МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота №3

з дисципліни
«Дискретна математика»

Виконав:
студент групи КН-114
Брила Ярослав

Викладач:
Мельникова.Н.І

Львів – 2019 р

Лабораторна робота № 3

Тема: Побудова матриці бінарного відношення

Мета роботи: набуття практичних вмінь та навичок при побудові матриць бінарних відношень та визначені їх типів.

Теоритичні відомості:

Декартів добуток множин A і B (позначається $A \times B$) – це множина всіх упорядкованих пар елементів (a,b), де $a \in A$, $b \in B$. При цьому вважається, що $(a1,b1) = (a2, b2)$ тоді і тільки тоді, коли $a1 = a2$, $b1 = b2$.

Бінарним відношенням R називається підмножина декартового добутку $A \times B$ (тобто $R \subset A \times B$). Якщо пара (a,b) належить відношенню R , то пишуть $(a, b) \in R$, або aRb.

Нехай задано бінарне відношення R на множині .

1. Бінарне відношення R на множині A називається рефлексивним, якщо для будь якого $a \in A$ виконується aRa , тобто $(a,a) \in R$. Головна діагональ матриці рефлексивного відношення складається з одиниць. Граф рефлексивного відношення обов’язково має петлі у кожній вершині.

2. Бінарне відношення R на множині A називається антирефлексивним, якщо для будь якого $a \in A$ не виконується aRa , тобто $(a,a) \notin R$. Головна діагональ матриці антирефлексивного відношення складається з нулів. Граф антирефлексивного відношення не має петель.

3. Бінарне відношення R на множині A називається симетричним, якщо для будь яких $a,b \in A$ з aRb слідує bRa , тобто якщо $(a,b) \in R$ то і $(b,a) \in R$. Матриця симетричного відношення симетрична відносно головної діагоналі. Граф симетричного відношення не є орієнтованим.

4. Бінарне відношення R на множині A називається антисиметричним, якщо для будь яких $a,b \in A$ з aRb та bRa слідує що $a = b$. Тобто якщо $(a,b) \in R$ і $(b,a) \in R$, то $a = b$. Матриця антисиметричного відношення не має жодної пари одиниць, які знаходяться на симетричних місцях по відношенню до головної діагоналі. У графа антисиметричного відношення вершини з’єднуються тільки однією напрямною дугою.

5. Бінарне відношення R на множині A називається транзитивним, якщо для будь яких $a, b, c \in A$ з aRb та bRc слідує, що aRc . Тобто якщо $(a,b) \in R$ і $(b,c) \in R$, то $(a,c) \in R$. Матриця транзитивного відношення характеризується тим, що якщо елемент матриці $\sigma_{ij} = 1$ та $\sigma_{jm} = 1$, то обов’язково $\sigma_{im} = 1$. Граф транзитивного відношення такий, що якщо з’єднані дугами, наприклад,

перша-друга та друга- третя вершини, то обов’язково є дуга з першої в третю вершину.

6. Бінарне відношення R на множині A називається антитранзитивним, якщо для будь яких a,b, c∈ A з aRb та bRc слідує що не виконується aRc . Тобто якщо (a, b)∈ R і (b, c)∈ R , то (a, c)∉ R . Матриця антитранзитивного відношення характеризується тим, що якщо елемент матриці σ ij = 1 та σ jm =1 , то обов’язково σ im =0

Завдання

Варіант 2

1. Чи є вірною рівність $(A\cap B)\times(C\cap D)=(A\times C)\cap(B\times D)$?

2. Знайти матрицю відношення $R\subset 2^A\times 2^B$:
$R=\{(x,\ y)|x\in A\ \&\ y\subset B\ \&\ |y|=|x|,\ x\cap y=\otimes\}$,
де $A=\{1,2\}$, $B=\{1,3,5\}$.

3. Зобразити відношення графічно:
$\alpha=\{(x,\ y)|(x,y)\in R^2\ \&\ x^2-2x+y^2\le 3\}$, де R - множина дійсних чисел.

4. Маємо бінарне відношення $R\subset A\times A$, де $A=\{a,b,c,d,e\}$, яке задане своєю матрицею:

$A(R)=\begin{pmatrix}1&1&0&0&0\\0&0&1&1&0\\1&0&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}$. Перевірити чи є дане відношення рефлексивним, симетричним, транзитивним, антисиметричним?

Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є: а) функціональним; б) бієктивним:
$\alpha=\{(x,\ y)|(x,y)\in R^2\ \&\ y=\ln|x|\}$.

