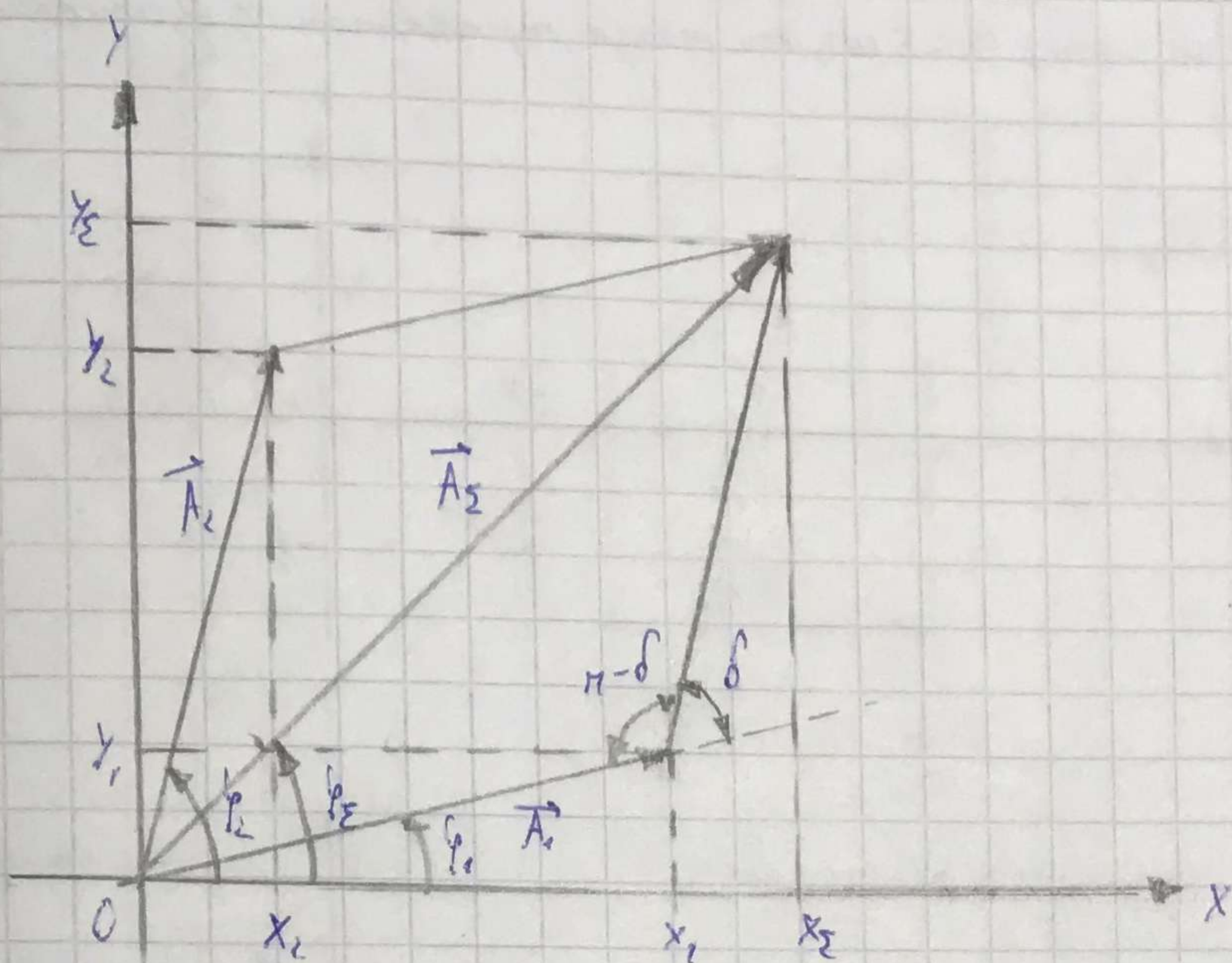


Сложение колебаний

1) Сложение колебаний одного направления равных частот



Складывать колебания с помощью векторной диаграммы: ($t=0$)

$$x_1(t) = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2(t) = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

$$\tan \varphi_2 = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2} = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

$$\angle(\vec{A}_1, \vec{A}_2) = \varphi_2 - \varphi_1 = \delta$$

По теореме косинусов:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos(\pi - \delta) = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \delta$$

