

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ “ЛЬВІВСЬКА  
ПОЛІТЕХНІКА”**

**Кафедра систем штучного інтелекту**

**Лабораторна робота №3**

з дисципліни  
«Дискретна математика»

**Виконав:**

студент групи КН-114

Брила Ярослав

**Викладач:**

Мельникова.Н.І

Львів – 2019 р

## Лабораторна робота № 3

**Тема:** Побудова матриці бінарного відношення

**Мета роботи:** набуття практичних вмінь та навичок при побудові матриць бінарних відношень та визначені їх типів.

### Теоритичні відомості:

Декартів добуток множин  $A$  і  $B$  (позначається  $A \times B$ ) – це множина всіх упорядкованих пар елементів  $(a,b)$ , де  $a \in A$ ,  $b \in B$ . При цьому вважається, що  $(a_1, b_1) = (a_2, b_2)$  тоді і тільки тоді, коли  $a_1 = a_2$ ,  $b_1 = b_2$ .

Бінарним відношенням  $R$  називається підмножина декартового добутку  $A \times B$  (тобто  $R \subset A \times B$ ). Якщо пара  $(a,b)$  належить відношенню  $R$ , то пишуть  $(a, b) \in R$ , або  $aRb$ .

Нехай задано бінарне відношення  $R$  на множині.

1. Бінарне відношення  $R$  на множині  $A$  називається рефлексивним, якщо для будь якого  $a \in A$  виконується  $aRa$ , тобто  $(a,a) \in R$ . Головна діагональ матриці рефлексивного відношення складається з одиниць. Граф рефлексивного відношення обов'язково має петлі у кожній вершині.

2. Бінарне відношення  $R$  на множині  $A$  називається антирефлексивним, якщо для будь якого  $a \in A$  не виконується  $aRa$ , тобто  $(a,a) \notin R$ . Головна діагональ матриці антирефлексивного відношення складається з нулів. Граф антирефлексивного відношення не має петель.

3. Бінарне відношення  $R$  на множині  $A$  називається симетричним, якщо для будь яких  $a,b \in A$  з  $aRb$  слідує  $bRa$ , тобто якщо  $(a,b) \in R$  то і  $(b,a) \in R$ . Матриця симетричного відношення симетрична відносно головної діагоналі. Граф симетричного відношення не є орієнтованим.

4. Бінарне відношення  $R$  на множині  $A$  називається антисиметричним, якщо для будь яких  $a,b \in A$  з  $aRb$  та  $bRa$  слідує що  $a = b$ . Тобто якщо  $(a,b) \in R$  і  $(b,a) \in R$ , то  $a = b$ . Матриця антисиметричного відношення не має жодної пари одиниць, які знаходяться на симетричних місцях по відношенню до головної діагоналі. У графа антисиметричного відношення вершини з'єднуються тільки однією напрямною дугою.

5. Бінарне відношення  $R$  на множині  $A$  називається транзитивним, якщо для будь яких  $a, b, c \in A$  з  $aRb$  та  $bRc$  слідує, що  $aRc$ . Тобто якщо  $(a,b) \in R$  і  $(b,c) \in R$ , то  $(a,c) \in R$ . Матриця транзитивного відношення характеризується тим, що якщо елемент матриці  $\sigma_{ij} = 1$  та  $\sigma_{jm} = 1$ , то обов'язково  $\sigma_{im} = 1$ . Граф транзитивного відношення такий, що якщо з'єднані дугами, наприклад,

перша-друга та друга- третя вершини, то обов'язково є дуга з першої в третю вершину.

6. Бінарне відношення  $R$  на множині  $A$  називається антитранзитивним, якщо для будь яких  $a, b, c \in A$  з  $aRb$  та  $bRc$  слідує що не виконується  $aRc$ . Тобто якщо  $(a, b) \in R$  і  $(b, c) \in R$ , то  $(a, c) \notin R$ . Матриця антитранзитивного відношення характеризується тим, що якщо елемент матриці  $\sigma_{ij} = 1$  та  $\sigma_{jm} = 1$ , то обов'язково  $\sigma_{im} = 0$

## Завдання

### Варіант 2

1. Чи є вірною рівність  $(A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D)$ ?

