大学物理I

$$\begin{split} \sin\alpha\cos\beta &= \frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)] & \sin\alpha+\sin\beta &= 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} \\ \cos\alpha\sin\beta &= \frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)] & \sin\alpha-\sin\beta &= 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2} \\ \cos\alpha\cos\beta &= \frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)] & \cos\alpha+\cos\beta &= 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} \\ \sin\alpha\sin\beta &= -\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)] & \cos\alpha-\cos\beta &= -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2} \end{split}$$

用cos (α-β) , cos (α+β) 展开就可以得到这些;

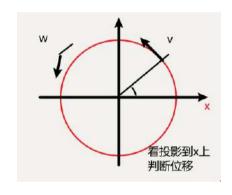
简谐振动 (三角函数求导一次超前 π/2)

描述

求 A, w, T, φ ,相位可以根据旋转矢量图看,判断运动方向,加减速

设物体角速度w,初始位置与x轴夹角为 φ

时刻t在x轴上的位移 $x = Acos(wt + \varphi)$; 匀速圆周运动在x轴上的分量是简谐振动



判定条件:

- 1) 满足微分方程: $rac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} + \omega^2 x = 0$
- 2) X = Acos(wt + arphi)
- 3) $F_{rac{1}{2}}=-oldsymbol{k}oldsymbol{x}$

其中
$$w = \sqrt{\frac{k}{m}}$$
;

4) 能量恒为 $\frac{1}{2}kA^2$ (定理) ;

计算

由
$$\begin{cases} x_0 = Acosarphi \ v_0 = -Awsinarphi
ightarrow A = \sqrt{x_0^2 + (rac{v_0}{w})^2},$$
下上相除得 $tanarphi$;

证明为简谐振动且求出w

证明F = -kx;

动力学:

- 1. 初始平衡条件先写出,写出 x_0
- 2. 写出F的表达式,然后由F=ma,写出 $rac{d^2x}{dt^2}=F$

3. 写成 $\frac{d^2x}{dt^2} + w^2x = 0$ 的形式就可以得到w;

能量:

简谐振动能量守恒,写出能量表达式,求dt即可; $\frac{dE}{dt}=0$;

记忆:

弹簧振子:

$$rac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + rac{k}{m}x = 0, \quad T = 2\pi\sqrt{rac{m}{k}}$$

单摆小角度振动:

$$-mgsin heta=mlrac{d^2 heta}{dt^2}(F=ma=mreta) \
ightarrow rac{\mathrm{d}^2 heta}{\mathrm{d}t}+rac{g}{l} heta=0, \quad T=2\pi\sqrt{rac{l}{g}}$$

复摆小角度振动:

由转动定理:
$$-mglsin\theta=Jrac{d^2 heta}{dt^2}(M=Iw)$$
 $ightarrowrac{\mathrm{d}^2 heta}{\mathrm{d}t}+rac{mgl}{J} heta=0,$ $T=2\pi\sqrt{rac{J}{mgl}}$

这里的 θ 满足小角度

波动

基础概念

波的动力学方程: $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$

求 $A, \theta, \lambda, f, T, w$,根据波形图可得 A, λ, u ,振动图A, T, w

波长 波速与频率之间的关系:

$$u=rac{\lambda}{T}=rac{\lambda w}{2\pi}
ightarrowrac{u}{w}=rac{\lambda}{2\pi}$$
 (长度对应长度,角对应角度)

拍频:发射波频率与反射波频率的差值;

波的能量:

平面简谐机械波的能量特征是动能和势能完全相同	$\mathrm{d}E_\mathrm{k} = \mathrm{d}E_\mathrm{p} = rac{1}{2} ho\omega^2A^2\sin^2\omega\left(t - rac{x}{u} ight)\mathrm{d}V$
单位体积介质内的能量称为波的能量密度	$arepsilon = ho \omega^2 A^2 \sin^2 \omega \left(t - rac{x}{u} ight)$
在一个周期内的平均值称平均能量密度	$ar{arepsilon} = rac{1}{2} ho\omega^2A^2 \propto A^2$
(单位体积内的能流)平均能流密度(波的强度)正比于A ²	$I=ararepsilon u=rac{1}{2} ho\omega^2A^2u$
若无能量损失,在球面传播的过程中(能流相同)(用功率记忆也可,球面分布)	$I_1S_1 = I_2S_2 ightarrow A_1^2r_1^2 = A_2^2r_2^2 \ A_1r_1 = A_2r_2$

关于机械波的能量

- (1) 单个微元的机械能不守恒,但其平均总机械能守恒。
- (2) 微元的动能和势能随时间的变化是同步的。

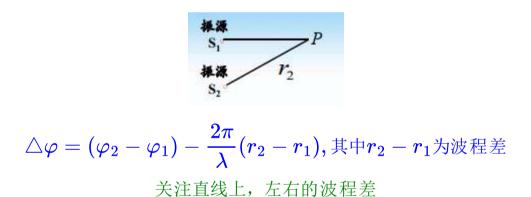
 $E_k=E_p$,导致了**机械波**的动势能变化与**简谐振动**不同。在简谐振动中,动能与势能互相转换,当动能达到最大值时,势能达到最小值

波动中的介质微元其**动能、势能和总机械能总是同时达到最大值或最小值**,它们随时间变化的步调是一致的,这一点与简谐振动完全不同.

波动中质元的势能不是由位移决定,而是由形变(相对位移)来决定的(我的理解:位移的变化率(看v))

$$\left\{egin{aligned} egin{aligned} ext{ deta} & E_k = E_p ext{ deta}, rac{1}{2}
ho A^2 w^2 \ ext{ deta}, & E_k = E_p = 0, ext{ deta} \end{aligned}
ight.$$

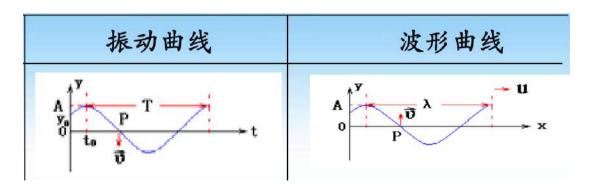
相位差



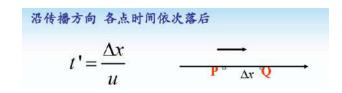
半波损失

反射波在反射时,如果入射为光疏介质,反射界面为光密介质,则突变 π .

振动方程与波形方程的联系



波形曲线上应标明: 时刻t、传播方向。振动曲线上应标明: 哪个质元。



在原来某点振动方程的相位上加减相位:

小结: 求波的表达式(函数) 的基本步骤

- 1、找一已知点的振动方程
- 2、比较所求点与已知点的超前或落后关系
- 3、若超前,在已知点的振动方程中增加"+"号项;若落后,在已知点的振动方程中增加"-"号项

4、整理方程, 得波函数

驻波

两相干波叠加: 和差化积看减得那一项

$$y_1 = A\cos\left(\omega t - rac{2\pi}{\lambda}x
ight) \ y_2 = A\cos\left(\omega t + rac{2\pi}{\lambda}x
ight)$$

驻波方程:
$$y = y_1 + y_2 = A\left[\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) + \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}x\right)\right] = \left(2A\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\right)\cos\omega t$$
(和差化积)

看 $\cos \frac{2\pi}{\lambda} x$ 判断振幅,不决定波的相位**;

波腹	$cosrac{2\pi}{\lambda}x$ =1	$x=krac{\lambda}{2}$,相邻差 $\lambda/2$
波节	$cosrac{2\pi}{\lambda}x$ =0	$x=(2k+1)rac{\lambda}{4}$
	相邻的波腹与波节	相差 $\frac{\lambda}{4}$
	$ar{I}$ =0;无能量传递	简正模式 由驻波条件 $l=k\frac{\lambda}{2}\Longrightarrow \left\{ egin{align*} \lambda_k=rac{2l}{k} \\ \nu_k=krac{v}{2l} \end{array} ight.$
	两个波节之间相位相同	一个波节两侧相位差π;

