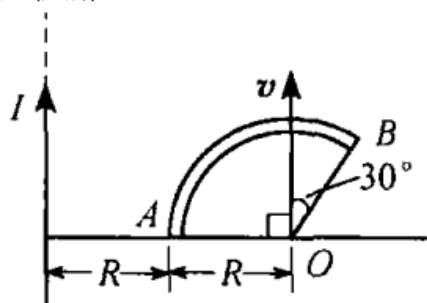
利用法拉第电磁感应定律.取逆时针方向为绕行正反向, 对于三角形闭合回路 $ABOA$

$$\Phi_1 = -\frac{\sqrt{3}}{4}R^2B \quad \epsilon_{AB} = \epsilon_{ABOA} = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(-\frac{\sqrt{3}}{4}R^2B\right) = \frac{\sqrt{3}R}{4}\frac{dB}{dt}$$

对于三角形闭合回路 $ACOA$

$$\Phi_2 = -\frac{\pi R^2}{12}B \quad \epsilon_{BC} = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(-\frac{\pi R^2}{12}B\right) = \frac{\pi R^2}{12}\frac{dB}{dt}$$
$$\epsilon_{AC} = \left(\frac{\sqrt{3}R^2}{4} + \frac{\pi R^2}{12}\right)\frac{dB}{dt} \quad A \rightarrow C$$

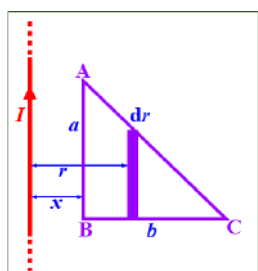
例：(分解)



12-5 电流为 I 的无限长直导线旁有一弧形导线, 圆心角为 120° , 几何尺寸及位置如附图所示. 求当圆弧形导线以速度 v 平行于长直导线方向运动时, 弧形导线中的动生电动势.

解：连接AO、OB，圆弧形导线与AO、OB形成闭合回路，闭合回路的电动势为0，所以圆弧形导线电动势与AOB直导线的电动势相等.(注意叉乘方向)

$$\begin{aligned}\varepsilon_{AO} &= \int \mathbf{v} \times \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = - \int_R^{2R} \frac{\mu_0 I v}{2\pi x} dx = - \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln 2 \\ \varepsilon_{OB} &= \int \mathbf{v} \times \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = - \int_{2R}^{\frac{5}{2}R} \frac{\mu_0 I v}{2\pi x} dx = - \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln \frac{5}{4} \\ \varepsilon_{AB} &= \varepsilon_{AO} + \varepsilon_{OB} = - \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln \frac{5}{2}\end{aligned}$$



例：长直电流 I 与 $\triangle ABC$ 共面, $AB = a$, $BC = b$

(1) $I = I_0 \cos \omega t$ (I_0 和 ω 为常量), $\triangle ABC$ 不动, $\varepsilon_{ABC} = ?$ (小梯形近似矩形)

$$\begin{aligned}\phi_m &= \int_s B ds \cos \theta \\ \phi_m &= \int_x^{x+b} \frac{\mu_o I}{2\pi r} (x+b-r) \frac{a}{b} dr \\ &= \frac{\mu_o I a}{2\pi b} \cdot \left[(x+b) \ln \frac{x+b}{x} - b \right] \\ \varepsilon_i &= - \frac{d\phi_m}{dt} = \frac{\mu_o a I_o \omega}{2\pi b} \sin \omega t \left[(x+b) \ln \frac{x+b}{x} - b \right]\end{aligned}$$

(2) 若 I 为常量, $\triangle ABC$ 以速度 v 向右平移, 求 AB 边与长直导线相距 x 时, $\varepsilon_{ABC} = ?$

$$\begin{aligned}\varepsilon_i &= - \frac{d\phi_m}{dt} = -v \frac{d\phi_m}{dx} \text{ (换了一个微分对象)} \\ &= - \frac{\mu_o I a v}{2\pi b} \cdot \frac{d}{dx} \left[(x+b) \ln \frac{x+b}{x} - b \right] \\ &= - \frac{\mu_o I a v}{2\pi b} \left(\ln \frac{x+b}{x} - \frac{b}{x} \right)\end{aligned}$$

磁通计

若感应线圈闭合 $I_i = \frac{\varepsilon_i}{R} = - \frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt}$, R 是感生线圈的总电阻

$$Q_i = \int_{t_1}^{t_2} I_i dt = \int_{t_1}^{t_2} - \frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt} dt = \frac{1}{R} (\Phi_1 - \Phi_2)$$

例题： $q = \Delta \Phi$

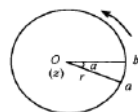
半径为 a 的圆线圈置于磁感强度为 \vec{B} 的均匀磁场中, 线圈平面与磁场方向垂直, 线圈电阻为 R ;

当把线圈转动使其法向与 \vec{B} 的夹角 $\alpha = 60^\circ$ 时, 线圈中通过的电荷与线圈面积及转动所用的时间的关系是 (与线圈面积成正比, 与时间无关)

动生电动势($\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$)

原因：洛伦兹力 $\varepsilon = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{l}$

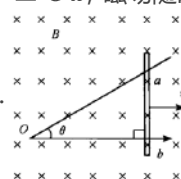
转杆： $\varepsilon = \frac{1}{2} B \omega L^2$ 右手定则判断感应电流方向 (电源中电流从负极指向正极)



例：(动感生电动势集合)

如附图所示, 在均匀磁场中有一金属框架 $AOBA$, AB 边可无摩擦自由滑动, 已知 $\angle AOB = \theta$, $AB \perp Ox$, 磁场随时间变化规律为 $dB/dt = t^2/2$. 若 $t = 0$ 时, AB 边

由 $x = 0$ 处开始以速率 v 做平行于 x 轴的**匀速滑动**. 试求任意时刻 t 金属框中感应电动势的大小和方向.



解：由于 B 随时间变化, 同时 AB 导线切割磁场线, 故回路中两种电动势都存在

由法拉第电磁感应定律可知, t 时刻金属框中感应电动势的大小为

$$|\varepsilon| = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(BS)}{dt} = B \frac{dS}{dt} + S \frac{dB}{dt} = B \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} l x \right) + \frac{1}{2} l x \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} t^2 \right) = \varepsilon_{\text{动}} + \varepsilon_{\text{感}}$$

$\varepsilon_{\text{动}}$ 的方向从 b 指向 a , $\varepsilon_{\text{感}}$ 方向为逆时针

将 $x = vt, l = x \tan \theta = vt \tan \theta$ 代入上式, 求解即可;

感生电动势（涡旋电场）

变化的磁场→**变化的电场**→在导体中形成电动势

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

不能用洛伦兹力解释 $\varepsilon = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{l} = 0$

麦克斯韦涡旋电场假设

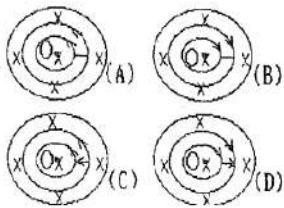
- 闭合电路中存在电流的前提条件是 **电路中存在电场**
- 闭合线圈中的磁通量发生改变时，线圈中存在感生电流
- 变化的磁场将产生电场，且该感生电场是**涡旋电场**(方向与径向垂直)

例题：

用导线围成的回路 (两个以 O 点为心半径的、不同的同心圈, 在一处用导线 沿半径方向相连，放

在轴线通过 O点的圆柱形均匀磁场中, 回路平面垂直与柱轴, 如图所示。如磁场方向垂直面向里,

其大小随时增大, 则 (A) → (D) 各图中哪个图上正确表示了感应电流的流向? (A)



：涡旋电场是沿着圆周方向，**沿着半径方向没有电势差**，无电流。

涡旋电场的基本性质：

涡流 ≠ 涡旋电场（两个东西）

- 涡旋电场是封闭的闭合曲线, 通过任意封闭曲面的通量恒为零

$$\oiint_l \vec{E}_i \cdot d\vec{S} = 0 \quad \nabla \cdot \vec{E}_i = 0$$

- 涡旋电场的环量与旋度定理（正负是方向问题，抵抗变化）

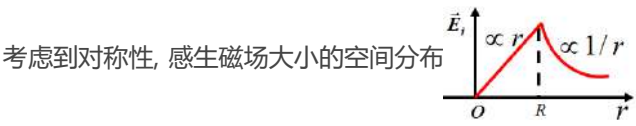
$$\varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad \text{微分: } \nabla \times \vec{E}_i = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

静电场与感生电场的区别

静电场	感生电场
静止电荷激发	由变化的磁场所激发
保守场 $\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$	非保守场，环流不为0
电场线 起于正电荷,止于负电荷,是有源场	电场线是闭合的,无头无尾 ，无源场，通量为0

磁场均匀增大的涡旋电场

抵消磁场变化带来的电动势



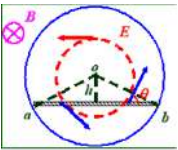
当 $r < R$ 时

$$\varepsilon_i = \oint \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{S} \Rightarrow 2\pi r E_i = \pi r^2 \frac{dB}{dt} \Rightarrow \textcolor{red}{E_i} = \textcolor{red}{\frac{r}{2} \frac{dB}{dt}}$$

