МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ, СВЯЗИ И МАССОВЫХ КОММУНИКАЦИЙ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики»

Кафедра ВС и ТС

Отчет по лабораторной работе №3 по дисциплине Основы систем мобильной связи

по теме: КОРРЕЛЯЦИЯ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ

Студент:

Группа ИА-331 Я.А Гмыря

Предподаватель:

Заведующая кафедрой ТС и ВС В.Г.Дроздова

СОДЕРЖАНИЕ

1	ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ	8
2	РАСЧЕТ РАДИОПОКРЫТИЯ	10
3	ВЫВОД	18

ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ

Цель:

Получить представление о том, что такое корреляционная функция и нормализованная взаимная корреляционная функция, как они вычисляются и какое отношение имеют к процедурам синхронизации в сетях мобильной связи.

Задачи:

Порядок выполнения работы:

1) Напишите на языке С/С++ функцию вычисления корреляции и нормализованной корреляции между массивами а, b и c, заданными в таблице 2, согласно варианту, используя формулы (3.2) и (3.3). Номер варианта - порядковый номер в журнале группы.

Табл	. 2. Варианты заданий.		
N2	Непрерывная периодическая	N2	Непрерывная периодическая
варианта	функция	варианта	функция
1	a= [1 2 5 -2 -4 -2 1 4]	15	a= [4 2 8 -2 -4 -4 1 3]
	b=[3670-5-425]		b=[247 0-3-42 5]
	c= [-1 0 -3 -9 2 -2 5 1]		c= [-5 -1 3 -4 2 -6 4 -1]
2	a=[7-28-1-9-756]	16	a= [7 3 2 -2 -2 -4 1 5]
	b=[3040-4-324]		b=[2150-2-324]
	c= [-2 2 1 -7 2 -2 5 -2]		$c = [2 -1 \ 3 -9 -2 -8 \ 4 -1]$
3	a= [6 2 8 -2 -4 -4 1 3]	17	a= [6 2 8 -2 -4 -4 1 3]
	b=[3670-5-425]		b=[3670-5-425]
	c=[-1 -1 3 -9 2 -8 4 -1]		c= [-6 -1 -3 -9 2 -8 4 1]
4	a=[34783-2-40]	18	a=[236-1-4-225]
	b=[258104-3-12]		b=[258104-3-12]
	c= [-2 0 -3 -7 2 -3 5 9]		$c = [-3 -1 \ 3 -7 \ 2 -8 \ 5 -1]$
5	a= [4 2 8 -2 -4 -4 1 3]	19	a= [5 2 8 -2 -4 -4 1 3]
	b=[2150-2-324]		b=[4170-6-525]
	c= [-4 -1 -3 1 2 5 -1 -2]		c = [-6 -1 -3 -9 2 -8 4 1]
6	a= [2 3 6 -1 -4 -2 2 5]	20	a= [8 3 7 2 -2 -4 1 4]
	b=[468-2-6-427]		b=[425-1-3-721]
	c=[-3 -1 3 -7 2 -8 5 -1]		c=[-1 0 -3 -9 2 -2 5 1]
7	a= [5 2 8 -2 -4 -4 1 3]	21	a=[918-2-2-413]
	b=[4170-6-525]		b= [5 6 5 0 -5 -6 2 5]
	c= [-6 -1 -3 -9 2 -8 4 1]		c= [-4 -1 3 -9 2 -1 4 -1]
8	a=[8372-2-414]	22	a=[623-2-4-411]
	b=[425-1-3-721]		b=[3150-3-423]
	c=[-2 -1 3 -6 5 -1 4 -1]		$c = [-4 - 1 \ 3 - 9 \ 2 - 1 \ 4 - 1]$
9	a=[918-2-2-413]	23	a= [8 3 7 2 -2 -4 1 4]
	b=[5650-5-625]		b=[2150-2-324]
	c= [-4 -1 3 -9 2 -1 4 -1]		$c = [-5 -1 \ 3 \ -9 \ 2 \ 3 \ 4 -4]$
10	a= [6 2 3 -2 -4 -4 1 1]	24	a= [5 2 8 -2 -4 -4 1 3]
	b=[3150-3-423]		b=[36710-5-225]
	c= [-1 -1 3 -9 2 -8 4 -4]		c= [-5 -1 3 -9 2 3 4 -4]
11	a=[72812-4-413]	25	a=[623-2-4-411]
	b=[36710-5-225]		b=[8640-5-603]
	c= [-5 -1 3 -9 2 3 4 -4]		$c = [-1 -1 \ 3 -9 \ 2 -8 \ 4 -4]$