- 1. 先写出初始波的方程
- 2. 计算反射处的振动方程,关注是否半波损失
- 3. 写出反射波的波动方程 (都是利用超前+落后-)
- 4. 计算合成波的方程, 和差化积, cos+cos = 2 α+β/2 α-β/2
- 5. 关注减的那一项有x, 根据x来判断波腹波节

多普勒效应

$$u_R = rac{u + v_R}{u - v_s}
u_s$$
该形式为靠近; $(R$ 是接收器, S 是发射器)

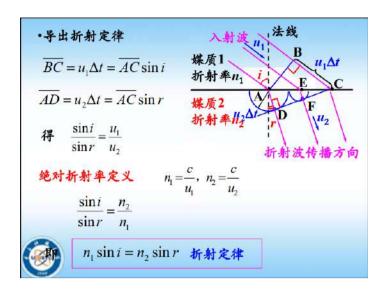
物体以速率v远离观察者而去,观察者向该物体发射出频率为30kHz的超声波,发现反射波与自己发射的超声波的拍频为100Hz.已知超声波波速为340m/s,求物体的运动速率.

注意物体接受一次声波又反射一次,当了一次接收器又当了一次发送器

$$egin{aligned} f_1 &= rac{u-v}{u} f_0 \ f_2 &= rac{u}{u+v} f_1 \ f_{\dot{\mathbb{H}}} &= f_0 - f_2 \end{aligned}$$

惠更斯原理

也可以导出反射定律;



光学

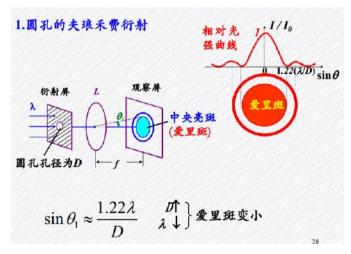
可见光范围390nm-780nm;

光强 $I \propto A^2$

 $\triangle \varphi$ 求法: $\triangle \varphi = (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1)$, 其中 $r_2 - r_1$ 为波程差

光学仪器的分析本领

恰能分辨时,两物点S1和S2对透镜L中心的张角 θ_{min} 称为最小分辨角.最小分辨角就等于艾里斑的半角宽度,即.



最小分辨角的倒数称为光学仪器的分辨本领,用R表示, $R=\frac{D}{1.22\lambda}$,提高R选择增加仪器孔径或减小波长

光的干涉

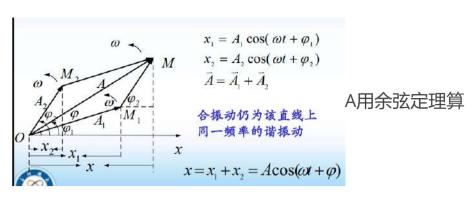
干涉

相干条件:

①频率相同; (w相同)

②振动方向相周; (横纵) 3有固定的相位差。

两个同方向、同频率谐振运动的合成(干涉的基础)

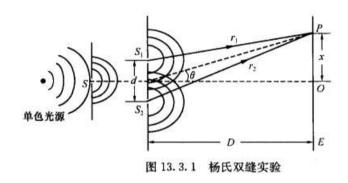


$$A = \sqrt{A_1^2 + A_1^2 + 2A_1A_2\cos\left(arphi_2 - arphi_1
ight)}$$
 $arphi = rctanrac{A_1\sinarphi_1 + A_2\sinarphi_2}{A_1\cosarphi_1 + A_2\cosarphi_2} rac{1sin + 2sin1}{cos + 2cos}$ 由于 $I = rac{1}{2}
ho u w^2 A^2$,所以叠加后 $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}cos \triangle arphi$;

迈克尔逊干涉仪

$$d=Nrac{\lambda}{2}$$

杨氏双缝干涉



$$\delta = r_2 - r_1 pprox d\sin heta pprox d an heta = rac{dx}{D}$$

满足D>>d, D>>x, 角度极小;

