

МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ, СВЯЗИ И МАССОВЫХ  
КОММУНИКАЦИЙ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Сибирский государственный университет телекоммуникаций и  
информатики»

Кафедра телекоммуникационных систем и вычислительных средств  
(ТС и ВС)

Отчет по лабораторной работе №8  
по дисциплине  
*Математические основы обработки сигналов*

по теме:  
ДИСКРЕТИЗАЦИЯ АНАЛОГОВЫХ СИГНАЛОВ

Студент:  
*Группа ИА-331*

*Я.А Гмыря*

Предподаватель:  
*Преподаватель*

*А.А Калачиков*

Новосибирск 2025 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

1	ТЕОРИЯ.....	4
2	ВЫВОД .....	10

## **ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ**

### **Цель:**

Познакомиться с понятием и процессом дискретизации аналоговых сигналов.

# ТЕОРИЯ

## Введение

На предыдущих занятиях мы говорили только об аналоговых сигналах. От них никуда не деться и в радиоканале сигнал распространяется именно как аналоговый сигнал, но современная техника не может хранить аналоговые величины из-за технических особенностей, поэтому осуществляется переход от аналогового сигнала к дискретному. С этого занятия начнем изучение именно дискретных сигналов.

## АЦП и ЦАП

Дискретизация (Аналогово-цифровое преобразование) - процесс получения значений непрерывного сигнала в дискретные моменты времени.

АЦП (ADC) - электронное устройство, которое преобразует непрерывный аналоговый сигнал в набор дискретных отсчетов (samples). Помимо дискретизации АЦП выполняет еще одну важную функцию: квантование. Квантование - сопоставление значению сигнала набора бит. Сами семплы по большому счету это до сих пор аналоговый сигнал, т.е у нас имеется только набор значений сигнала в дискретные моменты времени, но это еще не нули и единицы.

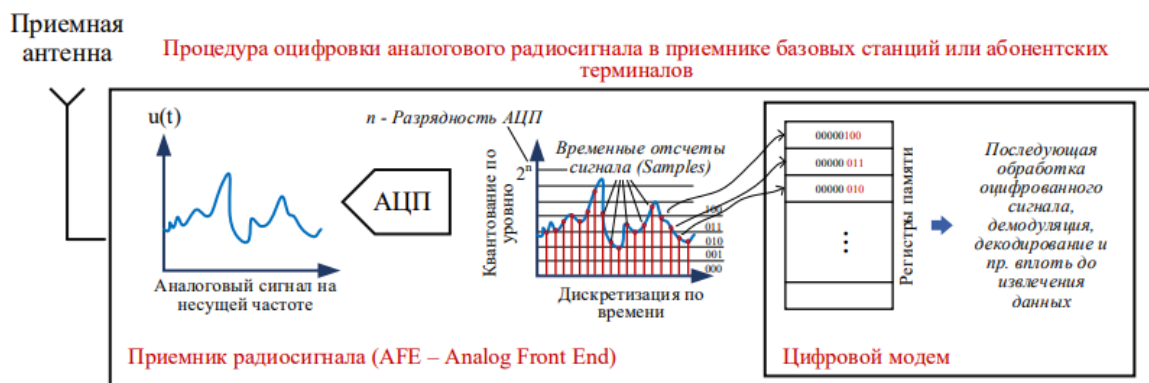


Рис. 2. Аналого-цифровое преобразование радиосигнала.

Рисунок 1 — Пример дискретизации сигнала

Расстояние между отсчетами во времени - интервал дискретизации  $T_s$ .  
Число отсчетов произведенных за 1 секунду - частота дискретизации  $f_s = \frac{1}{T_s}$ .

Отсчет в момент времени  $n$  равен:

$$S[n] = S(nT_s)$$

Процесс, обратный дискретизации - восстановление непрерывного сигнала по отсчетам (ЦАП - Цифро-аналоговое преобразование (DAC)).

### **Теорема Котельникова**

Важно верно выбрать  $f_s$ . При слишком большой  $f_s$  получим избыток отсчетов, которые будут нагружать систему, а результат не станет сильно лучше. При малой  $f_s$  происходит потеря информации о сигнале.

Правила выбора  $f_s$  описываются теоремой Котельникова (теорема семплов, теорема Найквиста, теорема Шеннона).

Для точного и полного описания непрерывного сигнала его дискретными отсчетами  $f_s$  выбирается так:

$$f_s \geq 2f_{max}$$

Здесь  $f_{max}$  - частота максимальной компоненты в спектре сигнала.

При выполнении условия выше можно точно восстановить непрерывный сигнал из отсчетов.

### **Явление подмены**

Следствие неправильного выбора  $f_s$  (aliasing), при котором отсчеты описывают не исходный сигнал, а какой-то другой, при этом оба эти сигнала становятся неразличимы.

