

## Задание №16 «Рекурсивные алгоритмы»

1. Алгоритм вычисления значений функций  $F(n)$  и  $G(n)$ , где  $n$  – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(1) = 1; \quad G(1) = 1;$$

$$F(n) = F(n-1) - 2 \cdot G(n-1), \quad \text{при } n \geq 2$$

$$G(n) = F(n-1) + G(n-1) + n, \quad \text{при } n \geq 2$$

Чему равна сумма цифр величины  $G(36)$ ?

2. Алгоритм вычисления функции  $F(n)$  задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n \quad \text{при } n \leq 3;$$

$$F(n) = n // 4 + F(n-3) \quad \text{при } 3 < n \leq 32;$$

$$F(n) = 2 \cdot F(n-5) \quad \text{при } n > 32$$

Здесь  $//$  обозначает деление нацело. Чему равно значение величины  $F(100)$ ?

3. Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n, \quad \text{при } n \leq 3$$

при  $n > 3$ :

$$F(n) = 2 \cdot n \cdot n + F(n-1), \quad \text{при чётном } n;$$

$$F(n) = n \cdot n \cdot n + n + F(n-1), \quad \text{при нечётном } n;$$

Определите количество натуральных значений  $n$ , при которых  $F(n)$  меньше, чем  $10^7$ .

4. Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n, \quad \text{при } n \leq 3$$

при  $n > 3$ :

$$F(n) = F(n-1) + 2 \cdot F(n/2), \quad \text{при чётном } n;$$

$$F(n) = F(n-1) + F(n-3), \quad \text{при нечётном } n;$$

Определите количество натуральных значений  $n$ , при которых  $F(n)$  меньше, чем  $10^8$ .

5. Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n, \quad \text{при } n \leq 3$$

при  $n > 3$ :

$$F(n) = 2 \cdot n + F(n-1), \quad \text{при чётном } n;$$

$$F(n) = n \cdot n + F(n-2), \quad \text{при нечётном } n;$$

Определите количество натуральных значений  $n$  на отрезке  $[1; 100]$ , при которых  $F(n)$  кратно 3.

6. Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n \cdot n - 5, \quad \text{при } n > 15$$

$$F(n) = n \cdot F(n+2) + n + F(n+3), \quad \text{при } n \leq 15$$

Определите сумму цифр значения  $F(1)$ .

7. Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n*n*n + n, \text{ при } n > 20$$

$$F(n) = 3*F(n+1) + F(n+3), \text{ при чётных } n \leq 20$$

$$F(n) = F(n+2) + 2*F(n+3), \text{ при нечётных } n \leq 20$$

Определите количество натуральных значений  $n$  из отрезка  $[1; 1000]$ , для которых значение  $F(n)$  не содержит цифру 1.

8. Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 2*n*n*n + 1, \text{ при } n > 25$$

$$F(n) = F(n+2) + 2*F(n+3), \text{ при } n \leq 25$$

Определите количество натуральных значений  $n$  из отрезка  $[1; 1000]$ , для которых значение  $F(n)$  кратно 11.

9. Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n*n + 4*n + 3, \text{ при } n > 25$$

$$F(n) = F(n+1) + 2*F(n+4), \text{ при } n \leq 25, \text{ кратных } 3$$

$$F(n) = F(n+2) + 3*F(n+5), \text{ при } n \leq 25, \text{ не кратных } 3$$

Определите количество натуральных значений  $n$  из отрезка  $[1; 1000]$ , для которых сумма цифр значения  $F(n)$  равна 24.

10. Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n*n + 2*n + 1, \text{ при } n > 25$$

$$F(n) = 2*F(n+1) + F(n+3), \text{ при чётных } n \leq 25$$

$$F(n) = F(n+2) + 3*F(n+5), \text{ при нечётных } n \leq 25$$

Определите количество натуральных значений  $n$  из отрезка  $[1; 1000]$ , для которых значение  $F(n)$  не содержит цифру 0.

11. Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n*n + 3*n + 9, \text{ при } n \leq 15$$

$$F(n) = F(n-1) + n - 2, \text{ при } n > 15, \text{ кратных } 3$$

$$F(n) = F(n-2) + n + 2, \text{ при } n > 15, \text{ не кратных } 3$$

Определите количество натуральных значений  $n$  из отрезка  $[1; 1000]$ , для которых все цифры значения  $F(n)$  чётные.

12. Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n*n*n + n*n + 1, \text{ при } n \leq 13$$

$F(n) = F(n-1) + 2 \cdot n \cdot n - 3$ , при  $n > 13$ , кратных 3  
 $F(n) = F(n-2) + 3 \cdot n + 6$ , при  $n > 13$ , не кратных 3

Определите количество натуральных значений  $n$  из отрезка  $[1; 1000]$ , для которых все цифры значения  $F(n)$  нечётные.

13. Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n + 15$ , при  $n \leq 5$   
 $F(n) = F(n//2) + n \cdot n \cdot n - 1$ , при чётных  $n > 5$   
 $F(n) = F(n-1) + 2 \cdot n \cdot n + 1$ , при нечётных  $n > 5$

Здесь  $//$  обозначает деление нацело. Определите количество натуральных значений  $n$  из отрезка  $[1; 1000]$ , для которых значение  $F(n)$  содержит не менее двух цифр 8.

14. Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n \cdot n + 11$ , при  $n \leq 15$   
 $F(n) = F(n//2) + n \cdot n \cdot n - 5 \cdot n$ , при чётных  $n > 15$   
 $F(n) = F(n-1) + 2 \cdot n + 3$ , при нечётных  $n > 15$

Здесь  $//$  обозначает деление нацело. Определите количество натуральных значений  $n$  из отрезка  $[1; 1000]$ , для которых значение  $F(n)$  содержит не менее трёх цифр 6.

15. Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(1) = G(1) = 1$   
 $F(n) = 2 \cdot F(n-1) + G(n-1) - 2$ , если  $n > 1$   
 $G(n) = F(n-1) + 2 \cdot G(n-1)$ , если  $n > 1$

Чему равно значение  $F(14) + G(14)$ ?

16. Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(1) = G(1) = 1$   
 $F(n) = 3 \cdot F(n-1) + G(n-1) - n + 5$ , если  $n > 1$   
 $G(n) = F(n-1) + 3 \cdot G(n-1) - 3 \cdot n$ , если  $n > 1$

Чему равно значение  $F(14) + G(14)$ ?

17. Определите наименьшее значение  $n$ , при котором сумма чисел, которые будут выведены при вызове  $F(n)$ , будет больше 1000000. Запишите в ответе сначала найденное значение  $n$ , а затем через пробел – соответствующую сумму выведенных чисел.

Паскаль	Python	C++
<pre>procedure F(n: integer);</pre>	<pre>def F( n ):     print(n+1)</pre>	<pre>void F( int n ) {</pre>

<pre>begin   writeln(n+1);   if n &gt; 1 then begin   writeln(2*n);   F(n-1);   F(n-3); end; end;</pre>	<pre>if n &gt; 1:     print(2*n)     F(n-1)     F(n-3)</pre>	<pre>cout &lt;&lt; n+1 &lt;&lt; endl; if( n &gt; 1 ) {     cout &lt;&lt; 2*n &lt;&lt; endl;     F(n-1);     F(n-3); }</pre>
---	--	---

18. Определите наименьшее значение  $n$ , при котором сумма чисел, которые будут выведены при вызове  $F(n)$ , будет больше 5000000. Запишите в ответе сначала найденное значение  $n$ , а затем через пробел – соответствующую сумму выведенных чисел.

Паскаль	Python	C++
<pre>procedure F(n: integer); begin   writeln(2*n+1);   if n &gt; 1 then begin   writeln(3*n- 8);   F(n-1);   F(n-4); end; end;</pre>	<pre>def F( n ):     print(2*n+1)     if n &gt; 1:         print(3*n-8)         F(n-1)         F(n-4)</pre>	<pre>void F( int n ) {     cout &lt;&lt; 2*n+1 &lt;&lt; endl;     if( n &gt; 1 ) {         cout &lt;&lt; 3*n-8 &lt;&lt; endl;         F(n-1);         F(n-4);     } }</pre>

19. Определите наименьшее значение  $n$ , при котором значение  $F(n)$ , будет больше числа 320. Запишите в ответе сначала найденное значение  $n$ , а затем через пробел – соответствующее значение  $F(n)$ .

