

Zhurba Yaroslav M3238

April 7, 2019

1 Теорема 4.7

Введем обозначение $[t]a = a$, если $t = \text{true}$, иначе $= !a$
Тогда $[\text{mark}(a)]a, [\text{mark}(b)]b \vdash [\text{mark}(\text{op}(a,b))]\text{op}(a,b)$

Пусть a содержит p_1, \dots, p_n . Докажем, что
 $[\text{mark}(p_1)]p_1, \dots, [\text{mark}(p_n)]p_n \vdash [\text{mark}(a)]a$
Доказательство по индукции

База: $a = p$, $p \vdash p$, $!p \vdash !p$

Переход: Обозначим $[\text{mark}(p_1)]p_1, \dots, [\text{mark}(p_n)]p_n \vdash P$

$a = \text{op}(b,c)$. Тогда по предположению $P \vdash [\text{mark}(b)]b$ и $P \vdash [\text{mark}(c)]c$

Тогда по нашему обозначению $[\text{mark}(b)]b, [\text{mark}(c)]c \vdash [\text{mark}(a)]a$

Теперь если a общезначимо, то $[\text{mark}(p_1)]p_1, \dots, [\text{mark}(p_n)]p_n \vdash a$
в частности имеем $[\text{mark}(p_1)]p_1, \dots, [\text{mark}(p_{n-1})]p_{n-1}, p_n \vdash a$ и
 $[\text{mark}(p_1)]p_1, \dots, [\text{mark}(p_{n-1})]p_{n-1}, !p_n \vdash a$ откуда по лемме можно выкинуть
 p_n . после $n - 1$ итерации получим $\vdash a$ что и требовалось.

2 Теорема 4.8 случай базы

База $k = 0$. Тогда перед нами аксиома, необходимо проверить, что все аксиомы общезначимы. Проведем разбор несколько из них, остальное будет аналогично. Для проверки общезначимости необходимо убедиться в справедливости формулы сделав непосредственную подстановку.

Сх.1 $a \rightarrow b \rightarrow a$

a	b	$b \rightarrow a$	$a \rightarrow b \rightarrow a$
л	л	и	и
и	л	л	и
л	и	и	и
и	и	и	и

Сх.9 $(a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow !b) \rightarrow !a$

a	b	!b	!a	$a \rightarrow b$	$a \rightarrow !b$	$(a \rightarrow !b) \rightarrow !a$	$(a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow !b) \rightarrow !a$
л	л	и	и	и	и	и	и
и	л	и	л	л	и	л	и
л	и	л	и	и	и	и	и
и	и	л	л	и	л	и	и