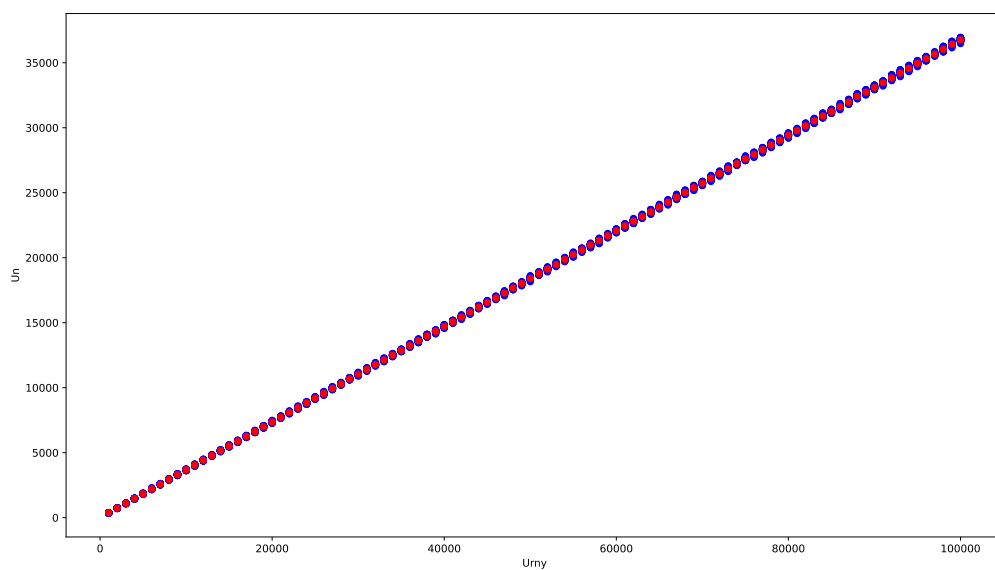


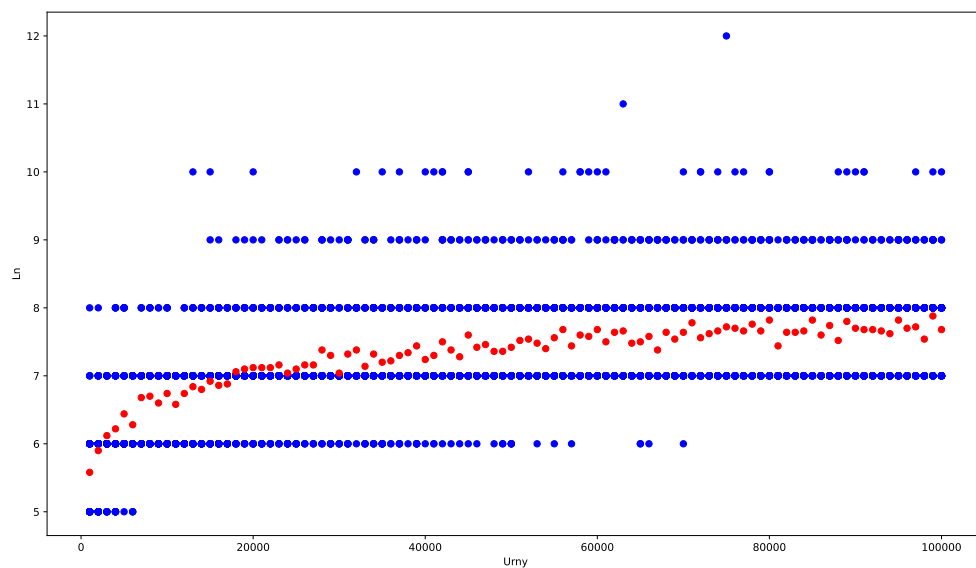
#### Eksperyment 1: moment pierwszej kolizji

Punkty wraz ze wzrostem liczby urn są coraz mniej skoncentrowane wokół wartości średniej, chociaż już od samego początku punkty dość mocno od niej odbiegają.



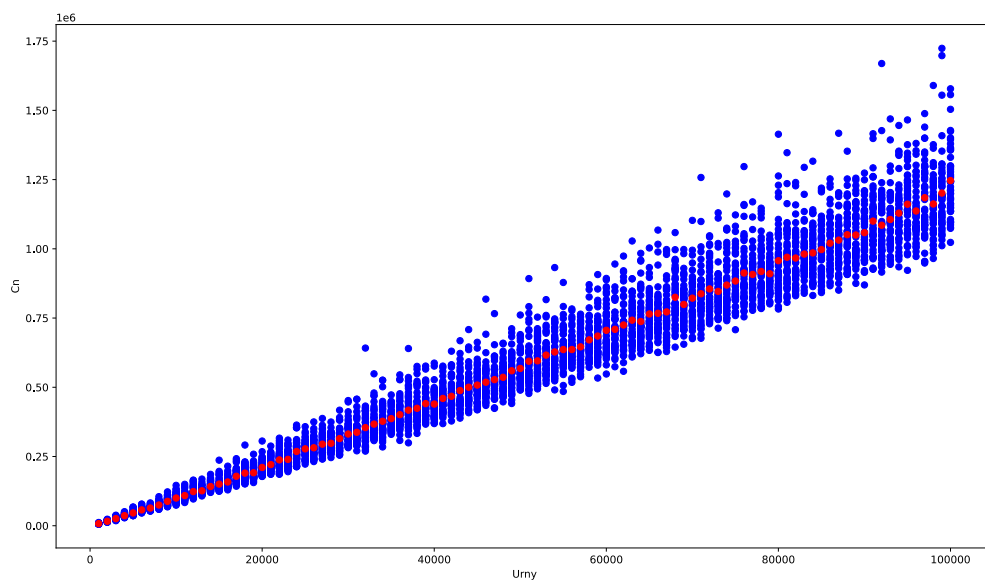
#### Eksperyment 2: liczba pustych urn po wrzuceniu n kul

