

МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ, СВЯЗИ И МАССОВЫХ
КОММУНИКАЦИЙ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Сибирский государственный университет телекоммуникаций и
информатики»

Кафедра телекоммуникационных систем и вычислительных средств
(ТС и ВС)

Отчет по лабораторной работе №8
по дисциплине
Математические основы обработки сигналов

по теме:
ДИСКРЕТИЗАЦИЯ АНАЛОГОВЫХ СИГНАЛОВ

Студент:
Группа ИА-331

Я.А Гмыря

Предподаватель:
Преподаватель

А.А Калачиков

Новосибирск 2025 г.

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|---------------|----|
| 1 ТЕОРИЯ..... | 4 |
| 2 ВЫВОД | 10 |

ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ

Цель:

Познакомиться с понятием и процессом дискретизации аналоговых сигналов.

ТЕОРИЯ

Введение

На предыдущих занятиях мы говорили только об аналоговых сигналах. От них никуда не деться и в радиоканале сигнал распространяется именно как аналоговый сигнал, но современная техника не может хранить аналоговые величины из-за технических особенностей, поэтому осуществляется переход от аналогового сигнала к дискретному. С этого занятия начнем изучение именно дискретных сигналов.

АЦП и ЦАП

Дискретизация (Аналогово-цифровое преобразование) - процесс получения значений непрерывного сигнала в дискретные моменты времени.

АЦП (ADC) - электронное устройство, которое преобразует непрерывный аналоговый сигнал в набор дискретных отсчетов (samples). Помимо дискретизации АЦП выполняет еще одну важную функцию: квантование. Квантование - сопоставление значению сигнала набора бит. Сами семплы по большему счету это до сих пор аналоговый сигнал, т.е у нас имеется только набор значений сигнала в дискретные моменты времени, но это еще не нули и единицы.

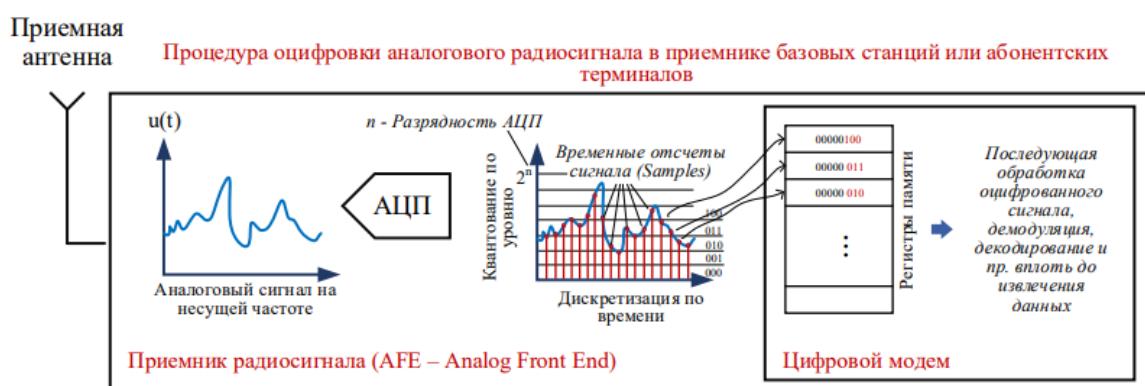


Рис. 2. Аналого-цифровое преобразование радиосигнала.

Рисунок 1 — Пример дискретизации сигнала

Расстояние между отсчетами во времени - интервал дискретизации T_s . Число отсчетов произведенных за 1 секунду - частота дискретизации $f_s = \frac{1}{T_s}$.

Отсчет в момент времени n равен:

$$S[n] = S(nT_s)$$

Процесс, обратный дискретизации - восстановление непрерывного сигнала по отсчетам (ЦАП - Цифро-аналоговое преобразование (DAC)).

Теорема Котельникова

Важно верно выбрать f_s . При слишком большой f_s получим избыток отсчетов, которые будут нагружать систему, а результат не станет сильно лучше. При малой f_s происходит потеря информации о сигнале.

Правила выбора f_s описываются теоремой Котельникова (теорема семплов, теорема Найквиста, теорема Шеннона).

Для точного и полного описания непрерывного сигнала его дискретными отсчетами f_s выбирается так:

$$f_s \geq 2f_{max}$$

Здесь f_{max} - частота максимальной компоненты в спектре сигнала.

При выполнении условия выше можно точно восстановить непрерывный сигнал из отсчетов.

Явление подмены

Следствие неправильного выбора f_s (aliasing), при котором отсчеты описывают не исходный сигнал, а какой-то другой, при этом оба эти сигнала становятся неразличимы.

