

# Сравнения по модулю

5 декабря 2024 г.

## Шпаргалка по теории

### Определение

Целые числа  $a$  и  $b$  сравнимы по модулю натурального числа  $n$  (то есть  $a \equiv b \pmod{n}$ ), если они дают одинаковый остаток при делении на  $n$ . Или если их разность делится на  $n$ . Эти определения равносильны и мы уже это доказывали :)

### Свойства сравнений

1. Если  $a \equiv b \pmod{z}$ , то
  - (a)  $a + c \equiv b + c \pmod{z}$
  - (b)  $ac \equiv bc \pmod{z}$
  - (c)  $a^k \equiv b^k \pmod{z}$
2. Если  $a \equiv b \pmod{z}$  и  $b \equiv c \pmod{z}$ , то  $a \equiv c \pmod{z}$
3. Если  $a \equiv b \pmod{z}$  и  $c \equiv d \pmod{z}$ , то  $a + c \equiv b + d \pmod{z}$
4. Если  $a \equiv b \pmod{z}$  и  $c \equiv d \pmod{z}$ , то  $ac \equiv bd \pmod{z}$

## Задачи

### 1. Упражнения:

- (a) Найдите остаток от деления  $71 * 72 * 73 * 74$  на 70
  - (b) Найдите остаток от деления  $71 * 72 * 73 * 74$  на 75
  - (c) Найдите остаток от деления  $71^{2024}$  на 70
2. Докажите, что если  $3x + 7y \equiv 1 \pmod{11}$ , то  $3x + 40y \equiv 1 \pmod{11}$
  3. Докажите признак делимости на 3. Число делится на 3, если сумма его цифр делится на 3.