

МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ, СВЯЗИ И МАССОВЫХ
КОММУНИКАЦИЙ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Сибирский государственный университет телекоммуникаций и
информатики»

Кафедра ВС и ТС

Отчет по лабораторной работе №3
по дисциплине
Основы систем мобильной связи

по теме:
КОРРЕЛЯЦИЯ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ

Студент:
Группа ИА-331

Я.А Гмыря

Предподаватель:
Заведующая кафедрой ТС и ВС

В.Г Дроздова

Новосибирск 2025 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1	ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ.....	8
2	РАСЧЕТ РАДИОПОКРЫТИЯ	10
3	ВЫВОД	18

ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ

Цель:

Получить представление о том, что такое корреляционная функция и нормализованная взаимная корреляционная функция, как они вычисляются и какое отношение имеют к процедурам синхронизации в сетях мобильной связи.

Задачи:

Порядок выполнения работы:

- 1) Напишите на языке C/C++ функцию вычисления корреляции и нормализованной корреляции между массивами a , b и c , заданными в таблице 2, согласно варианту, используя формулы (3.2) и (3.3). Номер варианта – порядковый номер в журнале группы.

Табл. 2. Варианты заданий.

№ варианта	Непрерывная периодическая функция	№ варианта	Непрерывная периодическая функция
1	$a = [1\ 2\ 5\ -2\ -4\ -2\ 1\ 4]$ $b = [3\ 6\ 7\ 0\ -5\ -4\ 2\ 5]$ $c = [-1\ 0\ -3\ -9\ 2\ -2\ 5\ 1]$	15	$a = [4\ 2\ 8\ -2\ -4\ -4\ 1\ 3]$ $b = [2\ 4\ 7\ 0\ -3\ -4\ 2\ 5]$ $c = [-5\ -1\ 3\ -4\ 2\ -6\ 4\ -1]$
2	$a = [7\ -2\ 8\ -1\ -9\ -7\ 5\ 6]$ $b = [3\ 0\ 4\ 0\ -4\ -3\ 2\ 4]$ $c = [-2\ 2\ 1\ -7\ 2\ -2\ 5\ -2]$	16	$a = [7\ 3\ 2\ -2\ -2\ -4\ 1\ 5]$ $b = [2\ 1\ 5\ 0\ -2\ -3\ 2\ 4]$ $c = [2\ -1\ 3\ -9\ -2\ -8\ 4\ -1]$
3	$a = [6\ 2\ 8\ -2\ -4\ -4\ 1\ 3]$ $b = [3\ 6\ 7\ 0\ -5\ -4\ 2\ 5]$ $c = [-1\ -1\ 3\ -9\ 2\ -8\ 4\ -1]$	17	$a = [6\ 2\ 8\ -2\ -4\ -4\ 1\ 3]$ $b = [3\ 6\ 7\ 0\ -5\ -4\ 2\ 5]$ $c = [-6\ -1\ -3\ -9\ 2\ -8\ 4\ 1]$
4	$a = [3\ 4\ 7\ 8\ 3\ -2\ -4\ 0]$ $b = [2\ 5\ 8\ 10\ 4\ -3\ -1\ 2]$ $c = [-2\ 0\ -3\ -7\ 2\ -3\ 5\ 9]$	18	$a = [2\ 3\ 6\ -1\ -4\ -2\ 2\ 5]$ $b = [2\ 5\ 8\ 10\ 4\ -3\ -1\ 2]$ $c = [-3\ -1\ 3\ -7\ 2\ -8\ 5\ -1]$
5	$a = [4\ 2\ 8\ -2\ -4\ -4\ 1\ 3]$ $b = [2\ 1\ 5\ 0\ -2\ -3\ 2\ 4]$ $c = [-4\ -1\ -3\ 1\ 2\ 5\ -1\ -2]$	19	$a = [5\ 2\ 8\ -2\ -4\ -4\ 1\ 3]$ $b = [4\ 1\ 7\ 0\ -6\ -5\ 2\ 5]$ $c = [-6\ -1\ -3\ -9\ 2\ -8\ 4\ 1]$
6	$a = [2\ 3\ 6\ -1\ -4\ -2\ 2\ 5]$ $b = [4\ 6\ 8\ -2\ -6\ -4\ 2\ 7]$ $c = [-3\ -1\ 3\ -7\ 2\ -8\ 5\ -1]$	20	$a = [8\ 3\ 7\ 2\ -2\ -4\ 1\ 4]$ $b = [4\ 2\ 5\ -1\ -3\ -7\ 2\ 1]$ $c = [-1\ 0\ -3\ -9\ 2\ -2\ 5\ 1]$
7	$a = [5\ 2\ 8\ -2\ -4\ -4\ 1\ 3]$ $b = [4\ 1\ 7\ 0\ -6\ -5\ 2\ 5]$ $c = [-6\ -1\ -3\ -9\ 2\ -8\ 4\ 1]$	21	$a = [9\ 1\ 8\ -2\ -2\ -4\ 1\ 3]$ $b = [5\ 6\ 5\ 0\ -5\ -6\ 2\ 5]$ $c = [-4\ -1\ 3\ -9\ 2\ -1\ 4\ -1]$
8	$a = [8\ 3\ 7\ 2\ -2\ -4\ 1\ 4]$ $b = [4\ 2\ 5\ -1\ -3\ -7\ 2\ 1]$ $c = [-2\ -1\ 3\ -6\ 5\ -1\ 4\ -1]$	22	$a = [6\ 2\ 3\ -2\ -4\ -4\ 1\ 1]$ $b = [3\ 1\ 5\ 0\ -3\ -4\ 2\ 3]$ $c = [-4\ -1\ 3\ -9\ 2\ -1\ 4\ -1]$
9	$a = [9\ 1\ 8\ -2\ -2\ -4\ 1\ 3]$ $b = [5\ 6\ 5\ 0\ -5\ -6\ 2\ 5]$ $c = [-4\ -1\ 3\ -9\ 2\ -1\ 4\ -1]$	23	$a = [8\ 3\ 7\ 2\ -2\ -4\ 1\ 4]$ $b = [2\ 1\ 5\ 0\ -2\ -3\ 2\ 4]$ $c = [-5\ -1\ 3\ -9\ 2\ 3\ 4\ -4]$
10	$a = [6\ 2\ 3\ -2\ -4\ -4\ 1\ 1]$ $b = [3\ 1\ 5\ 0\ -3\ -4\ 2\ 3]$ $c = [-1\ -1\ 3\ -9\ 2\ -8\ 4\ -4]$	24	$a = [5\ 2\ 8\ -2\ -4\ -4\ 1\ 3]$ $b = [3\ 6\ 7\ 10\ -5\ -2\ 2\ 5]$ $c = [-5\ -1\ 3\ -9\ 2\ 3\ 4\ -4]$
11	$a = [7\ 2\ 8\ 12\ -4\ -4\ 1\ 3]$ $b = [3\ 6\ 7\ 10\ -5\ -2\ 2\ 5]$ $c = [-5\ -1\ 3\ -9\ 2\ 3\ 4\ -4]$	25	$a = [6\ 2\ 3\ -2\ -4\ -4\ 1\ 1]$ $b = [8\ 6\ 4\ 0\ -5\ -6\ 0\ 3]$ $c = [-1\ -1\ 3\ -9\ 2\ -8\ 4\ -4]$