当 $r > R$ 时, 所选取的回路包含的磁通量变化率为整个磁场

$$E_i 2\pi r = \pi R^2 \frac{dB}{dt} \Rightarrow \textcolor{red}{E_i} = \textcolor{red}{\frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt}}$$

(1) 解：根据围成的回路(假想连接) $\varepsilon_{ab} = | -\frac{d\Phi}{dt} | = \frac{1}{2} h L \frac{dB}{dt}$



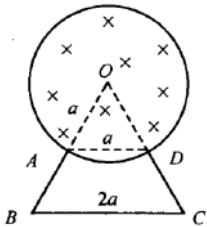
由楞次定律，可以判别电动势由a 点指向 b点， b点电势比a点电势高

(2) 解： $E_i = \frac{r}{2} \frac{dB}{dt}, r \cos \theta = h$

$$\varepsilon_i = \int \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = \int E_i \cos \theta \, dl = \int_0^L \frac{h}{2} \frac{dB}{dt} \, dl \Rightarrow \varepsilon_{ab} = \frac{1}{2} h L \frac{dB}{dt} \quad \textcolor{red}{h \uparrow, \varepsilon \uparrow}$$

例题：

如附图所示, 半径为 a 的长直螺线管中, 有 $\frac{dB}{dt} > 0$ 的磁场, 一直导线弯成等腰梯形的闭合回路 $ABCD$, 总电阻为 R , 上底为 a , 下底为 $2a$, 求:



AD 段、 BC 段和闭合回路中的感应电动势;

解: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$

$$\begin{cases} E_1 = -\frac{r}{2} \cdot \frac{dB}{dt}, & r < a \\ E_2 = -\frac{a^2}{2r} \cdot \frac{dB}{dt}, & r > a \end{cases}$$

$$\varepsilon_{AD} = \int \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} = \int E \cos \theta dl \text{ } \color{red}{r \cos \theta = h, h = \frac{\sqrt{3}}{2}a}$$

$$\varepsilon_{AD} = \int_0^a \frac{r \cos \theta}{2} \cdot \frac{dB}{dt} dl = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2 \frac{dB}{dt}$$

同理(AB 、 CD 杆无电动势)

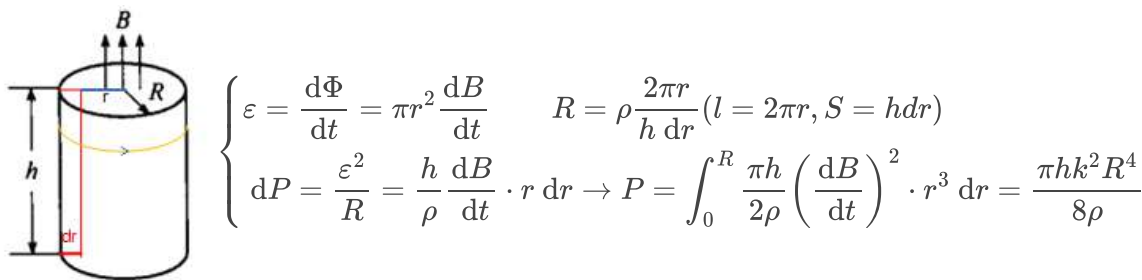
$$\varepsilon_{BC} = \left| -\frac{d\Phi}{dt} \right| = \frac{\pi a^2}{6} \frac{dB}{dt}$$

闭合回路电动势 $\varepsilon = \varepsilon_{BC} - \varepsilon_{AD}$

例: (涡旋电场的方向问题)

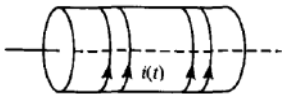
圆柱形匀强磁场中同轴放置一金属圆柱体, 半径为 R , 高为 h , 电阻率为 ρ , 如附图所示. 若匀强磁场以 $dB/dt = k(k > 0, k$ 为恒量) 的规律变化, 求圆柱体内涡电流的热功率.

解 在圆柱体内任取一个半径为 r , 厚度为 dr , 高为 h 的小圆柱通壁



题: (概念分析)

如附图所示, 空气中有一无限长金属薄壁圆筒, 在表面上沿圆周方向均匀地流着一层随时间变化的面电流 $i(t)$, 则 (B).



(A) 圆筒内均匀地分布着变化磁场和变化电场;

B 在管内轴线上均匀分布, $B = \mu_0 n I$ 涡旋电场不均匀

(B) 任意时刻通过圆筒内假想的任一球面的磁通量电通量均为0

涡旋电场, 电场有旋无源, 磁场有旋无源, $\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0, \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$

(C) 沿圆筒外任意闭合环路上磁感应强度的环流不为0

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu \sum I = 0$$

(D) 沿圆筒内任意闭合环路上电场强度的环流为零.

$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \neq 0$$

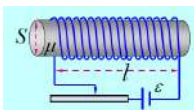
自感与互感

自感L

导体本身的电流发生变化而产生的电磁感应现象

$$\Phi = LI \rightarrow |\varepsilon| = L \frac{dI}{dt}$$

无限长螺线管



$$\color{red}{L = \mu_0 n^2 V} \quad B = \mu_0 n I \quad W_m = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} V$$

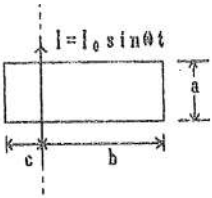
注意: 把一段自感系数为 L 的螺线环切成两半, 则两个小螺线环的自感系数均小于 $L/2$ (因为两者还有互感, 总体 $L_1 + L_2 + M = L$)

互感M

一个线圈中变化电流在附近另一个线圈中产生感应电动势的现象
非铁磁质：（互感电动势的正方向根据磁通量的正方向来判断）（成立条件： M 恒定）

$$\Phi = MI \qquad M = \frac{\Phi_{a对b}}{I_a} \qquad \varepsilon_{b由a} = -\frac{d\Phi_{a对b}}{dt} = -M\frac{dI_a}{dt}$$

例题：
一无限长直导线通以电流 $I = I_0 \sin \omega t$ 和直导线在同一平面内有一矩形线框, 其短边与直导线平



行, 线框的尺寸以及位置如图所示, 且 $b/c = 4$, 求:

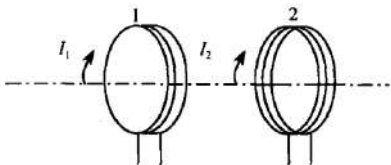
- (1) 直导线和线框的互感系数。（求 $\Phi_{\text{线对面}}$ ，然后 $M = \frac{\Phi}{I}$ ）
 - (2)线框中的互感电动势。（顺时针方向为正，因为直线产生的磁场垂直纸面向里）
- (1)
$$\Phi = \frac{\mu_0 I_0 a}{2\pi} \int_c^b \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I_0 a}{2\pi} \ln 4 \qquad M = \frac{\Phi}{I_0} = \frac{\mu_0 a}{\pi} \ln 2$$
- (2)
$$\varepsilon_i = -M \frac{dI}{dt} = -\frac{\mu_0 a I_0 \omega \ln 2}{\pi} \cos \omega t \qquad \text{方向：顺时针为正}$$

二者关系 $M = \sqrt{L_1 \times L_2}$

非共轴线圈、有磁漏要加个 k 串联电感 $L = L_1 + L_2 \pm 2M$ （有无互感影响）±根据顺接还是反接决定

能量分析

磁场能量: $W = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + M I_1 I_2$, 若 I 保持不变, 则磁场能量变化来自于 M 的变化



例 12-12 图

例 12-12 如附图所示,设两相邻载流线圈的电流分别为 I_1, I_2 .
(1) 试计算在两线圈中建立电流的过程中线圈周围空间磁场的能量;
(2) 证明两个线圈的互感相等,即 $M_{12} = M_{21}$.