4

Рисунок 1 — Задание к лабораторной работе

12	a=[135-1-4-514]	26	a=[13 14 10 8 3 -2 -5 2]
	b=[247 0-3-42 5]		b=[2 4 3 21 0 -1 1]
	$c = [-5 -1 \ 3 -4 \ 2 -6 \ 4 -1]$		c= [-12 0 -13 -17 -5 2 5 6]
13	a= [7 3 2 -2 -2 -4 1 5]	27	a=[729-1-4-712]
	b=[864 0-5-6 0 3]		b = [6350 - 2 - 354]
	$c = [2 -1 \ 3 -9 -2 -8 \ 4 -1]$		c = [-7 -1 -3 1 2 5 -1 -1]
14	a= [6 2 8 -2 -4 -4 1 3]	28	a= [3 4 6 -1 -5 -2 3 7]
	b=[3670-5-425]		b= [1 6 8 -2 -6 -4 2 6]
	$c = [-1 -1 \ 3 -9 \ 2 -8 \ 4 -1]$		$c = [-6 -1 \ 3 -8 \ 2 -8 \ 2 -5]$

2) Выведите в терминале полученные значения в виде таблицы: Корреляция между a,b и c:

Нормализованная корреляция между a, b и c:

3) Используя Matlab определите корреляцию и нормализованую корреляцию между сигналом s1(t) и сигналами a и b.

$$s1(t) = \cos(2\pi f_1 t)$$

 $s2(t) = \cos(2\pi f_2 t)$
 $s3(t) = \cos(2\pi f_3 t)$

где f_1 = ваш порядковый номер в журнале;

 f_2 = ваш порядковый номер в журнале + 4;

 f_3 = ваш порядковый номер в журнале * 2 + 1.

Сигналы *а* и *b* заданы согласно вариантам в таблице 3.

Табл. 3. Варианты заданий.

№	Непрерывная периодическая	№	Непрерывная периодическая
варианта	функция	варианта	функция
1	a(t) = 2s1(t) + 4s2(t) + s3(t)	15	a(t) = 3s1(t) + 4s2(t) + s3(t)
	b(t) = s1(t) + s2(t)		b(t) = s1(t) + 1/4 * s2(t)
2	a(t) = 3s1(t) + 4s2(t) + s3(t)	16	a(t) = 4s1(t) + 2s2(t) + 2s3(t)
	b(t) = s1(t) + s3(t)		b(t) = 2s1(t) + s2(t)
3	a(t) = 2s1(t) + 3s2(t) + s3(t)	17	a(t) = 4s1(t) + 4s2(t) + s3(t)
	b(t) = s2(t) + s3(t)		b(t) = 3s1(t) + s3(t)
4	a(t) = 3s1(t) + 3s2(t) + s3(t)	18	a(t) = 2s1(t) + 4s2(t) + s3(t)