## Частота Найквиста

Наибольшая частота аналогового сигнала, которую можно корректно восстановить из его дискретных отсчётов.

$$F_N = \frac{f_s}{2}$$

## Идеальный дискретизатор. Спектр дискретных отсчетов сигнала

Идеальный дискретизатор можно описать как перемножитель сигналов:

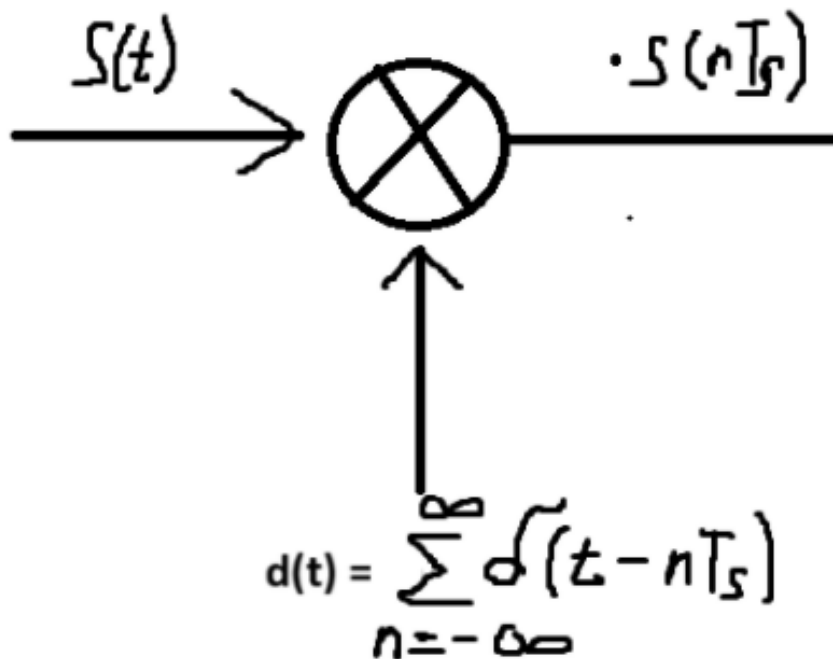


Рисунок 2 — Схема идеального дискретизатора

Здесь  $S(t)$  - непрерывный сигнал,  $d(t)$  - набор поочередно включающихся импульсов (дельта функций) со сдвигом  $nT_s$ . Путем такого перемножения мы можем получить значение сигнала в момент  $nT_s$ .

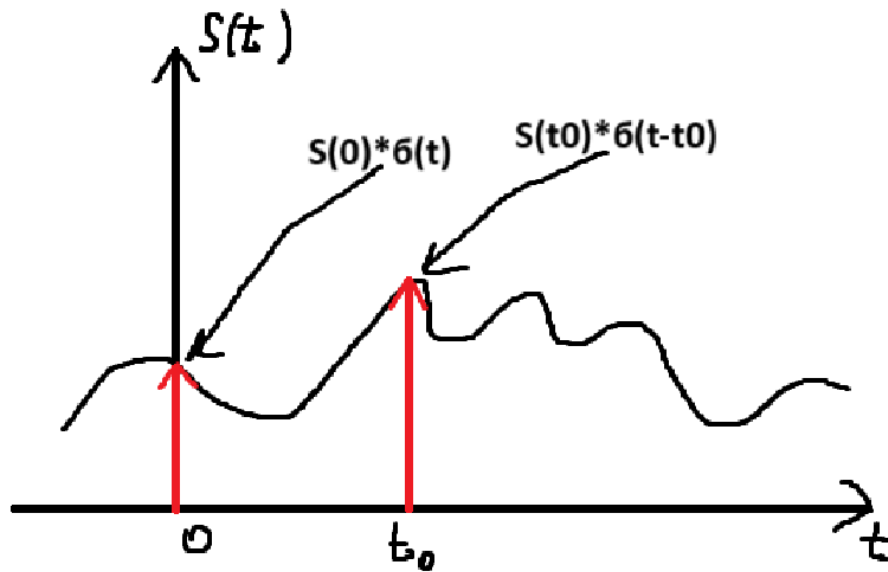


Рисунок 3 — Пример работы дискретизатора

$$S_d(t) = S(t) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S(t) \delta(t - nT_s) = \boxed{\sum_{n=-\infty}^{\infty} S(nT_s) \delta(t - nT_s)}$$

Получили формулу дискретной свертки.

По свойству ПФ перемножение двух сигналов во времени соответствует свертке их спектров:

$$S_d(f) = S(f) * FT\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s)\right] = S(f) * \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(f - kf_s) =$$

$$\frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} S(f - kf_s)$$

Здесь  $S(f)$  - спектр  $S(t)$ .

