

МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ, СВЯЗИ И МАССОВЫХ
КОММУНИКАЦИЙ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Сибирский государственный университет телекоммуникаций и
информатики»

Кафедра телекоммуникационных систем и вычислительных средств
(ТС и ВС)

Отчет по лабораторной работе №8
по дисциплине
Математические основы обработки сигналов

по теме:
ИДЕАЛЬНОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ НЕПРЕРЫВНОГО СИГНАЛА ПО
ЕГО ОТСЧЕТАМ

Студент:
Группа ИА-331 **Я.А Гмыря**

Предподаватель:
Преподаватель **A.A Калачиков**

Новосибирск 2025 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1 ТЕОРИЯ.....	4
2 ПРАКТИКА	7
3 ВЫВОД	12

ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ

Цель:

Познакомиться со способом восстановления сигнала по его отсчетам.

ТЕОРИЯ

Введение

На прошлом занятии мы рассматривали процесс дискретизации сигнала с помощью АЦП. На этом занятии рассмотрим обратный процесс, который восстанавливает исходный сигнал по отсчетам.

Идеальное восстановление сигнала по отсчетам

Восстановление сигнала по дискретным отсчетам - процесс получения непрерывного $S(t)$ по его дискретным отсчетам $S(nT_s)$. При правильно выбранной f_s (т.Котельникова) повторение спектра не накладывается в частотной области, поэтому исходный сигнал можно получить с помощью ФНЧ:

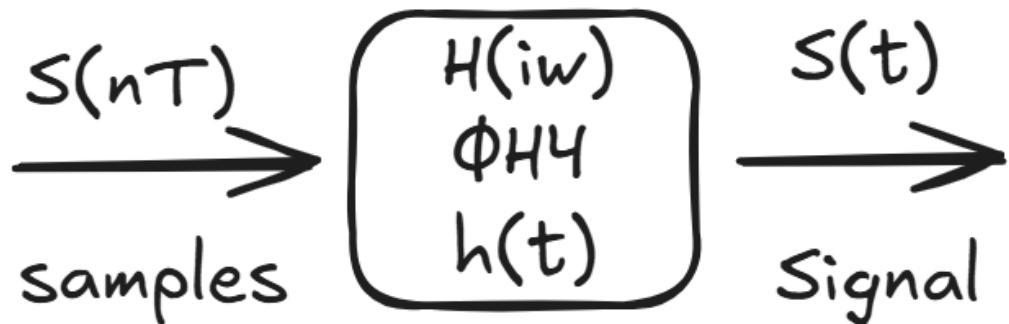


Рисунок 1 — Восстановления сигнала с помощью ФНЧ

Спектр дискретных отсчетов сигнала в частотной области выглядит как множество копий исходного непрерывного сигнала. ФНЧ позволяет из всех этих копий выделить только один оригинальный спектр:

