

1. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в любую кучу один камень или увеличить количество камней в любой куче в два раза. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в двух кучах становится не менее 30. Победителем считается игрок, сделавший последний ход. В начальный момент в первой куче было K камней, а во второй – S камней, $1 \leq K \leq 29$, $1 \leq S \leq 29$.

Ответьте на следующие вопросы:

19. Сколько существует пар $(K; S)$, таких что Ваня выигрывает первым ходом при любой игре Пети?

20. При $K=6$, найдите минимальное и максимальное значение S , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

21. Сколько существует пар $(K; S)$, при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

2. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в любую кучу один камень** или **увеличить количество камней в первой куче в два раза** или **увеличить количество камней во второй куче в три раза**. Игра завершается в тот момент, когда общее количество камней в двух кучах становится не менее 30. Победителем считается игрок, сделавший последний ход. В начальный момент в первой куче было $K \geq 1$ камней, а во второй – $S \geq 1$ камней, $K+S \leq 29$.

Ответьте на следующие вопросы:

19. Сколько существует пар $(K; S)$, таких что Ваня выигрывает первым ходом при любой игре Пети?

20. При $S=7$, найдите минимальное и максимальное значение K , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

21. При $K=1$ найдите такое значение S , при котором, при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

3. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в любую кучу два камня** или **увеличить количество камней в любой куче в три раза**. Игра завершается в тот момент, когда общее количество камней в двух кучах становится не менее 45. Победителем считается игрок, сделавший последний ход. В начальный момент в первой куче было $K \geq 1$ камней, а во второй – $S \geq 1$ камней, $K+S \leq 43$.

Ответьте на следующие вопросы:

19. Сколько существует пар $(K; S)$, таких что Ваня выигрывает первым ходом при любой игре Пети?

20. При $K=4$, найдите минимальное и максимальное значение S , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

21. При $K=13$ найдите такое значение S , при котором, при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

4. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить** в любую кучу **один камень** или **добавить** в любую кучу **столько камней, сколько их в данный момент в другой куче**. Игра завершается в тот момент, когда общее количество камней в двух кучах становится не менее 81. Победителем считается игрок, сделавший последний ход. В начальный момент в первой куче было 7 камней, а во второй – S камней, $1 \leq S \leq 73$.

Ответьте на следующие вопросы:

19. Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Назовите минимальное значение S , при котором это возможно.

20. Найдите минимальное и максимальное значение S , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
 - Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.
- Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

21. Найдите значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

5. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить** в любую кучу **один камень** или **добавить** в любую кучу **столько камней, сколько их в данный момент в другой куче**. Игра завершается в тот момент, когда общее количество камней в двух кучах становится не менее 58. Победителем считается игрок, сделавший последний ход. В начальный момент в первой куче было 6 камней, а во второй – S камней, $1 \leq S \leq 51$.

Ответьте на следующие вопросы:

19. Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Назовите минимальное значение S , при котором это возможно.

20. Найдите минимальное и максимальное значение S , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
 - Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.
- Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

21. Найдите значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

6. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить** в любую кучу **один камень** или **увеличить** количество камней в любой куче **в три раза**. Игра завершается в тот момент, когда общее количество камней в двух кучах становится не менее 81. Победителем считается игрок, сделавший последний ход. В начальный момент в первой куче было 7 камней, а во второй – S камней, $1 \leq S \leq 73$.

Ответьте на следующие вопросы:

19. Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после первого хода Пети. Назовите минимальное значение S , при котором это возможно.

20. Определите, сколько существует таких значений S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

21. Укажите максимальное значение S , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть при любой игре Пети.

7. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. У игроков есть табличка, на которой записана пара неотрицательных целых чисел. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может заменить любое число на сумму обоих чисел. Так, например, если перед ходом игрока была позиция $(3, 5)$, то после его хода будет позиция $(8, 5)$ или $(3, 8)$. Игра завершается в тот момент, когда сумма чисел пары становится не менее 45. Победителем считается игрок, сделавший последний ход.

Ответьте на следующие вопросы:

19. Известно, что игра началась в позиции $(7, S)$, при этом Ваня одержал победу после неудачного хода Пети. Укажите минимальное значение S , при котором это возможно.