- (1) 两线圈储存的磁场能量:
- 分析: 储能是在它们电流**没有达到稳定状态之前的过程中建立起来的**. 稳定后储存能量不再因为电流变化, 只需考虑两线圈电流**达到稳定前电流转化为磁场的能量**.
- 假设**先给线圈1通以电流**, 当其从0达到 I_1 过程中, 线圈1由于自感, 在此期间将电能转化为磁场能量, 储存的磁场能量 $W_1 = \frac{1}{2} L_1 I_1^2$, 同理线圈 2 储存的磁场能量为:
 $W_2 = \frac{1}{2} L_2 I_2^2$
- 线圈 2 通以电流从零增加到 I_2 的过程中, 线圈 1 中**有互感电动势**, 保持线圈 1 的电流 I_1 在线圈 2 电流从零增大到 I_2 过程中始终不变, 线圈 1 的电源必然**克服线圈 1 中的互感电动势做功**, 从而又将一部分电能转化为磁场能, 在此过程中, 电能转化为磁场能量的总能量为:

$$W_{21} = - \int \varepsilon_{21} I_1 \, dt = \int M_{21} I_1 \frac{di_2}{dt} \, dt = \int_0^{I_2} M_{21} I_1 \, di_2 = M_{21} I_1 I_2$$

在上述两个过程中, 电能转化为磁场能的**总能量值**:

$$W = W_1 + W_2 + W_{21} = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + M_{21} I_1 I_2$$

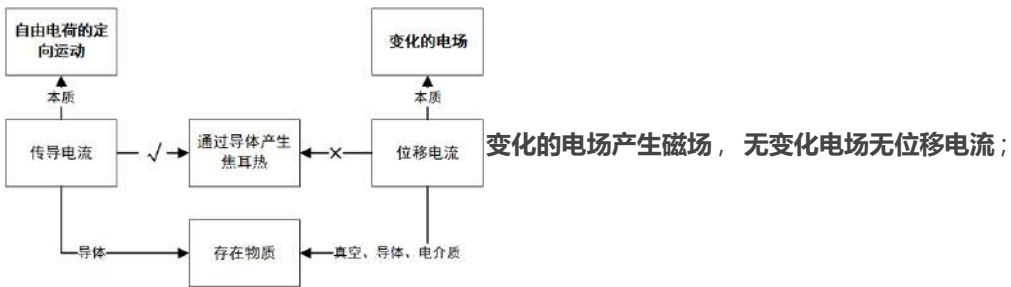
- (2) 证明两线圈的互感系数相等.
- 如果首先让线圈 2 通以电流 I_2 , 然后保持 I_2 不变, 再通以电流 I_1 , 则与 (1) 类似, 储存的总能量
- $$W' = W_1 + W_2 + W_{12} = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + M_{12} I_1 I_2$$
- 显然, 上述过程的最终状态完全相同, 因而磁场储存的能量应当相同 $W = W' \rightarrow M_{12} = M_{21}$

位移电流

传导电流面密度 $I = \frac{dq}{dt} = S \frac{d\sigma}{dt} \Rightarrow \vec{j}_f = \frac{d\sigma}{dt}$

位移电流面密度 $D = \sigma \Rightarrow \frac{dD}{dt} = \frac{d\sigma}{dt} \Rightarrow \vec{j}_d = \frac{dD}{dt}$

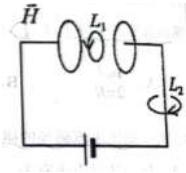
$$\left. \begin{array}{l} \text{传导电流面密度} \quad I = \frac{dq}{dt} = S \frac{d\sigma}{dt} \Rightarrow \vec{j}_f = \frac{d\sigma}{dt} \\ \text{位移电流面密度} \quad D = \sigma \Rightarrow \frac{dD}{dt} = \frac{d\sigma}{dt} \Rightarrow \vec{j}_d = \frac{dD}{dt} \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{j}_d = \vec{j}_f$$



位移电流：电位移矢量随时间的变化率对曲面的积分；

传导电流：金属导体内的大量自由电子在外电场驱使下会发生定向运动，持续时间是极短暂的；

例子：



$\oint_{L_1} \vec{H} \cdot d\vec{l} < \oint_{L_2} \vec{H} \cdot d\vec{l}, \quad L_1 \text{ 包围的面积小于电容器正对面积, } \oint_{L_1} \vec{H} \cdot d\vec{l} < I$

全电流安培环路定律

与位移电流相关的环路定理：

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I + I_d = \iint_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S} \quad \text{微分形式: } \nabla \times \vec{H} = \vec{j}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

只有当右边的积分曲面S是封闭曲面，右边的积分才等于零。（封闭曲面电流流入等于流出）

全电流永远是连续的，空间的磁场由全电流产生

麦克斯韦方程组

麦克斯韦为建立统一的电磁场理论提出的两个基本假设：**涡旋电场假设、位移电流假设**，全电流的安培环路定律；范围是低速宏观

证明有无源用曲面积分，证明有无旋用曲线积分

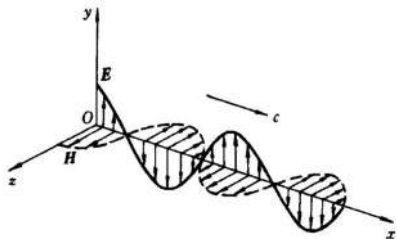
$\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_i$	\vec{D} 有源场，电力线起始于正电荷终止于负电荷(无旋)
$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$	\vec{E} 有旋场，变化的磁场伴有电场(涡旋电场无头无尾)
$\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$	\vec{B} 无源场，磁力线无头无尾(有旋)
$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_0 + \iint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$	\vec{H} 有旋场，变化的电场伴有磁场

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \epsilon \vec{E} & \epsilon &= \epsilon_0 \epsilon_r & \epsilon_r &= \mathbf{1} + \chi_e & \vec{P} &= \epsilon_0 \chi_e \vec{E} \\ \vec{B} &= \mu \vec{H} & \mu &= \mu_0 \mu_r & \mu_r &= \mathbf{1} + \chi_m & \vec{M} &= \frac{\chi_m \vec{B}}{\mu} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{E} &= 0 & \nabla \cdot \vec{B} &= 0 & \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \nabla \times \vec{H} &= \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{aligned}$$

电磁波

产生原理：变化的电场、磁场相互激发，由近及远向外传播



$$\begin{cases} \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} \end{cases}$$

基本性质：

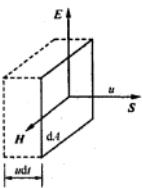
- 1. 电磁波为横波 满足关系： $\vec{H} \perp \vec{S} \quad \vec{E} \perp \vec{S}$
- 2. \vec{E} 和 \vec{H} 同相位，同频率，同传播速度(c)，同时达到最大值，值大小关系： $\sqrt{\epsilon} E = \sqrt{\mu} H$
- 3. 传播速度： $u = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}}$ （ $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ ）

例：若波速为c，电场幅值为E₀，那么B的幅值为： $B = \mu_0 H = \mu_0 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0 = \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} E_0 = \frac{E}{c}$

磁场能量

电磁波的**能量密度**（单位体积） $\omega = \frac{1}{2}(\vec{D} \cdot \vec{E} + \vec{B} \cdot \vec{H}) = \frac{1}{2}(\epsilon E^2 + \mu H^2) = \mu H^2$ (可用关系下推)(前提是电场磁场都得有)

电磁波的**能流密度**(坡印亭矢量)(单位时间穿过单位面积的能量)



方向为电磁波传播方向

$$\vec{S} = \frac{\omega \cdot dA \cdot v dt}{dA \cdot dt} = \omega \vec{u} = \frac{1}{2}(\epsilon E^2 + \mu H^2) \cdot \vec{u} = \vec{E} \times \vec{H}$$

根据定义可得： S =功率/面积 $S = \frac{1}{2} E_m H_m$ 因为三角函数取平均值

例题！！！！

一电台辐射电磁波, 若电磁波的能量均匀分布在以电台为球心的球面上, 功率为 10⁵ W. 求离电台 10 km 处电磁波的坡印廷矢量和电场分量的幅值.(半个球壳，地面为下底面)

$$\begin{cases} \bar{S} = \frac{P}{2\pi r^2} = \frac{10^5}{2\pi \times 10000^2} = 1.59 \times 10^{-4} \left[\text{J} / \left(\text{m}^2 \cdot \text{s} \right) \right] \\ \bar{S} = \frac{1}{2} E_{\text{m}} H_{\text{m}}, \quad \sqrt{\varepsilon_0} E = \sqrt{\mu_0} H \end{cases}$$

所以

$$E_{\text{m}} = \left(2S \cdot \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \right)^{\frac{1}{2}} = 0.346 \text{ V/m}$$

例：

如附图所示, 两根很长的平行直导线, 其间距离为 a , 与电源组成闭合回路. 已知导线上的电流强度为 I , 在保持 I 不变的情况下, 若将导线间的距离增大, 则空间的 (总磁能增大).