相位差	$\Delta arphi = rac{2\pi}{\lambda'} \delta$
波长(介质中)	$\lambda' = \lambda/n$
光程	$\delta=ne$
明纹	$\Delta arphi = \pm 2 k \pi$ (k=0为0级明纹,级数从0开始)
	$\delta=\pm k\lambda$, 明纹(干涉相长), $k=0,1,2,\cdots$
暗纹	$\Delta arphi = (2k+1)rac{\lambda}{2}$ (k=0为一级暗纹,从1开始)
	$\delta=\pm(2k+1)rac{\lambda}{2},$ 暗纹 (干涉相消), $k=0,1,2,\cdots$
	最大明纹4I,最小0; $(I_1=I_2)$
当单缝不在双缝中心	$\delta = (r_{20} - r_{10} + rac{xd}{D})$
引入初始光程差,单缝下移则亮纹上移	$x_n = \pm n rac{D\lambda}{d} - rac{D(r_{20} - r_{10})}{d}$

$$x_k = egin{cases} \pm k rac{D\lambda}{d}, & ext{ fix} \ k = 0, 1, 2, \cdots \ \pm (2k+1) rac{D\lambda}{2d}, & ext{ fix} \ k = 0, 1, 2, \cdots \end{cases}$$
 $\Delta x = x_k - x_{k-1} = rac{D\lambda}{d}$

各种干涉

透镜干涉	$\Delta x = rac{f}{d} \lambda$	$ \begin{array}{c c} \lambda & s_1 & b \\ \hline S_1 & b \\ \hline d \sin \theta & f \end{array} $
	将原来的公式的 D 改为 f (光屏在透镜的焦点处);	若用了反射镜,则光程差需加λ/2; (半波损失) (相位差加π);
谱线宽度 △ <i>λ</i>	$\Delta_{\max}=\delta_0=k\lambda=rac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$ 能看到干涉的最大光程差(相干长度): $\lambda=\lambda_0$ $\triangle\lambda$ 越小,相干性越高;	I I ₀ /2 ロ え え
	一下的δ判定是否加半波相同	
薄膜干涉	$\delta_{ar{eta}} = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + egin{cases} 0 & \left(m { m { m B}} m ar{ m { m D}} { m S} { m S} { m H} { m H} { m I} ight) \ rac{\lambda}{2} & \left(m { m { m B}} m ar{ m D} { m S} { m S} { m H} { m T} { m H} ight) \end{cases}$	看是不是中间介质折射率最大+半波长;
等厚干涉	$\Delta e = e_{k+1} - e_k = \frac{\lambda}{2n}$ 若为空气劈尖则为 $\frac{\lambda}{2}$;	同一厚度 e对应同一级条纹—— 等厚条纹 ;
	$\Delta l = rac{\Delta e}{sin heta}pproxrac{\Delta e}{ heta}pproxrac{\lambda}{2n heta}$ 满足 $ heta$ 很小	M e_t e_{t+1} Δe
	T. W.	看变化后的 问题生物还是 住后变成原 来的样子 尹斯明凸性
牛顿环	$r^2=R^2-(R-e)^2pprox 2Re$ 满足条件:e< <r;衍射条纹特点:内疏外密,圆形,高阶在外< th=""><th></th></r;衍射条纹特点:内疏外密,圆形,高阶在外<>	
	$2e+rac{\lambda}{2}=egin{cases} k\lambda, & ext{ 明纹} \ (2k+1)rac{\lambda}{2}, & ext{ 暗纹} \end{cases}$	再根据e, r, R的关系计算r的表达式
	明纹 $r=\sqrt{rac{(k-rac{1}{2})R\lambda}{n_2}},(k=1,2,3\ldots)$	明纹 $r=\sqrt{rac{kR\lambda}{n_2}}, (k=0,1,2,3,\ldots)$

