

МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ, СВЯЗИ И МАССОВЫХ
КОММУНИКАЦИЙ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Сибирский государственный университет телекоммуникаций и
информатики»

Кафедра телекоммуникационных систем и вычислительных средств
(ТС и ВС)

Отчет по лабораторной работе №2
по дисциплине
Математические основы обработки сигналов

по теме:
СУММИРОВАНИЕ СИГНАЛОВ

Студент:
Группа ИА-331

Я.А Гмыря

Предподаватель:
Преподаватель

А.А Калачиков

Новосибирск 2025 г.

СОДЕРЖАНИЕ

ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ	3
1 ФАЗОР	4
2 ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФАЗОРА ПРИ СЛОЖЕНИИ СИГНАЛОВ С ОДИНАКОВОЙ ЧАСТОТОЙ	7
3 ВИЗУАЛИЗАЦИЯ С ПОМОЩЬЮ PYTHON	8
4 ВИЗУАЛИЗАЦИЯ СЛОЖЕНИЯ СИГНАЛОВ С РАЗНОЙ ЧАСТОТОЙ.....	9
5 ВЫВОД	11

ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ

Цель: Научиться складывать сигналы, визуализировать сложение с помощью Python

Задачи:

3 Сложение гармонических колебаний колебания с различными фазами

Используя приведенные примеры программ выполните сложение колебаний с одинаковыми частотами и различными начальными фазами.

$$x(t) = \sum_{n=1}^2 A_n \cos(2\pi f_0 t + \phi_n) \quad (2)$$

Задайте значения частоты колебаний, начальные фазы колебаний. Постройте график суммарного колебания. Определите параметры суммарного колебания, амплитуду и начальную фазу по временной диаграмме.

Выполните суммирование трех колебаний ($N=3$) и также определите параметры суммарного колебания.

4 Сложение гармонических колебаний колебания с различными частотами и начальными фазами

Суммированием гармонических колебаний определенных частот и начальных фаз можно получить заданный периодический сигнал $x(t)$ произвольной формы

$$x(t) = \sum_{n=0}^N A_n \cos(2\pi f_0 n t + \phi_n) \quad (3)$$

Выполните сложение колебаний и получите график колебания

$$x(t) = \frac{4}{\pi} \cos(2\pi f t - \frac{\pi}{2}) + \frac{4}{3\pi} \cos(2\pi 3 f t - \frac{\pi}{2}) \quad (4)$$

Выберите значение частоты и интервал времени для отображения 4-5 периодов полученного колебания.

Получите график колебания, заданного выражением

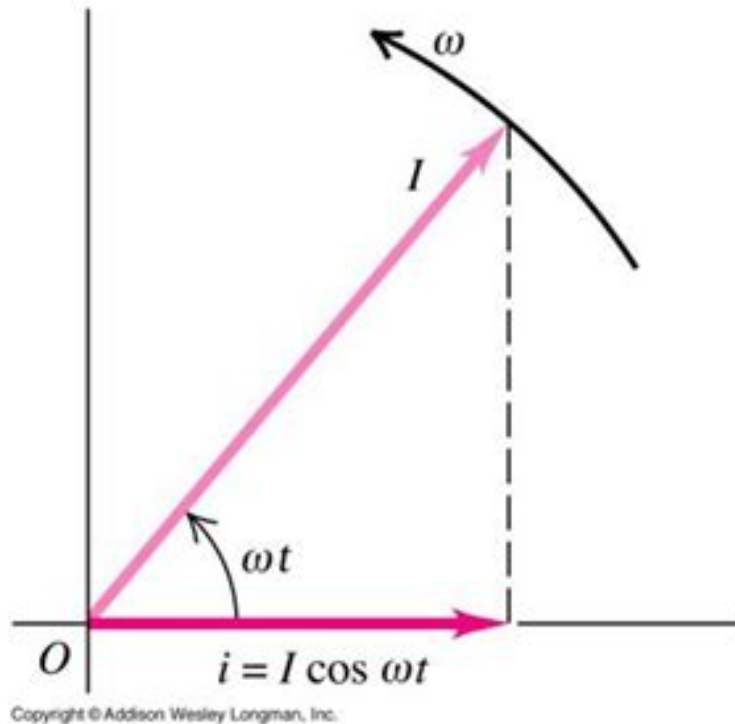
$$x(t) = \sum_{n=0}^5 \frac{4}{(2n-1)\pi} \cos(2\pi(2n-1)ft - \frac{\pi}{2}) \quad (5)$$

Выберите значение частоты и интервал времени для отображения 4-5 периодов полученного колебания. Постройте графики колебаний с последующим увеличением числа слагаемых в сумме.

