

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1

Найдите корень уравнения $\log_3(12 - x) = 3\log_3 4$.

Ответ: _____.

2

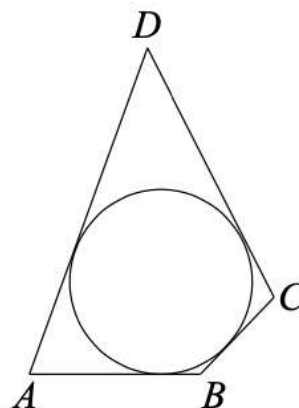
В среднем из 75 морозильников, поступивших в продажу, 6 имеют скрытый дефект. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля морозильник **не имеет** дефекта.

Ответ: _____.

3

В четырёхугольник $ABCD$, периметр которого равен 56, вписана окружность, $AB = 12$. Найдите длину стороны CD .

Ответ: _____.



4

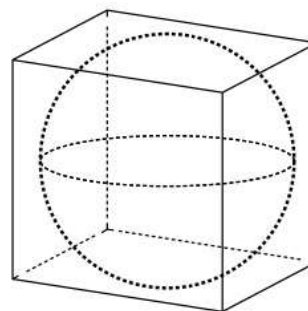
Найдите значение выражения $\log_{2,5} 3 \cdot \log_3 0,064$.

Ответ: _____.

5

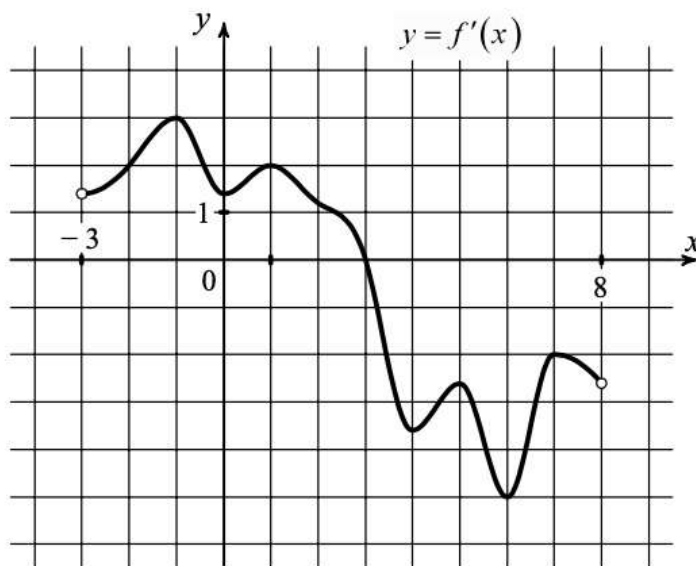
Шар, объём которого равен 29π , вписан в куб. Найдите объём куба.

Ответ: _____.



6

На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 8)$. В какой точке отрезка $[-2; 3]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Ответ: _____.

7

Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры (в кельвинах) от времени работы: $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1300$ К, $a = -14$ К/мин², $b = 154$ К/мин. Известно, что при температуре нагревательного элемента свыше 1720 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Найдите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ дайте в минутах.

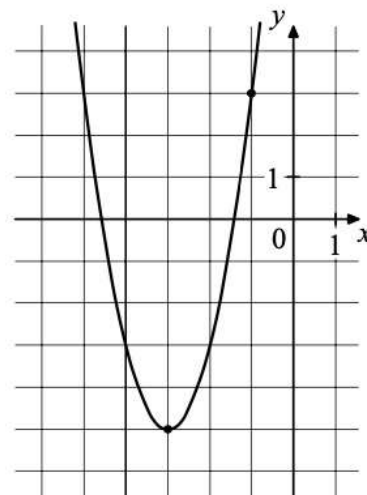
Ответ: _____.

8

Из городов А и В одновременно навстречу друг другу выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в В на 4 часа раньше, чем велосипедист приехал в А, а встретились они через 1 час 30 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из В в А велосипедист?

Ответ: _____.

- 9 На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + 12x + c$. Найдите значение $f(-6)$.



Ответ: _____.

- 10 По отзывам покупателей Пётр Петрович оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А вовремя, равна 0,84. Вероятность того, что товар доставят вовремя из магазина Б, равна 0,9. Пётр Петрович заказал товары одновременно в двух магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар вовремя.

Ответ: _____.

- 11 Найдите точку максимума функции $y = (x + 3)^2 e^{15-x}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение $4 \sin x - 5 \cos x = 5 - 2 \sin 2x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

13 Радиус основания конуса равен 8, высота равна 4. Сечение конуса плоскостью α , проходящей через его вершину, отсекает от окружности основания дугу в 60° .

а) Докажите, что величина угла между плоскостью α и плоскостью основания конуса равна 30° .

б) Найдите расстояние от центра основания конуса до плоскости сечения.

14 Решите неравенство $(36^x - 5 \cdot 6^x)^2 + 10 \cdot 6^x < 2 \cdot 36^x + 24$.

15 15 августа планируется взять кредит в банке на 16 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего месяца (r — целое число);

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 51 % больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите r .

16 Дана равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC , причём $AD = 2BC$.

а) Докажите, что высота CH трапеции разбивает основание AD на отрезки, один из которых втрое больше другого.

б) Пусть O — точка пересечения диагоналей трапеции. Найдите расстояние от вершины C до середины отрезка OD , если $AB = 13$ и $BC = 10$.

17 Найдите все значения a , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} \left((x-3)^2 + (y-3)^2 \right) \left((x-2)^2 + (y-8)^2 \right) \leq 0, \\ (2x-a)^2 + (y-a)^2 \leq a^2 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

18 Для членов последовательности целых чисел a_1, a_2, \dots, a_6 для всех натуральных $k \leq 4$ выполняется неравенство $a_{k+2} < 3a_{k+1} - 2a_k$.

а) Существует ли такая последовательность, у которой $a_1 = 0$ и $a_6 = 30$?

б) Существует ли такая последовательность, у которой $a_1 = a_3 = a_6$?

в) Какое наименьшее значение может принимать a_2 , если $a_1 = 0$ и $a_6 = 1100$?