

МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ, СВЯЗИ И МАССОВЫХ  
КОММУНИКАЦИЙ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Сибирский государственный университет телекоммуникаций и  
информатики»

Кафедра телекоммуникационных систем и вычислительных средств  
(ТС и ВС)

Отчет по лабораторной работе №7  
по дисциплине  
*Теория массового обслуживания*

по теме:  
СИСТЕМА МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ G/G/1. ИССЛЕДОВАНИЕ  
ЗАВИСИМОСТЕЙ ПАРАМЕТРОВ ОТ ТИПА ФУНКЦИЙ  
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ УПРАВЛЯЮЩИХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Студент:  
*Группа ИА-331*

*Я.А Гмыря*

Предподаватель:  
*Преподаватель*

*А.В Андреев*

Новосибирск 2025 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

1	ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ .....	3
2	ТЕОРИЯ.....	5
3	ХОД РАБОТЫ .....	6
4	ВЫВОД .....	13

## **ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ**

### **Цель:**

Моделирование поведения системы массового обслуживания. Сравнение аналитических и статистических оценок стационарных характеристик для различных видов управляющих последовательностей.

## Задание к лабораторной работе

### Задание к лабораторной работе

1. Открыть Matlab – программу, прилагающуюся к данной лабораторной работе – «Система массового обслуживания».
2. Сохранить Matlab – файл в папке «Мои документы\ОТМО\» имя файла задать следующим образом: <Группа>.<Фамилия>.<№ лабораторной работы>.
3. Установить значения входных параметров  $\lambda$  и  $\mu$  такими, чтобы соблюдалось условие стационарности. Посмотреть, как изменятся при этом графики.
4. Передать в программу входные параметры, сформированные в лабораторной работе №6, чтобы получить следующие модели:  
СМО M/M/1.  
СМО M/G/1.  
СМО G/M/1.  
СМО G/G/1.
5. Получить следующие зависимости для четырех типов СМО

44

(смотри выше):

- Число поступивших и обслуженных заявок от времени.
  - Число заявок, пребывающих в СМО от времени.
  - Распределение числа заявок в СМО.
6. Построить зависимости для каждого типа СМО на отдельном графике и подписать каждый график.
  7. Рассчитать следующие статистические характеристики для каждого типа СМО:
    - Коэффициент загрузки.
    - Среднее число заявок в СМО.
    - Среднее время пребывания заявок в очереди СМО.
    - Среднее время пребывания заявок в СМО.Подписать характеристики для каждого типа СМО.
  8. Сравнить полученные результаты, сделать выводы по лабораторной работе.
  9. Оформить отчет.
  10. Сохранить Matlab – файл в папке «Мои документы\ОТМО\».
  11. Сдать и защитить работу.

Рисунок 1 — Задание для лабораторной работы

## ТЕОРИЯ

### Основные сведения

В лабораторной работе рассматривается модель системы массового обслуживания (смотри рисунок 6.1 из лабораторной работы №6). Входными параметрами модели являются последовательности  $\{t_n\}$ ,  $\{\tau_{1n}\}$ ,  $\{v_n\}$ ,  $\{v_{1n}\}$ , сформированные в лабораторной работе №6.

В зависимости от того, СМО какого типа мы хотим получить, в моделирующую программу передаются различные входные параметры:

$M/M/1 - \tau, v,$

$M/G/1 - \tau, v_1,$

$G/M/1 - \tau_1, v,$

$G/G/1 - \tau_1, v_1.$

Полное описание модели и полученных в результате моделирования характеристик смотри прилагающийся к лабораторной работе Mathcad – программе «Система массового обслуживания».

Рисунок 2 — Теория для лабораторной работы

## ХОД РАБОТЫ

### Введение

В этой лабораторной работе необходимо смоделировать СМО разных типов: М/М/1, М/Г/1, Г/М/1, Г/Г/1, рассчитать их характеристики и визуализировать их.

