Домашнее задание №8

Томинин Ярослав, 778 группа

23 сентября 2018 г.

1.

1) Поймем, что $L \subseteq T$. Так как любое слово из L составленно прибавлением к раз каких-то из 2) к одному из 1). Так как любое слово из 1) содержит меньше 3 b, а при прибавлении любого слова из 2) справа стоит a), то у нас тоже не образуется 3 подряд идущих b.

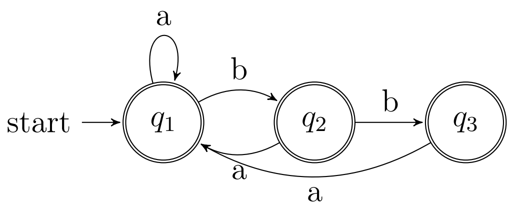
Докажем, что $T \subseteq L$: рассмотрим произвольное слово из T и допустим, что оно не содержится в L(доказываем от противного). Но ведь мы можем составить это слово по нашим правилам: просто будем прибавлять a пока не останется всего одной a до буквы b(если изначально была одна, то ничего не прибавляем, если если идет сразу b то ставим b или две b). После этого в первом случае мы прибавляем abb или ab в зависимости сколько будет подряд идущих b. Посде этого в обоих случаях будет идти a и мы будем действовать так, как в первм случае. Корректность: изначально есть две возможности, либо сначала идет несколько b(тогда мы добавляем эти b и сводим задачу к 1 случаю), или идет a(тогда мы добавляем a, пока не останется одной a). Когда мы дошли до этого !!!мы можем утверждать что после очередной a пойлет или одна b или две b, после которых обязательно пойдет a. Поэтому наш алгоритм работает корректно.

2)

$\{bba, ba, a\}^* \cdot \{\epsilon|b|bb\}$

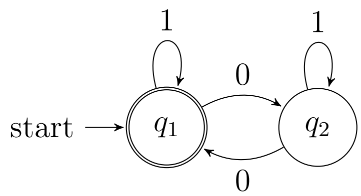
Изначально мы выбираем либо e, либо b, либо bb. А потом к началу можем добавить один из трех вариантов. Ого да это же как раз правило постоения L и мы уже доказали, что это правило порождает именно наш язык.

3)

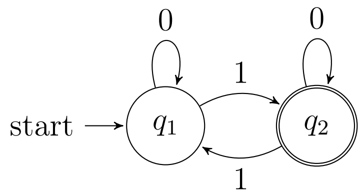


Докажем корректность нашего автомата: докажем, что все выводимые слова имеют не более 2 подряд идущих b. Дайствительно, ведь находясь в состоянии 1 мы уверены, что до этого точно идет буква a, а находясь в состоянии 2 мы уверены, что до этого стоит ровно одна b, потому что мы пришли из состояния 1 по b. Аналогично в состоянии 3: мы пришли из 2 по b, следовательно у нас 2 b. То есть в каждом состоянии есть инвариант по количеству b, так как все состояния допустимые и в каждом состоянии количество подряд идущих b не больше 3, то мы доказади

наше утверждение. Докажем, что все слова, не содержащие более чем 3 b подряд мы можем вывести. Рассмотрим слово и предположим, что в нем нет трех подряд идущих b, но оно не выводимо. Тогда мы будем находится в состоянии 1 и наш автомат будет поддерживать наш инвариант, потому что слово может не быть выведенно если мы находимся в недопустимом состоянии(но все состояния допустимы) или наш автомат сломался(но он может сломаться только тогда, когда он находится в 3 состоянии и мы подаем на вход b, но по нашему инварианту у нас 2 подряд идущих b и b мы подавать уже не можем). Следовательно мы можем составить любое слово.
2.
a)



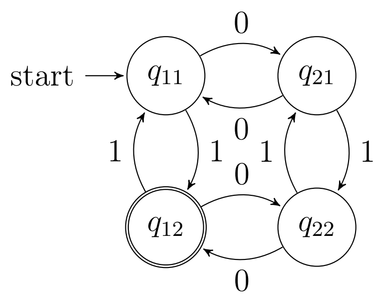
Докажем корректность автомата: докажем, что существует инвариант: в состоянии 1 четное количество 0, а в состоянии 2 - нечетное. Докажем это по индукции
База: сначала мы находимся в состоянии 1 и у нас ноль нолей.
Переход: По нашему предположению в 1 всегда четное количество нолей, если мы попадаем в 1, то мы переходим из 2 состояния, но во втором состоянии мы могли оказаться только из 1. По предположению в 1 было четное колиество 0, мы переходим во 2(будет нечетное) и переходим в 1 (будет опять четное).
Следовательно в допустимом состоянии будет всегда четное количество 0. А так как во 2 мы можем попасть только из 1, то во втором всегда нечетное количество 0.
Докажем, что вссе слова с четным количеством 0 принадлежат нашему автомату. Мы знаем наш инвариант, следовательно автомат не может находиться во 2 состоянии, поэтому, если мы будем решать от противного, то мы сможем только предположить что автомат сломался. Но как он мог сломаться, если из каждого состояния у него есть стрелка на любой случай жизни? Противоречие.
b)



Воспользуемся рассуждениями из предыдущего пункта. Мы доказали, что в 1 состоянии будет всегда четное число 0(в данном случае четное число 1), а в состоянии 2 нечетное число 0(в данном случае нечетное число 1). Поэтому в допустимом состоянии все наши слова будут иметь нечетное число 1. Аналогично предыдущему все слова с нечетным количеством едениц будут принадлежать нашему автомату. От противного. Если слово не принадлежит, то либо оно находится в недопустимом состоянии(но мы доказали инвариант, поэтому такого быть не может), либо автомат сломался(но такого тоже не может быть, потому что из каждого состояния у него есть стрелка на любой случай жизни). Противоречие.

в) Постоим в задаче 3.

3.



Здесь мы использовали конструкцию произведения. За состояния отвечает q_{ij}, где i-состояние в 1 автомате, а j-во втором. Видно, что из состояния 11 автомат переходит в 12, если мы подаем 1 (так как 1 автомат остается в том же состоянии, а второй автомат переходит в 2) . Аналогично делаются все преходы. Когда мы находимся в состоянии ij и нам подают k, то мы смотрим на состояние первого автомата q, после перехода к, на состояние второго автомата d, и делаем вывод, что состояние нового автомата qd. Допустимым положением, будет положение, в котором 2 автомата будут находиться в допустимом положении-12.

4.

Обозначим состояния автомата за q_{ab}, где a-состояние 1 автомата, а b-состояние второго автомата. Если мы посмотрим на 1 автомат и состояние а будет допускающим, то это слово допустимо для 1. Следовательно, если мы слелаем эту модификацию, то когда мы окажемся в допускающем состоянии нашего нового автомата, то либо1, либо 2 автомат будеи в допускающем состоянии. Следовательно все слова содержатся в объединении языков. Докадем, что все слова из объежинения мы можем получить и завершим доказательство. От противного: найдем слово, которое принадлежит одному из автоматов. После того, как мы его подадим на вход, один из автоматов бужет в допустимом состоянии. Поэтому для нового это будет тоже допустимое состояние. Противоречие.