$$R=rac{r_{k+m}^2-r_k^2}{m\lambda}$$

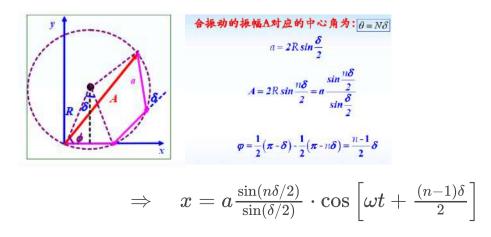
测透镜球面的半径R: 数清m,测出两个r

测入射光波长λ: 数清m,测出两个r和R

光的衍射

衍射

n个仅相位依次相差 δ 振幅为a的简谐振动的合成(衍射的基础)先画个向量图看看,有的可以直接写出合成振动的方程;



当各分振动构成一个封闭的多边形时,合振幅为零

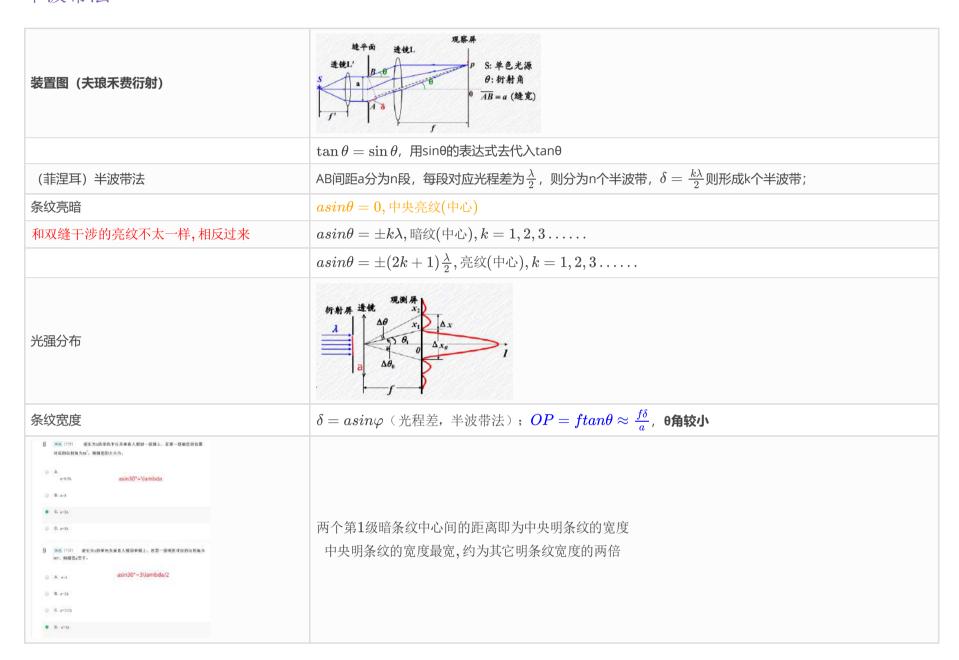
(1) 菲涅耳 (Fresnel) 衍射 — 近场衍射
 L和D中至少有一个是有限值。

 (2) 夫琅禾費 (Fraunhofer) 衍射 — 远场衍射
 L和D皆为无限大 (也可用透镜实现)。

惠更斯-菲涅耳原理

波前上的每一点都可作 为新的波源发出相干子波,在空间各点相遇时,其强度 分布是**相干叠加**的结果. 相干叠加的总振幅就是振幅叠加,光强是总振幅的平方($I \propto A^2$)

半波带法



计算方法

- 1. 计算δ,根据题目给的第几级暗亮纹,中心亮纹宽度为第一级暗纹处
- 2. 求到中心的距离,由 $\delta = a sin arphi$ 计算出sin arphi的表达式
- 3. $sin \varphi pprox tan \varphi$,
- 4. $ftan \varphi = \triangle x$,代入 $sin \phi$ 求得