5

Рисунок 2 — Задание к лабораторной работе

	b(t) = s1(t) + 1/2 * s2(t)		b(t) = 1/2 * s1(t) + 1/3 * s3(t)
5	a(t) = s1(t) + 4s2(t) + s3(t)	19	a(t) = 5s1(t) + 4s2(t) + s3(t)
	b(t) = 1/2s1(t) + s2(t)		b(t) = 2s1(t) + s2(t)
6	a(t) = 4s1(t) + 4s2(t) + s3(t)	20	a(t) = 2s1(t) + 4s2(t) + s3(t)
	b(t) = s1(t) + 1		b(t) = s1(t) + 1/3 * s2(t)
7	a(t) = 5s1(t) + 2s2(t) + 2s3(t)	21	a(t) = s1(t) + 4s2(t) + s3(t)
,	b(t) = 2s1(t) + 3s2(t)		b(t) = s1(t) + 2s3(t)
8	a(t) = 2s1(t) + 4s2(t) + s3(t)	22	a(t) = 2s1(t) + 4s2(t) + s3(t)
	b(t) = s1(t) + s2(t)		b(t) = s1(t) + s2(t)
9	a(t) = 4s1(t) + 3s2(t) + 2s3(t)	23	a(t) = 3s1(t) + 2s2(t) + s3(t)
	b(t) = 2s1(t) + s2(t)		b(t) = s1(t) + s3(t)
10	a(t) = 5s1(t) + 4s2(t) + s3(t)	24	a(t) = 2s1(t) + 3s2(t) + s3(t)
	b(t) = 3s1(t) + s3(t)		b(t) = s2(t) + s3(t)
11	a(t) = 2s1(t) + 4s2(t) + s3(t)	25	a(t) = 3s1(t) + s2(t) + s3(t)
	b(t) = s1(t) + s2(t) + s3(t)	2	b(t) = s1(t) + 1/5 * s2(t)
12	a(t) = 4s1(t) + 4s2(t) + s3(t)	26	a(t) = s1(t) + 4s2(t) + s3(t)
	b(t) = 2s1(t) + s2(t) + 2s3(t)	20	b(t) = 1/3s1(t) + 1/3 * s2(t)
13	a(t) = 5s1(t) + 4s2(t) + s3(t)	27	a(t) = 4s1(t) + 5s2(t) + s3(t)
	b(t) = s1(t) + 1/3 * s2(t)	_,	b(t) = s1(t) + 1
14	a(t) = s1(t) + 4s2(t) + s3(t)	28	a(t) = 3s1(t) + 4s2(t) + s3(t)
	b(t) = s1(t) + 2s3(t)		b(t) = s1(t) + 1
	5(0) = 52(0) 255(0)		5(5) = 51(6) 1

 Для того чтобы задать время в Matlab можно воспользоваться выражением:

```
time = [0:100-1]/100;
```

1

8

Пример реализации цикла в Matlab:

```
for n = 1:N
    mult = a(n)*b(n)
end

% Или альтернативня реализация цикла
% внутри которого сумма произведений:
corr = sum(a.*b)
```

 Возьмите два массива значений и выведите их на графиках друг под другом

```
a = [0.3 0.2 -0.1 4.2 -2 1.5 0];
b = [0.3 4 -2.2 1.6 0.1 0.1 0.2];
```

Определите значение функции взаимной корреляции.

- 7) Сдвигайте последовательность в поэлементно вправо и на каждом шаге сдвига вычисляйте значение взаимной корреляции между а и сдвинутой последовательностью в. Постройте зависимость взаимной корреляции последовательностей от величины циклического сдвига. Определите значение сдвига, при котором достигается максимальная корреляция. Нарисуйте графики а и в, сдвинутой на величину, где зафиксирована максимальная корреляция. Сформулируйте выводы.
- Составьте отчет. Отчет должен содержать титульный лист, содержание, цель и задачи работы, теоретические сведения, исходные данные, этапы выполнения работы, сопровождаемые скриншотами и

Рисунок 3 — Задание к лабораторной работе

графиками, демонстрирующими успешность выполнения, и промежуточными выводами, результирующими таблицами, ответы на контрольные вопросы, и заключение и ссылка в виде QR-кода на репозиторий с кодом (git).

4. Контрольные вопросы

- 1) Какие виды корреляции существуют?
- 2) Что значит положительная корреляция сигналов?
- 3) Что такое корреляционный прием сигналов?
- Как вычисление корреляционных функций помогает синхронизироваться приемнику и передатчику в сетях мобильной связи?