两导线中间部分磁场叠加，外侧抵消，距离加大导致叠加增多，抵消减少

量子力学

经典力学是量子力学在 $\hbar \rightarrow 0$ 的极限

量子力学结构框架



黑体：

物体发射能量的同时，也能反射和吸收周围其它物体的辐射能

绝对黑体,简称黑体 能将投射到它表面上的电磁波 **完全吸收而不反射**

理想黑体模型：



开小孔空腔

$$M = \sigma T^4$$

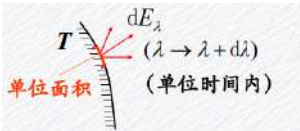
热辐射

任何物体都以**电磁波形式**向外辐射能量，其功率和波长取决于物体的**温度**，称为热辐射。

- 1)任何物体任何温度均存在**热辐射**（0℃√）
- 2)热辐射谱是连续谱，各种频率都有，但是强度不同。
- 3)热辐射谱（温度↑发射的能量↑电磁波的短波成分↑)红光：760~ 622nm，紫光10 ~380nm

规律：低温→红外光；炽热物体→可见光；高温物体→紫外光；

描述热辐射的物理量

- 1) 光谱辐射出射度 M_{λ}


单位时间 从物体**单位表面** 向前方半球发出的波长 在 λ 附近 **单位波长**内的电磁波的能量

$$M_{\lambda} = \frac{\text{d}E_{\lambda}(T)}{\text{d}\lambda}$$

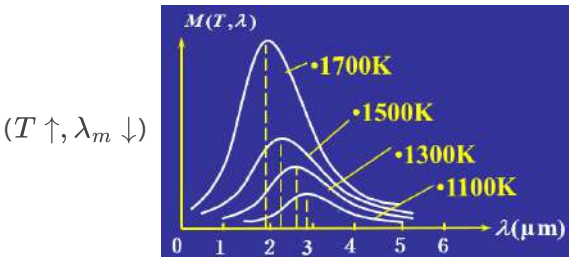
2)总辐出度 M

$$M(\lambda,T) = \int_0^{\infty} M_{\lambda}(T)\text{d}\lambda \quad / \quad M(\nu,T) = \int_0^{\infty} M_{\nu}(T)\text{d}\nu$$

变换： $M(T,\nu) = \frac{c}{\nu^2} M(T,\lambda)$

理论研究

维恩位移定律



$T\lambda_{\text{m}} = b, \quad b = 2.897 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$

维恩公式	$M(\lambda,T) = C_1\lambda^{-5}e^{-\frac{C_2}{\lambda T}}$	短波与实验曲线相近，长波相差很大
瑞丽——金斯公式	$M(\lambda,T) = CT\lambda^{-4}$	长波与实验曲线吻合，短波相差很大——紫外灾难

普朗克黑体辐射理论

总结上面两者，内插法

$M(\lambda,T) = \frac{2\pi c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{h}{e^{hc/\lambda kT} - 1},$ 普朗克常量: $h = 6.63 \times 10^{-34} J \cdot s$

能量子假设:

- 1)黑体：由大量包含各种固有频率 ν 的谐振子组成的系统(振子的能量不连续)
- 2)对于一定频率的电磁辐射，物体只能一次吸收或发射能量为 $\epsilon_0 = h\nu$ 的整数倍 $\Delta E = (\Delta n)h\nu$

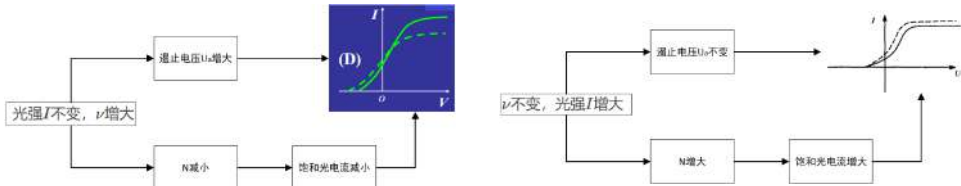
光电效应

光电效应是吸收光子的过程，动量不守恒

爱因斯坦光的波粒二象性

波动性：干涉、偏振、衍射，(光是横波)

- 1. 粒子性：光是以光速运动的光子流
 - 2. 每个光子能量: $E = h\nu = mc^2 = h\frac{c}{\lambda}$ 光子质量: $m = \frac{h\nu}{c^2}$, 静止质量为0
 - 3. 光强即光的能流密度: $I = Nh\nu$, N : 单位时间通过垂直于光传播方向上单位面积的光子个数
- 能量密度: $\omega = nh\nu$ 单位体积 $I = wc(N = nc)$ 类比 $W = wu$



电流: $I' = neSv$, 根据n变化判断饱和光电流变化

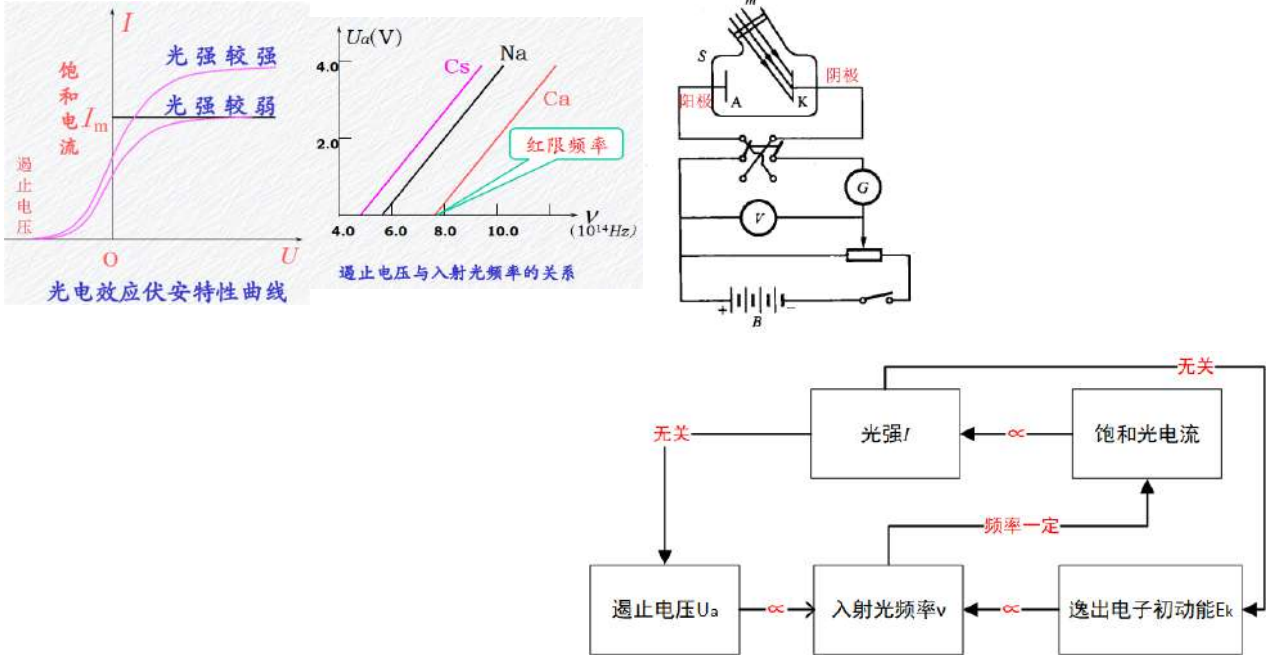
光压计算:

频率为 f 的一束入射光以 i 的人射角照射在平面镜上并发生完全反射, 设单位体积中的光子数为 n_i 求: 光对平面镜的压强 (称为光压).

(2) 光压为

$$P = \frac{\Delta I}{\Delta t \Delta S} = 2 \frac{nc \Delta t \Delta S \cdot h/\lambda \cos i}{\Delta t \Delta S} = \frac{2nhc \cos i}{\lambda}$$

光电效应

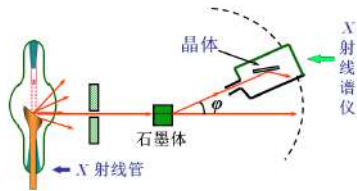


当入射光的频率小于红限频率($\nu_0 = \frac{A}{h}$)时, 无论入射光强如何, 都没有光电子从金属中逸出。

弛豫时间为0 阴极电势大于阳极，阴极逸出电子，称为光电子

康普顿效应（动量，能量守恒）

光子撞电子发生弹性碰撞(光子具有较高能量)， **光子波长变长**的现象



- 从石墨射出的X光向各个方向传播，这种现象称为散射
- 光子波长改变量 $\Delta\lambda$ 与 λ_0 和散射物质无关，只与散射方向 φ 有关
- 入射光波长越短，康普顿效应越显著**
- 入射光能量较低时（ $\lambda \gg \lambda_c$ ），康普顿效应不显著

计算 $\Delta\lambda$

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_o = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos \varphi) = 2\lambda_e \sin^2 \frac{\varphi}{2}$$

$$h\frac{c}{\lambda_e} = m_e c^2, \quad \lambda_e = \frac{h}{m_e c} = 0.024\text{\AA}$$

利用 **电子的康普顿波长** λ_e 记忆, m_e 为电子的初始质量

λ 区间:

$$\begin{cases} \text{当 } \varphi = 0, & \lambda_{\min} = \lambda_0; \\ \text{当 } \varphi = \pi, & \lambda_{\max} = \lambda_0 + 2\lambda_e \end{cases} \rightarrow \lambda \in [\lambda_0, \lambda_0 + 2\lambda_e]$$

由此推出反冲电子的动能区间

$$E_k = (m - m_e)c^2 = \frac{hc}{\lambda_o} - \frac{hc}{\lambda} \xrightarrow{\lambda\text{区间}} E_k \in [0, \frac{hc}{\lambda_o} - \frac{hc}{\lambda_0 + 2\lambda_e}]$$

散射损失能量与散射前能量比为:

$$\gamma = \frac{E_0 - E}{E_0} = \frac{h\nu_0 - h\nu}{h\nu_0} = \frac{(1/\lambda_0 - 1/\lambda)}{1/\lambda_0} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0 + \Delta\lambda}$$