12	$a = [1\ 3\ 5\ -1\ -4\ -5\ 1\ 4]$ $b = [2\ 4\ 7\ 0\ -3\ -4\ 2\ 5]$ $c = [-5\ -1\ 3\ -4\ 2\ -6\ 4\ -1]$	26	$a = [13\ 14\ 10\ 8\ 3\ -2\ -5\ 2]$ $b = [2\ 4\ 3\ 2\ 1\ 0\ -1\ 1]$ $c = [-12\ 0\ -13\ -17\ -5\ 2\ 5\ 6]$
13	$a = [7\ 3\ 2\ -2\ -2\ -4\ 1\ 5]$ $b = [8\ 6\ 4\ 0\ -5\ -6\ 0\ 3]$ $c = [2\ -1\ 3\ -9\ -2\ -8\ 4\ -1]$	27	$a = [7\ 2\ 9\ -1\ -4\ -7\ 1\ 2]$ $b = [6\ 3\ 5\ 0\ -2\ -3\ 5\ 4]$ $c = [-7\ -1\ -3\ 1\ 2\ 5\ -1\ -1]$
14	$a = [6\ 2\ 8\ -2\ -4\ -4\ 1\ 3]$ $b = [3\ 6\ 7\ 0\ -5\ -4\ 2\ 5]$ $c = [-1\ -1\ 3\ -9\ 2\ -8\ 4\ -1]$	28	$a = [3\ 4\ 6\ -1\ -5\ -2\ 3\ 7]$ $b = [1\ 6\ 8\ -2\ -6\ -4\ 2\ 6]$ $c = [-6\ -1\ 3\ -8\ 2\ -8\ 2\ -5]$

2) Выведите в терминале полученные значения в виде таблицы:

Корреляция между a , b и c :