### Функция для расчета характеристик СМО

Вычисления производились по формулам Хинчина-Полячека. Формулы для расчета характеристик могут различаться для каждого из типа СМО. Для типов Г/М/1, Г/Г/1 формулы не предусмотрены, но есть сторонние функции, аппроксимирующие значение, но я их не рассматривал.

```
function stats = MG1_param(tn, c, p)
    %N_q - avg queue len
    %N - avg tasks count in system
    %W - avg waiting time
    %T - avg time task into system
    %t_n - set of time serving

    %avg time serving
    avg_tn = mean(tn);

    %compute params
    stats.N_q = p^2 * (1 + c) / (2*(1-p));
    stats.N = p + stats.N_q;
    stats.W = p * avg_tn * (1 + c) / (2*(1-p));
    stats.T = avg_tn + stats.W;

end
```

```
function stats = MM1_param(tn, p)
    %N_q - avg queue len
    %N - avg tasks count in system
    %W - avg waiting time
    %T - avg time task into system
    %t_n - set of time serving
```

```

%avg time serving
avg_tn = mean(tn);

%compute params
stats.N_q = p^2/(1-p);
stats.N = p / (1 - p);
stats.W = stats.N * avg_tn;
stats.T = avg_tn / (1-p);
end

```

MM1:

```

Avg queue len(N_q):      0.609524
Avg tasks count in system(N):  1.142857
Avg waiting time(W):      0.075875
Avg time task into system(T):  0.142266

```

MG1:

```

Avg queue len(N_q):      0.609524
Avg tasks count in system(N):  1.142857
Avg waiting time(W):      0.076238
Avg time task into system(T):  0.142947

```

Рисунок 3 — Параметры СМО

## Визуализация поступления заявок и их обработки

СМО характеризуются управляющими последовательностями  $t_n$  - временные интервалы поступления заявок,  $v_n$  - временные интервалы обработки заявок. Эти последовательности могут быть распределены по разным законам. Исходя из этих последовательностей можно узнать, как поступали заявки и как они обрабатывались в зависимости от времени, найти кол-во заявок в СМО в текущий момент времени.

```

function t = system_param(tn, vn, type)

%
vn = cumsum(vn);

```

```

tn = cumsum(tn);

%
figure;
plot(tn, 0:1:length(tn) - 1);
hold on;
plot(vn, 0:1:length(vn) - 1);
title(sprintf('      /      (%s)", type));
xlabel(' ',');
ylabel(' - ',');
hold off;
grid on;
legend(' ', ' ');

% -
tasks_in_system = zeros(length(vn), 1);

for i = 1:length(vn)
    tasks_in_system(i) = vn(i) - tn(i);
end

figure;
plot(vn, tasks_in_system);
title(sprintf(' -      (%s)", type));
xlabel(' ',');
ylabel(' - ',');
t = 1;
end

```

Это функция, которая рассчитывает и визуализирует характеристики, указанные выше. Она принимает распределения поступления и обработки заявок. Аккумулирующая сумма происходит для того, чтобы найти, в какой момент времени пришла/обработалась заявка. Допустим,  $v_N = [0.2, 0.35, 0.05]$ , значит, первая заявка поступила в момент времени 0.2, вторая - в 0.55, третья - 0.6. Далее на графики выводится зависимость числа пришедших/обработанных заявок от времени и кол-во заявок в системе.