显著性 $\Delta\lambda/\lambda_0$

康普顿散射只有在 **入射波的波长与康普顿波长 λ_c 相当时**, 才是显著的

根据能量守恒: **碰撞后电子动能**($(m - m_0)c^2$ 项)

$$E_k = h\nu_0 - h\nu = h\frac{c}{\lambda_0} - h\frac{c}{\lambda} = h\frac{c\Delta\lambda}{\lambda_0\lambda} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}(h\nu_0 - E_k)$$

于是得到

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{E_k}{h\nu_0 - E_k}$$

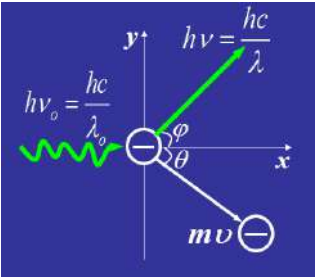
计算 λ, λ_c 关系

例: 若令 **$\lambda_c = h/(m_e c)$** (称为电子的康普顿波长, 其中 m_e 为电子静止质量, c 为 光速, h 为普朗克恒量), 当电子的动能等于它的静止能量时, 它的德布罗意波长与 **康普顿波长**的关系

$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$ **需要找的是 m, v 与 m_e, c 的关系**

$$mc^2 - m_e c^2 = \frac{m_e}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}c^2 - m_e c^2 = m_e c^2 \rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2}c, m = 2m_e$$

散射碰撞计算



碰撞前电子可看作是静止的（ θ 不可知, m_0 为电子质量）

能量守恒 $h\nu + mc^2 = h\nu_0 + m_0c^2$

动量守恒:

$$\begin{cases} x: \frac{h}{\lambda_o} = \frac{h}{\lambda} \cos \varphi + mv \cos \theta \\ y: \quad 0 = \frac{h}{\lambda} \sin \varphi - mv \sin \theta \end{cases}$$

其中 m 为相对论质量: $m = \frac{m_o}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ $c = \nu\lambda$

康普顿散射波长公式: $\lambda - \lambda_0 = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\varphi}{2}$ *可推出 θ 关系式: $\tan \theta = \left[\left(1 + \frac{h}{m_0 c \lambda_0} \right) \tan \frac{\phi}{2} \right]^{-1}$

若 $\varphi = 90^\circ$, $x: \frac{h}{\lambda_o} = p \cos \theta$ $y: \frac{h}{\lambda} = p \sin \theta \rightarrow p = h\sqrt{\frac{1}{\lambda_0^2} + \frac{1}{\lambda^2}}$

氢原子光谱 玻尔理论

- 原子结构模型
- 汤姆孙：葡萄干布丁模型
- 卢瑟福：有核原子模型（α散射实验）

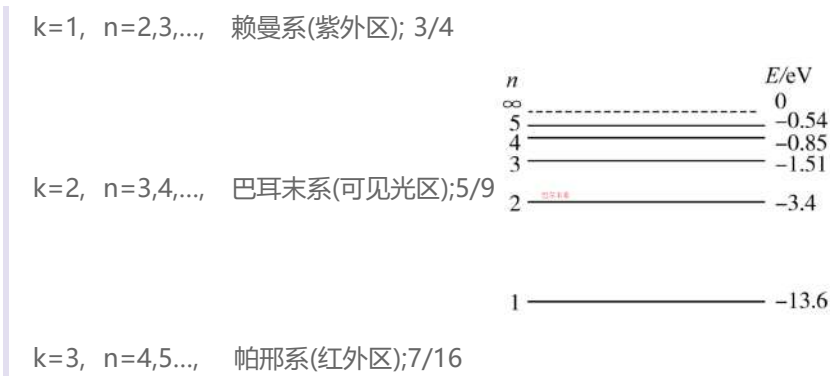
光谱的规律性：

1. 氢原子光谱是由一些分立的细亮线组成，包含**5个**谱系，各条光谱线有确定的波长
2. 各谱系中**谱线的波数(波长的倒数)**：

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

式中 $R = 1.097 \times 10^7 m^{-1}$, 称为里德伯恒量;

各光谱**谱线**最小波长与最大波长比： $[\frac{1}{k^2} - \frac{1}{(k+1)^2}]/(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{\infty^2})$ (k+1到k为最小，无穷到k为最大)



3. $E_n = -13.6\text{eV}/n^2$ 能量为负值表示原子中的电子处于束缚态
4. 激发能：从 $n = 1$ 到 $n = k$ 需要的能量 $n = 1$ 为**基态**, $E_\infty=0$ 为静止自由电子的能量
- 电离能：从 $n = k$ 到 $k = \infty$ 需要的能量 $n = 2$ 为**第一激发态**
- 基态：系统最低能量的状态、激发态：系统能量高于基态的量子状态；

例题：

要使基态氢原子发出可见光, 至少应供给多少能量？

要让氢原子发出可见光，要让氢原子处于激发态且能**发出巴耳末系的谱线**，所以应该激发到n=3

供给能量为 $-1.51 + 13.6 = 12.09\text{eV}$

玻尔理论的基本假设：

- 三个基本假设
1. 定态假设
- 原子系统只能处于一系列**不连续的能量状态**(能级 $E_1, E_2 \dots$), 电子只能在一定的轨道上**绕核作圆周运动**, 而且**不辐射能量**(可做加速运动) 轨道半径 $r_n = a_0 n^2 \propto n^2$
2. 轨道角动量量子化假设（最小为 $h/2\pi$ ）
- $$L = mvr = n\hbar \quad (\text{量子数 } n = 1, 2, \dots) \quad \text{式中: } \hbar = \frac{h}{2\pi} \quad L \propto n$$
- 但在量子力学理论中电子轨道角动量 $L_z = m_l \hbar$ 最小值为0，相矛盾，但实验证明量子力学理论的结果正确
3. 量子跃迁假设
- 原子从定态 E_n 跃迁到 E_k 发出(或吸收)光的频率

$$\nu = \frac{|E_n - E_k|}{h} = Rc \left| \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right|$$

玻尔理论的成就与缺陷

- 玻尔理论成功地解释了氢原子和类氢离子的光谱规律（仅限于氢原子）
- 无法计算光谱的强度、无法解释光谱的精细结构，更无法解释其它原子的光谱规律

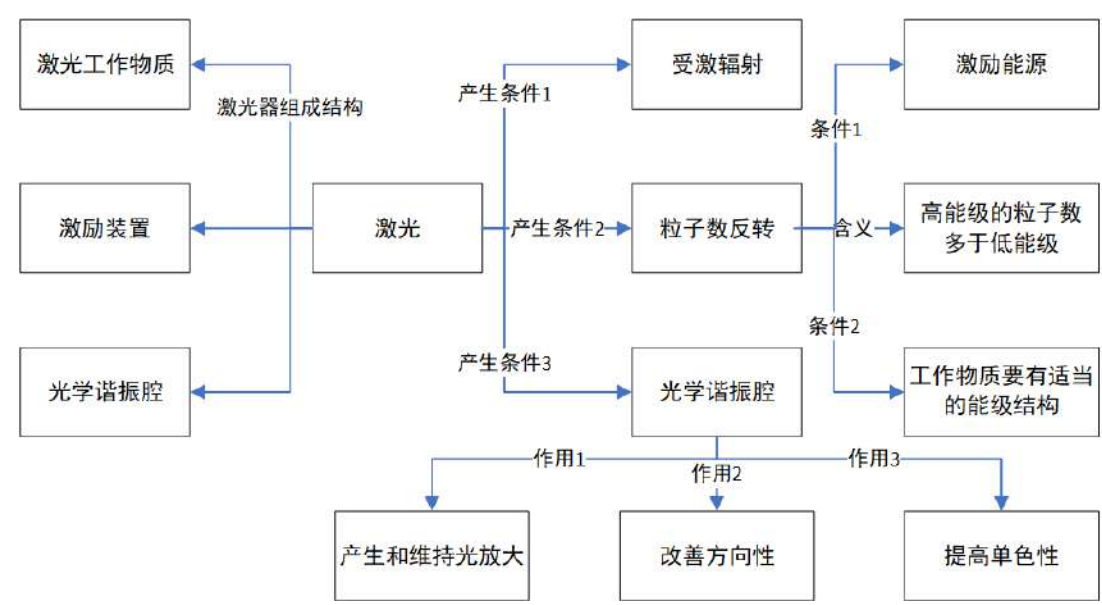
激光

1960年制成第一台红宝石激光器

自发辐射

- 处于激发态的原子, 在没有外界作用的情况下, 自发的从激发态返回基态, 从而辐射出光子
- 光子的频率、相位、偏振状态、传播方向均不同, 所以自发辐射的光是**不相干**的。普通光源发光就属于自发辐射

总思路



特性及应用

- 1. 方向性好 定位、导向、测距
- 2. 单色性好 精密测量、激光通讯、等离子体测试
- 3. 能量集中(亮度高) 打孔、焊接、切割，制造激光武器，**手术刀**
- 4. **相干性好** 激光全息照相的光源

波粒二象性

德布罗意波

对光子而言：
$$\begin{cases} E = \frac{hc}{\lambda} = mc^2 \\ \lambda = \frac{h}{m_\gamma c} = \frac{h}{p_\gamma} \end{cases}$$
 根据 $h\nu = mc^2$, h 代换 $\rightarrow \nu\lambda = \frac{c^2}{v}$

推广到实物粒子，德布罗意波公式：

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \quad (\text{低速条件下认为 } m = m_0) = \frac{h}{m_0 v} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (\text{高速粒子要考虑相对论})$$

与经典波的本质区别：**德布罗意波是概率波**，波函数不表示某实在物理量在空间的波动，其振幅无实在的物理意义；强度 \propto 概率

区别：

已知某电子的德布罗意波长和光子的波长相同，动量与能量是否相同？

答：因为 $p = \frac{h}{\lambda}$ 对光子和实物粒子都适用，所以光子和电子的**动量大小相同**

但从相对论，电子能量：

$$E_e = mc^2 = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} = \sqrt{\frac{h^2}{\lambda^2} c^2 + m_0^2 c^4} = \frac{hc}{\lambda} \sqrt{1 + m_0^2 c^2 \lambda^2 / h^2} = E \sqrt{1 + m_0^2 c^2 \lambda^2 / h^2}$$

式中, E 为光子能量. 二者的**总能量并不相同**.