Частота Найквиста

Наибольшая частота аналогового сигнала, которую можно корректно восстановить из его дискретных отсчётов.

$$F_N = \frac{f_s}{2}$$

Идеальный дискретизатор. Спектр дискретных отсчетов сигнала

Идеальный дискретизатор можно описать как перемножитель сигналов:

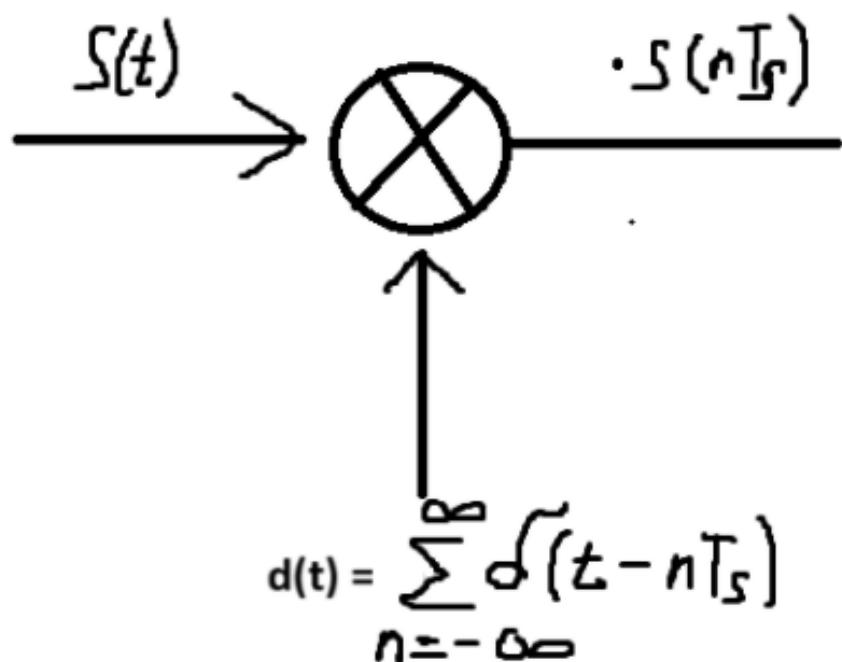


Рисунок 2 — Схема идеального дискретизатора

Здесь $S(t)$ - непрерывный сигнал, $d(t)$ - набор поочередно включающихся импульсов (дельта функций) со сдвигом nT_s . Путем такого перемножения мы можем получить значение сигнала в момент nT_s .

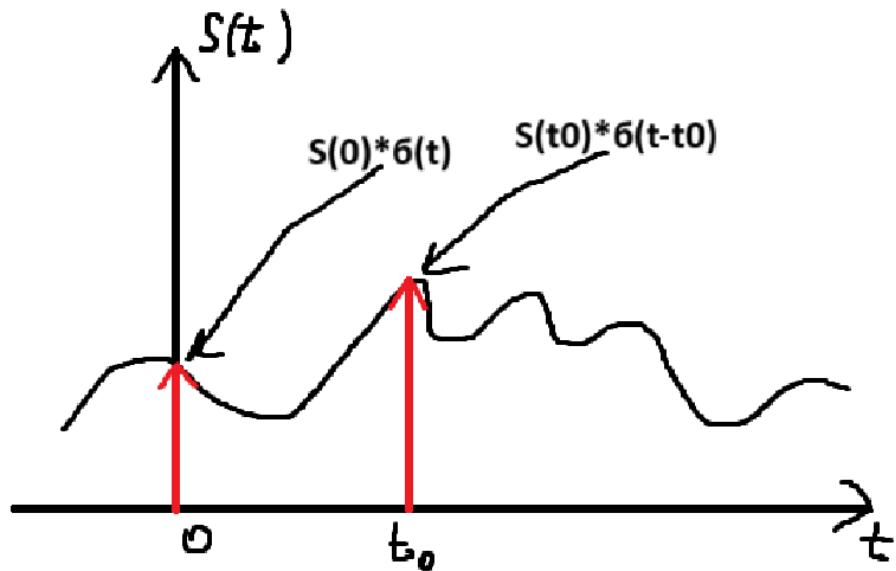


Рисунок 3 — Пример работы дискретизатора

$$S_d(t) = S(t) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT_s) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S(t)\delta(t-nT_s) = \boxed{\sum_{n=-\infty}^{\infty} S(nT_s)\delta(t - nT_s)}$$

Получили формулу дискретной свертки.

По свойству ПФ перемножение двух сигналов во времени соответствует свертке их спектров:

$$\begin{aligned} S_d(f) &= S(f) * FT[\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT_s)] = S(f) * \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(f - kf_s) = \\ &\quad \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} S(f - kf_s) \end{aligned}$$

Здесь $S(f)$ - спектр $S(t)$.