\backslash | a | b | c

a | - | 11 | 23

b | 11 | - | 4

c | 23 | 4 | -

Нормализованная корреляция между a , b и c :

\backslash | a | b | c

a | - | 11 | 23

b | 11 | - | 4

c | 23 | 4 | -

3) Используя Matlab определите корреляцию и нормализованную корреляцию между сигналом $s1(t)$ и сигналами a и b .

$$s1(t) = \cos(2\pi f_1 t)$$

$$s2(t) = \cos(2\pi f_2 t)$$

$$s3(t) = \cos(2\pi f_3 t)$$

где f_1 = ваш порядковый номер в журнале;

f_2 = ваш порядковый номер в журнале + 4;

f_3 = ваш порядковый номер в журнале * 2 + 1.

Сигналы a и b заданы согласно вариантам в таблице 3.

Табл. 3. Варианты заданий.

№ варианта	Непрерывная периодическая функция	№ варианта	Непрерывная периодическая функция
1	$a(t) = 2s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + s2(t)$	15	$a(t) = 3s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + 1/4 * s2(t)$
2	$a(t) = 3s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + s3(t)$	16	$a(t) = 4s1(t) + 2s2(t) + 2s3(t)$ $b(t) = 2s1(t) + s2(t)$
3	$a(t) = 2s1(t) + 3s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s2(t) + s3(t)$	17	$a(t) = 4s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = 3s1(t) + s3(t)$
4	$a(t) = 3s1(t) + 3s2(t) + s3(t)$	18	$a(t) = 2s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$

	$b(t) = s1(t) + 1/2 * s2(t)$		$b(t) = 1/2 * s1(t) + 1/3 * s3(t)$
5	$a(t) = s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = 1/2s1(t) + s2(t)$	19	$a(t) = 5s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = 2s1(t) + s2(t)$
6	$a(t) = 4s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + 1$	20	$a(t) = 2s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + 1/3 * s2(t)$
7	$a(t) = 5s1(t) + 2s2(t) + 2s3(t)$ $b(t) = 2s1(t) + 3s2(t)$	21	$a(t) = s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + 2s3(t)$
8	$a(t) = 2s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + s2(t)$	22	$a(t) = 2s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + s2(t)$
9	$a(t) = 4s1(t) + 3s2(t) + 2s3(t)$ $b(t) = 2s1(t) + s2(t)$	23	$a(t) = 3s1(t) + 2s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + s3(t)$
10	$a(t) = 5s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = 3s1(t) + s3(t)$	24	$a(t) = 2s1(t) + 3s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s2(t) + s3(t)$
11	$a(t) = 2s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + s2(t) + s3(t)$	25	$a(t) = 3s1(t) + s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + 1/5 * s2(t)$
12	$a(t) = 4s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = 2s1(t) + s2(t) + 2s3(t)$	26	$a(t) = s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = 1/3s1(t) + 1/3 * s2(t)$
13	$a(t) = 5s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + 1/3 * s2(t)$	27	$a(t) = 4s1(t) + 5s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + 1$
14	$a(t) = s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + 2s3(t)$	28	$a(t) = 3s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + 1$

4) Для того чтобы задать время в Matlab можно воспользоваться выражением:

```
1 time = [0:100-1]/100;
```

5) Пример реализации цикла в Matlab:

```
1 for n = 1:N
2     mult = a(n)*b(n)
3 end
4
5 % Или альтернативная реализация цикла
6 % внутри которого сумма произведений:
7
8 corr = sum(a.*b)
```

6) Возьмите два массива значений и выведите их на графиках друг под другом

```
a = [0.3 0.2 -0.1 4.2 -2 1.5 0];
b = [0.3 4 -2.2 1.6 0.1 0.1 0.2];
```

Определите значение функции взаимной корреляции.

7) Сдвигайте последовательность b поэлементно вправо и на каждом шаге сдвига вычисляйте значение взаимной корреляции между a и сдвинутой последовательностью b. Постройте зависимость взаимной корреляции последовательностей от величины циклического сдвига. Определите значение сдвига, при котором достигается максимальная корреляция. Нарисуйте графики a и b, сдвинутой на величину, где зафиксирована максимальная корреляция. Сформулируйте выводы.

8) Составьте отчет. Отчет должен содержать титульный лист, содержание, цель и задачи работы, теоретические сведения, исходные данные, этапы выполнения работы, сопровождаемые скриншотами и

Рисунок 3 — Задание к лабораторной работе

графиками, демонстрирующими успешность выполнения, и промежуточными выводами, результирующими таблицами, ответы на контрольные вопросы, и заключение и **ссылка в виде QR-кода на репозиторий с кодом (git)**.

