近世代数课后习题作业1

1. 找一个半群，它有限个左（右）单位元素。会
2. 找一个半群，它无限个左（右）单位元素。会
3. 设是一个半群，称为左消去元素，如果，有，则一定有。试证：如果和均为左消去元，则也是左消去元。会



1. 设为整数集合，。在上定义二元运算如下：



试证：

1. 对上述定义的代数运算构成一个幺半群。会
2. 若，则是左消去元。会
3. 运算满足交换律。会
4. 在半群中:若有,则有:

=



或：，

从而有

请问上述两种推理有无错误之处?会了

1. 证明：有限半群中一定有一个元素使得

//注意上题5中出现的问题。重要！

1. 设是一个幺半群，是的一个特定元素。在上定义一个新的乘法运算如下：，。试证：是一个半群，问满足什么条件时半群是一个幺半群？会
2. 设是一个半群，。把中的乘法扩充到上，仍记为：，，，试证：对构成一个幺半群。会
3. 设是一个非空集合。试证的幂集对集合的对称差运算构成一个群。会

10.设是一个非空集合。在上定义乘法如下：，。

证明：对乘法构成一个半群。会

11．设是一个具有两个二元代数运算和的代数系。如果对和分

别有单位元素和，并且对以及对分别都满足左及右分配律，

证明：都有，会了

12．习题10中的半群称为左零半群。类似地可定义右零半群。如果是一个

半群且，只要，则就有或。试证：或为左零半群，或为右零半群。巧！半群的结合律也是一个条件！还是没写出来