ИУ-РЛ-БМТ, 2020-21, ИиДУ, модуль 1

Задачи для подготовки к контрольной работе «Техника интегрирования»

Задачи для подготовки

Интегрирование методом подведения под знак дифференциала (задачи 1 и 2)

1.1.
$$\int \frac{\sqrt[4]{5 + \ln x}}{x} dx$$
,

1.2.
$$\int x^2 \sqrt[3]{2+x^3} dx$$
,

1.3.
$$\int \frac{x^2 dx}{x^6 - 1}$$

1.4.
$$\int \frac{\sin x \, dx}{\sqrt[4]{3 - \cos x}},$$

1.5.
$$\int e^x \sqrt{2-3e^x} \, dx$$
,

$$1.6. \int \frac{\cos\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}} \, dx;$$

Интегрирование методом «по частям» (задача 3)

2.1.
$$\int x^3 e^{2x^2} \, dx,$$

$$2.2. \int x^2 \cos 2x \, dx,$$

$$2.3. \int x \cos 3x \, dx$$

2.1.
$$\int x^3 e^{2x^2} dx$$
, **2.2.** $\int x^2 \cos 2x dx$, **2.3.** $\int x \cos 3x dx$, **2.4.** $\int \sqrt{9 + x^2} dx$,

2.5.
$$\int \operatorname{arctg} x \, dx$$
, **2.6.** $\int e^{\sqrt{x}} \, dx$, **2.7.** $\int \cos \sqrt{x} \, dx$, **2.8.** $\int \ln x \, dx$;

2.6.
$$\int e^{\sqrt{x}} dx$$

$$2.7. \int \cos \sqrt{x} \, dx$$

$$2.8. \int \ln x \, dx$$

Интегрирование выражений, содержащих квадратный трёхчлен (задача 4)

3.1.
$$\int \frac{4x+1}{\sqrt{2+4x-x^2}} dx$$

3.1.
$$\int \frac{4x+1}{\sqrt{2+4x-x^2}} dx$$
, **3.2.** $\int \frac{2x+3}{\sqrt{2x^2+8x+6}} dx$, **3.3.** $\int \frac{dx}{x\sqrt{3x^2-2x-1}}$;

3.3.
$$\int \frac{dx}{x\sqrt{3x^2 - 2x - 1}};$$

Интегрирование тригонометрических функций (задача 5)

4.1.
$$\int \operatorname{tg}^3 x \, dx$$

4.2.
$$\int \frac{dx}{\cos^6 x}$$

4.1.
$$\int tg^3 x \, dx$$
, **4.2.** $\int \frac{dx}{\cos^6 x}$, **4.3.** $\int \frac{dx}{4\sin^2 x + 3\cos^2 x}$, **4.4.** $\int \frac{dx}{\sqrt{\sin x \cos^3 x}}$

4.4.
$$\int \frac{dx}{\sqrt{\sin x \cos^3 x}}$$

4.5.
$$\int (\sqrt{\cos x} + \sin x)^2 dx$$
, **4.6.** $\int (\sin x + \sin 2x)^2 dx$, **4.7.** $\int \sin^4 4x dx$;

4.6.
$$\int (\sin x + \sin 2x)^2 dx$$

$$4.7. \int \sin^4 4x \, dx$$

Интегрирование с помощью рационализирующих подстановок (задача 6)

5.1.
$$\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3} + 1} \, dx,$$

5.1.
$$\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3} + 1} dx,$$
 5.2.
$$\int \frac{\sqrt[3]{x - 1}}{\sqrt[3]{x - 1} + \sqrt{x - 1}} dx,$$

$$5.3. \int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}},$$

$$5.4. \int \frac{dx}{1 - 4\sin x},$$

5.4.
$$\int \frac{dx}{1 - 4\sin x}$$
, **5.5.** $\int \frac{dx}{5 - 2\sin x + 5\cos x}$,

5.6.
$$\int \frac{\sin x}{2 + \sin x} dx;$$

Интегрирование путём разложения на простейшие дроби (задача 7)

6.1.
$$\int \frac{dx}{(x+1)(x+2)(x+3)},$$
 6.2.
$$\int \frac{x \, dx}{(x^2+1)(x-1)^2},$$

6.2.
$$\int \frac{x \, dx}{(x^2+1)(x-1)^2},$$

6.3.
$$\int \frac{x^3 + x + 1}{x(x^2 + 1)} dx;$$

Интегрирование с помощью других приёмов (задача 8)

7.1.
$$\int x^2 (x+20)^{2020} dx,$$

7.2.
$$\int \frac{(x-20)^2}{\sqrt[20]{x+2020}} \, dx,$$

1

7.1.
$$\int x^2 (x+20)^{2020} dx$$
, 7.2. $\int \frac{(x-20)^2}{\sqrt[20]{x+2020}} dx$, 7.3. $\int \frac{x}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x}} dx$.

Образцы билетов контрольной работы

ИУ-РЛ-БМТ, 2020-21, ИиДУ, КР «Техника интегрирования»

Вариант 0.

Вычислить:

$$1. \int \frac{\sqrt[4]{5 + \ln x}}{x} dx \qquad (1 \text{ балл})$$

2.
$$\int x^2 \sqrt[3]{2 + x^3} \, dx$$
 (1 балл)

3.
$$\int x^3 e^{2x^2} dx$$
 (1 балл)

4.
$$\int \frac{4x+1}{\sqrt{2+4x-x^2}} dx$$
 (1 балл)

$$\mathbf{5.} \int \frac{dx}{\cos^6 x} \tag{2 fanna}$$

6.
$$\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3} + 1} dx$$
 (2 балла)

7.
$$\int \frac{x \, dx}{(x^2+1)(x-1)^2}$$
 (2 балла)

8.
$$\int x^2(x+20)^{2020} dx$$
 (2 балла)

 $\min = 7$, $\max = 12$

ИУ-РЛ-БМТ, 2020-21, ИиДУ, КР «Техника интегрирования»

Вариант 0.

Вычислить:

$$1. \int e^x \sqrt{2 - 3e^x} \, dx \qquad (1 \text{ балл})$$

$$(1 \, \textit{bann}) \qquad \qquad \mathbf{2.} \, \int \frac{\sin x \, dx}{\sqrt[4]{3 - \cos x}} \qquad \qquad (1 \, \textit{bann})$$

3.
$$\int e^{\sqrt{x}} dx \qquad (1 \text{ bann})$$

(1 балл)
$$4. \int \frac{dx}{x\sqrt{3x^2 - 2x - 1}}$$
 (1 балл)

(2 балла) 5.
$$\int (\sqrt{\cos x} + \sin x)^2 dx$$
 (2 балла)

(2 балла)
$$\qquad \qquad \mathbf{6.} \int \frac{\sin x}{2 + \sin x} \, dx \qquad \qquad (2 \text{ балла})$$

(2 балла) 7.
$$\int \frac{x^3 + x + 1}{x(x^2 + 1)} dx$$
 (2 балла)

8.
$$\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2 + 2020}} dx$$
 (2 балла)

 $\min = 7$, $\max = 12$