Розв'язок

1. $(A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D)$

$(x,y) \in (A \cap B) \times (C \cap D) = x \in (A \cap B) \times y \in (C \cap D) = (x \in A \cap x \in B) \cap (y \in C \cap y \in D) = (x \in A \cap y \in C) \cap (x \in B \cap y \in D) = (x,y) \in (A \times C) \cap (B \times D)$

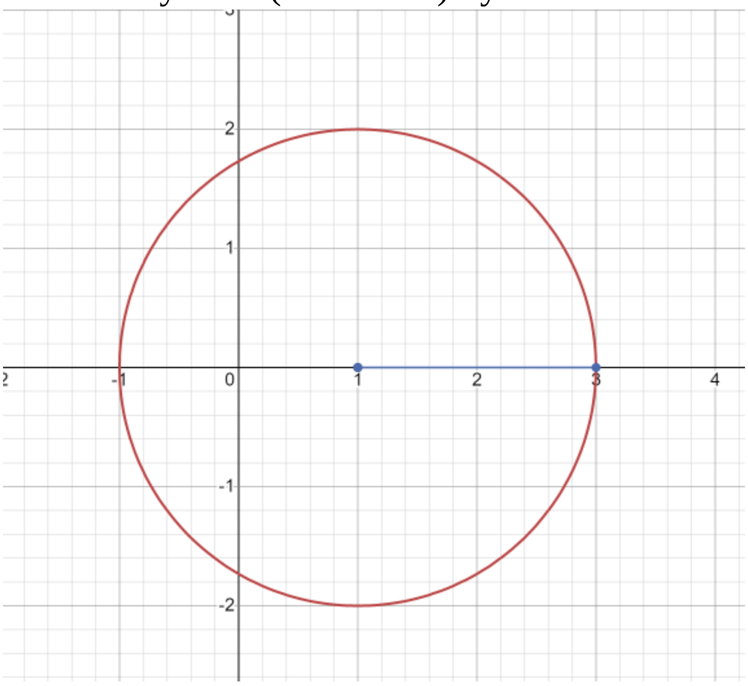
Отже, ця вірність є правильною.

2. $A=\{1,2\}$, $B=\{1,3,5\}$.

$R=\{(x,y) |\ x \in A\ \&\ y \subset B\ \&\ |y|=|x|,\ x \cap y=\oplus\}$

	{∅}	{1}	{2}	{1,2}
{∅}	0	1	1	1
{1}	1	0	1	0
{3}	1	1	1	1
{5}	1	1	1	1
{1,3}	1	0	1	0
{3,5}	1	1	1	1
{1,5}	1	0	1	0
{1,3,5}	1	0	1	0

3. $\alpha = \{(x,y)|(x,y) \in R, x^2 - 2*x + y^2 \leq 3\}$, де R - множина дійсних чисел.
$x^2 - 2*x + y^2 \leq 3 = (x^2 - 2*x+1) + y^2 \leq 4$



4. $R \subset A \times A$, де A={a,b,c,d,e}

Матриця:

1	1	0	0	0
0	0	1	1	0
1	0	0	0	1
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0

-Дана матриця не є рефлексивною, тому що її діагональ не складається з одиниць.

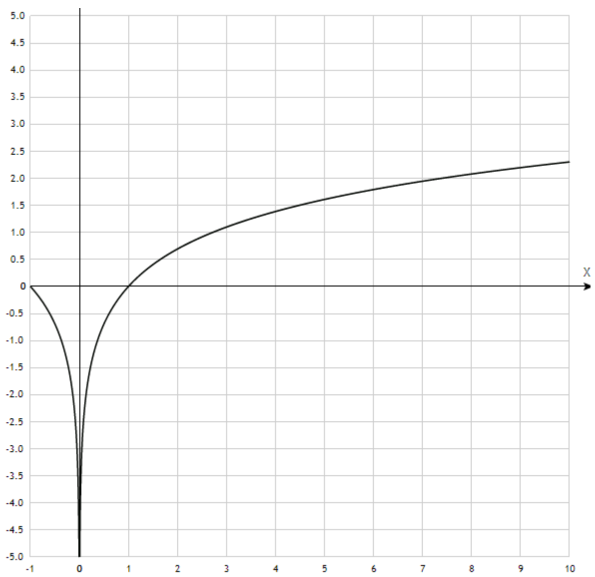
-Дана матриця не є симетричною.

-Дана матриця не є транзитивною,тому що якщо σIj=1 та σjk= 1 , то обов'язково σik=1.

5. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

а) функціональним; б) бієктивним:

$\alpha=\{(x, y)(x, y) \in R^2 \ \& \ y=\ln|x|\}$



А) Якщо кожному елементу х Х відповідає не більше одного елементу у Y, то така відповідність називається функціональним відношенням X у множину Y. Задане відношення є функціональним на всій множині дійсних чисел (-∞ ,∞), оскільки в нашій функції одному х відповідає один у.

Б) Функція називається бієктивною , якщо вона ін'єктивна та сюр'єктивна одночасно. Таку функцію ще називають взаємно-однозначним відображенням. Задане відношення не є бієктивним на всій множині дійсних чисел (-∞,∞), оскільки одному Y відповідає два X.