Punkty są bardzo skoncentrowane wokół wartości średniej, ta koncentracja się zmniejsza, ale nieznacznie w stosunku do wzrostu liczby urn.



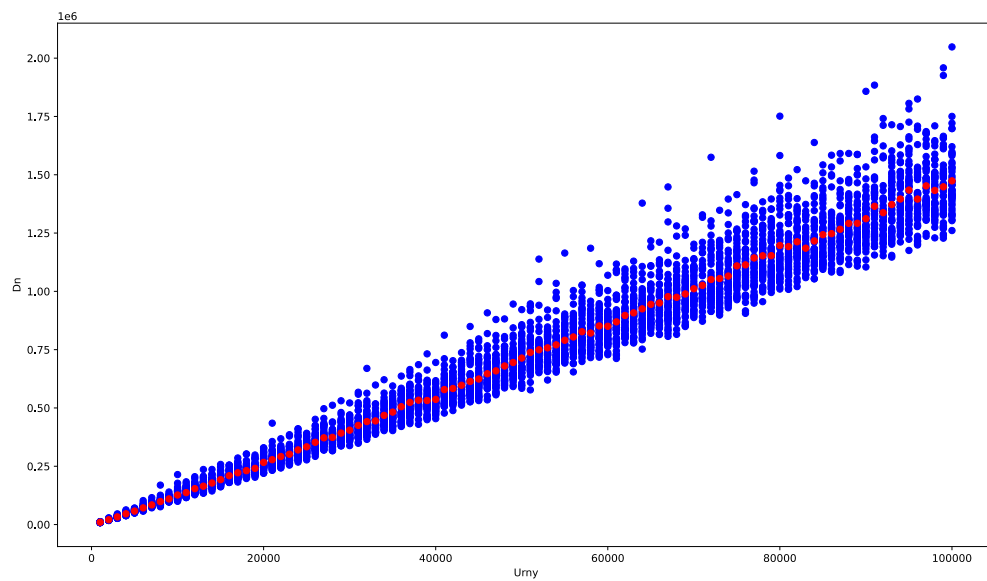
Eksperyment 3: maksymalna liczba kul w urnie po wrzuceniu  $n$  kul

Wyniki dość mocno odbiegają od wartości średniej, już od początku różnią się o ponad  $1/3$ , ale wraz ze wzrostem (poza drobnymi anomaliami) zdają się pozostawać w tym zakresie.



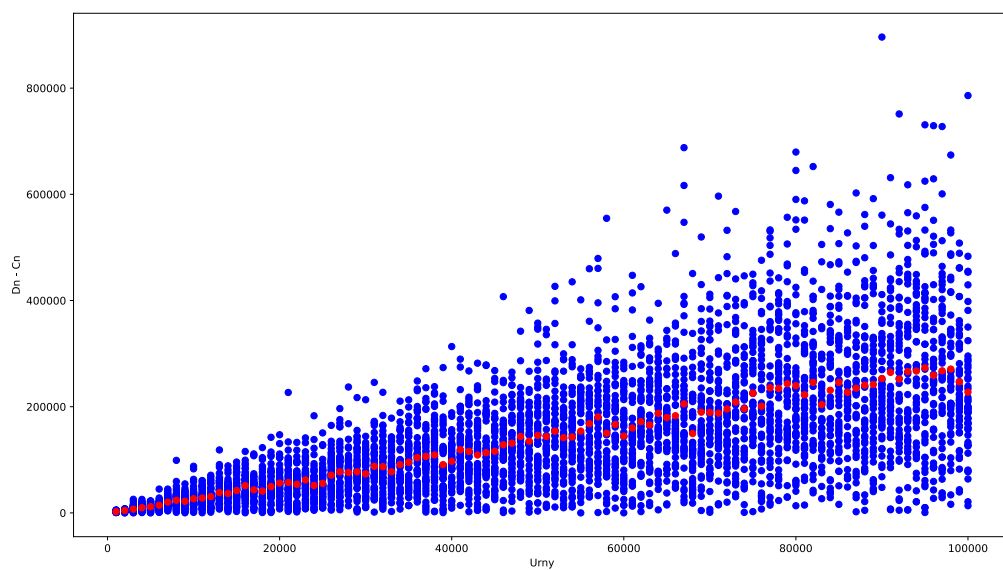
Eksperyment 4: problem kolekcjonera kuponów