2. Знайти матрицю відношення  $R \subset 2^A \times 2^B$ :  
 $R = \{(x, y) \mid x \in A \text{ \& } y \subset B \text{ \& } |y| = |x|, x \cap y = \emptyset\}$ ,

де  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{1, 3, 5\}$ .

3. Зобразити відношення графічно:

$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } x^2 - 2x + y^2 \leq 3\}$ , де  $R$  - множина дійсних чисел.

4. Маємо бінарне відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке задане своєю матрицею:

$A(R) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ . Перевірити чи є дане відношення рефлексивним, симетричним, транзитивним,

антисиметричним?

Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є: а) функціональним; б) бієктивним:

$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } y = \ln|x|\}$ .

### Розв'язок

$$1. (A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D)$$

$$(x, y) \in (A \cap B) \times (C \cap D) \Leftrightarrow (x \in A \cap B) \& (y \in C \cap D) \Leftrightarrow (x \in A \& x \in B) \& (y \in C \& y \in D) \Leftrightarrow (x \in A \& y \in C) \& (x \in B \& y \in D) \Leftrightarrow (x, y) \in (A \times C) \& (x, y) \in (B \times D) \Leftrightarrow (x, y) \in (A \times C) \cap (B \times D)$$

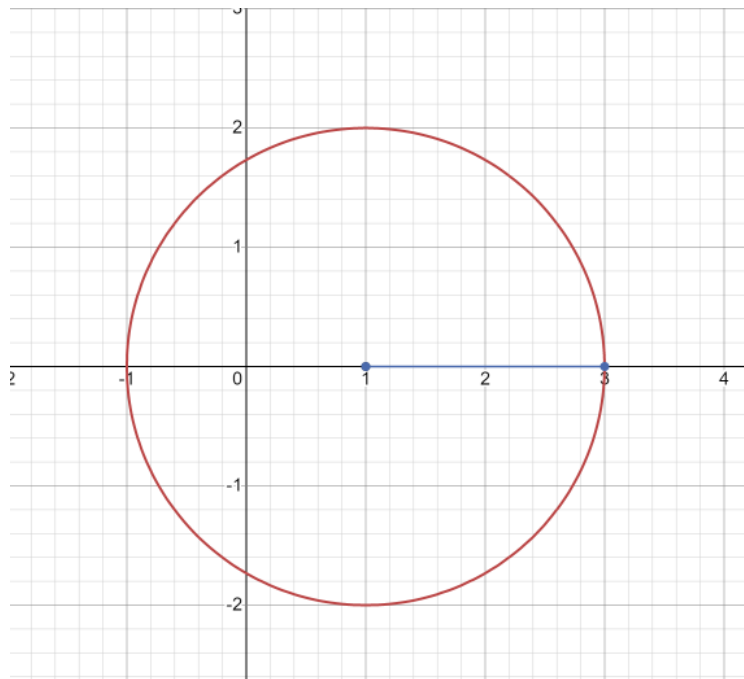
Отже, ця вірність є правильною.

$$2. A = \{1, 2\}, B = \{1, 3, 5\}.$$

$$R = \{(x, y) \mid x \in A \& y \subset B \& |y| = |x|, x \cap y = \emptyset\}$$

	$\{\emptyset\}$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{1, 2\}$
$\{\emptyset\}$	0	1	1	1
$\{1\}$	1	0	1	0
$\{3\}$	1	1	1	1
$\{5\}$	1	1	1	1
$\{1, 3\}$	1	0	1	0
$\{3, 5\}$	1	1	1	1
$\{1, 5\}$	1	0	1	0
$\{1, 3, 5\}$	1	0	1	0

$$3. \alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in \mathbb{R}, x^2 - 2x + y^2 \leq 3\}, \text{ де } \mathbb{R} - \text{множина дійсних чисел.}$$
$$x^2 - 2x + y^2 \leq 3 = (x^2 - 2x + 1) + y^2 \leq 4$$



4.  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$

Матриця:

1	1	0	0	0
0	0	1	1	0
1	0	0	0	1
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0

-Дана матриця не є рефлексивною, тому що її діагональ не складається з одиниць.