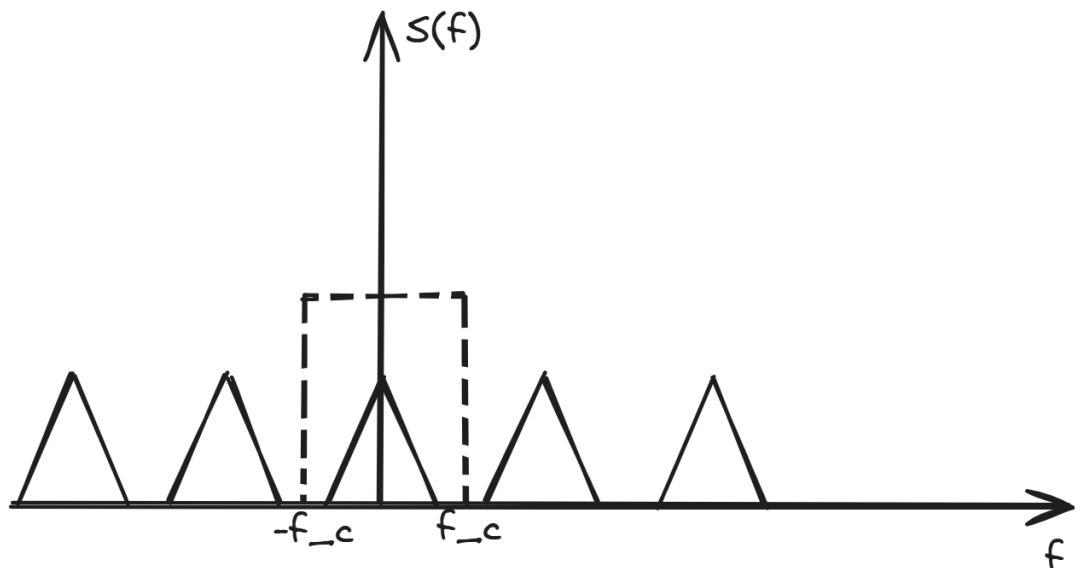


Рисунок 2 — Работа ФНЧ

Здесь f_c - частота среза. Все компоненты большие f_c или меньшие $-f_c$ будут подавляться. f_c может принимать значения от f_{max} до $f_s - f_{max}$, но чаще всего берут значение $f_c = \frac{f_s}{2}$. Если сигнал дискретизировался с соблюдением теоремы Котельникова, то $\frac{f_s}{2}$ - частота, которая как раз позволяет "захватить" оригинальный спектр.

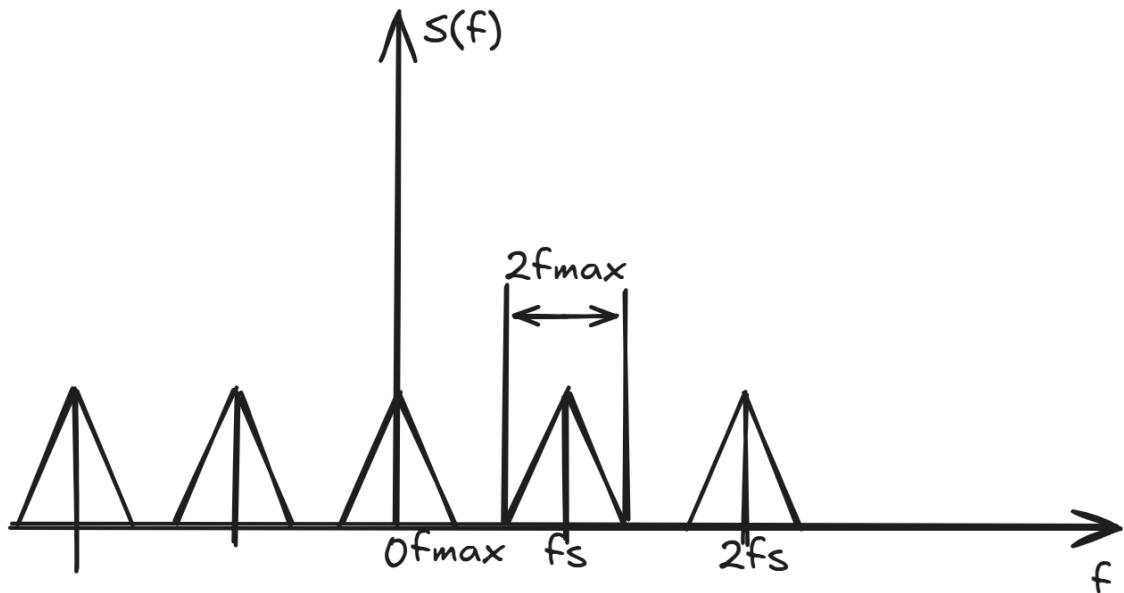


Рисунок 3 — Спектр отсчетов сигнала

Если сделать обратное преобразование над $H(i\omega)$, то получим импульсную характеристику

$$h_{LP}(t) = \text{sinc}(\pi f_s t)$$

Отсюда

$$\begin{aligned} S(t) &= \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} S(n) \delta(t - nT_s) \right] * h(t) = \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} S(n) h(t - nT_s) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} S(n) \text{sinc}(\pi f_s(t - nT_s)) \end{aligned}$$

Здесь $\text{sinc}(\pi f_s(t - nT_s))$ - ряд Котельникова.

Ряд Котельникова позволяет точно восстановить непрерывный сигнал.