Choć wyniki koncentrują się dość blisko średniej, to ta koncentracja maleje, a także zdarzają się punkty mocno odchylone od tej średniej



#### Eksperyment 5: problem brata kolekcjonera kuponów

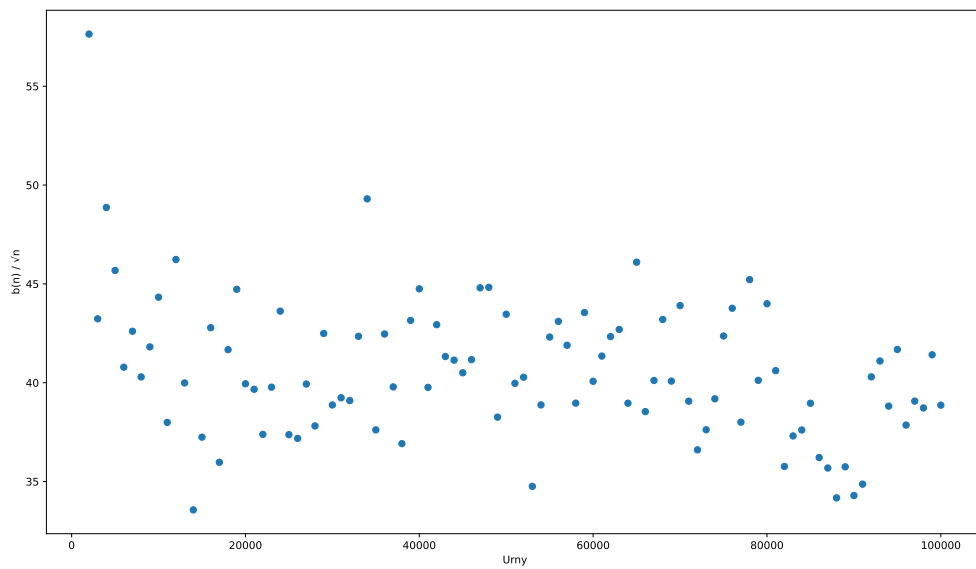
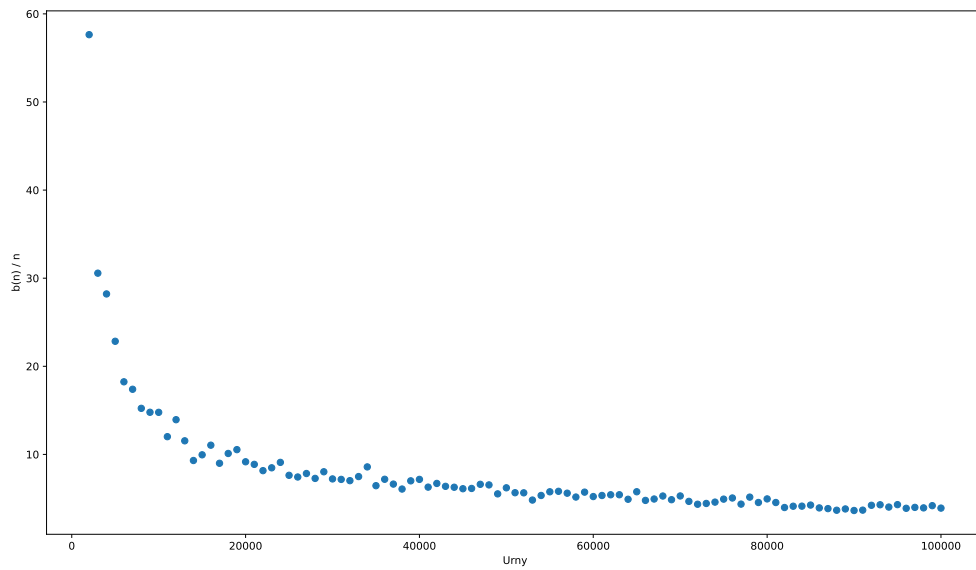
Wykres wygląda podobnie jak w przypadku kolekcjonera kuponów, jedynie wszystkie wartości są wyższe, więc wnioski są te same



#### Eksperyment 5: $D_n - C_n$

Mamy tutaj połączenie wykresów 4 i 5, a więc koncentracja wokół średniej jak i liczba punktów bardzo odbiegających pogorszyła się podwójnie.