Рисунок 4 — Задание к лабораторной работе

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Что такое корреляция?

Корреляция — это статистическая зависимость случайных величин. Корреляционная взаимосвязь позволяет обнаруживать сигналы синхронизации для того, чтобы корректно разбивать ось времени на интервалы, предусматриваемые стандартами связи (например, слоты, кадры и пр.).

Анализ значений корреляции

Корреляция бывает положительная, когда два процесса зависят друг от друга, то есть увеличение одной величины вызывает пропорциональный рост другой и наоборот. Отрицательная корреляция свидетельствует об обратной взаимосвязи процессов.

Если корреляция нулевая, то взаимосвязи между величинами нет.

Как вычисляется корреляция?

Корреляцию дискретных величин можно вычислить следующим образом:

$$Corr_{x,y} = \sum_{n=0}^{N-1} x_n * b_n$$

С точки зрения программирования это означает следующее: у нас есть 2 массива с отсчетами, мы в цикле должны итерироваться по массивам и суммировать произведение отсчетов, находящихся на одной позиции, в какуюнибудь переменную-счетчик. Если 2 числа имеют одинаковый знак, то произведение будет положительным и сумма будет двигаться в сторону положительных чисел. Если знаки разые - то в отрицательную сторону.

Нормированная корреляция

У формулы выше есть существенный минус: масштаб влияет на значение корреляции. Это хорошо иллюстриурет картинка ниже

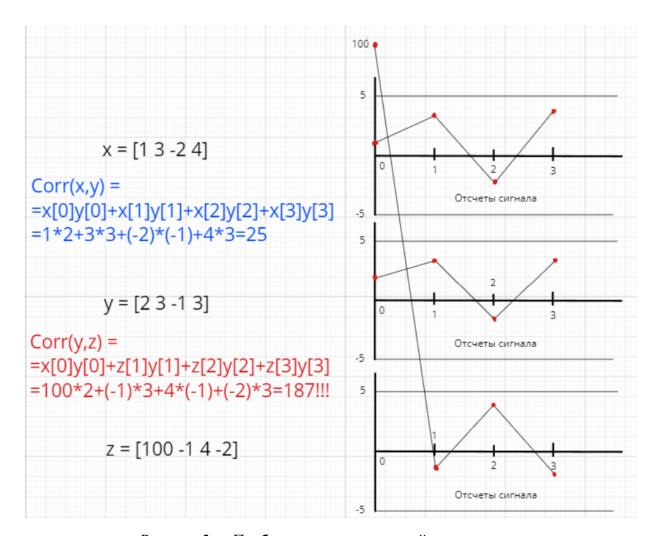


Рисунок 5 — Проблема ненормированной корреляции

Последовательность х явно больше похожа на у, чем на z, но формула утверждает обратное. Причина этого - резкий скачок значения в Последовательности z. Нормированная корреляция позволяет избежать таких ошибок.

РАСЧЕТ РАДИОПОКРЫТИЯ

Расчет корреляции на С++

Заданные отсчеты

```
std::vector<int> a = { 1, 2, 5, -2, -4, -2, 1, 4 };
std::vector<int> b = { 3, 6, 7, 0, -5, -4, 2, 5 };
std::vector<int> c = { -1, 0, -3, -9, 2, -2, 5, 1 };
```

Ненормированная корреляция

```
double corr(std::vector<int>& a, std::vector<int>& b){
    if(a.size() != b.size()){
        printf("Vectors must be the same size\n");
        return 0;
}

double result = 0;

for(int i = 0; i < a.size(); ++i){
        result += a[i] * b[i];
}

return result;
}</pre>
```

Сначала проверяем, что наши векторы одного размера, потому что в ином случае вычислить корреляцию не удастся. Далее создаем переменнуюсчетчик result и в цикле итерируемся по векторам и суммируем произведение их элементов.