Рисунок 1 — Задачи на практику

ФАЗОР

Фазор (от англ. phasor) — это комплексное число, которое описывает амплитуду и фазу гармонического сигнала при фиксированной частоте.



Phasor diagram -- projection of rotating vector (phasor) onto the *horizontal* axis represents the **instantaneous current**.

Рисунок 2 — Геометрическая интерпретация фазора

Комплексное гармоническое колебание можно представить в виде

$$Ae^{i(\omega_0 t + \varphi)} = A(\cos(\omega_0 t + \varphi) + i \sin(\omega_0 t + \varphi)).$$

Используя тригонометрические тождества Эйлера получим

$$A \frac{e^{i(\omega_0 t + \varphi)} + e^{-i(\omega_0 t + \varphi)}}{2} = \frac{Ae^{i\varphi}}{2} (e^{i\omega_0 t} + e^{-i\omega_0 t}).$$

Коэффициент $Ae^{i\varphi}$ и есть фазор.

$$\cos \theta = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2}$$

$$\sin \theta = \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j}$$

Рисунок 3 — Тригонометрические тождества Эйлера

3D визуализация фазора:

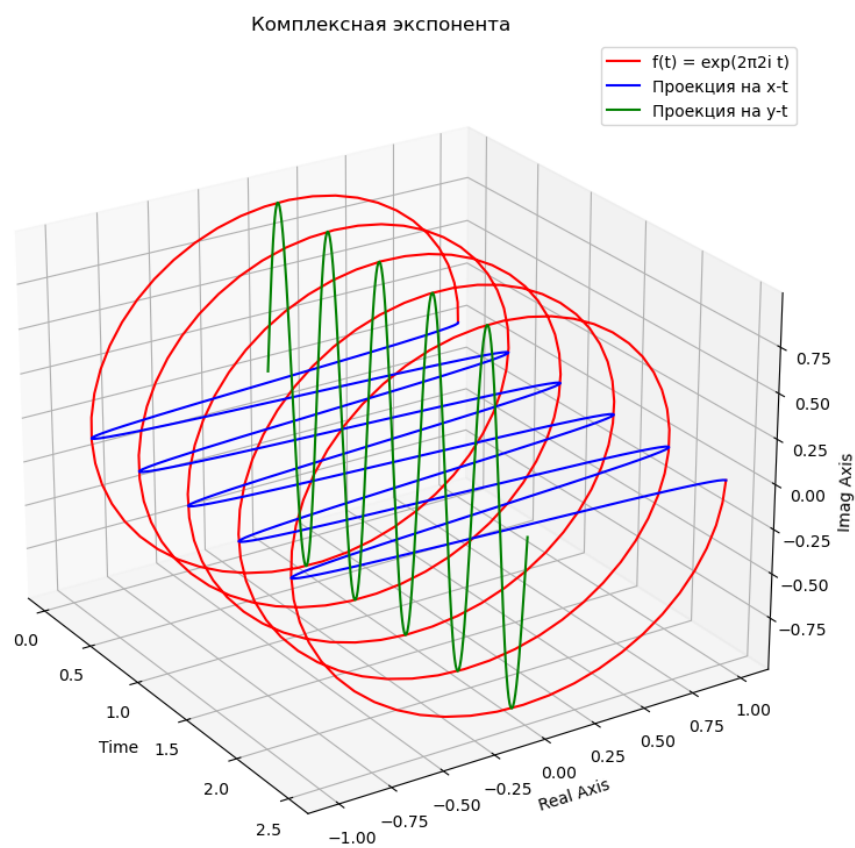


Рисунок 4 — Пример фазора в трехмерном пространстве

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФАЗОРА ПРИ СЛОЖЕНИИ СИГНАЛОВ С ОДИНАКОВОЙ ЧАСТОТОЙ

Если складывать сигналы с одинаковой частотой, то изменятся будут только амплитуда и фаза. Эти два параметра и содержит фазор, поэтому достаточно просто сложить фазоры двух сигналов.

Алгоритм сложения фазоров:

1. Переводим фазоры из экспоненциальной формы записи в обыкновенную
2. Складываем 2 комплексных числа из прошлого шага, как вектора
3. Переводим фазор обратно в экспоненциальную форму

Таким образом, мы можем узнать, как изменится начальная фаза и амплитуда колебания при сложении.