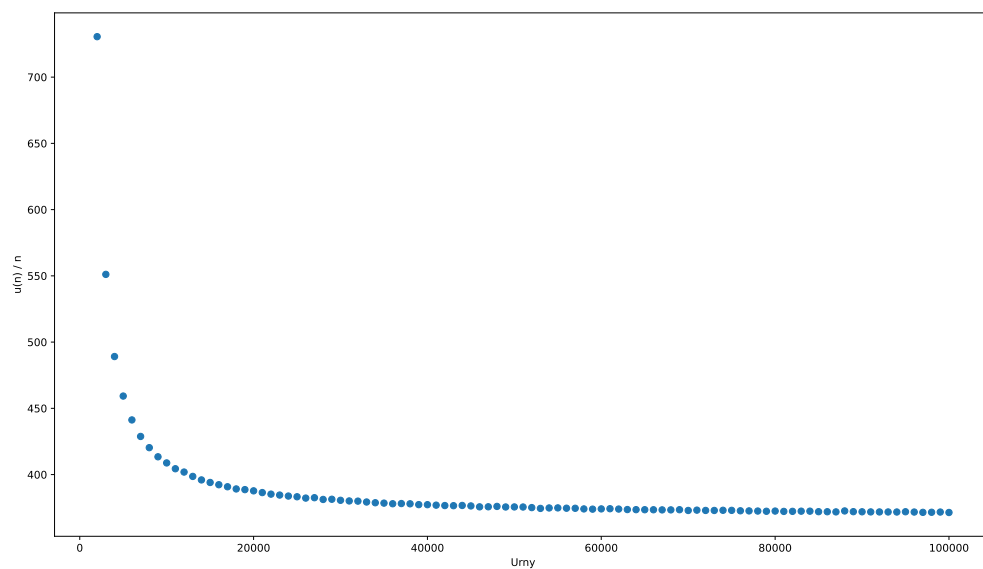
$B(n)$



$B(N)$

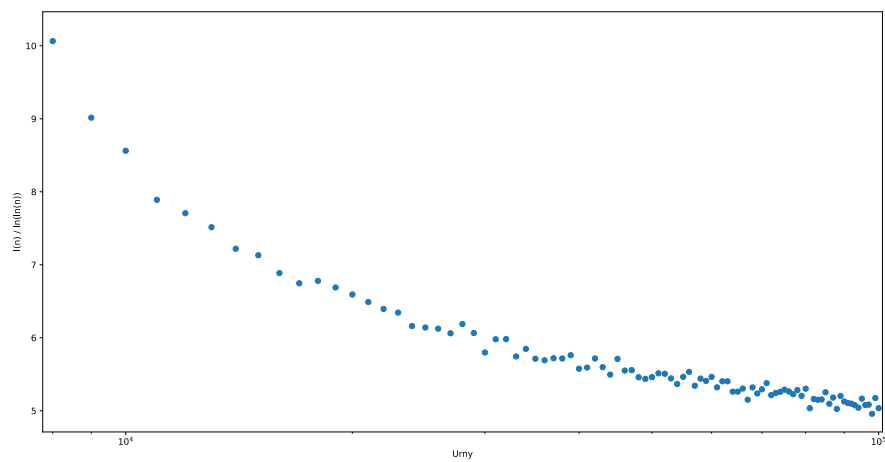
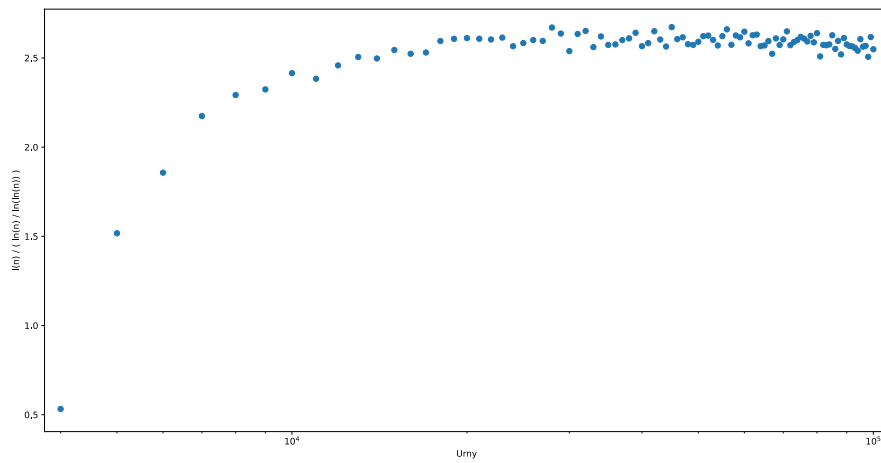
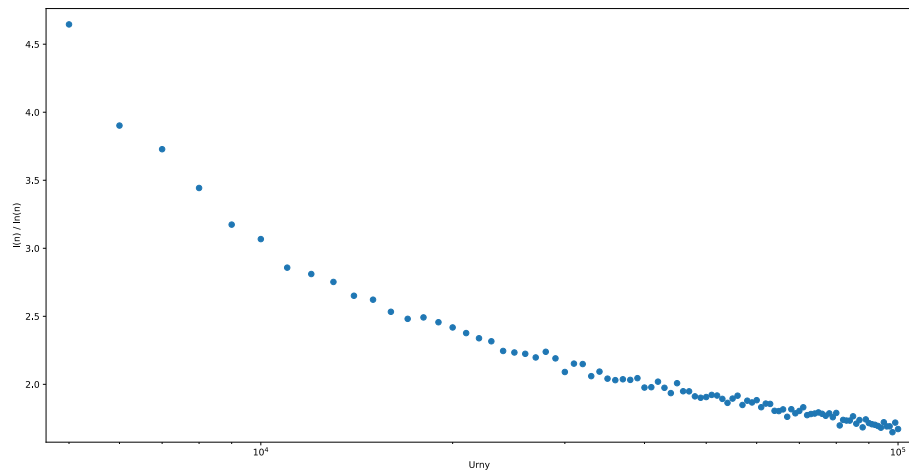
Pierwszy wykres zbiega do stałej, zatem hipoteza to że  $B(n)$  rośnie jak  $n$ .

