

群教材课后习题及思考题(3)

一、课后习题作业题：

1. 证明：六阶群里必有一个三阶子群。//要求：此题需要提交作业。

2. 设 P 是一个素数。证明：在阶为 P^m 的群里一定含有一个 P 阶子群，其中 $m \geq 1$ 。

3. 在三次对称群 S_3 中，找一个子群 H ，使得 H 的左陪集不等于 H 的右陪集。

4. 设 H 是 G 的一个子群，如果左陪集 aH 等于右陪集 Ha ，即 $aH = Ha$ ，则

$\forall h \in H, ah = ha$ 一定成立吗？下. 空

5. 证明讲义文件 2-6 中的定理 6。 $|S_l| = |S_r|$

6. 设 A 和 B 是群 G 的两个有限子群。证明： $|AB| = \frac{|A||B|}{|A \cap B|}$ 弃

7. 设 G 是一个 n^2 阶的群， H 是 G 的一个 n 阶子群。证明： $\forall x \in G, x^{-1}Hx \cap H \neq \{1\}$ 。

8. 利用上述 6 题的结论证明：六阶群中有唯一的一个三阶子群。

9. 证明：指数为 2 的子群是正规子群。

10. 证明：两个正规子群的交还是正规子群。

11. 设 H 是群 G 的子群， N 是 G 的正规子群。试证： NH 是 G 的子群。

12. 设 G 是一个阶为 $2n$ 的交换群，试证 G 必有一个 n 阶商群。

13. 设 H 是群 G 的子群。证明： H 是 G 的正规子群的充分必要条件是 H 的任两

个左陪集的乘积还是 H 的一个左陪集。

14. 设 H 是群 G 的 2 阶正规子群，试证 G 的中心 C 包含 H 。

二、思考题

(1) 证明：讲义“2-7” 11/16 页中的例题。//要求：此题需要提交作业。