Паскаль	Python	C++
<pre>function F (n: integer): integer; begin   if n &gt; 0 then     F:= n mod 10*       F(n div 10)</pre>	<pre>def F(n):     if n&gt;0:         return n%10*F(n//10)     else:         return 1</pre>	<pre>int F(int n) {     if( n )         return n%10*F(n/10);     else         return 1; }</pre>

<pre> else     F:= 1; end;</pre>		
----------------------------------	--	--

20. Определите наибольшее трехзначное значение  $n$ , при котором значение  $F(n)$ , будет больше числа 7. Запишите в ответе сначала найденное значение  $n$ , а затем через пробел – соответствующее значение  $F(n)$ .

Паскаль	Python	C++
<pre> function F(n:     integer):     integer; var m,d: byte; begin     if n &lt; 10 then         F:=n     else begin         m:= F(n div 10);         d:= m mod 10;         if m &lt; d then             F:=d         else F := m     end end;</pre>	<pre> def F(n):     if n &lt; 10:         return n     else:         m = F(n//10)         d = m%10;         if m &lt; d:             return d         else:             return m</pre>	<pre> int F(int n) {     if(n &lt; 10)         return n;     else {         int m = F(n/10),             d = m%10;         if( m &lt; d )             return d;         else             return m;     } }</pre>

21. Определите количество различных значений  $n$  таких, что  $n$  и  $m$  – натуральные числа, а значение  $F(n, m)$  равно числу 30.

Паскаль	Python	C++
<pre> function F(n, m:     integer):     integer; begin     if m == 0 then         F:= 0     else         F:= n + F(n,m- 1) end;</pre>	<pre> def F(n,m):     if m == 0:         d = 0     else:         d = n + F(n,m- 1)     return d</pre>	<pre> int F(int n, int m) {     if( m == 0 )         return 0;     else         return n+F(n,m- 1); }</pre>

22. Определите количество различных натуральных значений  $n$  таких, что значение  $F(n, 2)$  находится в диапазоне  $[100; 1000]$ .

Паскаль	Python	C++
<pre>function F(n, m:   integer): integer; begin   if m = 0 then     F:= 1   else     F:= n*F(n,m-1) end;</pre>	<pre>def F(n,m):   if m == 0:     d = 1   else:     d = n*F(n, m- 1)   return d</pre>	<pre>int F(int n, int m) {   if( m == 0 )     return 1;   else     return n*F(n, m- 1); }</pre>

23. Определите наименьшее значение суммы  $n+m$  такое, что значение  $F(n, m)$  больше числа 15 и выполняется условие  $n \neq m$ ,  $n$  и  $m$  – натуральные числа. Запишите в ответе сначала значения  $n$  и  $m$ , при которых указанная сумма достигается, в порядке неубывания.

Паскаль	Python	C++
<pre>function F(n, m:   integer): integer; begin   if n &gt; m then     F:= F(n-m,m)   else     if n &lt; m then       F:= F(n,m-n)     else       F:= n; end;</pre>	<pre>def F(n, m):   if n &lt; m:     n, m = m, n   if n != m:     return F(n- m,m)   else:     return n</pre>	<pre>int F(int n, int m) {   if( n &gt; m )     return F(n- m,m);   else     if( n &lt; m )       return F(m- n,n);   else     return n; }</pre>

24. Определите наименьшее число  $n$  такое, что при вызове  $F(n)$  второе выведенное число будет больше числа 51. Запишите в ответе сначала найденное значение  $n$ , а затем через пробел – соответствующее значение  $F(n)$ .

Паскаль	Python	C++
<pre>function f(n:   integer): integer; var d:integer; begin   writeln(N);</pre>	<pre>def F(n):   print( n )   if n &gt; 0:     d = (n%10 + F(n//10))   print(d)</pre>	<pre>int F(int n) {   cout &lt;&lt; n &lt;&lt; endl;   if( n ) {     int d = n%10     +</pre>

<pre> if n &gt; 0 then begin   d := n mod 10 +       F(n div 10);   writeln( d );   F := d end else F:= 0; end; </pre>	<pre> return d else: return 0 </pre>	<pre> F(n/10);   cout &lt;&lt; d &lt;&lt; endl;   return d; } else   return 0; } </pre>
--	--------------------------------------	---