Задание 15 «Истинность логического выражения»

1. Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наибольшего натурального числа A формула
   $$\neg(ДЕЛ(x, 16) \equiv ДЕЛ(x, 24)) \rightarrow ДЕЛ(x, A)$$
   тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?
2. Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Сколько существует натуральных значений A, при которых формула
   $$ДЕЛ(A, 5) \land (\neg ДЕЛ(2020, A) \rightarrow (ДЕЛ(x, 1718) \rightarrow ДЕЛ(2023, A)))$$
   тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?
3. Введём выражение M & K, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число A, такое что выражение
   $$(X \mathbin{\&} 13 = 0) \rightarrow ((X \mathbin{\&} 40 \neq 0) \rightarrow (X \mathbin{\&} A \neq 0))$$
   тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X)?
4. Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Сколько существует натуральных значений A на отрезке [1;1000], при которых формула
   $$ДЕЛ(A, 9) \land (ДЕЛ(280, x) \rightarrow (\neg ДЕЛ(A, x) \rightarrow \neg ДЕЛ(730, x)))$$
   тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?
5. Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наименьшего натурального числа A формула
   $$(\neg ДЕЛ(x, 84) \lor \neg ДЕЛ(x, 90)) \rightarrow \neg ДЕЛ(x, A)$$
   тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?
6. Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение
   $$(75 \neq 2x + 3y) \lor (A > 3x) \lor (A > 2y)$$
   тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых **неотрицательных** x и y?
7. Введём выражение M & K, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число A, такое что выражение
   $$(((X \mathbin{\&} 13 \neq 0) \lor (X \mathbin{\&} A = 0)) \rightarrow (X \mathbin{\&} 13 \neq 0)) \lor (X \mathbin{\&} A \neq 0) \lor (X \mathbin{\&} 39 = 0)$$
   тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X)?
8. Введём выражение M & K, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наибольшее натуральное число A, такое что выражение
   $$(((X \mathbin{\&} 13 \neq 0) \lor (X \mathbin{\&} A \neq 0)) \rightarrow (X \mathbin{\&} 13 \neq 0)) \lor ((X \mathbin{\&} A \neq 0) \land (X \mathbin{\&} 39 = 0))$$
   тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X)?
9. Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение
   $$(x^2 - 3x + 2 > 0) \lor (y > x^2+7) \lor (xy < A)$$
   тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых положительных x и y?
10. Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение
    $$(x^2 - 11x + 28 > 0) \lor (y^2 - 9y + 14 > 0) \lor (x^2 + y^2 > A)$$
    тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых положительных x и y?
11. Для какого наименьшего целого числа A выражение
    $$((y - 20 < A) \land (10 - x < A)) \lor (x \cdot (y+2) > 48)$$
    тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых положительных x и y?

12. Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$ДЕЛ(70, A) \land (\neg ДЕЛ(x, A) \to (ДЕЛ(x, 42) \to \neg ДЕЛ(x, 18)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

13. Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$((ДЕЛ(x, A) \land ДЕЛ(x, 36)) \to ДЕЛ(x, 324)) \land (A > 100)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

14. Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$(ДЕЛ(x, A) \to ДЕЛ(x, 54) \lor ДЕЛ(x, 130)) \land (A > 60)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

15. Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$((ДЕЛ(x, 36) \land ДЕЛ(x, 42)) \to ДЕЛ(x, A)) \land (A \cdot (A - 25) < 25 \cdot (A + 200))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

16. Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$((ДЕЛ(x, 12) \lor ДЕЛ(x, 36)) \to ДЕЛ(x, A)) \land (A^2 - A - 90 < 0)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

17. Укажите наибольшее целое значение A, при котором выражение

$$(3y + 2x \neq 130) \lor (3x > A) \lor (2y > A)$$

истинно для любых целых положительных значений x и y.

18. Укажите наименьшее целое значение A, при котором выражение

$$(7y + x < A) \lor (2x + 3y > 98)$$

истинно для любых целых положительных значений x и y.

19. Укажите наименьшее целое значение A, при котором выражение

$$(xy < 3A) \lor (x \geq 22) \lor (x < 7y)$$

истинно для любых целых положительных значений x и y.

20. Укажите наименьшее целое значение A, при котором выражение

$$(-5y + 3x < A) \lor (x > 15) \lor (y > 30)$$

истинно для любых целых положительных значений x и y.

21. Введём выражение M & K, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число A, такое что выражение

$$(X \,\&\, 29 \neq 0) \to ((X \,\&\, 9 = 0) \to (X \,\&\, A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X)?