20. Найдите значения S , при которых Петя при правильной игре гарантированно выигрывает своим вторым ходом из позиции $(6, S)$. В качестве ответа укажите сначала минимальное, затем максимальное значение.

21. Известно, что при игре из позиции (S, S) Ваня гарантированно выигрывает своим вторым ходом при любой игре Пети. Найдите минимальное значение S , при котором это возможно.

8. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч 1 или 2 камня. Игра завершается в тот момент, когда в сумме в кучах будет 13 камней. Победителем считается игрок, сделавший последний ход. В начальный момент в первой куче было 3 камня, во второй – S камней, $1 \leq S \leq 9$.

Ответьте на следующие вопросы:

19. Петя мог выиграть первым ходом, но сделал неудачный ход и Ваня выиграл. При каком минимальном значении S это возможно?

20. Найдите минимальное и максимальное значения S , при которых Петя выигрывает вторым ходом при любом ходе Вани.

21. Найдите значение S , при котором Ваня выигрывает вторым ходом при любых ходах Пети.

9. Два игрока, Паша и Витя, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Паша. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, пусть в одной куче 10 камней, а в другой 5 камней; такую позицию в игре будем обозначать $(10, 5)$. Тогда за один ход можно получить любую из четырёх позиций: $(11, 5)$, $(30, 5)$, $(10, 6)$, $(10, 15)$. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 60. Если при этом в куче оказалось не более 79 камней, то победителем считается игрок, сделавший последний ход. В противном случае победителем становится его противник, при этом считается, что противник сделал ход.

В начальный момент в первой куче было восемь камней, во второй куче – S камней; $1 \leq S \leq 51$.

Ответьте на следующие вопросы:

19. Укажите минимальное значение S , при котором Паша не может победить своим первым ходом, но Витя побеждает своим первым ходом при любой игре Паши.

20. Укажите, сколько существует значений S , при которых у Паши есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Паша не может выиграть за один ход;
- Паша может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Витя.

21. Укажите значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вити есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Паши;
- у Вити нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

10. Два игрока, Паша и Витя, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Паша. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) два камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, пусть в одной куче 10 камней, а в другой 5 камней; такую позицию в игре будем обозначать $(10, 5)$. Тогда за один ход можно получить любую из четырёх позиций: $(12, 5)$, $(20, 5)$, $(10, 7)$, $(10, 10)$. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 63. Если при этом в куче оказалось не более 74 камня, то победителем считается игрок, сделавший последний ход. В противном случае победителем становится его противник, при этом считается, что противник сделал ход.

В начальный момент в первой куче было пятнадцать камней, во второй куче – S камней; $1 \leq S \leq 47$. Ответьте на следующие вопросы:

19. Известно, что Витя победил после первого неудачного хода Паши. Назовите минимальное S , при котором это возможно.

20. Укажите минимальное и максимальное значения S , при которых у Паши есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Паша не может выиграть за один ход;
- Паша может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Витя.

21. Укажите значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вити есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Паши;
- у Вити нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

11. Два игрока, Паша и Витя, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Паша. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) два камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, пусть в одной куче 10 камней, а в другой 5 камней; такую позицию в игре будем обозначать $(10, 5)$. Тогда за один ход можно получить любую из четырёх позиций: $(12, 5)$, $(30, 5)$, $(10, 7)$, $(10, 15)$. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 47. Если при этом в куче оказалось не более 59 камней, то победителем считается игрок, сделавший последний ход. В противном случае победителем становится его противник, при этом считается, что противник сделал ход.

В начальный момент в первой куче было пять камней, во второй куче – S камней; $1 \leq S \leq 41$.

Ответьте на следующие вопросы:

19. Укажите количество значений S , при котором Паша не может победить своим первым ходом, но Витя побеждает своим первым ходом при любой игре Паши.

20. Укажите минимальное и максимальное значения S , при которых у Паши есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Паша не может выиграть за один ход;
- Паша может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Витя.

21. Укажите количество значений S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вити есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Паши;
- у Вити нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.