Спектр дискретных отсчетов - сумма повторений исходного спектра с периодом равным f_s :

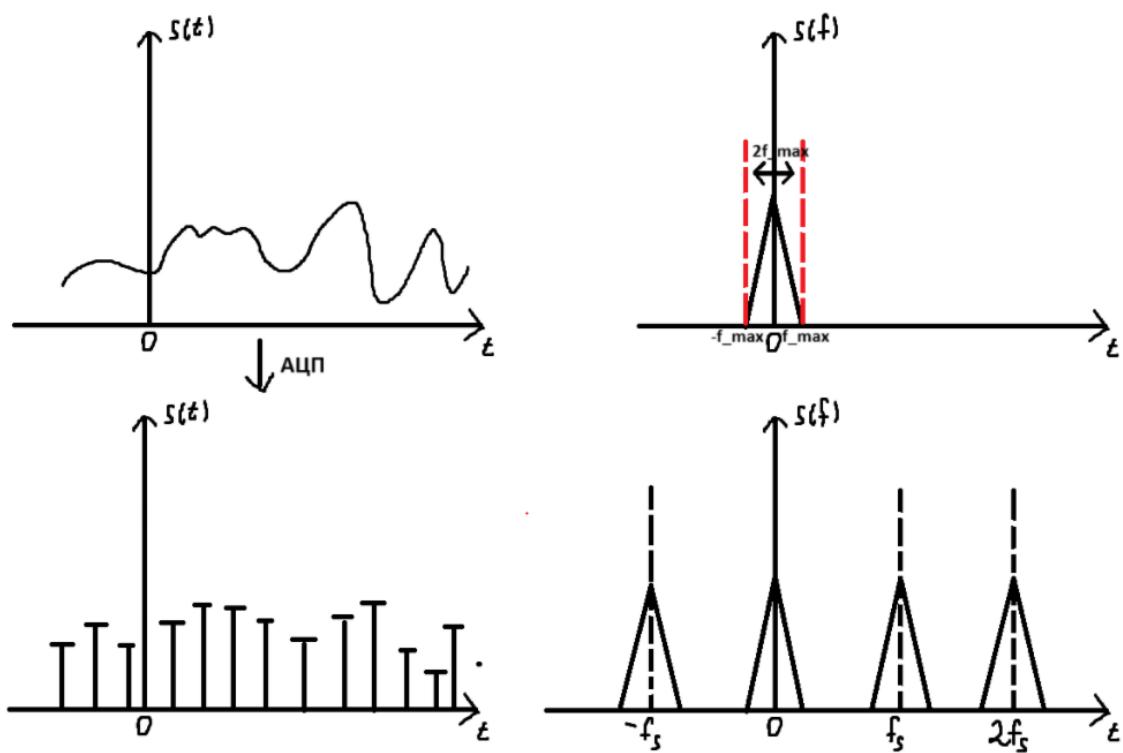


Рисунок 4 — Спектр дискретного сигнала

Предположим, что $f_s < 2f_{max}$, тогда расстояние между повторениями исходного спектра будет слишком маленьким и они будут накладываться друг на друга:

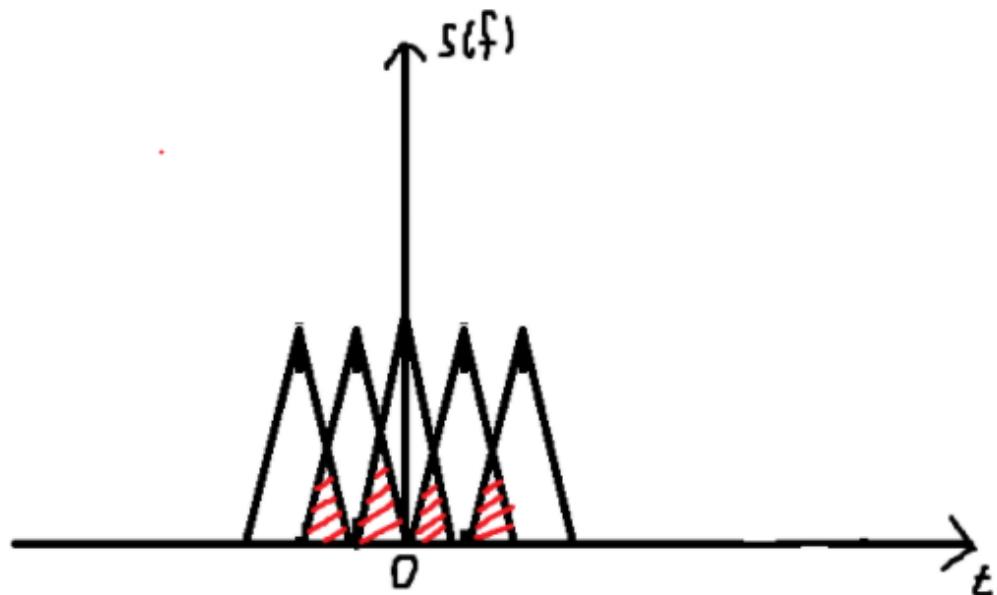


Рисунок 5 — Иллюстрация теоремы Котельникова

В итоге сэмплы будут описывать какой-то другой сигнал, а не исходный.

ВЫВОД

В ходе работы я познакомился с тем, что такое дискретизация аналогового сигнала, а также с тем, как этот процесс реализуется.