

定理2 如果 $\vdash_{PC} A \rightarrow (B \rightarrow C)$ 那么 $\vdash_{PC} B \rightarrow (A \rightarrow C)$

证明:

1 A_1

2 A_2

\vdots

(m) $A \rightarrow (B \rightarrow C)$ ($= A_m$)

(m+1) $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$ 公理2

(m+2) $(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)$ (m) 与 (m+1) 用分离规则导出

(m+3) $((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)) \rightarrow (B \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)))$ 公理1

(m+4) $B \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$ (m+2) 与 (m+3) 用分离规则导出 公理2

(m+5) $(B \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))) \rightarrow ((B \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow C)))$

(m+6) $(B \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow C))$ (m+4) 与 (m+5) 用分离规则导出

(m+7) $B \rightarrow (A \rightarrow B)$ 公理1

(m+8) $B \rightarrow (A \rightarrow C)$ (m+7) 与 (m+6) 用分离规则导出