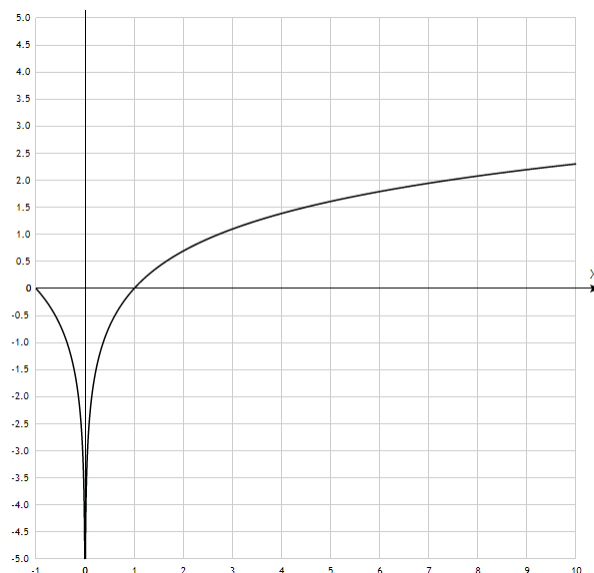
-Дана матриця не є симетричною.

-Дана матриця не є транзитивною, тому що якщо  $\sigma_{ij}=1$  та  $\sigma_{jk}=1$ , то обов'язково  $\sigma_{ik}=1$ .

5. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є:

а) функціональним; б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ \& } y = \ln |x|\}$$



А) Якщо кожному елементу  $x \in X$  відповідає не більше одного елементу  $y \in Y$ , то така відповідність називається функціональним відношенням  $X$  у множину  $Y$ . Задане відношення є функціональним на всій множині дійсних чисел  $(-\infty, \infty)$ , оскільки в нашій функції одному  $x$  відповідає один  $y$ .

Б) Функція називається бієктивною, якщо вона ін'єктивна та сюр'єктивна одночасно. Таку функцію ще називають взаємно-однозначним відображенням. Задане відношення не є бієктивним на всій множині дійсних чисел  $(-\infty, \infty)$ , оскільки одному  $Y$  відповідає два  $X$ .

## Додаток 2

Написати програму, яка знаходить матрицю бінарного відношення  $\rho \subset A \times B$ , заданого на двох числових множинах. Реалізувати введення цих множин, та виведення на екран матриці відношення. Перевірити програмно якого типу є задане відношення. Навести різні варіанти тестових прикладів.

$$\rho = \{(a, b) \mid a \in A \& b \in B \& a < b\};$$

```

1  #include <iostream>
2  #include <cmath>
3  using namespace std;
4  int main() {
5      int n,m,min=INT_MAX,A[100],B[100],ind=-1,C[10][10];
6      cout<<"Enter the size of the first array "<<endl;
7      cin>>n;
8      cout<<"Enter the elements "<<endl;
9      for(int i=0;i<n;i++)
10     {
11         cin>>A[i];
12     }
13     for(int i=0;i<n-1;i++)
14     {
15         for(int j=0;j<n;j++)
16         {
17             if(min>A[j])
18             {
19                 min=A[j];
20                 ind=j;
21             }
22         }
23         swap( &A[i], &A[ind]);
24         min=INT_MAX;
25     }
26     cout<<"Enter the size of the second array "<<endl;
27     cin>>m;
28     cout<<"Enter the elements "<<endl;
29     for(int i=0;i<m;i++)
30     {
31         cin>>B[i];
32     }
33     for(int i=0;i<m-1;i++)
34     {
35         for(int j=0;j<m;j++)
36         {
37             if(min>B[j])
38             {
39                 min=B[j];
40                 ind=j;
41             }
42         }
43         swap( &B[i], &B[ind]);
44         min=INT_MAX;