粒子(电子)的能量、动量、动能的关系

电子能量： $E = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4}$ $E_k = E - m_0 c^2$

λ 与 E_k, m_0 关系

$$E_k \ll m_0 c^2 \text{ 时, } \lambda \approx h / \sqrt{2 m_0 E_k}; \quad E_k \gg m_0 c^2 \text{ 时, } \lambda \approx hc / E_k.$$

解：（**关键在于写出** mv ）

$$\text{由 } E_k = mc^2 - m_0 c^2 = m_0 c^2 \left(1 / \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - 1 \right)$$

$$\text{解出: } m = \frac{E_k + m_0 c^2}{c^2}; v = \frac{c \sqrt{E_k^2 + 2 E_k m_0 c^2}}{E_k + m_0 c^2} \quad p = \frac{1}{c} \sqrt{E_k (E_k + 2 m_0 c^2)}$$

$$\text{根据德布罗意波: } \lambda = h / p = h / (mv) \text{ 把 } m, v \text{ 代入得: } \lambda = \frac{hc}{\sqrt{E_k^2 + 2 E_k m_0 c^2}}$$

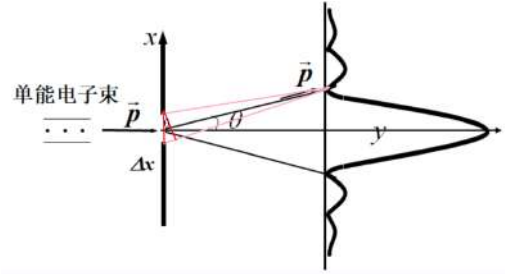
$$\text{当 } E_k \ll m_0 c^2 \text{ 时: } E_k^2 \ll 2 E_k m_0 c^2, \therefore E_k^2 \text{ 可以略去, (低速): } \begin{cases} p = \sqrt{2 m_0 E_k} \\ \lambda \approx h / \sqrt{2 m_0 E_k} \end{cases}$$

$$\text{当 } E_k \gg m_0 c^2 \text{ 时: } E_k^2 \gg 2 E_k m_0 c^2, \therefore 2 E_k m_0 c^2 \text{ 可以略去, (高速): } \begin{cases} p = E_k / c \\ \lambda \approx hc / E_k \end{cases}$$

不确定关系

动量和位置的不确定关系

衍射前: $p_x = 0, p_y = p$ 衍射后只考虑中央亮纹 $0 \leq p_x \leq p \sin \theta$
电子动量在 x 方向上的不确定量为: $\Delta p_x = p \sin \theta$ 衍射关系: $\Delta x \sin \theta = \lambda, \Delta x$ 为缝宽



由于微观粒子在任一方向上的位置与该方向上的动量不可能同时具有确定值。
二者的不确定量满足:

$$\begin{cases} \Delta p_x \Delta x \geq h, & \text{宏观} \\ \Delta p_x \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}, & \text{微观物理世界}(eg: \text{氢原子问题}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta E \Delta t \geq h \\ \Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \end{cases}$$

不确定关系给出了宏观与微观物理世界的界限。

例题:

如图所示, 一束动量为 p 的电子, 通过缝宽为 a 的狭缝, 在距离狭缝为 R 处 处置一萤光屏, 屏上衍射图样中央最大的宽度 d 等于

$$a \frac{d}{R} = \lambda \rightarrow d = \frac{2\lambda R}{a}$$

例题: (Δ) —~~~~~ x Δx最大, Δp_x最小

例题: 光子的波长为 $\lambda = 3000\text{\AA}$, 如果测量此光子的波长的精度为 $\Delta\lambda/\lambda = 10^{-6}$, 试求此光子的位置的不确定量大小.(求导)

$$\because p = \frac{h}{\lambda} \therefore \Delta p = \frac{h}{\lambda^2} \Delta \lambda$$

$$\because \Delta x \Delta p \geq h \rightarrow \Delta x \geq \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda} = 0.048 \text{ m}$$

薛定谔方程（波函数）

任何体系的状态都可以用一个波函数来完整描写, 乘以一个不为0常数仍是同一状态, 原因是波函数的几率解释

- 波函数:** $\Psi(\vec{r}, t)$ 复数的模为1
- $|\Psi(x, y, z, t)|^2$ (或 $\Psi\Psi^*$) **(有复数就要用共轭方法)** 表示粒子在 t 时刻在 (x, y, z) 处的 **概率密度**
- $\Psi(\vec{r}, t)$ 须满足的标准条件是: **单值、连续、有限!!!**
- 归一化条件:** $\int |\Psi|^2 \text{ d}x \text{ d}y \text{ d}z = 1$

一般形式薛定谔方程:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\vec{r}, t) = - \left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V(\vec{r}) \right] \Psi(\vec{r}, t)$$

$$\hat{H}\Psi = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi$$

自由粒子: **V = 0**, 没有U或者V那一项

定态 薛定态方程: (定态需要满足 **$\hat{H}\Psi = E\Psi$**)

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(x, y, z) + V\Psi(x, y, z) =$$

$$E\Psi(x, y, z)$$

二维定态 薛定谔方程:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \Psi(x, y) + V(x, y)\Psi(x, y) =$$

$$E\Psi(x, y)$$

无限深势陷:

$$\begin{cases} \frac{\text{d}^2\psi}{\text{d}x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}E\psi = 0 & x \in (0, a) \\ \psi(0) = 0 & \psi(a) = 0 \\ V(x) = 0 & x \in (0, a) \end{cases}$$

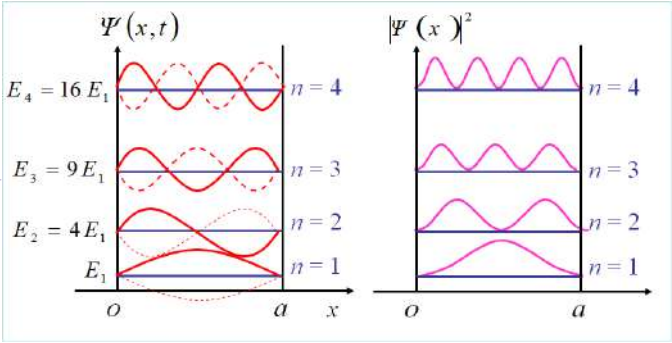
$$\text{令 } k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad \psi'' + k^2\psi = 0$$

通解为: $\psi = A \cos(kx) + B \sin(kx)$

$$\begin{cases} \psi(0) = 0 \\ \psi(a) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A = 0 \\ \sin ka = 0 \end{cases} \rightarrow ka = n\pi \rightarrow k^2 = \left(\frac{n\pi}{a} \right)^2 \rightarrow E_n = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2ma^2}$$

$$\rightarrow \psi_n(x) = B_n \sin \frac{n\pi}{a} x \quad \int_0^a \psi^2 dx = 1 \rightarrow |B_n| = \sqrt{\frac{2}{a}}$$

