

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТУ “ЛЬВІВСЬКА
ПОЛІТЕХНІКА”**

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота №3

з дисципліни
«Дискретна математика»

Виконав:
студент групи КН-114
Брила Ярослав

Викладач:
Мельникова.Н.І

Львів – 2019 р

Лабораторна робота № 3

Тема: Побудова матриці бінарного відношення

Мета роботи: набуття практичних вмінь та навичок при побудові матриць бінарних відношень та визначені їх типів.

Теоритичні відомості:

Декартів добуток множин A і B (позначається $A \times B$) – це множина всіх упорядкованих пар елементів (a,b) , де $a \in A$, $b \in B$. При цьому вважається, що $(a_1, b_1) = (a_2, b_2)$ тоді і тільки тоді, коли $a_1 = a_2$, $b_1 = b_2$.

Бінарним відношенням R називається підмножина декартового добутку $A \times B$ (тобто $R \subset A \times B$). Якщо пара (a,b) належить відношенню R , то пишуть $(a, b) \in R$, або aRb .

Нехай задано бінарне відношення R на множині.

1. Бінарне відношення R на множині A називається рефлексивним, якщо для будь якого $a \in A$ виконується aRa , тобто $(a,a) \in R$. Головна діагональ матриці рефлексивного відношення складається з одиниць. Граф рефлексивного відношення обов'язково має петлі у кожній вершині.

2. Бінарне відношення R на множині A називається антирефлексивним, якщо для будь якого $a \in A$ не виконується aRa , тобто $(a,a) \notin R$. Головна діагональ матриці антирефлексивного відношення складається з нулів. Граф антирефлексивного відношення не має петель.

3. Бінарне відношення R на множині A називається симетричним, якщо для будь яких $a, b \in A$ з aRb слідує bRa , тобто якщо $(a,b) \in R$ то і $(b,a) \in R$. Матриця симетричного відношення симетрична відносно головної діагоналі. Граф симетричного відношення не є орієнтованим.

4. Бінарне відношення R на множині A називається антисиметричним, якщо для будь яких $a, b \in A$ з aRb та bRa слідує що $a = b$. Тобто якщо $(a,b) \in R$ і $(b,a) \in R$, то $a = b$. Матриця антисиметричного відношення не має жодної пари одиниць, які знаходяться на симетричних місцях по відношенню до головної діагоналі. У графа антисиметричного відношення вершини з'єднуються тільки однією напрямною дугою.

5. Бінарне відношення R на множині A називається транзитивним, якщо для будь яких $a, b, c \in A$ з aRb та bRc слідує, що aRc . Тобто якщо $(a,b) \in R$ і $(b,c) \in R$, то $(a,c) \in R$. Матриця транзитивного відношення характеризується тим, що якщо елемент матриці $\sigma_{ij} = 1$ та $\sigma_{jm} = 1$, то обов'язково $\sigma_{im} = 1$. Граф транзитивного відношення такий, що якщо з'єднані дугами, наприклад,

перша-друга та друга- третя вершини, то обов'язково є дуга з першої в третю вершину.

6. Бінарне відношення R на множині A називається антитранзитивним, якщо для будь яких $a, b, c \in A$ з aRb та bRc слідує що не виконується aRc . Тобто якщо $(a, b) \in R$ і $(b, c) \in R$, то $(a, c) \notin R$. Матриця антитранзитивного відношення характеризується тим, що якщо елемент матриці $\sigma_{ij} = 1$ та $\sigma_{jm} = 1$, то обов'язково $\sigma_{im} = 0$

Завдання

Варіант 2

1. Чи є вірною рівність $(A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D)$?

2. Знайти матрицю відношення $R \subset 2^A \times 2^B$:
 $R = \{(x, y) \mid x \in A \text{ \& } y \subset B \text{ \& } |y| = |x|, x \cap y = \emptyset\}$,

де $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 3, 5\}$.

3. Зобразити відношення графічно:

$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } x^2 - 2x + y^2 \leq 3\}$, де R - множина дійсних чисел.

4. Маємо бінарне відношення $R \subset A \times A$, де $A = \{a, b, c, d, e\}$, яке задане своєю матрицею:

$A(R) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Перевірити чи є дане відношення рефлексивним, симетричним, транзитивним,

антисиметричним?

Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є: а) функціональним; б) бієктивним:

$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } y = \ln|x|\}$.