## Результаты

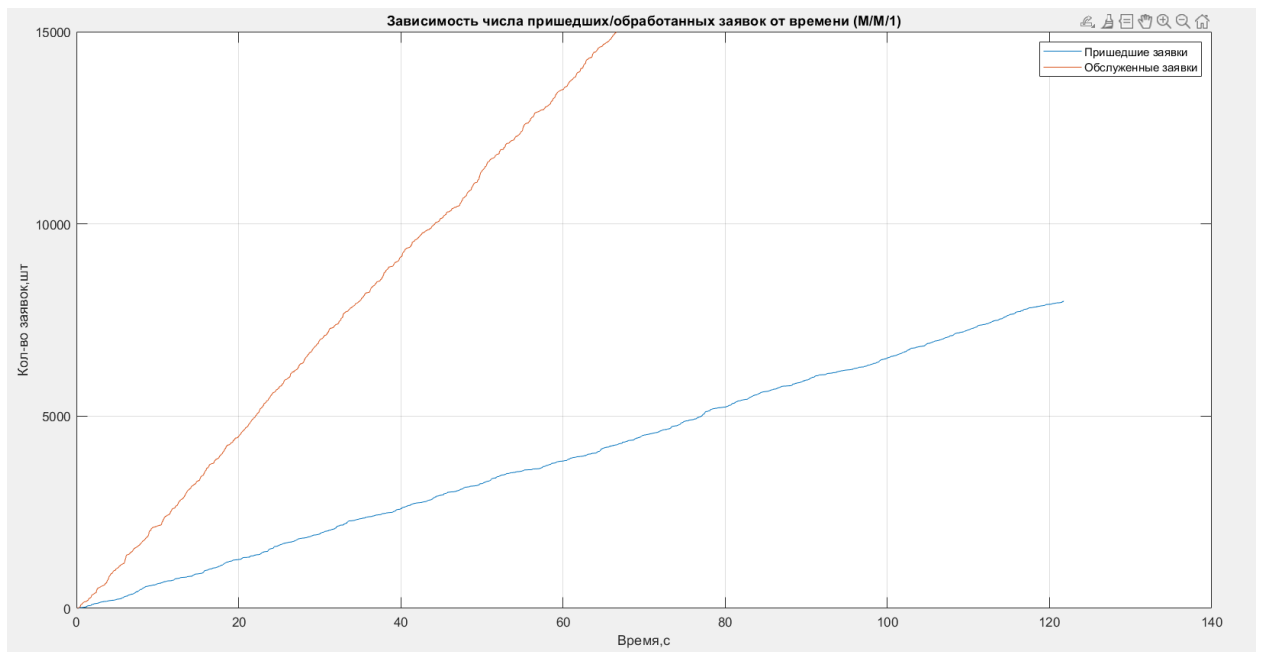


Рисунок 4 — Зависимость поступления/обработки заявок от времени

Можем видеть, что кол-во поступающих заявок и обработанных возрастает с течением времени, что логично. Скорость обработки превышает скорость поступления заявок.

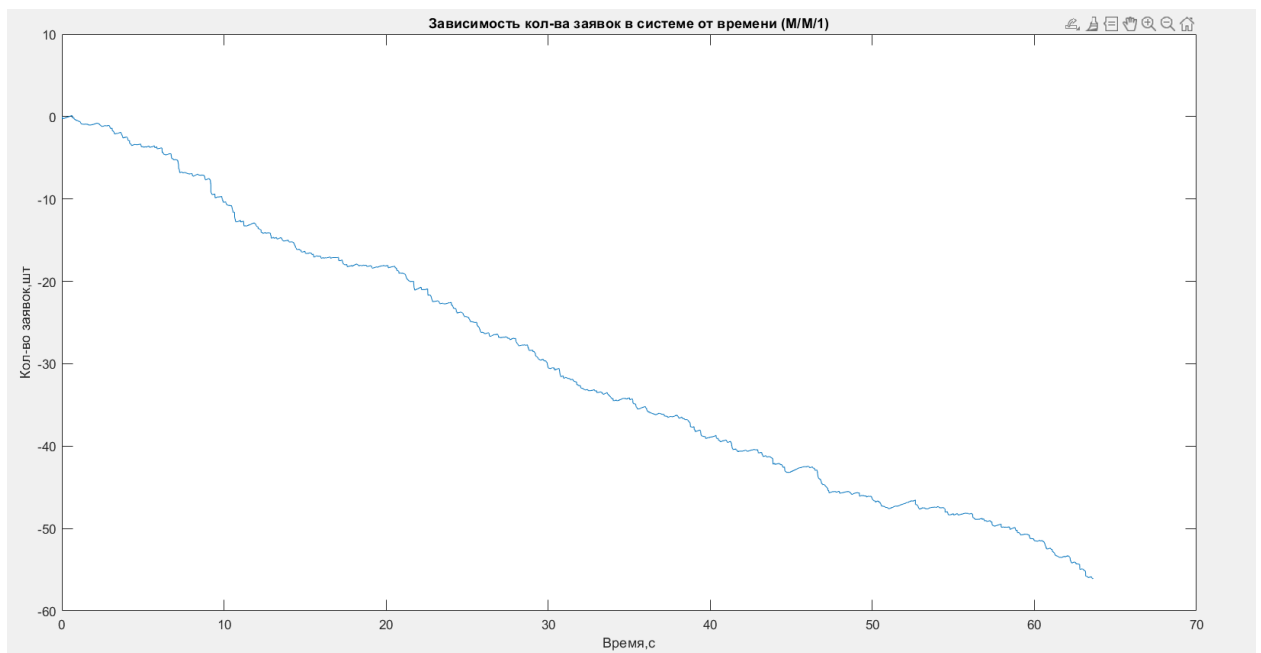


Рисунок 5 — Зависимость кол-ва заявок в системе

Из-за того, что скорость поступления заявок ниже, чем скорость обработки, кол-во заявок в системе стало отрицательным. Отрицательные значения говорят о том, что в системе нет заявок (потому что они сразу же обрабатываются).