2) Сложение колебаний одного направления близких частот, с равными амплитудами ($\varphi_1 = \varphi_2 = 0$)

$$x_1(t) = A \cos(\omega_1 t)$$

$$x_2(t) = A \cos(\omega_2 t)$$

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) = A \cos(\omega_1 t) + A \cos(\omega_2 t) = 2A \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right)$$

Получаем

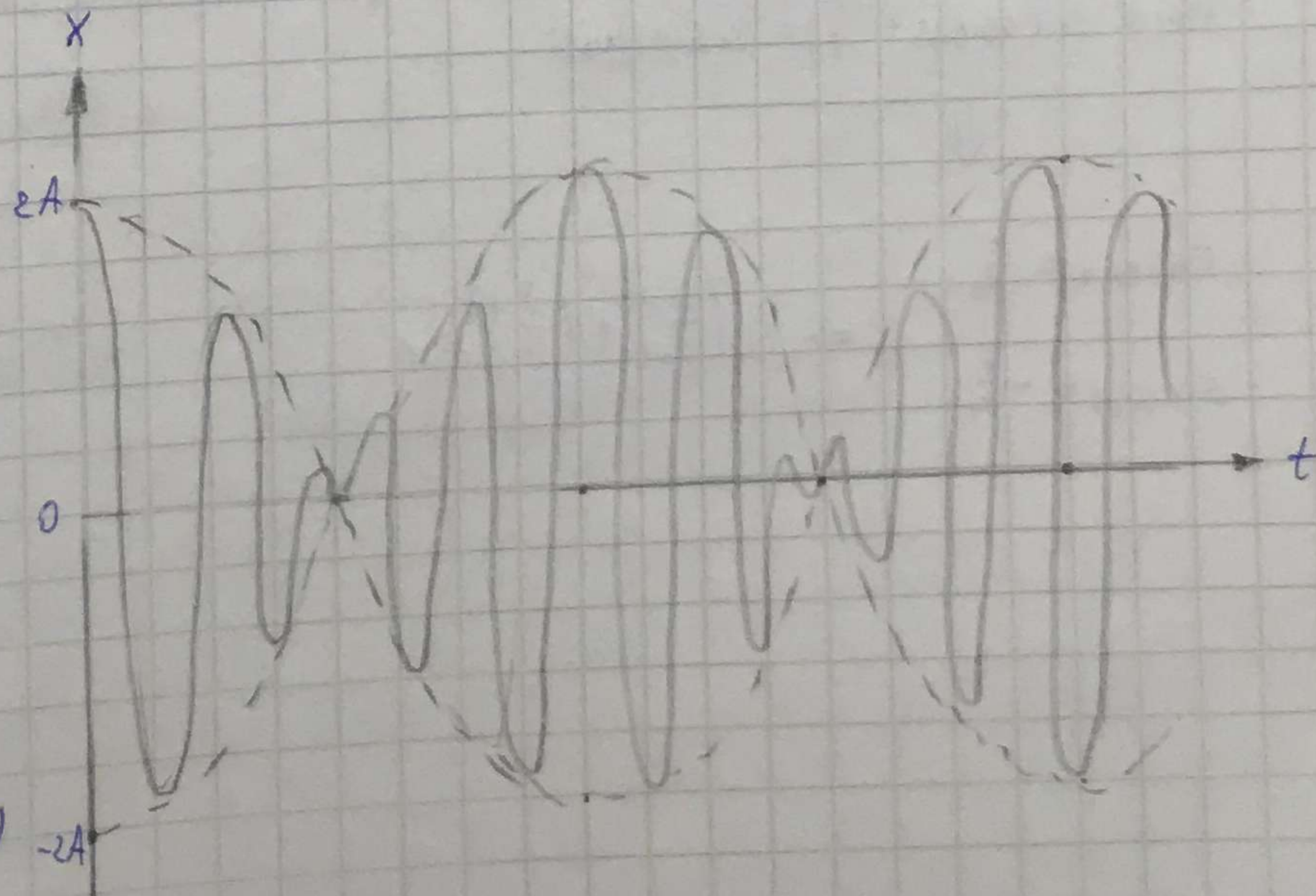
$$x(t) = 2A \cos \omega_M t \cos \omega_m t, \text{ где}$$

$$\omega_M = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} - \text{средняя циклическая частота}$$

$$\omega_m = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} - \text{частота модуляции}$$