▲ 14.2.3 明暗条纹宽度计算

(1) 角宽度

屏上明 (暗) 条纹两侧相邻的暗 (明) 条纹中心对透镜光 心张开的角度。

$$\Delta \phi = \phi_2 - \phi_1$$

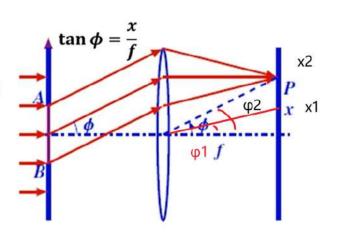
(2) 线宽度

屏上明(暗)条纹两侧相邻的暗(明)条纹中心的距离。

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

(3)线宽度和角宽度的关系

$$\Delta x = x_2 - x_1 = f \tan \phi_2 - f \tan \phi_1 \approx f \cdot \Delta \phi$$



干涉衍射的联系与区别

从本质上讲.确实并无区别。

干涉总是指那些有限多的(分立的)光束的相干叠加

而衍射总是指波阵面上(连续的)无穷多子波发出的光波的相干叠加。

这样区别之后.二者常常出现于同一现象中。

例如双缝干涉的图样实际上是两个缝发出的光束的干涉和每个缝自身发出的光的術射的综合效果光栅衍射实际上是 多光束干涉和单缝衍射的综合效果。(张三慧)

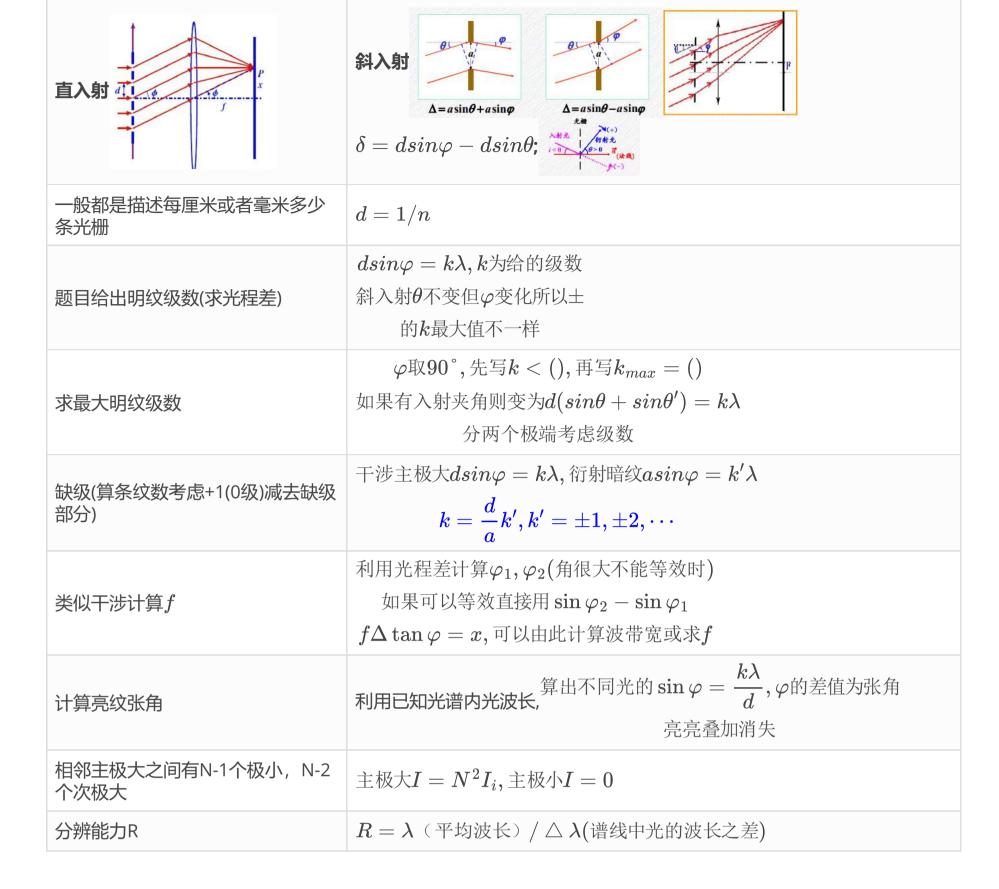
光栅

大量等宽的平行狭缝等距离地排列而形成的光学器件。

光栅常数为透光缝宽度a与相邻不透光部分宽度b之和d=a+b。

光栅衍射成象是**单缝衍射**和**多缝干涉**合成的结果;