4. Контрольные вопросы

- 1) Какие виды корреляции существуют?
- 2) Что значит положительная корреляция сигналов?
- 3) Что такое корреляционный прием сигналов?
- 4) Как вычисление корреляционных функций помогает синхронизироваться приемнику и передатчику в сетях мобильной связи?

Рисунок 4 — Задание к лабораторной работе

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Что такое корреляция?

Корреляция – это статистическая зависимость случайных величин. Корреляционная взаимосвязь позволяет обнаруживать сигналы синхронизации для того, чтобы корректно разбивать ось времени на интервалы, предусматриваемые стандартами связи (например, слоты, кадры и пр.).

Анализ значений корреляции

Корреляция бывает положительная, когда два процесса зависят друг от друга, то есть увеличение одной величины вызывает пропорциональный рост другой и наоборот. Отрицательная корреляция свидетельствует об обратной взаимосвязи процессов.

Если корреляция нулевая, то взаимосвязи между величинами нет.

Как вычисляется корреляция?

Корреляцию дискретных величин можно вычислить следующим образом:

$$Corr_{x,y} = \sum_{n=0}^{N-1} x_n * b_n$$

С точки зрения программирования это означает следующее: у нас есть 2 массива с отсчетами, мы в цикле должны итерироваться по массивам и суммировать произведение отсчетов, находящихся на одной позиции, в какую-нибудь переменную-счетчик. Если 2 числа имеют одинаковый знак, то произведение будет положительным и сумма будет двигаться в сторону положительных чисел. Если знаки разные - то в отрицательную сторону.

Нормированная корреляция

У формулы выше есть существенный минус: масштаб влияет на значение корреляции. Это хорошо иллюстрирует картинка ниже