$U(n)$



Wykres wydaje się dążyć do stałej, więc hipoteza:  $U(n) = O(n)$ .

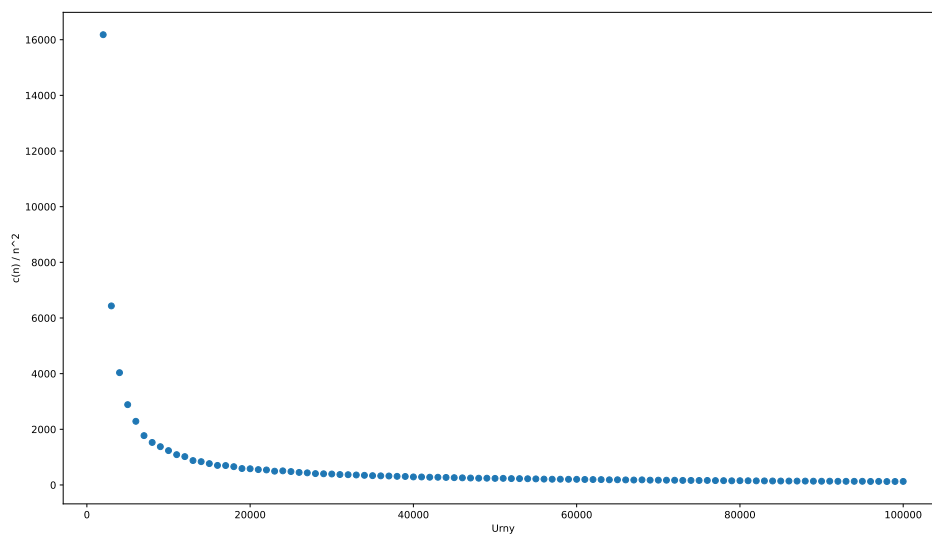
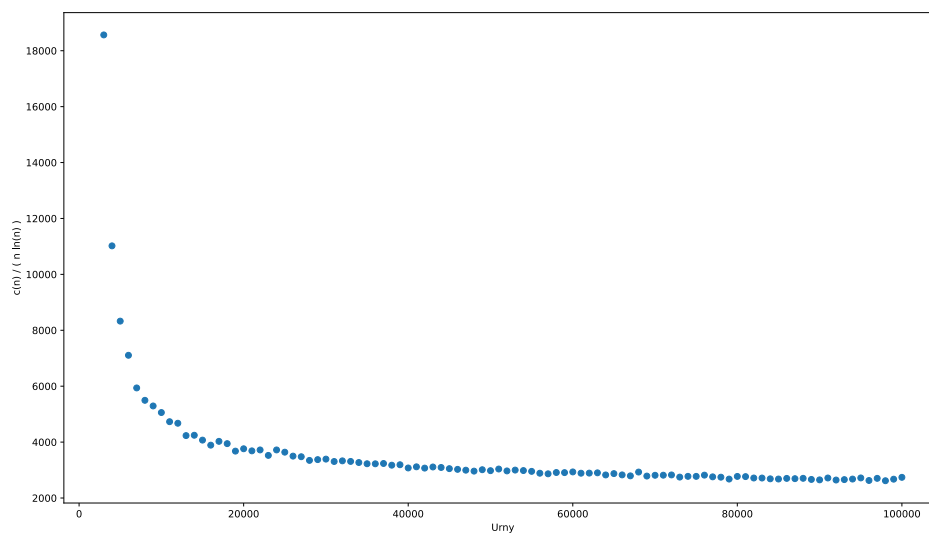
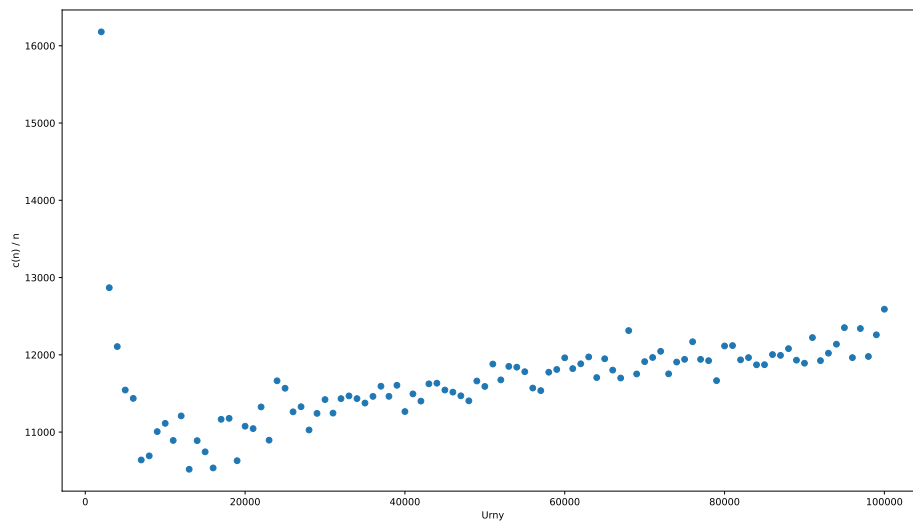
$L(n)$