Розв'язок

$$1. (A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D)$$

$$(A \cap B) \times (C \cap D) = \{(x, y) \mid (x, y) \in ((A \cap B) \times (C \cap D))\} = \{(x \in A \cap B) \& (y \in C \cap D)\} = \{(x \in A \& x \in B) \& (y \in C \& y \in D)\} = \{(x \in A \& x \in C) \& (y \in B \& y \in D)\} = \{(x, y) \in (A \times C)\} \& \{(x, y) \in (B \times D)\}.$$

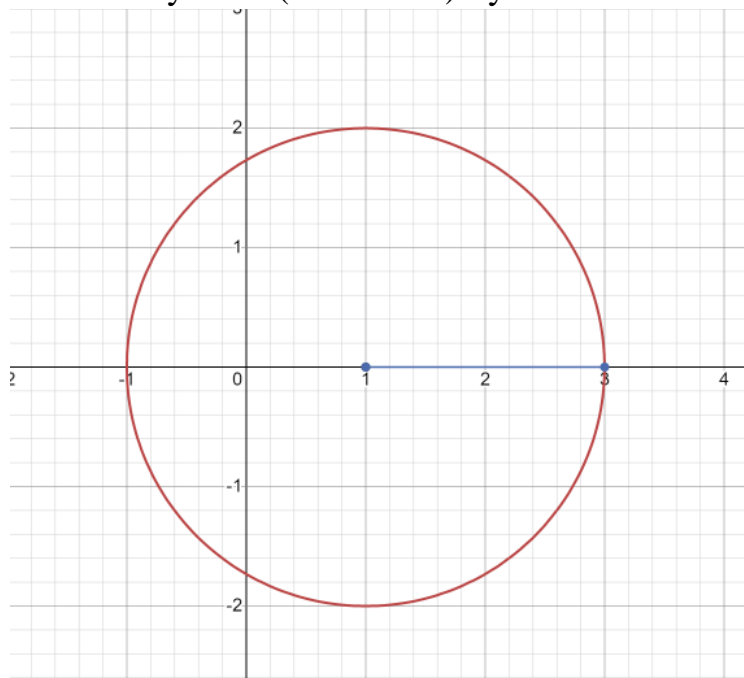
Отже, ця вірність є правильною.

$$2. A = \{1, 2\}, B = \{1, 3, 5\}.$$

$$R = \{(x, y) \mid x \in A \& y \subset B \& |y| = |x|, x \cap y = \emptyset\}$$

	$\{\emptyset\}$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{1, 2\}$
$\{\emptyset\}$	0	1	1	1
$\{1\}$	1	0	1	0
$\{3\}$	1	1	1	1
$\{5\}$	1	1	1	1
$\{1, 3\}$	1	0	1	0
$\{3, 5\}$	1	1	1	1
$\{1, 5\}$	1	0	1	0
$\{1, 3, 5\}$	1	0	1	0

$$3. \alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R, x^2 - 2x + y^2 \leq 3\}, \text{ де } R - \text{множина дійсних чисел.}$$
$$x^2 - 2x + y^2 \leq 3 \Rightarrow (x^2 - 2x + 1) + y^2 \leq 4$$



4. $R \subset A \times A$, де $A = \{a, b, c, d, e\}$

Матриця:

1	1	0	0	0
0	0	1	1	0
1	0	0	0	1
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0

-Дана матриця не є рефлексивною, тому що її діагональ не складається з одиниць.

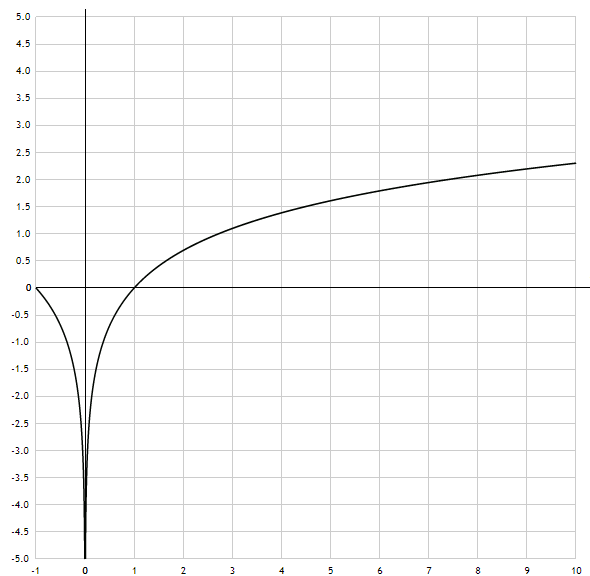
-Дана матриця є симетричною, тому що $A[1][2] = A[5][4]$

-Дана матриця не є транзитивною, тому що якщо $\sigma_{ij} = 1$ та $\sigma_{jk} = 1$, то обов'язково $\sigma_{ik} = 1$.

5. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

а) функціональним; б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ \& } y = \ln |x|\}$$



А) Якщо кожному елементу $x \in X$ відповідає не більше одного елементу $y \in Y$, то така відповідність називається функціональним відношенням X у множину Y . Задане відношення є функціональним на всій множині дійсних чисел $(-\infty, \infty)$, оскільки в нашій функції одному x відповідає один y .

Б) Функція називається бієктивною, якщо вона ін'єктивна та сюр'єктивна одночасно. Таку функцію ще називають взаємно-

однозначним відображенням. Задане відношення не є бієктивним на всій множині дійсних чисел $(-\infty, \infty)$, оскільки наша функція лише сюр'єктивна.