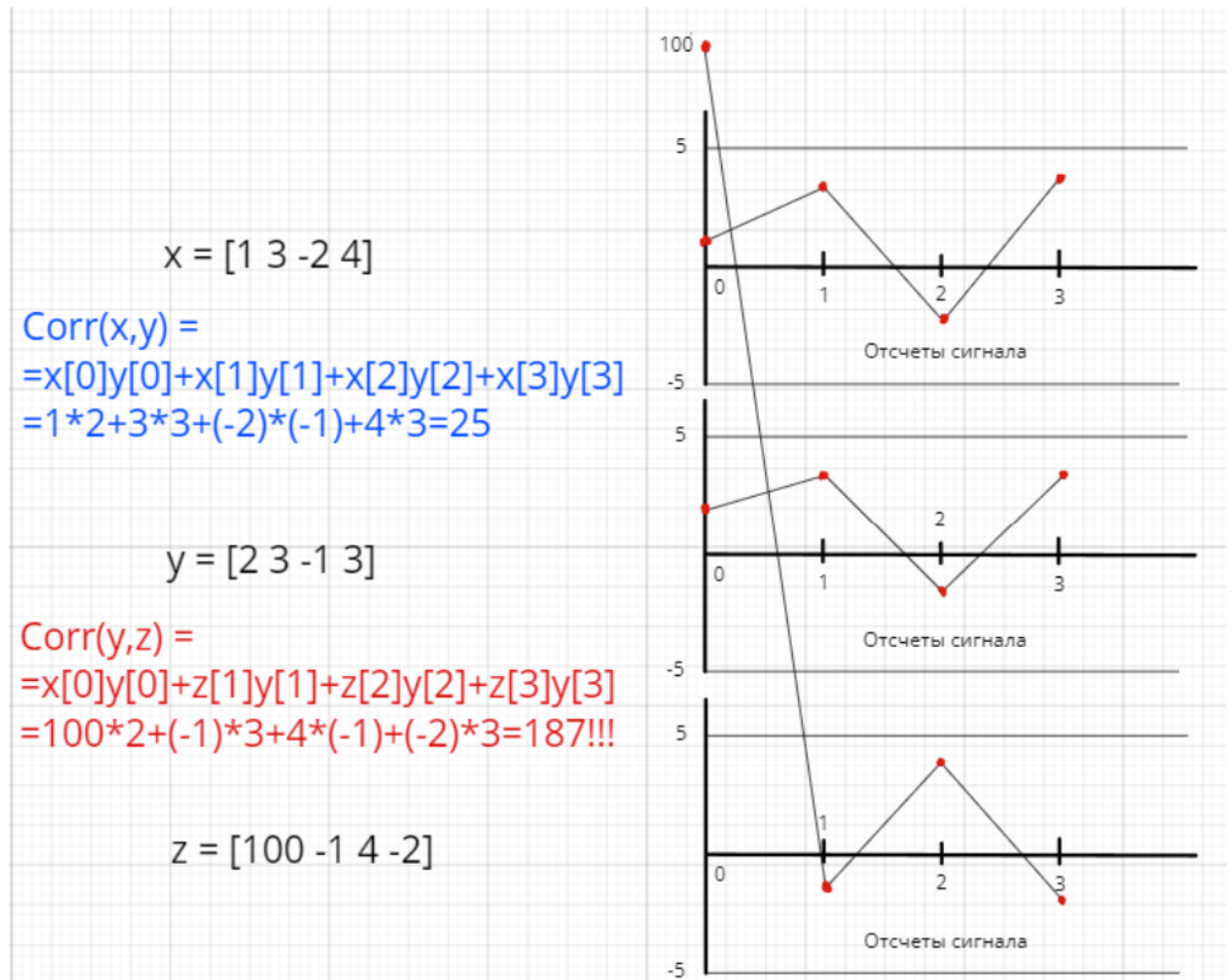


Рисунок 5 — Проблема ненормированной корреляции

Последовательность x явно больше похожа на y , чем на z , но формула утверждает обратное. Причина этого - резкий скачок значения в Последовательности z . Нормированная корреляция позволяет избежать таких ошибок.

РАСЧЕТ РАДИОПОКРЫТИЯ

Расчет корреляции на C++

Заданные отсчеты

```
std::vector<int> a = { 1, 2, 5, -2, -4, -2, 1, 4 };  
std::vector<int> b = { 3, 6, 7, 0, -5, -4, 2, 5 };  
std::vector<int> c = { -1, 0, -3, -9, 2, -2, 5, 1 };
```

Ненормированная корреляция

```
double corr(std::vector<int>& a, std::vector<int>& b){  
  
    if(a.size() != b.size()){  
        printf("Vectors must be the same size\n");  
        return 0;  
    }  
  
    double result = 0;  
  
    for(int i = 0; i < a.size(); ++i){  
        result += a[i] * b[i];  
    }  
  
    return result;  
}
```

Сначала проверяем, что наши векторы одного размера, потому что в ином случае вычислить корреляцию не удастся. Далее создаем переменную-счетчик `result` и в цикле итерируемся по векторам и суммируем произведение их элементов.

Нормированная корреляция

```
double norm_corr(std::vector<int>& a, std::vector<int>& b){
```

```

double unnormal_cor = corr(a, b);

double norm_coeff_a = 0;
double norm_coeff_b = 0;

for(int i = 0; i < a.size(); ++i){
    norm_coeff_a += std::pow(a[i], 2);
    norm_coeff_b += std::pow(b[i], 2);
}

return unnormal_cor / std::sqrt(norm_coeff_a * norm_coeff_b);
}

```

Сначала вычисляем ненормированную корреляцию с помощью функции из прошлого шага. После этого считаем нормирующий коэффициент и возвращаем `unnormal_cor / std::sqrt(norm_coeff_a * norm_coeff_b)`.

Результат работы программы

===== Unnormalized correlation =====			
	a	b	c
a	71	100	7
b	100	164	-11
c	7	-11	125

===== Normalized correlation =====			
	a	b	c
a	1.00	0.93	0.07
b	0.93	1.00	-0.08
c	0.07	-0.08	1.00

Рисунок 6 — Результат работы программы

Можем видеть, что нормированная корреляция изменяется в пределах $[-1; 1]$, что очень удобно при анализе.

Расчет корреляции на MATLAB

Ненормированная корреляция

```
function corr = unnorm_corr(a, b)

    if length(a) ~= length(b)
        disp("Vectors must be same size");
    end

    corr = sum(a .* b);

end
```

Нормированная корреляция

```
%define cor function
function corr = norm_corr(a, b)

    if length(a) ~= length(b)
        disp("Vectors must be same size");
    end

    norm_coef = sqrt(sum(a.^2)) .* sqrt(sum(b.^2));
    corr_vals = unnorm_corr(a, b);

    corr = corr_vals / norm_coef;

end
```

Код аналогичен коду на C++. Здесь операции \wedge , \cdot - поэлементные операции, а не матричные.