Формула выше делает следующее:

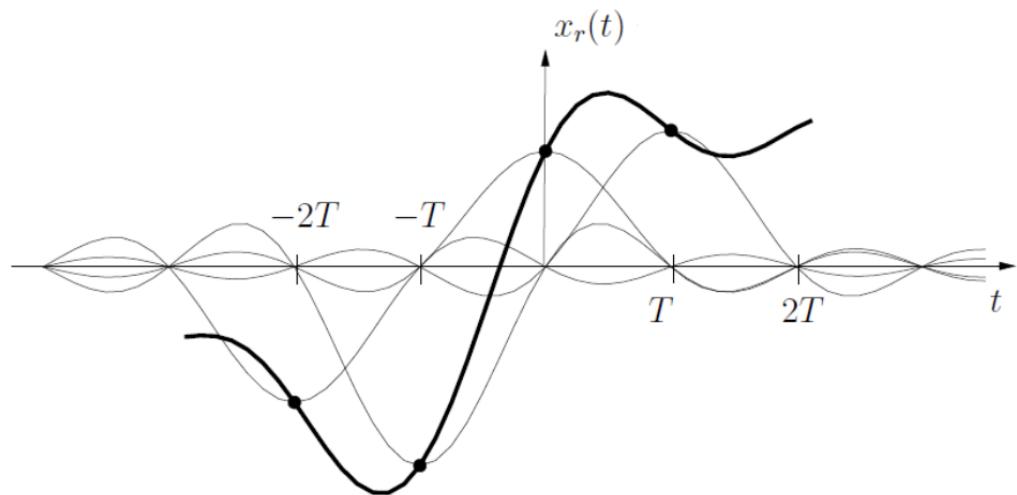


Рисунок 4 — Восстановление сигнала

На каждом отсчете в частотной области будет рисоваться график типа $\text{sinc}(x)$. Таких графиков будет много и все они будут накладываться друг на друга. Сумма этих наложений и даст исходный сигнал.

ПРАКТИКА

Задание 1: расчет ИХ

Расчитаем импульсную характеристику идеального ФНЧ по формуле $H_0 2 f_c \text{sinc}(w_c(t - t_0))$. Будем придавать f_c следующие значения: 100, 200, 400 Гц.

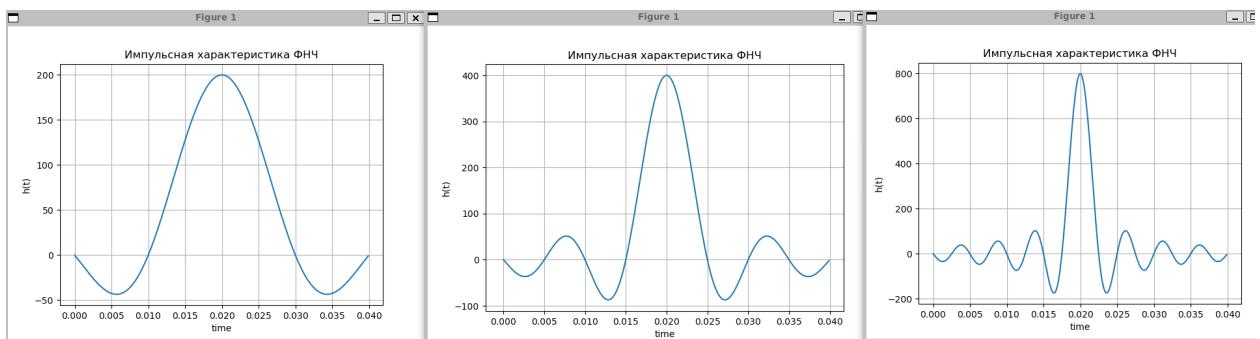


Рисунок 5 — Импульсная характеристика идеального ФНЧ

Графики расположены в порядке возрастания частоты среза. Можем заметить, что длина импульсной характеристики (расстояние до первого нуля) обратно пропорционально зависит от частоты среза f_c . Чем больше частота среза, тем меньше длина импульсной характеристики.