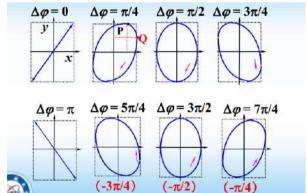
当干涉明纹与衍射暗纹叠加 就是光栅缺级;



光的偏振

两个垂直方向谐振动的合成(偏振光的基础)

线性相加 $x=A_1cos(wt+arphi_1),y=A_2cos(wt+arphi_2)$



正顺负逆,右开左收;自己定一条从原点O开始,然后按照相位差画就行

通常把光分为五种: 自然光, 线偏振光, 椭圆偏振光, 圆偏振光, 部分偏振光;

自然光(非偏振光,例如 太阳光)	一束自然光可分解为两个振动方向相互垂直的、等幅的、无固定相位关系的光振动。 $E_x=E_y, I=I_x+I_y$	
完全偏振光:1)线偏振光	光矢量始终在一固定平面(振动面)内、沿一固定方向振动	
2)椭圆偏振光、圆偏振 光(两光振幅相同)	在垂直于传播方向的平面内光矢量绕着传播方向旋转	
部分偏振光	自然光+线偏振光, 部分偏振光可分解为两束振动方向相互垂直的、不等幅的、无固定相位关系的光矢量。	
偏振度	I_n 一部分偏振光中包含的自然光的强度 I_p 一部分偏振光中包含的完全偏振光的强度 完全偏振光(线、圆、椭圆) $P=1$ 自然光(非偏振光) $P=0$ 部分偏振光 $0 < P < 1$	
偏振片	只让 某一方向 ——(偏振化方向)振动的光通过,而对垂直于该方向的其他光振动都有很强的吸收。	
马吕斯定律	强度为 I_0 的 线偏振光 通过检偏片后仍为线偏振光, 且透射光的强度(不考虑吸收)为 $I=I_0cos^2\alpha$ α 是入射线偏振光方向和偏振化方向之间的夹角 α	
总结	光第一次经过偏振片 I 变为 $\frac{1}{2}$,然后再通过第二次时,方向是第一个偏振片的偏振化方向,然后再用马吕斯定理解决;	

反射与折射:

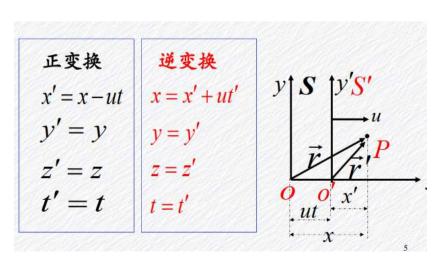
在反射光中, 垂直振动多于平行振动;

在折射光中, 平行振动多于垂直振动。



相对论

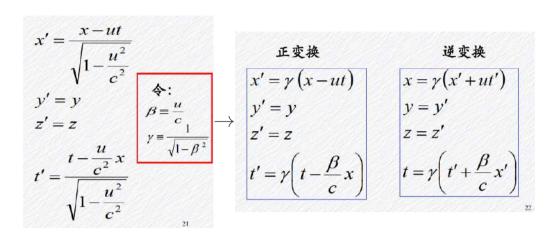
伽利略变换(低速世界)



相对论基本假设

- 1. 一切物理规律在任何惯性系中形式相同(相对性原理)
- 2. 光在真空中的速度与发射体的运动状态无关,速度相等(光速不变原理)