Формирование сигналов и вычисление корреляции между ними

```

num_in_journal = 6;

%define freqs
f1 = num_in_journal;
f2 = num_in_journal + 4;
f3 = num_in_journal *2 + 1;

%define signal components
s1 = @(t) cos(2 * pi * f1 * t);
s2 = @(t) cos(2 * pi * f2 * t);
s3 = @(t) cos(2 * pi * f3 * t);

%define signal
a = @(t) 4 * s1(t) + 4 * s2(t) + s3(t);
b = @(t) s1(t) + 1;

%define time
time = 0:0.001:10;

%compute functions values
a_y = a(time);
b_y = b(time);

fprintf("Unnormalized corr: \t %f\n", unnorm_corr(a_y, b_y));
fprintf("Normolized corr: \t %f\n", norm_corr(a_y, b_y));

```

Зададим частоты компонент, входящих в сигнал, а потом и сами компоненты. Скомбинируем компоненты и получим 2 разных сигнала а и b. Зададим timeline и вычислим значение сигнала в каждый момент времени (получим семплы сигнала). С помощью функций, описанных выше, вычислим нормированную и ненормированную корреляцию сигналов.

Результат работы программы: Unnormalized corr:20018.000000, Normolized corr: 0.402225.

Пример поиска синхропоследовательности устройством

```

seq1 = [0.3, 0.2, -0.1, 4.2, -2, 1.5, 0];
seq2 = [0.3, 4, -2.2, 1.6, 0.1, 0.1, 0.2];

```

```

t = 0 : 1 : 7 - 1;

figure;
subplot(2, 1, 1);
plot(t, seq1);
subplot(2, 1, 2);
plot(t, seq2);

fprintf("Unnormalized corr: \t %f\n", unnorm_corr(seq1, seq2));
fprintf("Normolized corr: \t %f\n", norm_corr(seq1, seq2));

```

Задано все последовательности seq1, seq2. Визуализируем их и найдем корреляцию:

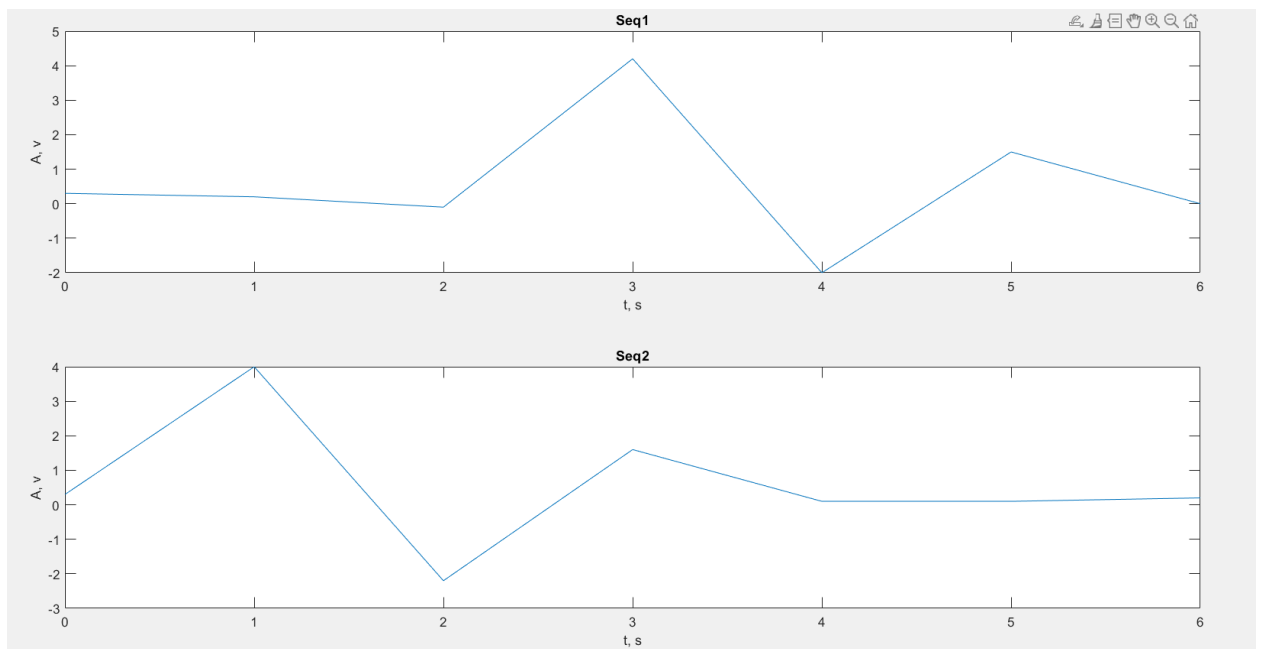


Рисунок 7 — Визуализация сигналов

Результат вычисления корреляции: Unnormalized corr: 7.780000, Normolized corr: 0.327045.