Конечная формула:

$$x(t) = A_M(t) \cos(\omega_M t), \text{ где } A_M(t) = A \cos(\omega_m t)$$



③ Сложение взаимно перпендикулярных колебаний

$$x(t) = x_0 \cos(\omega_0 t), \quad y(t) = y_0 \cos(\omega_0 t + \delta)$$

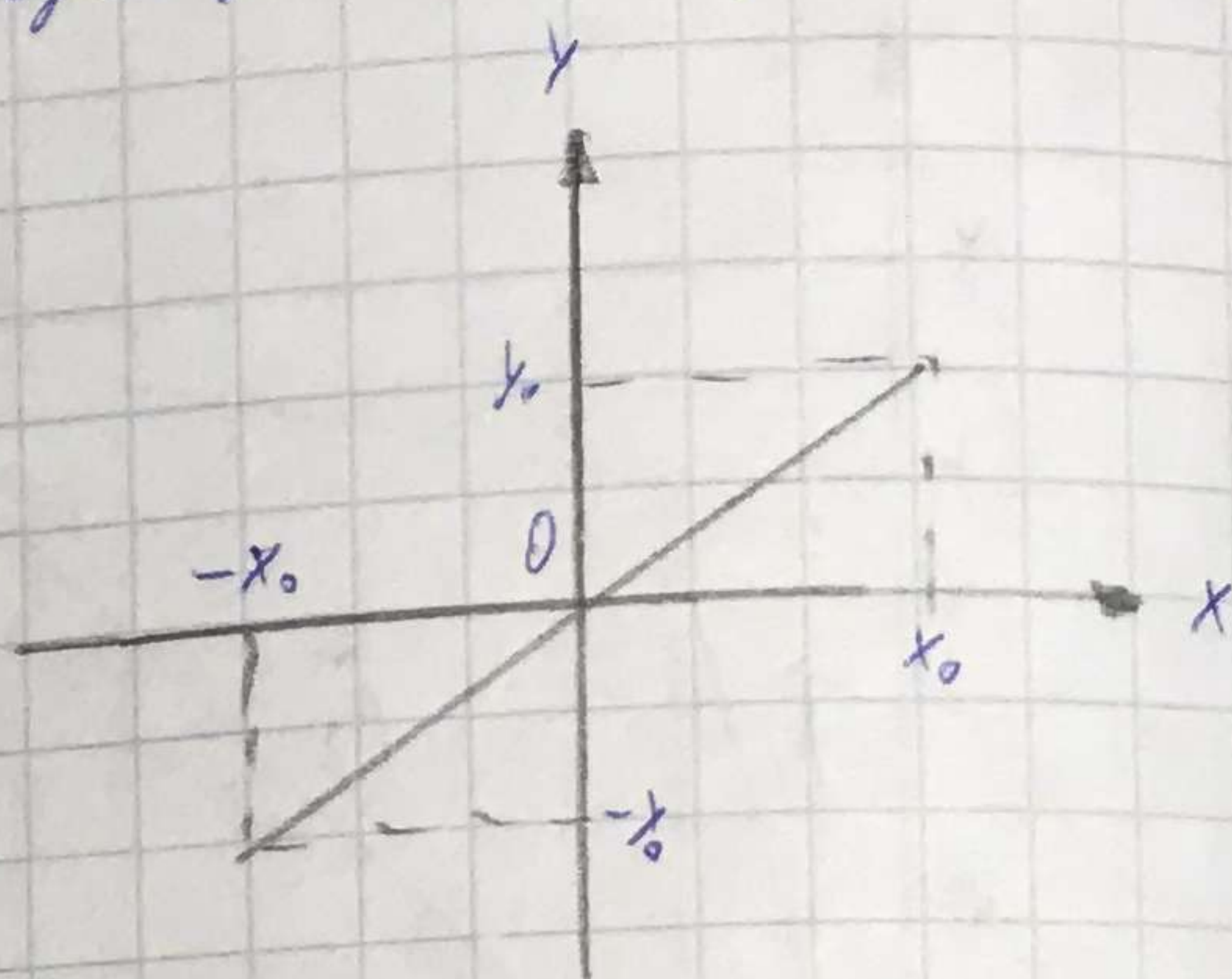
Если частоты кратные ($\omega_1 = 2\omega$, $\omega_2 = 5\omega$), то тогда траектория движения - фигура Лиссажу