Задание 2: Вычисление частотной характеристики ФНЧ

Численно выполним ППФ над импульсной характеристикой и получим $H(i\omega)$. Вычислим АЧХ ФНЧ как $\text{abs}(H(i\omega))$ и ФЧХ, как $\phi(\omega) = -\omega * t_0$

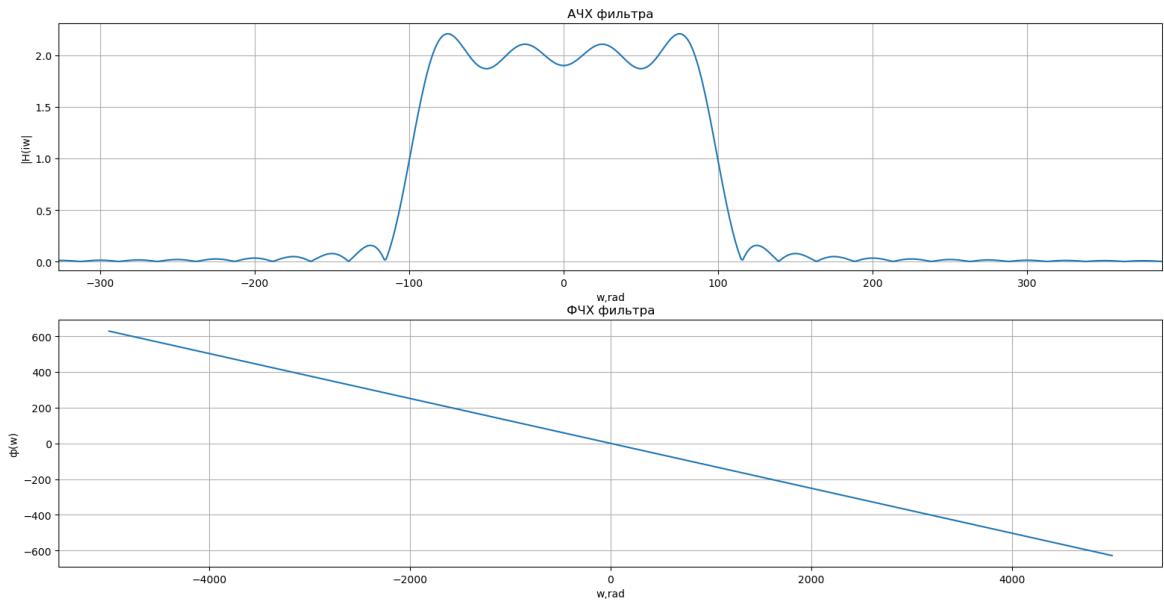


Рисунок 6 — АЧХ и ФЧХ ФНЧ

По графику АЧХ видно, что частота среза составляет примерно 115Гц. Из графика ФЧХ видно, что угол наклона равен $-t_0$.

**Задание 3: Дискретизация и восстановление сигналов по отсчетам.
Явление подмены сигнала при восстановлении**

Изобразим сигнал $s(t) = \cos(2\pi ft)$ при $f = 2\text{Гц}$, $t \in [0; 4]$. Далее произведем дискретизацию сигнала с шагом $T_s = 0.4$:

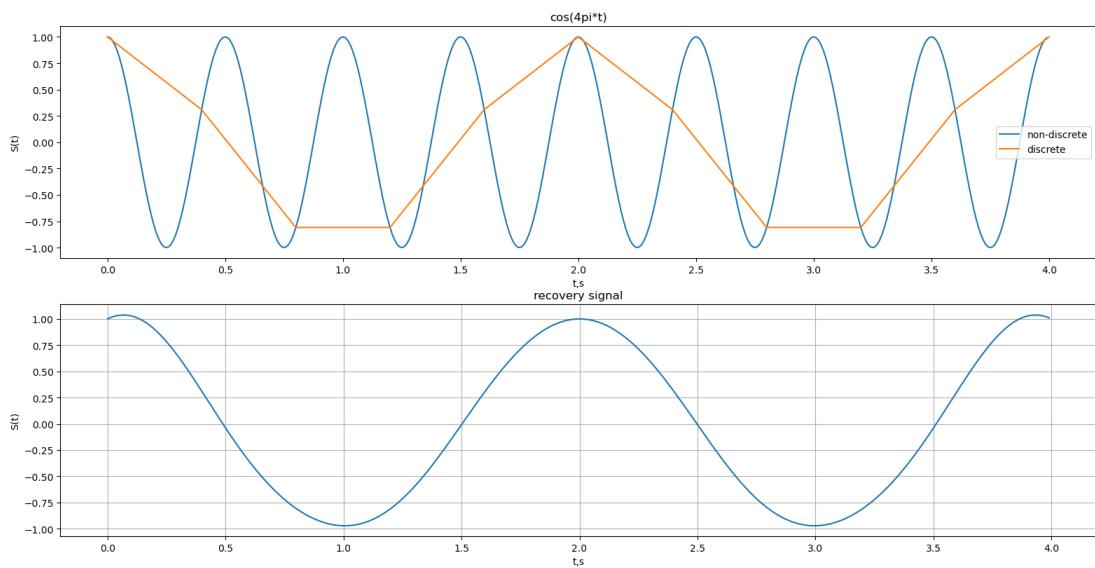


Рисунок 7 — Восстановление сигнала

Частота дискретизации составляет $\frac{1}{0.4} = 2.5$ Гц, что достаточно мало и не удовлетворяет теореме Котельникова. Дискретный сигнал мало похож на исходный сигнал и по этой причине восстановить его не удалось.

Выполним те же действия но при $T_s = 0.2$:

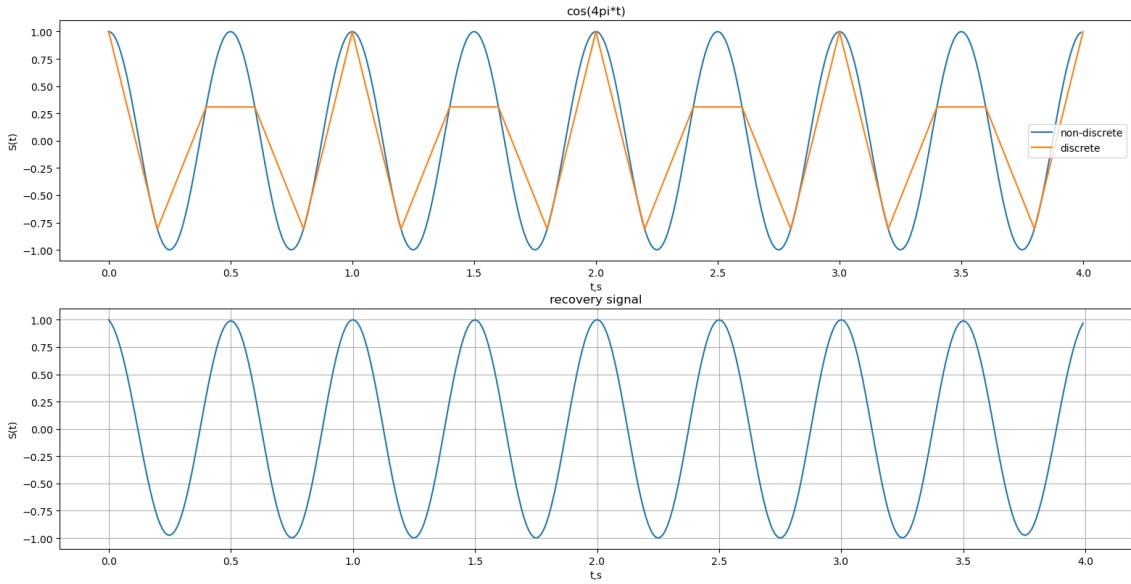


Рисунок 8 — Восстановление сигнала

Теперь частота дискретизации равна 5 Гц, и теорема Котельникова выполняется. График дискретного сигнала уже больше похож на исходный, т.к мы взяли больше отсчетов. Восстановленный сигнал совпадает с оригиналом.