Теперь представим, что seq1 - синхропоследовательность, которая описана в стандарте и которую ожидает устройство, а seq2 - сигнал, который принимает устройство. Зафиксируем seq1 в одном положении, а seq2 начнем поэлементно сдвигать вправо. На каждом сдвиге будем вычислять корреляцию между величинами:

```

N = length(f1);

```

```

corr_vals = zeros(N, 1);

for k = 1:N
    f2_shift = circshift(f2, k);
    corr_vals(k) = norm_corr(f1, f2_shift);
end

figure;
plot(1:N, corr_vals);
xlabel(' ');
ylabel(' ');
title(' seq1 seq2 ');
grid on;

```

Результат:

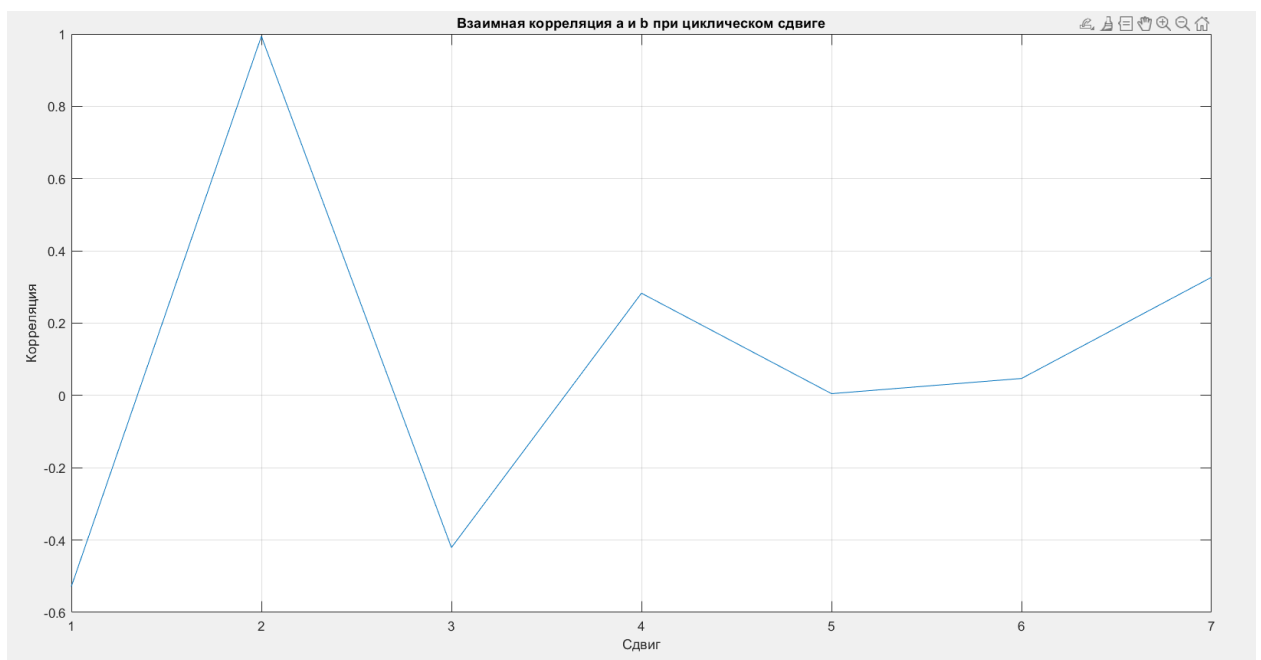


Рисунок 8 — Визуализация корреляционной функции

Видим, что при втором сдвиге образовался пик со значением 1. Это значит, что при сдвиге равном двум сигналы на 100% совпали, т.е. из радиоканала прилетела синхропоследовательность. Если посмотреть на предыдущие графики, то можно заметить, что если сдвинуть нижний график на 2 секунды вправо, то получим сигнал, идентичный верхнему сигналу (ожидаемой синхропоследовательности). Именно такой механизм используется в мобильных

телефонах при синхронизации с базовой станцией. Теперь телефон может начать получать broadcast информацию от базовой станции и проходить процедуру Random Access.

Контрольные вопросы

1. Какие виды корреляции существуют?
2. Что значит положительная корреляция сигналов?
3. Что такое корреляционный прием сигналов?
4. Как вычисление корреляционных функций помогает синхронизироваться приемнику и передатчику в сетях мобильной связи?

1. Корреляция может быть нормированной и ненормированной. Если корреляция вычисляется между значениями одного процесса (допустим, мы хотим узнать, зависит ли следующее значение от предыдущих), то такая корреляция называется автокорреляцией. Если корреляция вычисляется между разными процессами (как в нашем случае), то такая корреляция называется кросскорреляцией или взаимной.

