Домашнее задание №8

Томинин Ярослав, 778 группа

9 февраля 2019 г.

1.

1) Заметим, что после декартового произведения мы получим пары, в которых на первом месте будут стоять элементы из первого множества, а на втором из второго. Так как первое множество не содержит элемента b, то данное нам утверждение не верно.

2) Ответ: |A|x|B|. Обратим внимание, что для любого элемента из A существует |B| соседей, а элементов из A |A|.

3)По определению декартого произведения все элементы полученного множества содержат на втором месте элемент из пустого множества. Но так как в пустом множестве нет элементов, то и в полученном множестве тоже нет элементов.

2.

1)1+5+4+3+2+1=16

Рассмотрим пустые подслова-их 1 штука

Рассмотрим подслова длины 1- их 5

Рассмотрим подслова длины 2- их 4

Рассмотрим подслова длины 3- их 3

Рассмотрим подслова длины 4- их 2

Рассмотрим подслова длины 5- их 1

Итого:16 подслов

2)

a)5

b)3

c)2

d)По определению это количество вхождений подслова ϵ в наше слово. Другими словами нам нужно найти количество подслов, имеющих различное i(где i - номер буквы, после которой он стоит). Я утверждаю, что их 6. i=0,1,2,3,4,5. Для начала заметим, что это различные подслова, так как они находятся в разных местах. Докажем, почему больше нет подслов от противного: допустим, что есть, тогда есть два рядом стоящих ϵ, тогда их индексы совпадают и они стоят на одном и том же месте. Поражение.

Следовательно, всего 6 подслов.

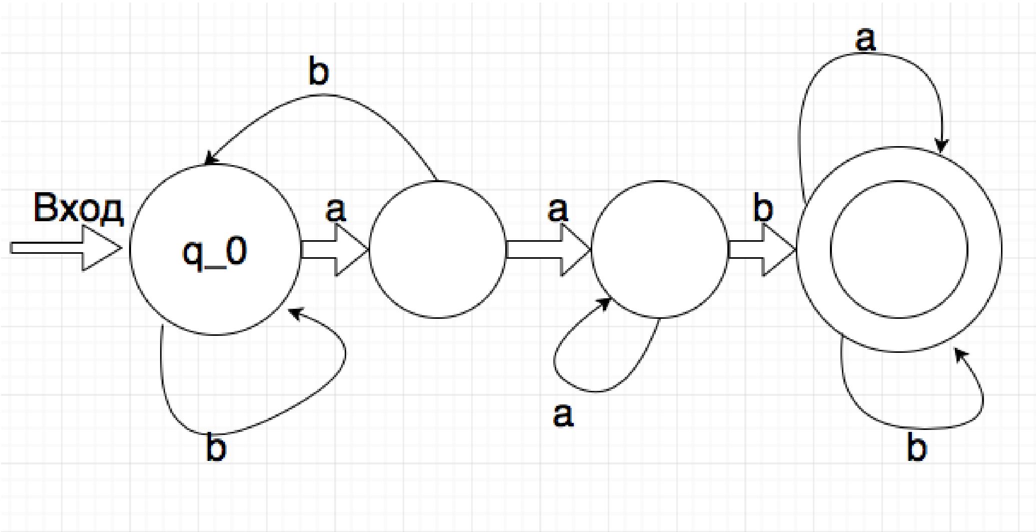
3)

Нет, ϵ нельзя представить так в слове $aa\epsilon b$

3.

При конкатенации слова нечетной длины со словом нечетной длины получается слово четной длины. Поэтому Все слова будут четной длины, докажем, что это будут все четнын числа: всевозможные конкатенации первого элемента из 1 множества и всех элементов из второго множества дают нужный результат(если не считать ноль четным числом).

Поэтому результат такой: $\{a^{2n}|n > 0, n \in N\}$
4.
а)
$(a \cup b)^* \cdot (a \cdot b \cup b \cdot a) \cdot (a \cup b)^*$
Поймем, что если слово содержит а и б, то эти две буквы должны встретиться рядом. (иначе все слово будет состоять из одной и той же буквы). Тогда подслово аб или ба должно входить в любое наше слово. То есть любое наше слово состоит из произвольного перфикса(который мы получим так $(a \cup b)^*$) , нашего подслова аб или ба и произвольного суфикса $(a \cup b)^*$
b)
Имеем U.ab.V Поймем, что если U будет содержать a, после которой будет идти b, то наше слово не будет подходить под условие. Так же если V будет содержать после a букву b, то наше слово тоже не будет подхолить под условие. Поэтому имеем: $b^* \cdot a^* \cdot a \cdot b \cdot b^* \cdot a^*$
В этом языке есть все подходящие слова, потому что сначала идет сколько-то б(возможно 0), а после того, как встречается а, по нашему условию могут идти только а. Потом мы встечаем аб и идет сколько-то б(возможно 0), а после того, как встречается а, по нашему условию могут идти только а. Это и написано в РВ.
Осталось доказать почему все эти слова подходят: сначала у нас идет слово из букв b какой-то длины(возможно 0), потом идут a, потом идет ab(это как раз первая пара), потом b, а после них a(здесь нет пар).
в)
Если после a будет идти b, то наше слово не будет походить. Поэтому имеем:$b^* \cdot a^*$
В этом языке есть все подходящие слова, потому что сначала идет сколько-то б(возможно 0), а после того, как встречается а, по нашему условию могут идти только а. В точности это и написано в РВ.
Докажем, что эти слова подходят под условие: понятно, что после а не будет б, поэтому не может быть аб.
5.



Докажем его корректность: когда мы находимся в начале и принимаем а, то понимаем, что он потенциально может быть частью ааб, и двигаемся дальше(если это б, то тут все понятно, остаемся на месте). Далее при получении а мы сдвигаемся дальше, если же это б, то слигаемся в самый конец и начинаем все с начала. Далее, если мы получаем а, то мы остаемся на месте(тк мы собрали уже 2 а и дожидаемся b), если же это б, то мы попадаем в конец и после рандомного добавления а и б можем все закончить. То есть нам для того, чтобы дойти до выхода нам точно нужно собрать ааб, с другой стороны, если в слове есть ааб, то мы окажемся у выхода и в любой момент можем закончить.