Додаток 2

Написати програму, яка знаходить матрицю бінарного відношення $\rho \subset A \times B$, заданого на двох числових множинах. Реалізувати введення цих множин, та виведення на екран матриці відношення. Перевірити програмно якого типу є задане відношення. Навести різні варіанти тестових прикладів.

$\rho = \{(a, b)\ a \in A \& b \in B \ \& \ a < b\};$

```cpp
#include <iostream>
#include <cmath>
using namespace std;
int main() {
    int n,m,min=INT_MAX,A[100],B[100],ind=-1,C[10][10];
cout<<"Enter the size of the first array "<<endl;
cin>>n;
cout<<"Enter the elements "<<endl;
for(int i=0;i<n;i++)
{
    cin>>A[i];
}
for(int i=0;i<n-1;i++)
{
    for(int j=0;j<n;j++)
    {
        if(min>A[j])
        {
            min=A[j];
            ind=j;
        }
    }
    swap( &: A[i], &: A[ind]);
    min=INT_MAX;
}
    cout<<"Enter the size of the second array "<<endl;
    cin>>m;
    cout<<"Enter the elements "<<endl;
    for(int i=0;i<m;i++)
    {
        cin>>B[i];
    }
    for(int i=0;i<m-1;i++)
    {
        for(int j=0;j<m;j++)
        {
            if(min>B[j])
            {
                min=B[j];
                ind=j;
            }
        }
        swap( &: B[i], &: B[ind]);
        min=INT_MAX;
```

```
    }
    cout<<endl<<"The first array A={ ";
    for(int i=0;i<n;i++)
    {
        cout<<A[i]<<"  ";
    }
    cout<<'}'<<endl<<"The second array B={ ";
    for(int i=0;i<n;i++)
    {
        cout<<B[i]<<"  ";
    }
    cout<<'}'<<endl<<"R: ";
    for(int i=0;i<n;i++)
        for (int j = 0; j < m; ++j) {
            cout<<'{'<<A[i]<<';'<<B[j]<<'}';

        }
    cout<<endl<<"a<b: ";
    for (int i = 0; i < n; ++i) {
        for (int j = 0; j < m; ++j) {
            if(A[i]<B[j])
            {
                cout<<'{'<<A[i]<<';'<<B[j]<<'}';
            }
        }
    }
    cout<<endl<<"The matrix: "<<endl;
    for (int i = 0; i < n; ++i) {
        for (int j = 0; j < m; ++j) {
            if(A[i]<B[j])
               {C[i][j]=1;}
            else
            {C[i][j]=0;}
            cout<<C[i][j]<<' ';
        }
        cout<<endl;
```

```
        int t=1;
        cout<<"Transactive matrix: ";
        for (int i = 0; i < n; ++i) {
            for (int j = 0; j < m; ++j) {
                if( C[i][j]==1)
                {
                    for (int k = 0; k < m; ++k) {
                        if (C[j][k] == C[i][k] && C[j][k] == 1) {
                            t =t* 1;
                        } else
                        {t = t*2;
                        }
                    }

                }

            }
            if(t>1)break;
        }
        if(t==1)cout<<"Yes"<<endl;
        else
            cout<<"No"<<endl;

    int r=1;
    cout<<"Reflexive matrix: ";
    for (int i = 0; i < n; ++i) {
        for (int j = 0; j < m; ++j) {
            if (i == j)
                if(C[i][j] != 1)
                r =r * 2;



        }
        if(r>1)break;
    }
    if(r==1)cout<<"Yes"<<endl;
    else
        cout<<"No"<<endl;
```

```

    int s=1;
    cout<<"Symmetrical matrix: ";
    for (int i = 0; i < n; ++i) {
        for (int j = 0; j < m; ++j) {
            if(C[j][i]!=C[i][j])
                s=s*2;

        }
        if(s>1)break;
    }
    if(s==1)cout<<"Yes"<<endl;
    else
        cout<<"No"<<endl;

}
```

Вивід програми:

```
Enter the size of the first array
3
Enter the elements
2 8 6
Enter the size of the second array
3
Enter the elements
1 4 10

The first array A={ 8  2  6  }
The second array B={ 4  1  10  }
R: {8;4}{8;1}{8;10}{2;4}{2;1}{2;10}{6;4}{6;1}{6;10}
a<b: {8;10}{2;4}{2;10}{6;10}
The matrix:
0 0 1
1 0 1
0 0 1
Transactive matrix: No
Reflexive matrix: No
Symmetrical matrix: No
```

Висновок: На лабораторній роботі №3, я навчився будувати матриці бінарного відношення, вирішив завдання додатку 1, а також написав програму, яка будує матрицю бінарного відношення і яка показує тип даної матриці.