Спектр дискретных отсчетов - сумма повторений исходного спектра с периодом равным  $f_s$ :

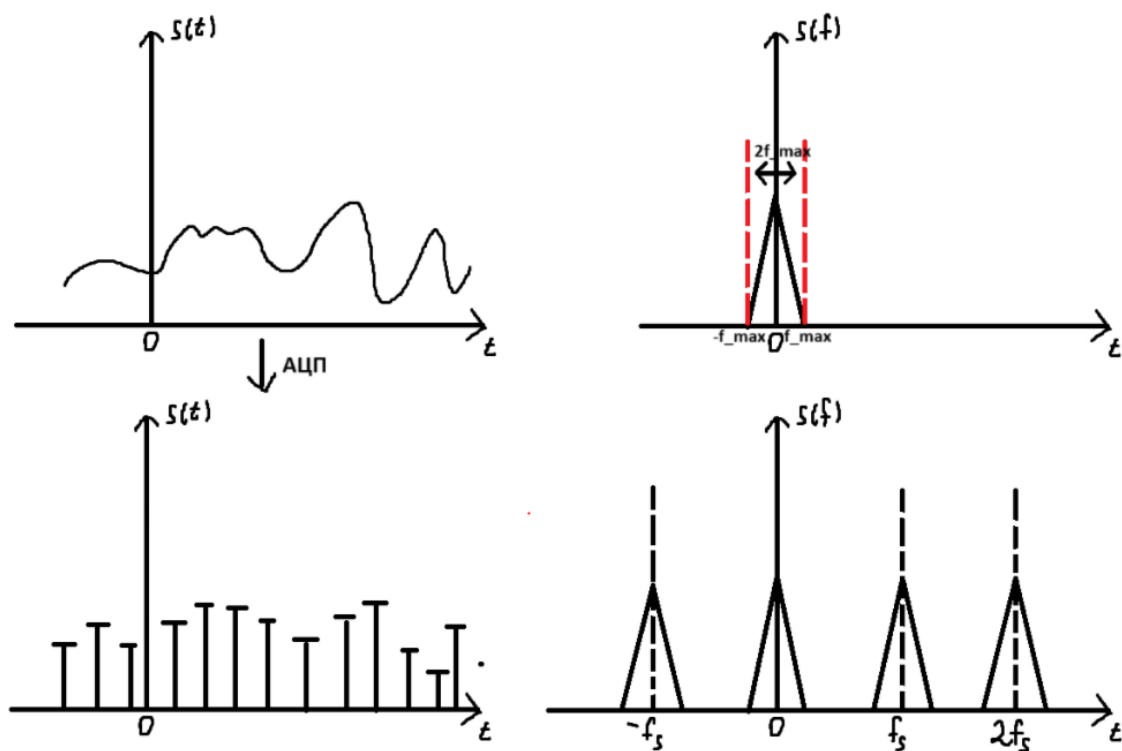


Рисунок 4 — Спектр дискретного сигнала

Предположим, что  $f_s < 2f_{\max}$ , тогда расстояние между повторениями исходного спектра будет слишком маленьким и они будут накладываться друг на друга:

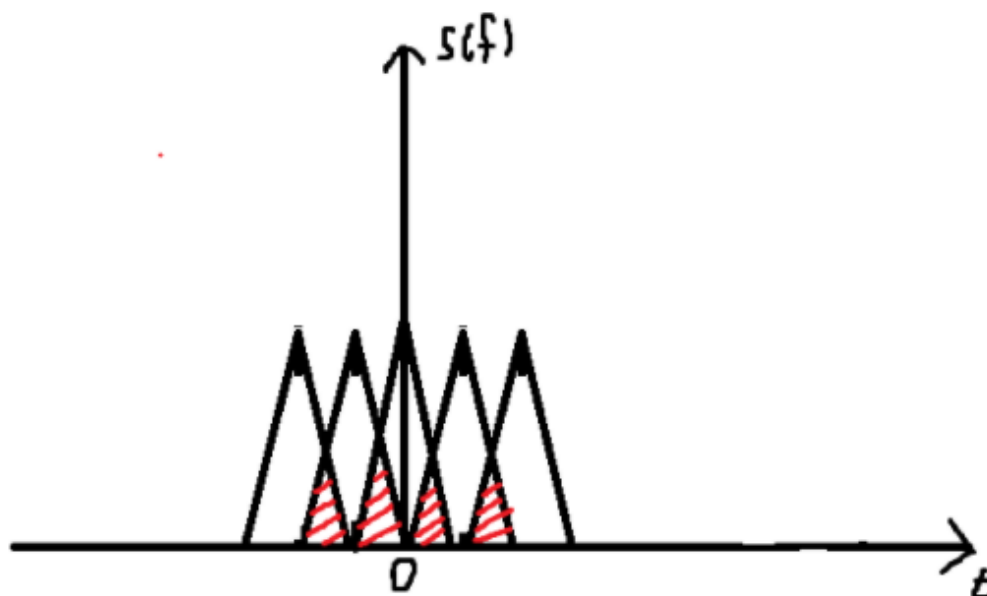


Рисунок 5 — Иллюстрация теоремы Котельникова



В итоге семплы будут описывать какой-то другой сигнал, а не исходный.

## **ВЫВОД**

В ходе работы я познакомился с тем, что такое дискретизация аналогового сигнала, а также с тем, как этот процесс реализуется.