

# Новогодний разнбой

27 декабря 2024 г.

1. Дед Мороз путешествует между соединёнными дорогами домами, которые расположены в виде:
  - (a) Цикла
  - (b) Полного графа на 5 вершин
  - (c) Полного графа на 4 вершины
  - (d) Полного двудольного графа с долями 3 и 3

Дед Мороз хочет начать в каком-нибудь одном доме, затем проехать по всем дорогам и вернуться в изначальный дом. Получится ли у него это?

2. Гирлянда состоит из 5 фонариков, каждый может гореть одним из 3 цветов: красный, зелёный или синий. Никакой красный фонарик не может находиться рядом с другим красным фонариком. Никакой синий фонарик не может быть соседом двух одноцветных фонариков. Сколько способов зажечь каждый фонарик гирлянды, чтобы выполнялись эти условия?
3. Не все дети в этом году вели себя хорошо. Сто ребят сделали от 1 до 200 плохих поступков. Первый совершил плохой поступок только 1 раз, второй - три, третий - пять и так далее... Последний совершил 199 плохих поступков. Дед Мороз собирается принести им под ёлку столько угольков, сколько плохих поступков совершили дети. Сколько угольков ему надо раздобыть перед тем, как отправляться в путь?
4. На новый год Саша загадал желание - выиграть в какой-нибудь олимпиаде. Известно, что всего есть 60 участников олимпиад: 35 из них выиграют олимпиаду по математике, 35 - по физике, а 10 из них выиграют и то, и другое. Правда ли, что желание Саши сбудется?
5. Гости сели за круглый праздничный стол на стулья, пронумерованные от 1 до 8. Известно, что стулья стоят в произвольном порядке, но каждое число делится на разность своих соседей. Известно, что стулья с номерами 2 и 5 стоят рядом. Докажите, что стулья с номерами 4 и 6 тоже стоят рядом.
6. У Деда Мороза есть огромный сейф, внутри которого хранятся подарки. Чтобы никто не пробрался в его сейф, на нём установлена система с паролем. Пароли в системе состояются из букв английского алфавита (26 букв) и цифр (10 цифр). При этом требуется, чтобы в пароле содержались цифра и заглавная буква. Пользователь допускается в систему, если предъявленный им пароль отличается от установленного не более чем в одном символе. Сколько паролей, соответствующих требованиям составления, позволят войти в сейф, если для пользователя был установлен пароль New2025year?

7. На новый год Саше подарили игру, и он решил попробовать поиграть в неё с другом. Поле представляет из себя клетчатую полосу  $1 \times 2025$ . На неё можно ставить фишки размером  $1 \times 2$ ,  $1 \times 3$  или  $1 \times 4$ . Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Саша хочет придумать стратегию игры, чтобы всегда побеждать своего товарища. Как ему это сделать и под каким номером ему нужно ходить?
8. Кто дочитал до этого задания, тот большой молодец и у того обязательно всё получится в новом году! С наступающим праздником!