

Признаки делимости

29 ноября 2024 г.

Введение

1. Делимость на 2: Число делится на 2, если его последняя цифра четная (0, 2, 4, 6, 8).
2. Делимость на 3: Число делится на 3, если сумма его цифр делится на 3.
3. Делимость на 4: Число делится на 4, если последние две цифры образуют число, которое делится на 4.
4. Делимость на 5: Число делится на 5, если его последняя цифра равна 0 или 5.
5. Делимость на 6: Число делится на 6, если оно делится и на 2, и на 3.
6. Делимость на 8: Число делится на 8, если последние три цифры образуют число, которое делится на 8.
7. Делимость на 9: Число делится на 9, если сумма его цифр делится на 9.
8. Делимость на 10: Число делится на 10, если его последняя цифра равна 0.
9. Делимость на 11: Число делится на 11, если разность между суммой цифр на нечетных позициях и суммой цифр на четных позициях делится на 11.

Задачи

1. Какие цифры можно вставить вместо звездочки в число $1234\star 6789$ так, чтобы оно делилось на 3?
2. Найдите самое маленькое натуральное число, которое делится на 2, но не делится на 5, а после переноса последней цифры в начало результат делится на 5, но не делится на 2.
3. Можно ли в числе 123456789 переставить цифры так, чтобы оно делилось на каждую из своих цифр?
4. Можно ли в числе 12345 переставить цифры так, чтобы оно стало квадратом?
5. Является ли число 12345678901234 квадратом натурального числа?
6. Найдите какое-нибудь 100-значное число без нулевых цифр, которое делится на сумму своих цифр. Подсказка: нужно придумать признак делимости на 125. Подсказка к подсказке: посмотрите на признак делимости на 8.
7. На доске было написано число вида $77\dots 77$. Петя стёр у этого числа последнюю цифру, полученное число умножил на 3 и к произведению прибавил стёртую цифру. С полученным числом он проделал такую же операцию, и так далее. В конце осталось однозначное число. Чему оно может быть равно?

8. В Лёшиной книге рекордов Гиннесса написано, что наибольшее известное простое число равно $23021^{377} - 1$. Напомним, что число называется простым, если оно имеет ровно два натуральных делителя: единицу и само это число. Нет ли ошибки в Лёшиной книге рекордов?
9. На вопрос: “В каком году Вы родились?” Дмитрий Алексеевич не дал прямого ответа. Но сказал, что две последние цифры его года рождения такие же, как у произведения всех двузначных чисел, уменьшенного на 5. Приглядевшись, вы заметили, что Дмитрию Алексеевичу меньше ста лет. В каком году родился Дмитрий Алексеевич?
10. Назовём натуральное семизначное число удачным, если оно делится на произведение всех своих цифр. Существуют ли четыре последовательных удачных числа?