Powyższe wykresy mają skalę logarytmiczną na osi x, i aby lepiej pokazać to czy dążą do stałej pominąłem kilka początkowych punktów.

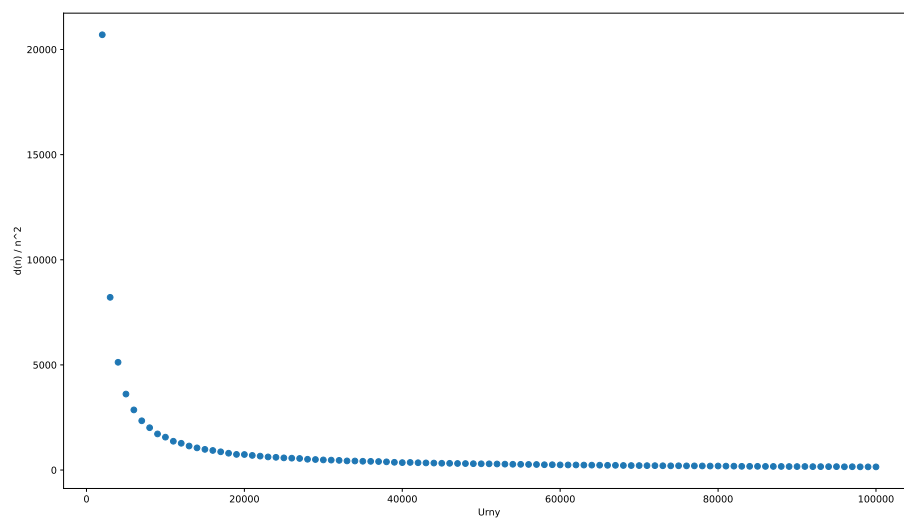
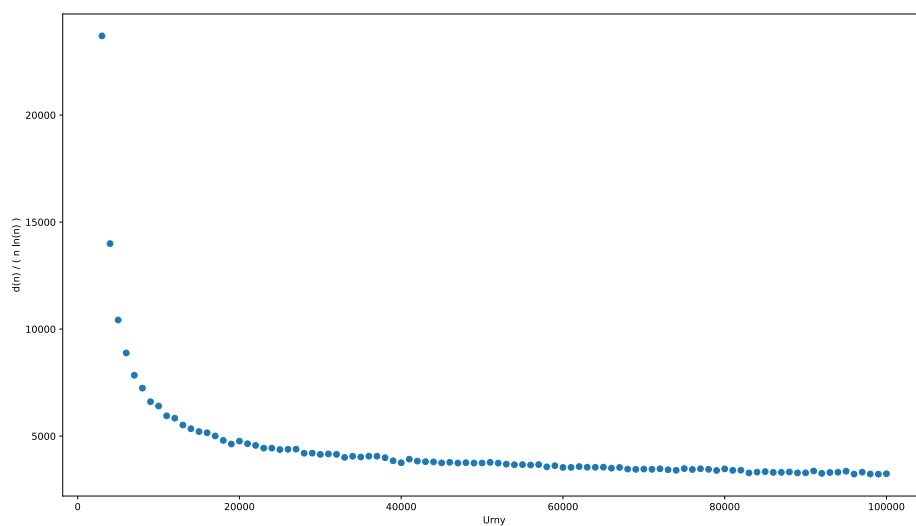
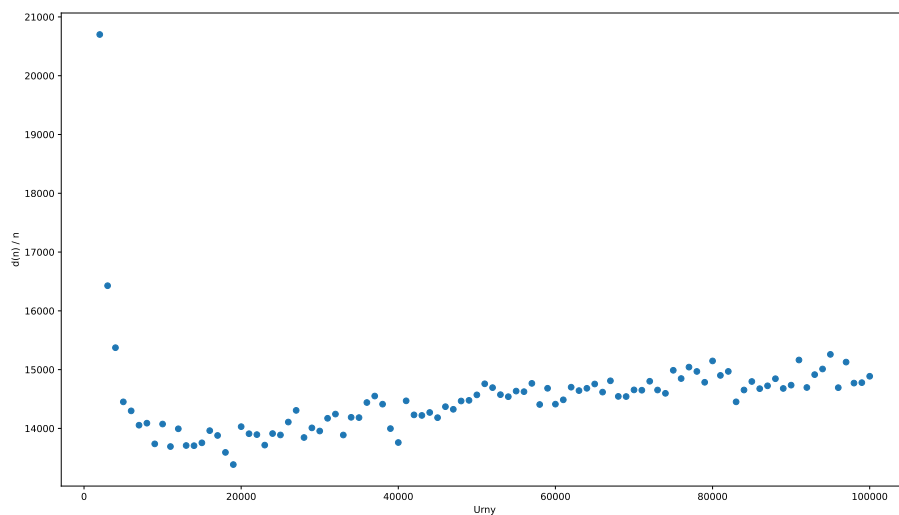
Spośród danych wykresów, wykres środkowy zdaje się najbardziej dążyć do stałej wartości, gdy wykresy 1 i 2 maleją, zatem hipoteza to że  $l(n)$  rośnie tak jak  $\frac{\ln(x)}{\ln(\ln(x))}$