Додаток 2

Написати програму, яка знаходить матрицю бінарного відношення $\rho \subset A \times B$, заданого на двох числових множинах. Реалізувати введення цих множин, та виведення на екран матриці відношення. Перевірити програмно якого типу є задане відношення. Навести різні варіанти тестових прикладів.

$$\rho = \{(a, b) \mid a \in A \& b \in B \& a < b\};$$

```
1  #include <iostream>
2  #include <cmath>
3  using namespace std;
4  int main() {
5      int n,m,min=INT_MAX,A[100],B[100],ind=-1,C[10][10];
6      cout<<"Enter the size of the first array "<<endl;
7      cin>>n;
8      cout<<"Enter the elements "<<endl;
9      for(int i=0;i<n;i++)
10     {
11         cin>>A[i];
12     }
13     for(int i=0;i<n-1;i++)
14     {
15         for(int j=0;j<n;j++)
16         {
17             if(min>A[j])
18             {
19                 min=A[j];
20                 ind=j;
21             }
22         }
23         swap( &A[i], &A[ind]);
24         min=INT_MAX;
25     }
26     cout<<"Enter the size of the second array "<<endl;
27     cin>>m;
28     cout<<"Enter the elements "<<endl;
29     for(int i=0;i<m;i++)
30     {
31         cin>>B[i];
32     }
33     for(int i=0;i<m-1;i++)
34     {
35         for(int j=0;j<m;j++)
36         {
37             if(min>B[j])
38             {
39                 min=B[j];
40                 ind=j;
41             }
42         }
43         swap( &B[i], &B[ind]);
44         min=INT_MAX;
```

```

45     }
46     cout<<endl<<"The first array A={ ";
47     for(int i=0;i<n;i++)
48     {
49         cout<<A[i]<<" ";
50     }
51     cout<<'>'<<endl<<"The second array B={ ";
52     for(int i=0;i<n;i++)
53     {
54         cout<<B[i]<<" ";
55     }
56     cout<<'>'<<endl<<"R: ";
57     for(int i=0;i<n;i++)
58         for (int j = 0; j < m; ++j) {
59             cout<<'>'<<A[i]<<'>'<<B[j]<<'>';
60         }
61     }
62     cout<<endl<<"a<b: ";
63     for (int i = 0; i < n; ++i) {
64         for (int j = 0; j < m; ++j) {
65             if(A[i]<B[j])
66             {
67                 cout<<'>'<<A[i]<<'>'<<B[j]<<'>';
68             }
69         }
70     }
71     cout<<endl<<"The matrix: "<<endl;
72     for (int i = 0; i < n; ++i) {
73         for (int j = 0; j < m; ++j) {
74             if(A[i]<B[j])
75                 {C[i][j]=1;}
76             else
77                 {C[i][j]=0;}
78             cout<<C[i][j]<<'> ';
79         }
80     }
    cout<<endl;

```

```

80     int t=1;
81     cout<<"Transactive matrix: ";
82     for (int i = 0; i < n; ++i) {
83         for (int j = 0; j < m; ++j) {
84             if( C[i][j]==1)
85             {
86                 for (int k = 0; k < m; ++k) {
87                     if (C[j][k] == C[i][k] && C[j][k] == 1) {
88                         t =t* 1;
89                     } else
90                     {t = t*2;
91                     }
92                 }
93             }
94         }
95     }
96     if(t>1)break;
97 }
98 if(t==1)cout<<"Yes"<<endl;
99 else
100     cout<<"No"<<endl;
101
102
103 int r=1;
104 cout<<"Reflexive matrix: ";
105 for (int i = 0; i < n; ++i) {
106     for (int j = 0; j < m; ++j) {
107         if (i == j)
108             if(C[i][j] != 1)
109                 r =r * 2;
110     }
111     if(r>1)break;
112 }
113 if(r==1)cout<<"Yes"<<endl;
114 else
115     cout<<"No"<<endl;
116

```

```

119
120 int s=1;
121 cout<<"Symmetrical matrix: ";
122 for (int i = 0; i < n; ++i) {
123     for (int j = 0; j < m; ++j) {
124         if(C[j][i]!=C[i][j])
125             s=s*2;
126     }
127     if(s>1)break;
128 }
129 if(s==1)cout<<"Yes"<<endl;
130 else
131     cout<<"No"<<endl;
132
133
134 }
```


Вивід програми:

```
Enter the size of the first array
3
Enter the elements
2 8 6
Enter the size of the second array
3
Enter the elements
1 4 10

The first array A={ 8  2  6  }
The second array B={ 4  1  10  }
R: {8;4}{8;1}{8;10}{2;4}{2;1}{2;10}{6;4}{6;1}{6;10}
a<b: {8;10}{2;4}{2;10}{6;10}
The matrix:
0 0 1
1 0 1
0 0 1
Transactive matrix: No
Reflexive matrix: No
Symmetrical matrix: No
```

Висновок: На лабораторній роботі №3, я навчився будувати матриці бінарного відношення, вирішив завдання додатку 1, а також написав програму, яка будує матрицю бінарного відношення і яка показує тип даної матриці.