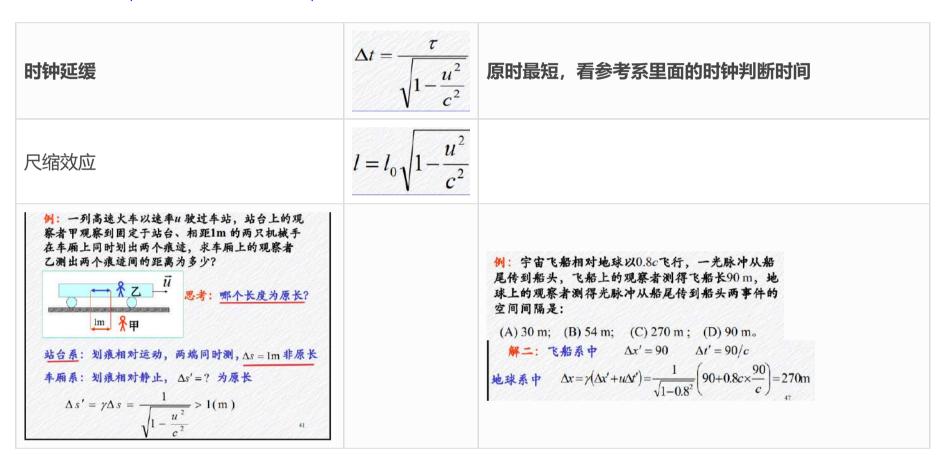
洛伦兹变换(这里的u沿x轴正向)



最常用
$$x'=rac{x-ut}{\sqrt{1-rac{u^2}{c^2}}}$$

最常用
$$x'=\dfrac{x-ut}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$$

$$t'=\dfrac{t-\dfrac{u}{c^2}x}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$$
 $(t, x$ 前面加上 $^\vartriangle$),有因果律联系的两事件的时序不会颠倒!



速度变换

正变换 逆变换
$$v'_{x} = \frac{v_{x} - u}{1 - \frac{u}{c^{2}}v_{x}}$$

$$v'_{y} = \frac{v_{y}}{1 - \frac{u}{c^{2}}v_{x}} \sqrt{1 - \frac{u^{2}}{c^{2}}}$$

$$v'_{z} = \frac{v_{z}}{1 - \frac{u}{c^{2}}v_{x}} \sqrt{1 - \frac{u^{2}}{c^{2}}}$$

$$v'_{z} = \frac{v_{z}}{1 - \frac{u}{c^{2}}v_{x}} \sqrt{1 - \frac{u^{2}}{c^{2}}}$$

$$v'_{z} = \frac{v'_{z}}{1 - \frac{u}{c^{2}}v_{x}} \sqrt{1 - \frac{u^{2}}{c^{2}}}$$

$$v_{z} = \frac{v'_{z}}{1 + \frac{u}{c^{2}}v'_{x}} \sqrt{1 - \frac{u^{2}}{c^{2}}}$$

质能方程、P与E的关系(看给出的质量求质量增加,做功就是 $\triangle mc^2$)

相对论质量	$m=rac{m_0}{\sqrt{1-eta^2}}=\gamma m_0$
相对论能量	$E=E_0+E_k, E_0=m_0c^2$
	孤立系统 $\triangle E=0$,所以 $\triangle E_k=-\triangle m_0c^2, \triangle m_0$ 为初末质量差
P、E关系	$m=rac{m_0}{\sqrt{1-rac{v^2}{c^2}}}$ 两边平方得 $E^2=P^2c^2+m_0^2c^4$
m_0c^2 Pc	$c^{2} p^{2} = E^{2} - E_{0}^{2}$ $= (E + E_{0})(E - E_{0})$ $= E_{k}(E + E_{0})$ $= E_{k}m_{0}c^{2}(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^{2}}} + 1)$ $= 2E_{k}m_{0}c^{2}$ $v < < cRij$ $\beta \approx 0$
证明 $p=rac{\sqrt{2E_0E_k+E_k^2}}{c}$,利用 $c^2p^2+m_0^2c^4=m^2c^4$ 写出 p 的表达式,然后化简就行	
光子	E=hv