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ С ПОМОЩЬЮ PYTHON

Сложим 2 сигнала с одинаковой частотой, но разными фазами и амплитудой. Получим новый сигнал с новой амплитудой и новой фазой

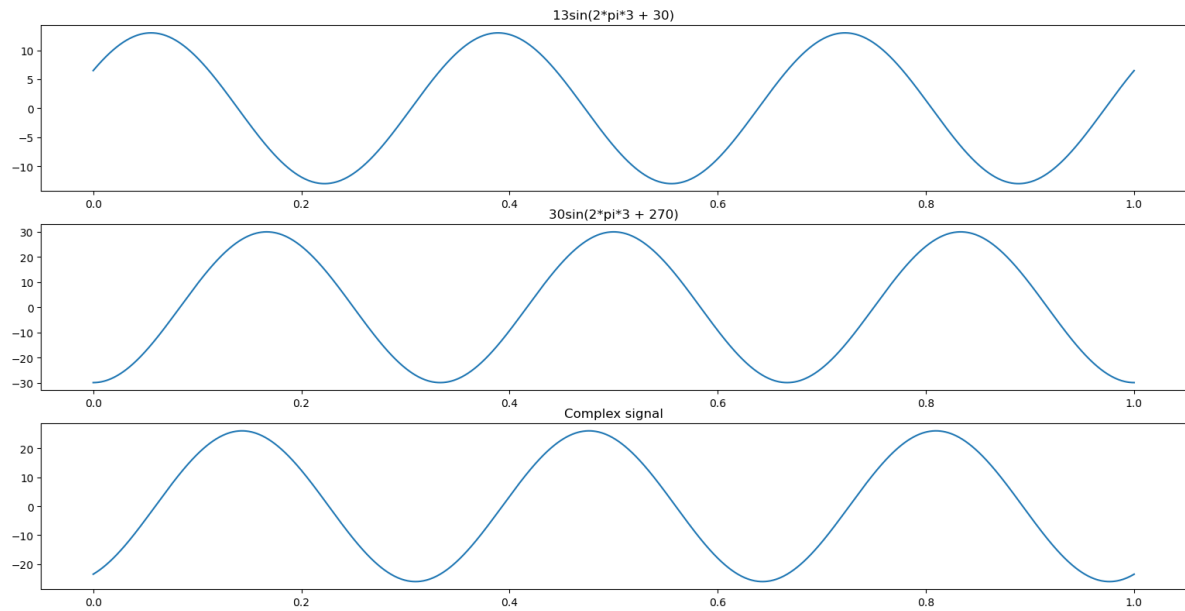


Рисунок 5 — Результат сложения сигналов с совпадающей частотой

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ СЛОЖЕНИЯ СИГНАЛОВ С РАЗНОЙ ЧАСТОТОЙ

$$x(t) = \frac{4}{\pi} \cos(2\pi ft - \frac{\pi}{2}) + \frac{4}{3\pi} \cos(2\pi 3ft - \frac{\pi}{2})$$

Рисунок 6 — Сложение двух сигналов разной частоты

В результате получим такую функцию:

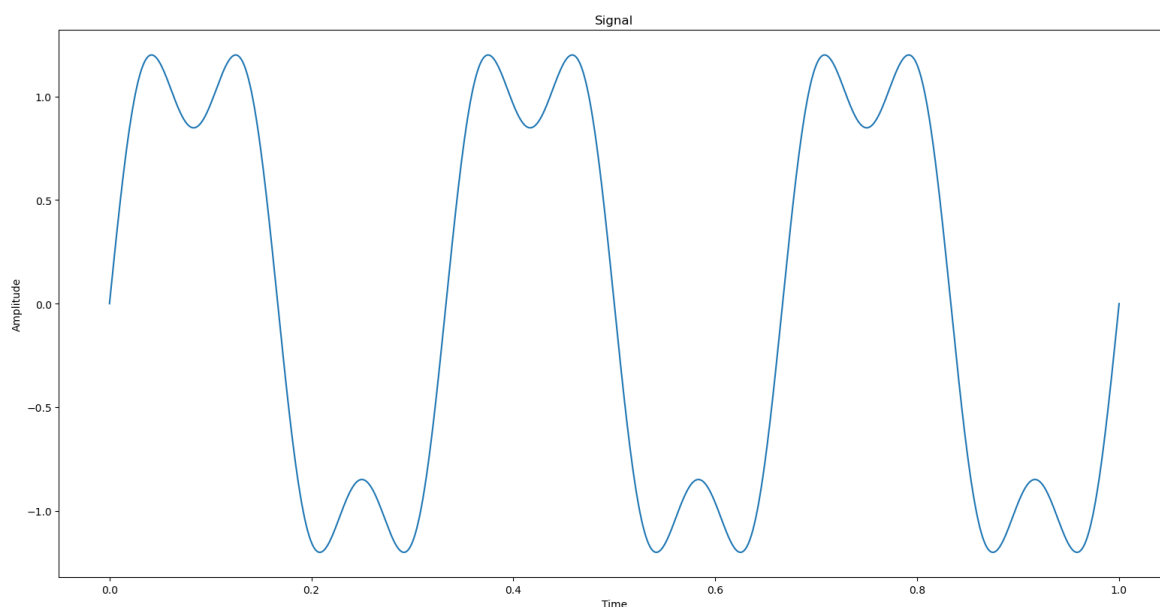


Рисунок 7 — Результат сложения сигналов разной частоты

Про этот сигнал нельзя однозначно сказать, какая у него частота, т.к. в нем содержатся компоненты на 3Гц и 9Гц, и частота у сигнала переменная.

Просуммируем такие сигналы и визуализируем новый сигнал:

$$x(t) = \sum_{n=0}^5 \frac{4}{(2n-1)\pi} \cos(2\pi(2n-1)ft - \frac{\pi}{2})$$

Рисунок 8 — Сложение N сигналов разной частоты

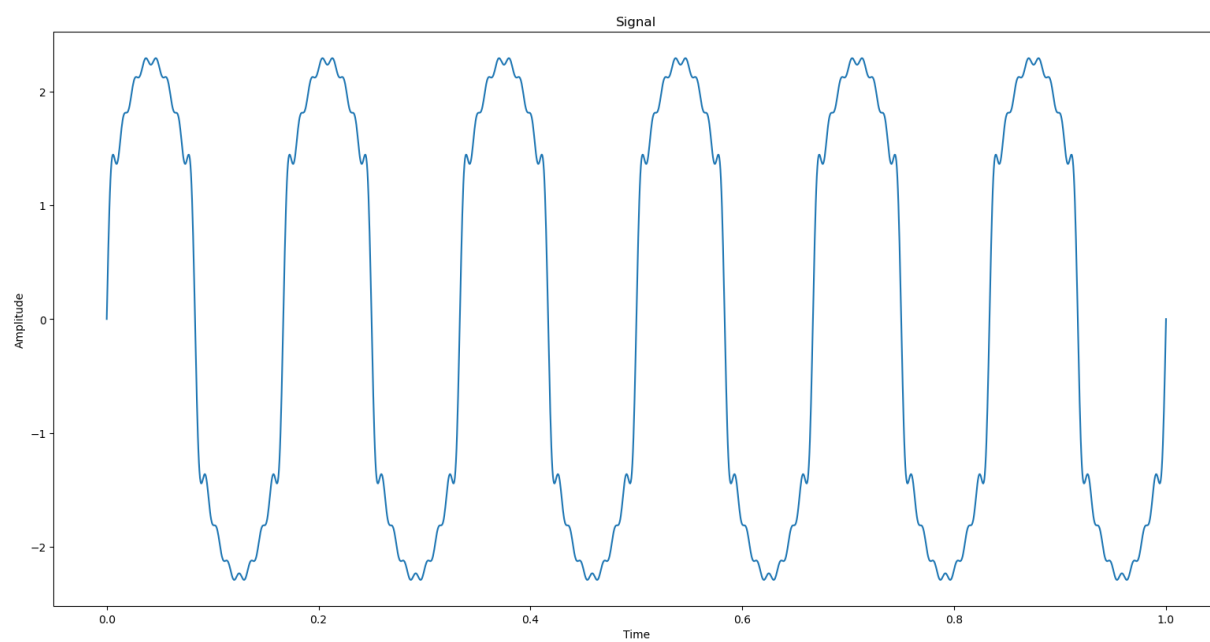


Рисунок 9 — Результат сложения N сигналов разной частоты

ВЫВОД

При сложении сигналов "на бумаге" используется фазор. Если складывать сигналы с одинаковой частотой, то получим новый сигнал с той же частотой, но разной фазой и амплитудой. Если складывать сигналы с разной частотой, то получим сигнал с переменной частотой. В теории, если суммировать бесконечное число сигналов разной частоты, то получим прямоугольный сигнал.