```

```

45     }
46     cout<<endl<<"The first array A={ ";
47     for(int i=0;i<n;i++)
48     {
49         cout<<A[i]<<" ";
50     }
51     cout<<'>'<<endl<<"The second array B={ ";
52     for(int i=0;i<n;i++)
53     {
54         cout<<B[i]<<" ";
55     }
56     cout<<'>'<<endl<<"R: ";
57     for(int i=0;i<n;i++)
58         for (int j = 0; j < m; ++j) {
59             cout<<'{>'<<A[i]<<';>'<<B[j]<<'}>';
60         }
61     }
62     cout<<endl<<"a<b: ";
63     for (int i = 0; i < n; ++i) {
64         for (int j = 0; j < m; ++j) {
65             if(A[i]<B[j])
66             {
67                 cout<<'{>'<<A[i]<<';>'<<B[j]<<'}>';
68             }
69         }
70     }
71     cout<<endl<<"The matrix: "<<endl;
72     for (int i = 0; i < n; ++i) {
73         for (int j = 0; j < m; ++j) {
74             if(A[i]<B[j])
75                 {C[i][j]=1;}
76             else
77                 {C[i][j]=0;}
78             cout<<C[i][j]<<'> ';
79         }
80     }
    cout<<endl;

```



```

80     int t=1;
81     cout<<"Transactive matrix: ";
82     for (int i = 0; i < n; ++i) {
83         for (int j = 0; j < m; ++j) {
84             if( C[i][j]==1)
85             {
86                 for (int k = 0; k < m; ++k) {
87                     if (C[j][k] == C[i][k] && C[j][k] == 1) {
88                         t =t* 1;
89                     } else
90                     {t = t*2;
91                     }
92                 }
93             }
94         }
95     }
96     if(t>1)break;
97 }
98 if(t==1)cout<<"Yes"<<endl;
99 else
100     cout<<"No"<<endl;
101
102
103 int r=1;
104 cout<<"Reflexive matrix: ";
105 for (int i = 0; i < n; ++i) {
106     for (int j = 0; j < m; ++j) {
107         if (i == j)
108             if(C[i][j] != 1)
109                 r =r * 2;
110     }
111     if(r>1)break;
112 }
113 if(r==1)cout<<"Yes"<<endl;
114 else
115     cout<<"No"<<endl;
116

```

```

119
120 int s=1;
121 cout<<"Symmetrical matrix: ";
122 for (int i = 0; i < n; ++i) {
123     for (int j = 0; j < m; ++j) {
124         if(C[j][i]!=C[i][j])
125             s=s*2;
126     }
127     if(s>1)break;
128 }
129 if(s==1)cout<<"Yes"<<endl;
130 else
131     cout<<"No"<<endl;
132
133
134 }
```

Вивід програми:

```
Enter the size of the first array
3
Enter the elements
2 8 6
Enter the size of the second array
3
Enter the elements
1 4 10

The first array A={ 8  2  6  }
The second array B={ 4  1  10  }
R: {8;4}{8;1}{8;10}{2;4}{2;1}{2;10}{6;4}{6;1}{6;10}
a<b: {8;10}{2;4}{2;10}{6;10}
The matrix:
0 0 1
1 0 1
0 0 1
Transactive matrix: No
Reflexive matrix: No
Symmetrical matrix: No
```

Висновок: На лабораторній роботі №3, я навчився будувати матриці бінарного відношення, вирішив завдання додатку 1, а також написав програму, яка будує матрицю бінарного відношення і яка показує тип даної матриці.