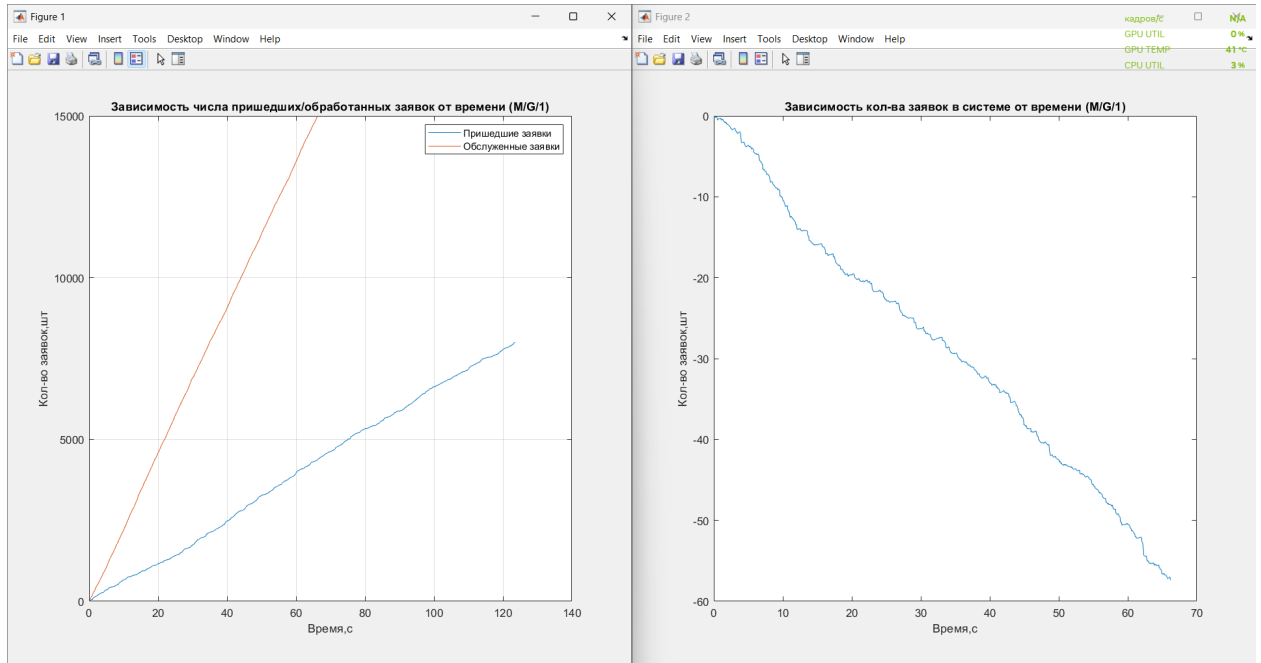


Рисунок 6 — Характеристики СМО в зависимости от времени

Ситуация идентична предыдущей. В качестве  $G$  распределения я взял гамма распределение.