解的意义



波函数是沿x正向传播的单色平面波和沿x负向传播的单色平面波的叠加

1. 能量是量子化的(n 要大于0)
2. 粒子的物质波在阱内形成驻波，势阱宽度 a 必须满足 $a = n \frac{\lambda}{2}$

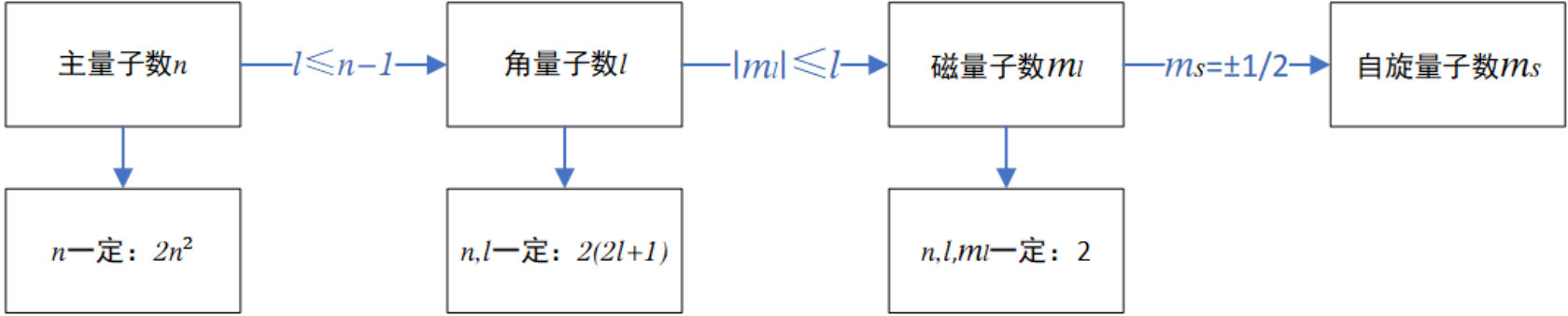
$$\lambda = \frac{2a}{n} \rightarrow p = \frac{h}{\lambda} = \frac{hn}{2a} \rightarrow E_n = \frac{p^2}{2m} = \frac{n^2 h^2}{8md^2}$$

3. 粒子在势阱内的概率分布 $\psi^2(x) = \frac{2}{a} \sin^2(\frac{n\pi}{a} x)$ (找概率最大的点)

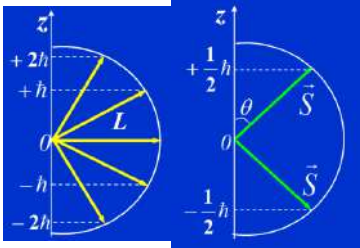
隧道效应：总能量 E 小于势垒高度 U_0 的粒子也有可能贯穿势垒，到达另侧。

原子核结构

四个量子数



1. 主量子数 $n = 1, 2, \cdots$: 电子能量的**主要部分**. $E_n = -13.6\text{eV}/n^2$
2. 角量子数 $l = 0, 1, \cdots, (n - 1)$: 决定电子能量的次要部分.电子角动量大小 $L = \sqrt{l(l + 1)}\hbar$,
3. 磁量子数 $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots, \pm l$, 决定原子轨道（或电子云）在空间的伸展方向
确定角动量对**任一参考轴 z 的分量**（即投影） L_z , 只能取下列值: $L_z = m_l \hbar$
4. 自旋磁量子数 $m_s = \pm \frac{1}{2}$, 确定自旋角动量在空间任一方向上的分量 $S_z = m_s \hbar$, 影响原子在外磁场中的能量.



三个原理

(1) 泡利不相容原理:

在一个原子系统中, 不可能有两个或两个以上的电子处于同一量子态

即对于一个原子, 任何两个电子不可能有完全相同的一组量子数 n, l, m_l, m_s .

(2) 能量最低原理:

当原子处在稳定状态下, 每个电子总是 **尽可能的占有最低的能量状态**. 是物理学中的普遍原理.

(3) 原子的壳层结构:

原子中的电子, 按主量子数 n 的不同组成原子的一个电子壳层,

在每一个电子壳层中, 角量子数 l 不同的又分成一个个分壳层.

电子数计算

根据各量子态电子能量的大小, 按能量最低原理进行填充, 得到原子的壳层结构.

主壳层:	$n =$	1	2	3	4	5	6.....
		K	L	M	N	O	P.....
		$l = 0,$	1,	2,	3,	4.....	
分壳层:		s	p	d	f	g.....	
		2	6	10	14	18.....	

n, l 一定时有 $l(2l + 1)$ 个不同量子态 n 一定时有 $2n^2$ 个不同量子态

填空题

1. 磁现象的电本质：**运动的电荷能产生磁场**
2. 抗磁介质在外磁场中表现出抗磁性的物理机制是：**原子获得与外加磁场方向相反的净磁矩**；
顺磁介质在外磁场中表现出顺磁性的物理机制是：**各原子磁矩趋于平行于外加磁场方向**；
3. 磁聚焦利用小角度入射电子射入磁场时：**沿螺线运动** 的运动特征；
4. 霍尔效应是指：电流通过与磁场垂直的导体时产生横向电压
5. 动生电动势产生的物理机制是：**导体中的电子在磁场中受到洛伦兹力**
动生电动势中将机械能转化为电能的机制是：**洛伦兹力对导体内电子做功**
感生电动势产生的物理机制是：**变化的磁场激发感应电场**
6. 电磁波有效辐射的两个条件：**频率足够高；电路开放**
7. 平面电磁波电场与磁场的定量关系是： $\sqrt{\epsilon} E = \sqrt{\mu} H$
电磁波**能量密度**可以表示为： $\omega = \frac{1}{2}(\vec{D} \cdot \vec{E} + \vec{B} \cdot \vec{H}) = \frac{1}{2}(\epsilon E^2 + \mu H^2)$
电磁波能流密度可以表示为： $\vec{S} = w\vec{u} = \vec{E} \times \vec{H}$
8. 验证光**具有确定动量**的实验：**康普顿散射实验**
验证原子**存在分离定态能级**的实验：**弗兰克-赫兹实验**
验证电子**具有波动性**的实验：**戴维森-革末实验**
证明电子自旋存在的最早实验之一是**斯特恩—盖拉赫实验**；
9. 顺磁质在外磁场中磁化的主要原因：分子磁矩；分子电流对应的固有磁矩>>附加磁矩
抗磁矩在外磁场中磁化的主要原因：附加磁矩

说明题

1. 何谓**激光**?它有哪些**特性**?实现这些特性的**实验装置**是什么以及**如何实现**?
激光是指受激辐射的光
三个特征： 1、 方向性好 2、 单色性好 3、 具有相干性
实验装置：**激励装置，工作物质，光学谐振腔**
激励装置提供能量，工作物质要有**粒子数反转**特征
谐振腔： 1、 产生和维持光放大； 2、改善方向性； 3、 选频(提高单色性)
2. 名词解释：(1) 涡旋电场； (2) 位移电流密度。 并写出与这两个概念相关的环路定理及其微分形式。
涡旋电场：在随时间变化的磁场周围产生，为闭合曲线；
位移电流密度：随时间变化的电场产生，为电位移矢量 \vec{D} 的时间变化率

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}, \text{微分形式: } \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint \vec{j}_c \cdot d\vec{S} + \iint \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad \text{微分形式: } \nabla \times \vec{H} = \vec{j}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

3. 用德布罗意波，原子的定态假设以及驻波概念推导氢原子的能量公式：

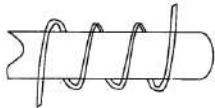
$$a = n \frac{\lambda}{2} \rightarrow \lambda = \frac{2a}{n} \rightarrow p = \frac{h}{\lambda} = \frac{hn}{2a} \rightarrow E_n = \frac{p^2}{2m} = \frac{n^2 h^2}{8ma^2}$$

4. 证明任何闭合载流线圈在均匀磁场中受到的合磁力恒等于0

$$d\vec{F}_A = I d\vec{l} \times \vec{B} \rightarrow F_A = \oint_L I d\vec{l} \times \vec{B} = I(\oint_L d\vec{l}) \times \vec{B} = I \cdot \vec{0} \times \vec{B} = 0$$

5. 问：用金属丝绕成的标准电阻要求无自感，怎样绕制才能达到这一要求？

答：把金属丝对折成双线如附图缠绕即可，近似可认为标准电阻部分的回路包围的面积为零,有电流时磁通为零，故自感为零.