Изобразим на бумаге спектры двух дискретных сигналов: с $T_s = 0.4$ и $T_s = 0.2$:

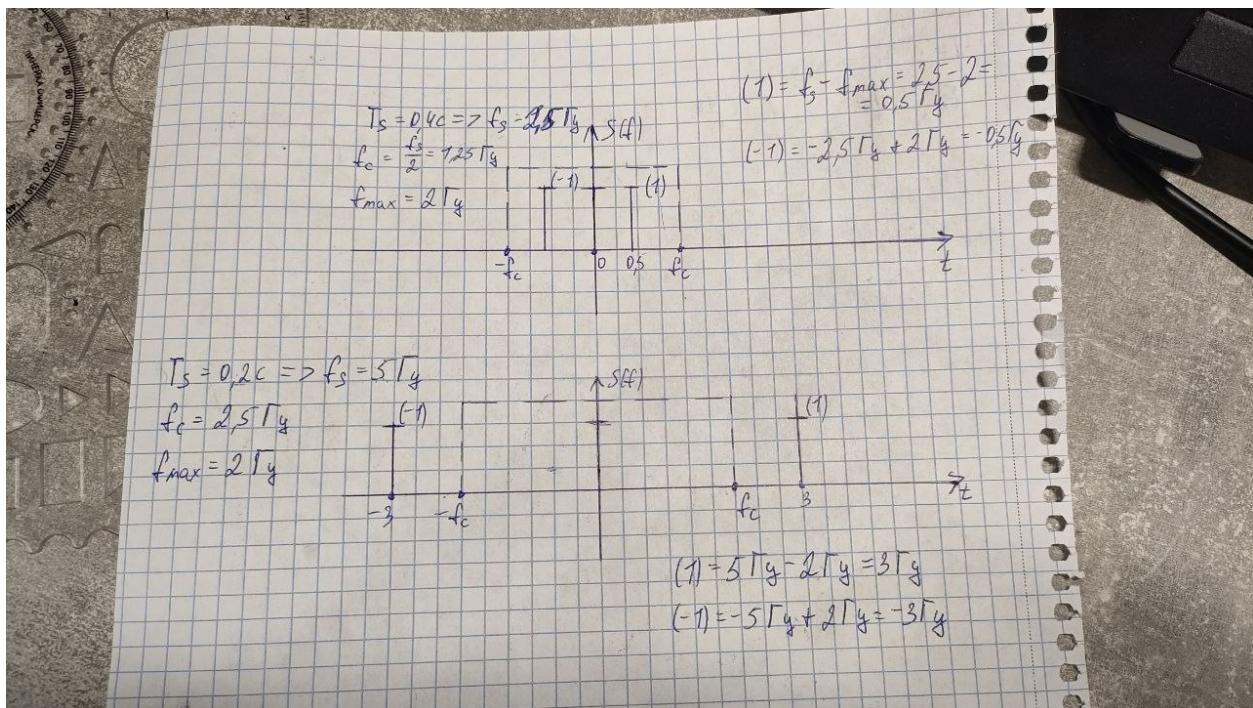


Рисунок 9 — Спектры дискретных сигналов

Можем заметить, что в первом в случае в полосу пропускания фильтра попали посторонние компоненты (должна быть только нулевая). На втором графике после уменьшения T_s вдвое частота дискретизации стала в 2 раза больше и теперь в область пропускания фильтра попадает только одна основная компонента в нуле.

Задание 4: Визуализировать процесс восстановления подробнее

Визуализируем процесс восстановления более подробно: нанесем на график не сумму членов ряда Котельникова, а каждый член ряда.

