Что-то меняется, а что-то не меняется

5 декабря 2024 г.

Статья на эту тему в журнале "Квант"

Инвариант

Настало время познакомиться с ещё одним методом решения задач - поиском инварианта. Ключевая цель в таких задачах - найти какую-то величину, которая в процессе операций, описанных в задаче, будет оставаться **неизменной**, такая величина называется **инвариантом**. Это может быть как что-то оченвидно следующее из условий задачи, так и какая-нибудь величина, которую вы придумываете сами и на основе неё конструируете своё решение.

Задачи

(Настоятельно рекомендую использовать уже полученные знания и посмотреть на чётностьнечётность объектов)

- 1. На доске написано 10 чисел пять из них равняются 1, остальные пять равняют -1. Боб стирает любые два числа и записывает их произведение на доске, пока не останется одно число. Чему оно может быть равно?
- 2. (a) 100 фишек выставлены в ряд, часть из них чёрного цвета, а часть белого. Причём первая фишка белая, а последняя обязательно чёрная. Разрешено менять местами любые две фишки одного цвета. Можно ли через несколько таких операций добиться того, чтобы ряд из 100 фишек располагался в обратном порядке?
 - (b) 100 фишек выставлены в ряд. Разрешено менять местами две фишки, стоящие через одну фишку. Можно ли с помощью таких операций переставить все фишки в обратном порядке?
- 3. В языке Древнего Племени алфавит состоит всего из двух букв: "М"и "О". Два слова являются синонимами, если одно из другого можно получить при помощи исключения или добавления буквосочетаний "МО"и "ООММ повторяемых в любом порядке и любом количестве. Являются ли синонимами в языке Древнего Племени слова "ОММ"и "МОО"?
- 4. Круг разделен на 6 секторов, в котором по часовой стрелке стоят числа 1,0,1,0,0,0. Можно прибавлять по единице к любым числам, стоящим в двух соседних секторах. Можно ли сделать все числа равными?
- 5. На столе стоят 16 стаканов. Из них 15 стаканов стоят правильно, а один перевёрнут донышком вверх. Разрешается одновременно переворачивать любые четыре стакана. Можно ли, повторяя эту операцию, поставить все стаканы правильно?