

Индукция

5 декабря 2024 г.

[Хорошая статья на эту тему!](#)

Индукция - это формализация слов "и так далее". Она позволяет строго доказывать задачи, в которых описан процесс и требуется доказать свойство для каждого шага процесса. Индукция всегда состоит **из базы, предположения и перехода**. Разберём на примере, как это работает...

Задачи

1. Упражнение для осознания, которое мы сразу разберём
На доске написаны сто цифр: нули и единицы (в любой комбинации). Разрешается выполнять два действия: (а) заменять первую цифру (ноль на единицу и наоборот); (б) заменять цифру, стоящую после первой единицы. Показать, что с помощью нескольких таких замен можно получить любую комбинацию из ста нулей и единиц.
2. Денис нарисовал на плоскости треугольник. Владислав провел несколько прямых, которые разделили треугольник на части. Докажите, что хотя бы одна из этих частей снова треугольник.
3. Доказать, что любой из квадратов 2×2 , 4×4 , 8×8 ;... $2^n \times 2^n$ из которого вырезан угловой квадратик 1×1 , можно разрезать на уголки из трёх клеток.
4. Докажите, что неоднозначное натуральное число больше произведения своих цифр.
5. Докажите, что сумма нескольких подряд идущих нечётных натуральных чисел - квадрат натурального числа.
6. Докажите, что $2^n > n$.
7. На полке расставили 100 томов энциклопедии. Разрешается взять несколько подряд идущих томов и переставить их в обратном порядке. Докажите, что такими операциями можно расставить тома по порядку, независимо от того, как их расставили.
8. На столе стоят 2^n стаканов с водой. Разрешается взять любые два стакана и уравнять в них количества воды, перелив часть воды из одного стакана в другой. Докажите, что с помощью таких операций можно добиться того, чтобы во всех стаканах было поровну воды.