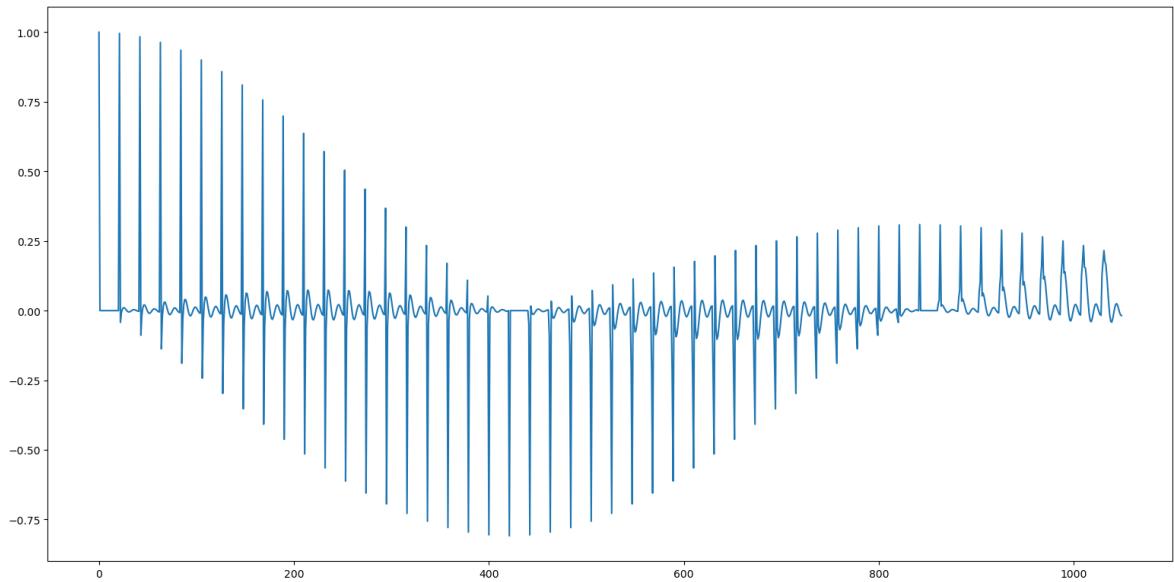


Рисунок 10 — Ряд Котельникова

Получили множество повторяющихся графиков, каждый из которых напоминает идеальную импульсную характеристику ФНЧ.

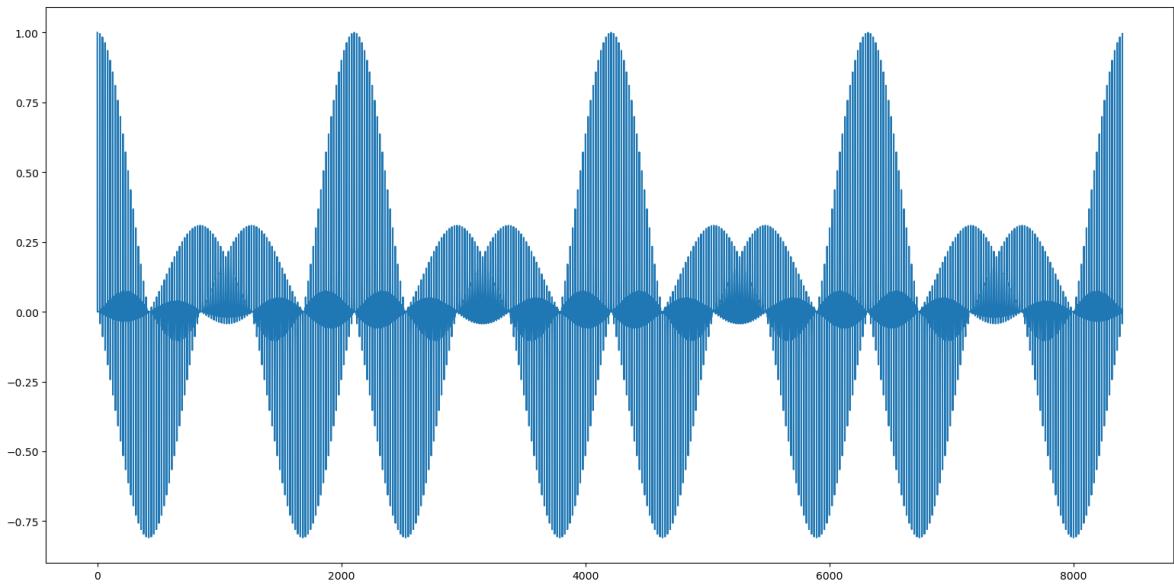


Рисунок 11 — Ряд Котельникова

Вместе графики образуют что-то похожее на огибающую сигнала. Если графики проинтегрировать (просуммировать в нашем случае), то получим график исходного сигнала.

ВЫВОД

В ходе работы я познакомился со способом восстановления непрерывного сигнала по его отчетам и на практике убедился в его правильности.