原理：线上每点的电流大小相同，方向相反，不产生磁力线，

如果是两个圆形线圈则要一个沿另一个线圈的轴线垂直平面放置

6. 霍尔电压理论值为 $U_B = \frac{1}{nq} \frac{IB}{d}$, 式中 n 是材料的载流子浓度, q 为载流子电量, I, B, d 分别为通过材料的电流、磁场和材料的尺寸。某一半导体的霍尔效应实验中
- (1) 如果半导体中既有正的载流子, 又存在负的载流子, 请问正负载流子同时存在比起只有一种载流子单独存在时, 霍尔效应是增强还是减弱? **减弱**, 判断一下方向就行了
- (2) 考虑接触电势差的存在, 测量霍尔电压的电压表的读数将与霍尔电压有一微小差异。说明你怎样消除接触电势差的影响。
在某一电流和磁场下读出电压表计数，然后将**电流或磁场反向**，再次读出电压表读数。然后将两次读数绝对值取平均。即是消除了接触电势差的霍耳电压数值

考卷

用强度为 I , 波长为 λ 的 X 射线(伦琴射线)分别照射锂 ($z = 3$) 和铁 ($z = 26$). 若在同一散射角下测得康普顿散射的 X 射线波长分别为 λ_{Li} 和 λ_{Fe} ($\lambda_{\text{Li}}, \lambda_{\text{Fe}} > \lambda$), 它们 对应的强度分别为 I_{Li} 和 I_{Fe} , 且 $I_{\text{Li}} > I_{\text{Fe}}$ 则[B]

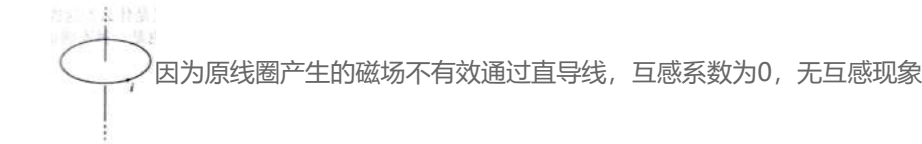
(A) $\lambda_{\text{Li}} > \lambda_{\text{Fe}}$ (B) $\lambda_{\text{Li}} = \lambda_{\text{Fe}}$

(C) $\lambda_{\text{Li}} < \lambda_{\text{F}}$ (D) 不能确定两个波长的关系

考察康普顿散射中波长该变量与物质无关，只与散射角大小有关

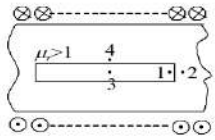
要使处于基态的氢原子受激发后能发射赖曼系(由激发态跃迁到基态发射的各谱线组成的谱线系)的**最长波长**的谱线, 至少应向基态氢原子提供的能量是(C)

一导线弯成半径为 R 的圆形, 轴线上有一无限长直导线。当圆形导线内流有变化的电流, 电流与时间的关系为 $i = I_0 \cos \omega t$, 其中 I_0, ω 为常数。则直导线中的感生电动势为: **0**



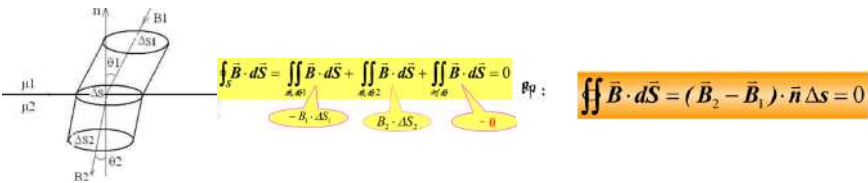
复习专题

5 单选 (1分) 在充满顺磁质的无限长螺线管中沿轴向挖去一细长圆柱形介质(如图所示)。若1、2、3、4各点处的磁感强度分别为 B_1 、 B_2 、 B_3 、 B_4 , 磁场强度分别为 H_1 、 H_2 、 H_3 、 H_4 , 则它们之间的关系为:

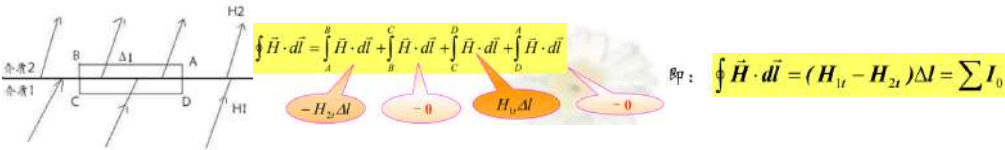


- ☐ A. $B_3 > B_4$, $H_1 > H_2$
- ☐ B. $B_3 > B_4$, $H_1 < H_2$
- ☒ C. $B_3 < B_4$, $H_1 > H_2$
- ☐ D. $B_3 < B_4$, $H_1 < H_2$

对于位置3和4, $H_3 = H_4$, 所以 $B_3 < B_4$, 对于位置1和2, $B_1 = B_2$, 所以 $H_1 > H_2$



两种介质的交界面上 **磁感应强度B的法向分量连续, 切向分量不连续**



但是在两种介质的界面上无传导电流 ($I_0 = 0$) $H_{1t} - H_{2t} = 0$

磁场强度H的切向分量连续 $H_{1t} = H_{2t}$ 法向分量不连续

1、关于稳恒磁场的磁场强度 \vec{H} 的下列几种说法中哪个是正确的 () **C**

- A、 \vec{H} 仅与传导电流有关。
- B、若闭合曲线内没有包围传导电流, 则曲线上各点的 \vec{H} 为零
- C、若闭合曲线上各点的 \vec{H} 均为零, 则该曲线所包围传导电流的代数和为零
- D、以闭合曲线 L 为边缘的任意曲面的 \vec{H} 通量均相等

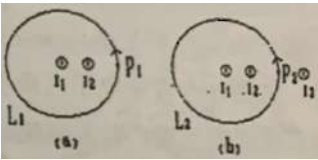
A. H除了与传导电流有关, 还与**磁介质有关** $H = B/\mu_0 - M$

B. 磁铁没有传导电流, 周围有磁场, B 不等于零, 再根据 $H = B/\mu_0$, H 不等于零, 所以B错。

D.记住就行, 闭合曲线L为边缘的任意曲面H通量不一定相等

如图所示, 电荷 $q(>0)$ 均匀地分布在一个半径为 R 的薄球壳外表面上, 若球壳以恒角速度 ω_0 绕 Z 轴转动, 则沿着 Z 轴从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 磁感应强度的线积分等于_____

正负无穷是同一个点, 所以从负无穷到正无穷的积分, 可以看作绕道无穷远处, 形成了封闭的安培环路。 $\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I$, $I = \frac{qw_0}{2\pi}$ 得结果



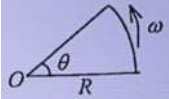
在图(a)和(b)中各有一半径相同的圆形回路 L_1 、 L_2 , 圆周内有电流 I_1 、 I_2 , 其分布相同, 且均在真空中, 但在 (b) 图中 L_2 回路外有电 流 I_3 , P_1 、 P_2 为两圆形回路上的对应点, 则: C

(A) $\oint_{L_1} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_{L_2} \vec{B} \cdot d\vec{l}$, $B_{P_1} = B_{P_2}$. (B) $\oint_{L_1} \vec{B} \cdot d\vec{l} \neq \oint_{L_2} \vec{B} \cdot d\vec{l}$, $B_{P_1} = B_{P_2}$.

(C) $\oint_{L_1} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_{L_2} \vec{B} \cdot d\vec{l}$, $B_{P_1} \neq B_{P_2}$. (D) $\oint_{L_1} \vec{B} \cdot d\vec{l} \neq \oint_{L_2} \vec{B} \cdot d\vec{l}$, $B_{P_1} \neq B_{P_2}$.

安培环路定理与外电流无关, 但磁场是内外电流效果的叠加

如图所示, 一扇形薄片, 半径为 R , 张角为 θ , 其上均匀分布正电荷, 电荷密度为 σ , 薄片绕过角顶 O 点且垂直于薄片的轴转动, 角速度为 ω , 求 O 点处的磁感应强度。



将扇形薄片分割成半径为 $r + dr$ 的圆弧形面积元, 电荷量为: $dq = \sigma r \theta dr$ 转动时相当于圆电流,

对应的电流强度为: $dI = \frac{dq}{T} = \frac{\sigma r \theta dr}{2\pi/\omega} = \frac{\theta}{2\pi} \sigma \omega r dr$

产生的磁场为 $dB = \frac{\mu_0 dI}{2r} = \frac{\theta}{4\pi} \mu_0 \sigma \omega dr$ 圆心处的磁场为 $B = \int_0^R \frac{\theta}{4\pi} \mu_0 \sigma \omega dr = \frac{\theta}{4\pi} \mu_0 \sigma \omega R$

$N_1 = 50$ 匝、面积 $S_1 = 4 \text{ cm}^2$ 的圆形导线圈 A, 与 $N_2 = 100$ 匝、半径为 $R_2 = 20 \text{ cm}$ 的圆形导线圈 B 共面、同轴。 求两线圈的互感;

解: 设线圈 B 载电流 I , 因为 **线圈 A 的面积远小于线圈 B** , 则可视 I 在线圈 A 面积区域产生的磁匀强, 该磁场正交穿过面积 S_1 , 其值为: $B = \mu_0 N_2 I / 2R_2$

穿过线圈 A 的磁通链为: $\psi_m = N_1 \Phi_m = N_1 B S_1 = N_2 N_1 S_1 \mu_0 I / 2R_2 \propto I$

则两线圈的互感为: $M = \psi_m / I = N_2 N_1 S_1 \mu_0 / 2R_2 \approx 6.28 \times 10^6 (H)$

- 11-12 若一平面载流线圈在磁场中既不受力,也不受力矩作用,这说明(**A**).
- (A) 该磁场一定均匀,且线圈的磁矩方向一定与磁场方向平行;

(B) 该磁场一定不均匀,且线圈的磁矩方向一定与磁场方向平行;

(C) 该磁场一定均匀,且线圈的磁矩方向一定与磁场方向垂直;

(D) 该磁场一定不均匀,且线圈的磁矩方向一定与磁场方向垂直.

记忆点

$E_k \ll m_0 c^2$ 时, $\lambda \approx h / \sqrt{2m_o E_k}$;

$E_k \gg m_{\circ} c^2$ 时, $\lambda \approx hc / E_k$.