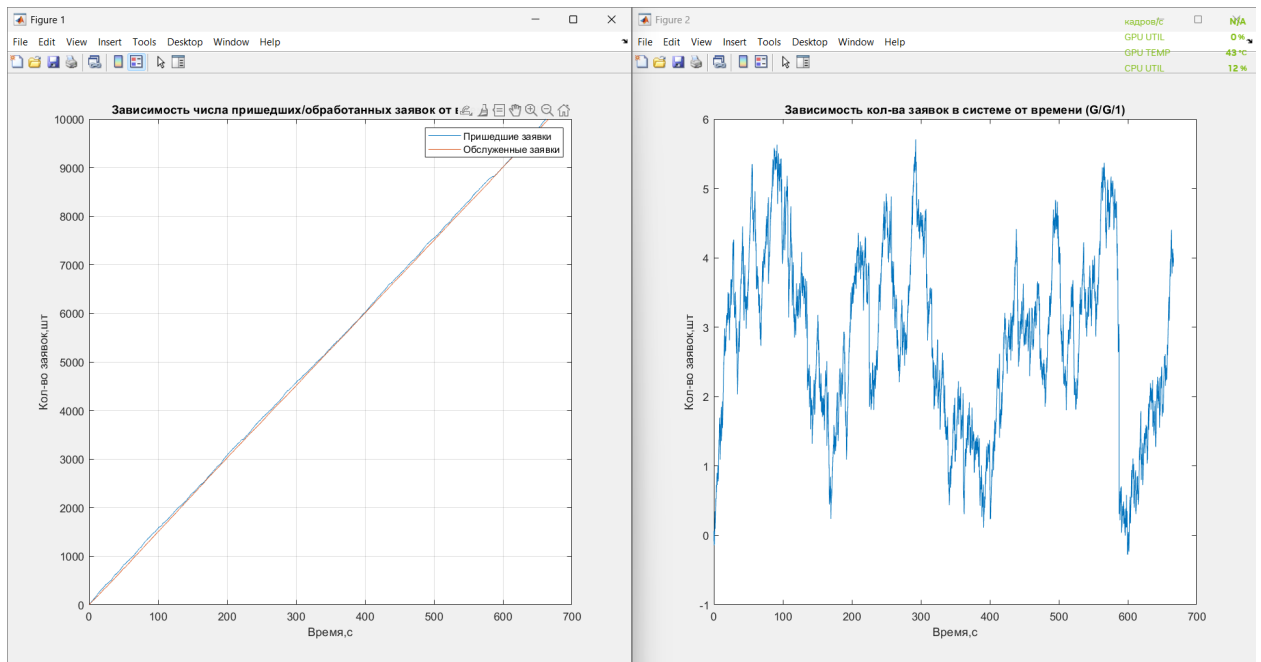


Рисунок 7 — Характеристики СМО в зависимости от времени

Здесь ситуация получилась более интересная. Я взял логнормальное распределение в качестве  $v_n$  и экспоненциальное в качестве  $t_n$ . На графике слева можем видеть, что иногда кол-во обработанных сообщений становится меньше кол-ва пришедших. Это отражается на графике справа: если график убывает, то система успевает обработать все заявки и заявок в системе нет. Если график возрастает, то заявок слишком много и они начинают копиться в системе.

## Контрольные вопросы

### Контрольные вопросы

1. Классификация СМО.
2. Обозначения СМО.
3. Понятие входного потока и процесса обслуживания.
4. Условие стационарности системы.
5. Коэффициент загрузки.
6. Распределение числа требований в системе.
7. Состояния СМО.
8. Зависимость вероятностно-временных характеристик СМО от распределения входного потока и длительности обслуживания.

Рисунок 8 — Контрольные вопросы

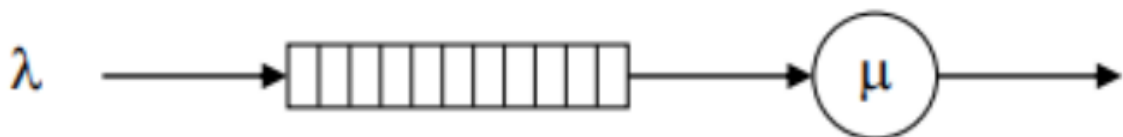


Рисунок 6.1 - Модель СМО

Рисунок 9 — Обозначение СМО

- 1.
2. СМО классифицируются по распределению времени между поступлениями, распределению времени обслуживания, кол-ву обслуживающих устройств.
3. Входным потоком СМО можно считать поток заявок или поток временных интервалов, в которые приходит заявка.
4. Стационарность СМО зависит от параметров  $\lambda$  и  $\mu$ . Если  $\lambda > \mu$ , то система не будет стационарной.

5. Коэффициент загрузки  $p = \frac{\lambda}{u}$  показывает, во сколько раз интенсивность поступления заявок больше интенсивности их обработки, если такой коэффициент меньше единицы, то система будет успевать обрабатывать входной поток и заявки не будут копиться в системе.
6. Закон, по которому распределены управляющие последовательности.
7. Число заявок, находящихся в системе в данный момент времени (в очереди и на обслуживании).
8. Тип распределения влияет на характер управляющих последовательностей. Допустим, при одинаковом мат.ожидании экспоненциальное распределение менее стабильную последовательность, чем гамма-распределение. Эти скачки отразятся на скорости работы СМО и длине ее очереди.

## **ВЫВОД**

В ходе работы я рассчитал метрики для разных видов СМО и сравнил полученные результаты.