$C(n)$



Wykres 1 rośnie, zaś 3 dąży do zera. Wykres 2 zbiega do wartości stałej, a więc hipoteza to że  $C(n)$  rośnie jak  $n \ln(n)$

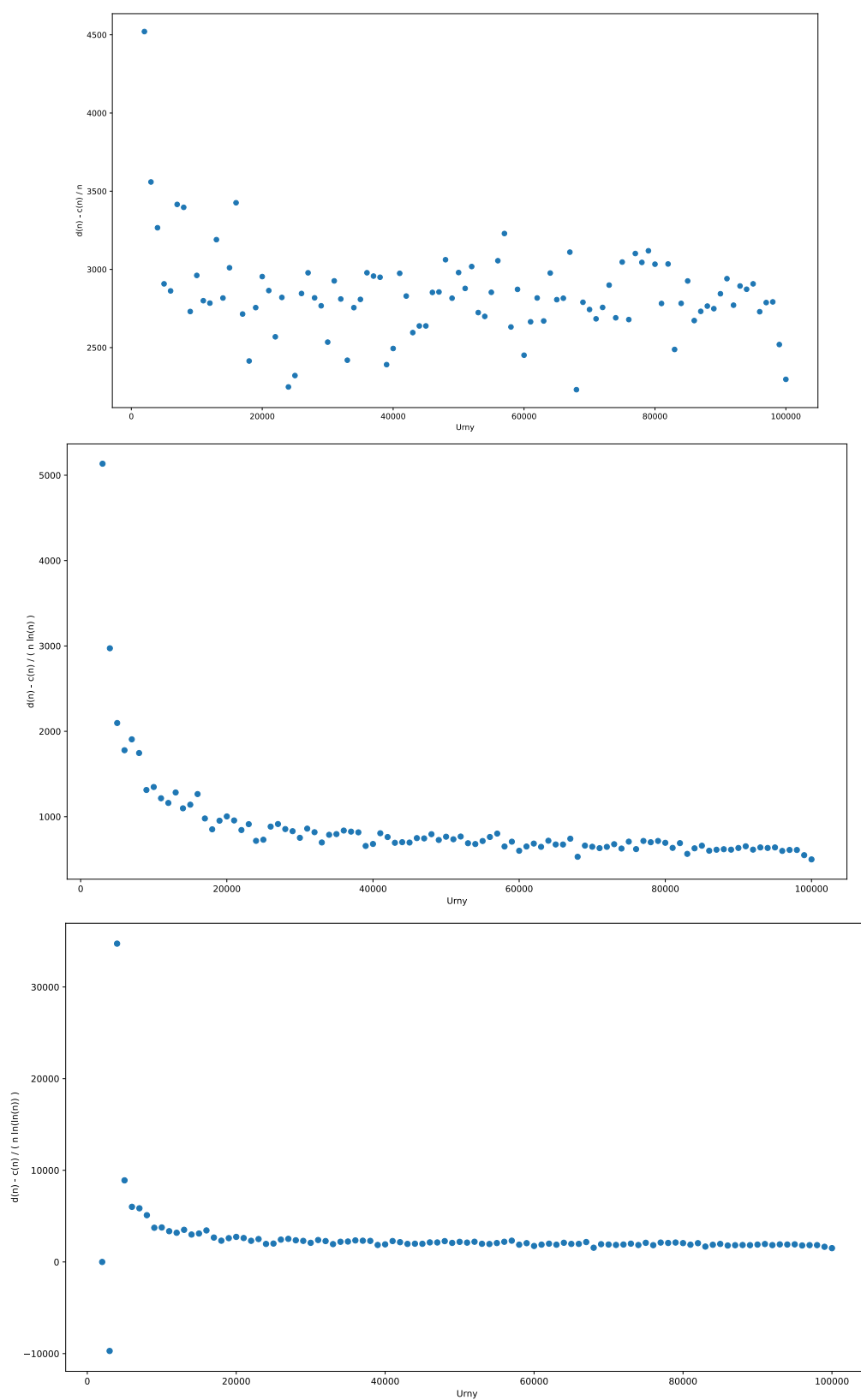
$D(n)$



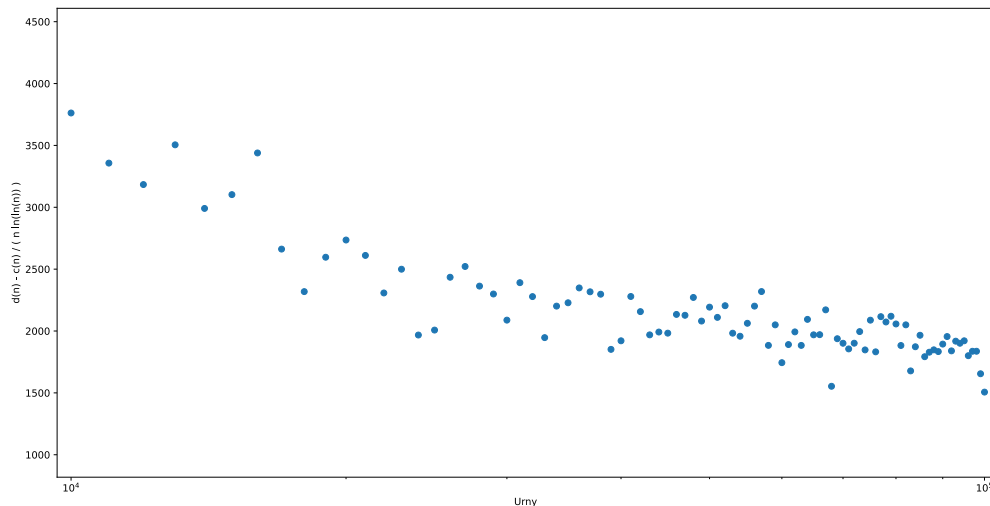
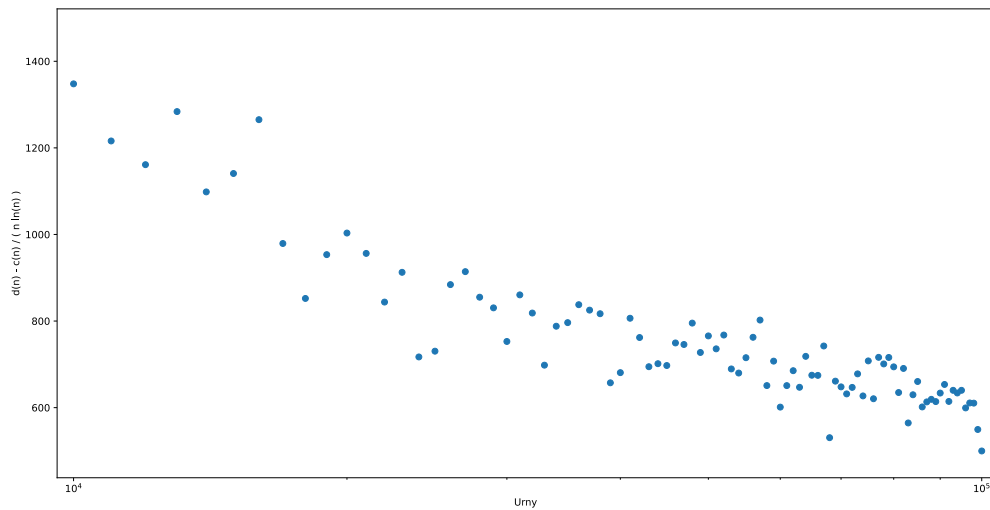


Tak jak było widać podobieństwo wykresów eksperymentu 4 i 5, tak samo można wyciągnąć podobne wnioski jak do  $C(n)$ , a więc hipoteza to  $D(n) = O(n \ln(n))$

$D(n) - C(n)$



Wykresy 2 i 3 wyglądają jakby obydwa zbiegały do stałej wartości, choć nie do zera, więc podmieniłem oś x na logarytmiczną



Nadal widać dość duże podobieństwo, ale wykres 3 maleje wolniej od 2, więc hipotezą będzie że  $D(n) - C(n) = O(n \ln(\ln(n)))$

Birthday paradox – Polega na policzeniu jaka jest szansa że w grupie osób dwie osoby będą miały urodziny w tym samym dniu, albo w bardziej znanej wersji, ile osób trzeba aby szansa na to że dwie osoby dzielą dzień urodzin była  $\frac{1}{2}$ . Paradoks bierze się stąd że ta liczba to tylko 23 i nie brzmi to naturalnie, dopóki nie zdamy sobie sprawy z tego że porównujemy każdą osobę z każdą, a więc jak będziemy liczyć liczbą porównań to jest to bardziej intuicyjne.

Coupon collector's problem – ile trzeba kupić produktów mających losowe kupony wewnątrz, aby posiadać po każdym kuponie w liczbie co najmniej 1.

Funkcje haszujące a Birthday paradox – w tym paradoksie czekamy na moment kolizji, a więc na moment w którym funkcja ze zbioru kul na zbiór urn nie jest różnowartościowa. Jest to ważne pod tym względem, że gdybyśmy używali funkcji losowej jako funkcji haszującej to możemy określić prawdopodobieństwo że dojdzie do kolizji, czyli funkcja przypisze dwu elementom te same wartości, czego nie chcemy.