1) $\delta = 0$

$$x(t) = x_0 \cos(\omega_0 t)$$

$$y(t) = y_0 \cos(\omega_0 t)$$

$$\frac{x}{x_0} = \frac{y}{y_0} \Rightarrow y = \frac{y_0}{x_0} x$$

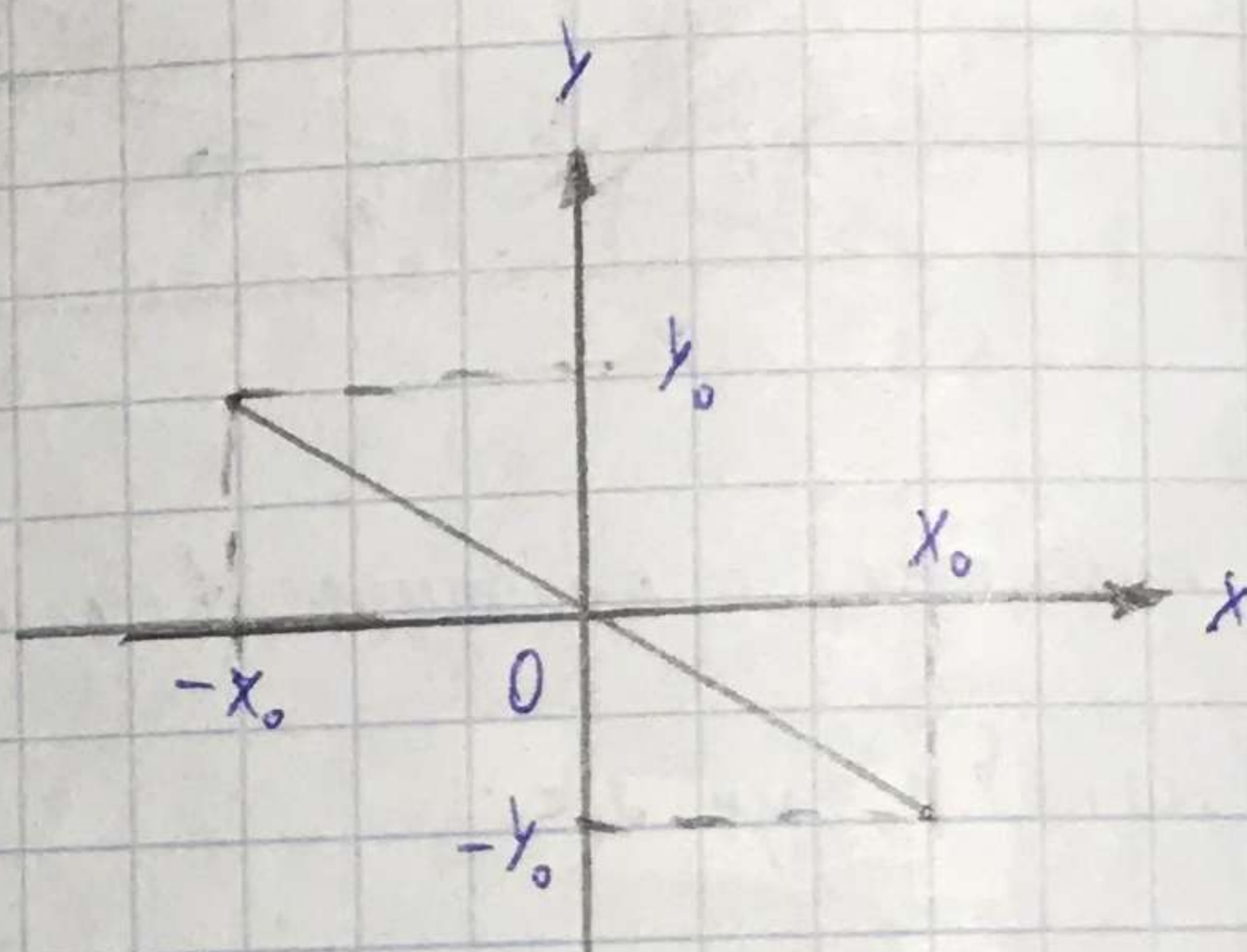


2) $\delta = \pi$

$$x(t) = x_0 \cos(\omega_0 t)$$

$$y(t) = -y_0 \cos(\omega_0 t)$$

$$\frac{x}{x_0} = -\frac{y}{y_0} \Rightarrow y = -\frac{y_0}{x_0} x$$



3) $\delta = \frac{\pi}{2}$

$$x(t) = x_0 \cos(\omega_0 t)$$

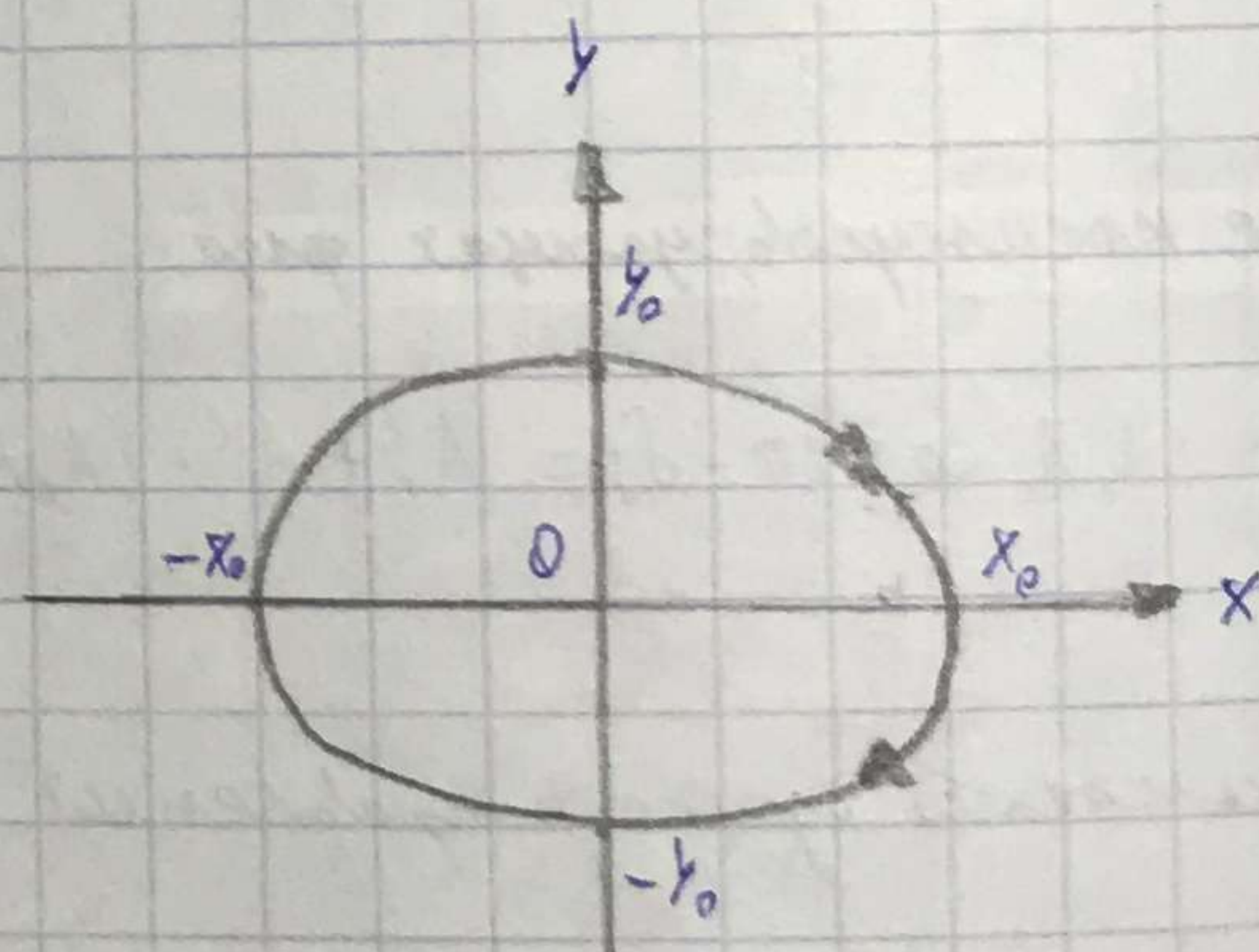
$$y(t) = y_0 \cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}) = -y_0 \sin(\omega_0 t)$$

\Downarrow

$$\cos \omega_0 t = \frac{x}{x_0}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x}{x_0}\right)^2 + \left(\frac{y}{y_0}\right)^2 = 1$$

$$\sin \omega_0 t = -\frac{y}{y_0}$$



4) $\delta = -\frac{\pi}{2}$

$$x(t) = x_0 \cos(\omega_0 t)$$

$$y(t) = y_0 \cos(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}) = y_0 \sin(\omega_0 t)$$

\Downarrow

$$\cos \omega_0 t = \frac{x}{x_0}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x}{x_0}\right)^2 + \left(\frac{y}{y_0}\right)^2 = 1$$

$$\sin \omega_0 t = \frac{y}{y_0}$$

