Разнобой

5 декабря 2024 г.

Задачи

1. Монету бросают трижды. Сколько разных последовательностей орлов и решек можно при этом получить?

2. В футбольной команде (11 человек) нужно выбрать капитана и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?

3. В гости пришло 10 гостей и каждый оставил в коридоре пару калош. Все пары калош имеют разные размеры. Гости начали расходиться по одному, одевая любую пару калош, в которые они могли влезть (т.е. каждый гость мог надеть пару калош, не меньшую, чем его собственные). В какой-то момент обнаружилось, что ни один из оставшихся гостей не может найти себе пару калош, чтобы уйти. Какое максимальное число гостей могло остаться?

4. В клетчатом квадрате 5×5 каждую клетку покрасили в один из трёх цветов: красный, синий или зелёный.Справа от каждой строки записали суммарное количество синих и красных клеток в этой строчке, а подкаждым столбцом записали суммарное количество синих и зелёных клеток в этом столбце. Справа от таблицы оказались числа 1, 2, 3, 4, 5 в некотором порядке. Могли ли и под таблицей оказаться числа 1, 2, 3, 4, 5 в некотором порядке?

5. Действительные числа x_1, x_2, x_3, x_4 таковы, что:

$$\begin{cases} \mathrm{x}_1 + x_2 \geq 12 \\ \mathrm{x}_1 + x_3 \geq 13 \\ \mathrm{x}_1 + x_4 \geq 14 \\ \mathrm{x}_3 + x_4 \geq 22 \\ \mathrm{x}_2 + x_3 \geq 23 \\ \mathrm{x}_2 + x_4 \geq 24 \end{cases}$$

   Какое наименьшее значение может принимать сумма $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$?

6. Пусть \$ - наша новая операция. Число a\$b есть произведение b последовательных натуральных чисел, наименьшее из которых равно a (в частности, a\$1= a). Найдите все пары натуральных чисел a, b, для которых выполнено равенство a\$b=2(b\$a).

7. Назовём ход ладьи банальным, если она смещается на кратное трём число клеток. В противном случае назовём ход оригинальным. Может ли ладья обойти поле 9·9, чередуя банальные и оригинальные ходы так, чтобы в каждой клетке ладья побывала ровно один раз?