2. Положительная корреляция сигналов означает, что два процесса зависят друг от друга и при росте первого процесса второй процесс возрастет пропорционально.

3. Корреляционный прием сигналов - метод обнаружения синхропоследовательностей в сигнале на фоне шумов и других сигналов.

4. Корреляционная функция позволяет узнать, похож ли принимаемый сигнал на синхропоследовательность.

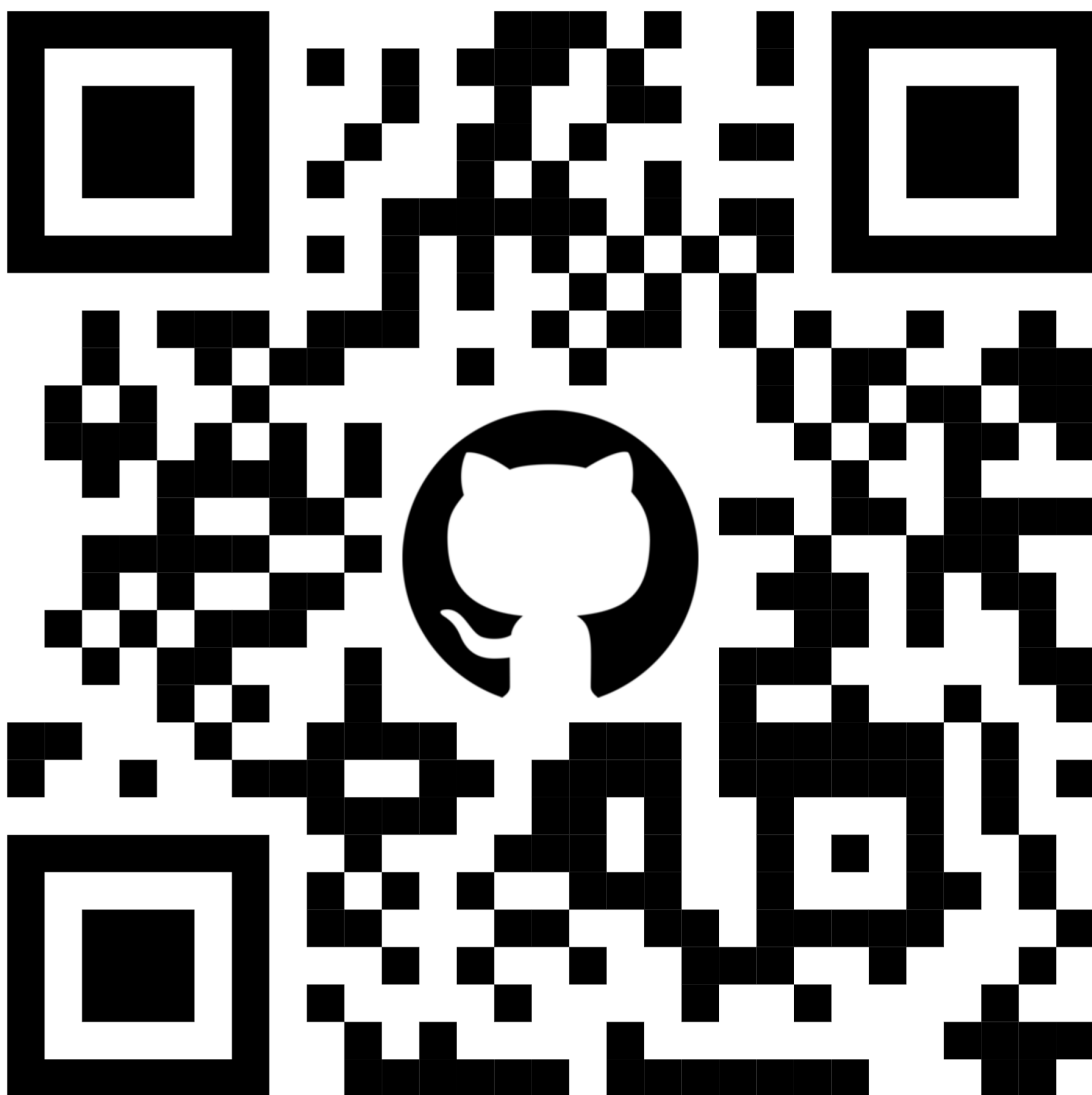


Рисунок 9 — Ссылка на github

ВЫВОД

В ходе работы я изучил такой математический инструмент как корреляция и применил ее свойства на практике.