Нормированная корреляция

```
double norm_corr(std::vector<int>& a, std::vector<int>& b){
```

```
double unnormal_cor = corr(a, b);

double norm_coeff_a = 0;
double norm_coeff_b = 0;

for(int i = 0; i < a.size(); ++i){
    norm_coeff_a += std::pow(a[i], 2);
    norm_coeff_b += std::pow(b[i], 2);
}

return unnormal_cor / std::sqrt(norm_coeff_a * norm_coeff_b);
}</pre>
```

Сначала вычисляем ненормированную корреляцию с помощью функции из прошлого шага. После этого считаем нормирующий коэффициент и возвращаем unnormal cor / std::sqrt(norm coeff a * norm coeff b).

Результат работы программы

```
==== Unnormalized correlation ====
                b
        a
                       C
       71
              100
а
       100
b
              164
                     -11
                      125
               -11
C
==== Normalized correlation =====
                b
        a
                       C
       1.00 0.93 0.07
а
h
       0.93
              1.00
                      -0.08
       0.07
               -0.08
                      1.00
```

Рисунок 6 — Результат работы программы

Можем видеть, что нормированная корреляция изменяется в пределах [-1; 1], что очень удобно при анализе.

Расчет корреляции на MATLAB

Ненормированная корреляция

```
function corr = unnorm_corr(a, b)

if length(a) ~= length(b)
    disp("Vectors must be same size");
end

corr = sum(a .* b);
end
```

Нормированная корреляция

```
%define cor function
function corr = norm_corr(a, b)

if length(a) ~= length(b)
    disp("Vectors must be same size");
end

norm_coef = sqrt(sum(a.^2)) .* sqrt(sum(b.^2));
corr_vals = unnorm_corr(a, b);

corr = corr_vals / norm_coef;
end
```

Код аналогичен коду на C++. Здесь операции , - поэлементные опреации, а не матричные.

Формирование сигналов и вычисление корреляции между ними

```
num_in_journal = 6;
%define freqs
f1 = num_in_journal;
f2 = num_in_journal + 4;
f3 = num_in_journal *2 + 1;
%define signal components
s1 = 0(t) cos(2 * pi * f1 * t);
s2 = 0(t) cos(2 * pi * f2 * t);
s3 = 0(t) cos(2 * pi * f3 * t);
%define signal
a = 0(t) 4 * s1(t) + 4 * s2(t) + s3(t);
b = 0(t) s1(t) + 1;
%define time
time = 0:0.001:10;
%compute functions values
a_y = a(time);
b_y = b(time);
fprintf("Unnormolized corr: \t %f\n", unnorm corr(a y, b y));
fprintf("Normolized corr: \t %f\n", norm_corr(a_y, b_y));
```

Зададим частоты компонент, входящих в сигнал, а потом и сами компоненты. Скомбинируем компоненты и получим 2 разных сигнала а и b. Зададим timeline и вычислим значение сигнала в каждый момент времени (получим семплы сигнала). С помощью функций, описанных выше, вычислим нормированную и ненормированную корреляцию сигналов.

Результат работы программы: Unnormolized corr:20018.000000, Normolized corr: 0.402225.

Пример поиска синхропоследовательности устройством

```
seq1 = [0.3, 0.2, -0.1, 4.2, -2, 1.5, 0];
seq2 = [0.3, 4, -2.2, 1.6, 0.1, 0.1, 0.2];
```

```
t = 0 : 1 : 7 - 1;

figure;
subplot(2, 1, 1);
plot(t, seq1);
subplot(2, 1, 2);
plot(t, seq2);

fprintf("Unnormolized corr: \t %f\n", unnorm_corr(seq1, seq2));
fprintf("Normolized corr: \t %f\n", norm_corr(seq1, seq2));
```

Задано все последовательности seq1, seq2. Визуализируем их и найдем корреляцию:

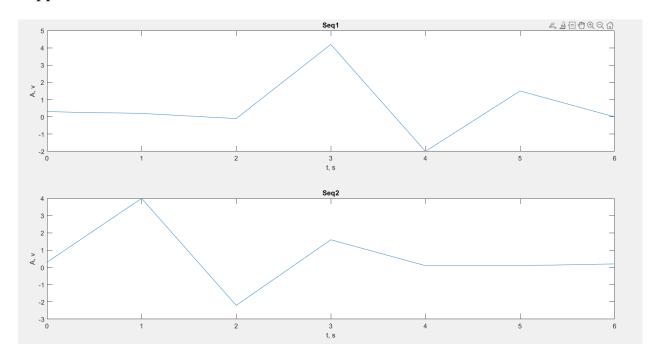


Рисунок 7 — Визуализация сигналов

Результат вычисления корреляции: Unnormolized corr: 7.780000, Normolized corr: 0.327045.

Теперь представим, что seq1 - синхропоследовательность, которая описана в стандарте и которую ожидает устройство, а seq2 - сигнал, который принимает устройство. Зафиксируем seq1 в одном положении, а seq2 начнем поэлементно сдвигать вправо. На каждом сдвиге будем вычислять корреляцию между величинами:

```
N = length(f1);
```

```
corr_vals = zeros(N, 1);
for k = 1:N
    f2_shift = circshift(f2, k);
    corr_vals(k) = norm_corr(f1, f2_shift);
end
figure;
plot(1:N, corr_vals);
          ');
xlabel('
ylabel('
             ');
title('
                                          ');
                  seq1
                        seq2
grid on;
```

Результат:

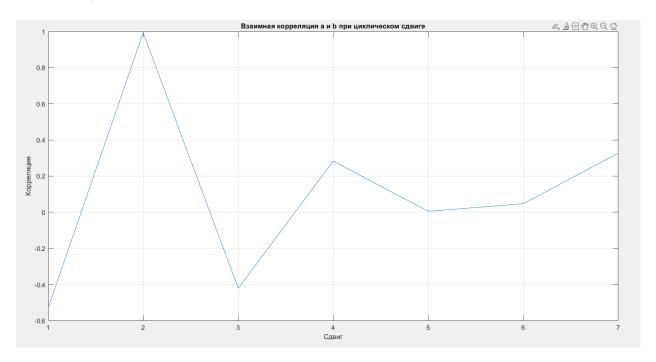


Рисунок 8 — Визуализация корреляционной функции

Видим, что при втором сдвиге образовался пик со значением 1. Это значит, что при сдвиге равном двум сигналы на 100% совпали, т.е из радиоканала прилетела синхропоследовательность. Если посмотреть на предыдущие графики, то можно заметить, что если сдвинуть нижний график на 2 секунды вправо, то получим сигнал, идентичный верхнему сигналу (ожидаемой синхропоследовательности). Именно такой механизм используется в мобильных

телефонах при синхронизации с базовой станцией. Теперь телефон может начать получать broadcast информацию от базовой станции и проходить процедуру Random Access.

Контрольные вопросы

- 1. Какие виды корреляции существуют?
- 2. Что значит положительная корреляция сигналов?
- 3. Что такое корреляционный прием сигналов?
- 4. Как вычисление корреляционных функций помогает синхронизироваться приемнику и передатчику в сетях мобильной связи?
- 1. Корреляция может быть нормированной и ненормированной. Если корреляция вычисляется между значениями одного процесса (допустим, мы хотим узнать, зависит ли следующее значение от предыдущих), то такая корреляция называется автокорреляцией. Если корреляция вычисляется между разными процессами (как в нашем случае), то такая корреляция называется кросскорреляцией или взаимной.
- 2. Положительная корреляция сигналов означает, что два процесса зависят друг от друга и при росте первого процесса второй процесс возрастет пропорционально.
- 3. Корреляционный прием сигналов метод обнаружения синхропоследовательностей в сигнале на фоне шумов и других сигналов.
- 4. Корреляционная функция позволяет узнать, похож ли принимаемый сигнал на синхропоследовательность.

Github



Рисунок 9 — Ссылка на github

вывод

В ходе работы я изучил такой математический инстурмент как корреляция и применил ее свойства на практике.