

Teoretyczne podstawy informatyki

zadanie 61

Jarosław Socha

27 czerwca 2024

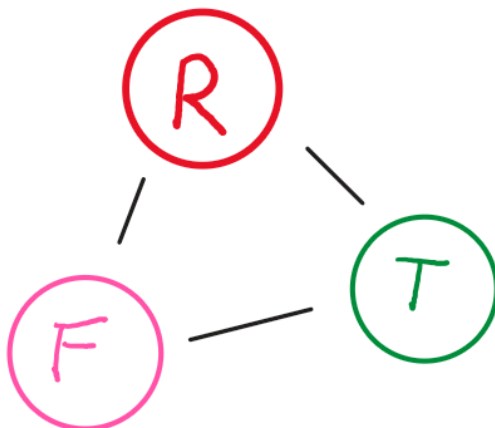
1 Treść zadania

Zadanie 61

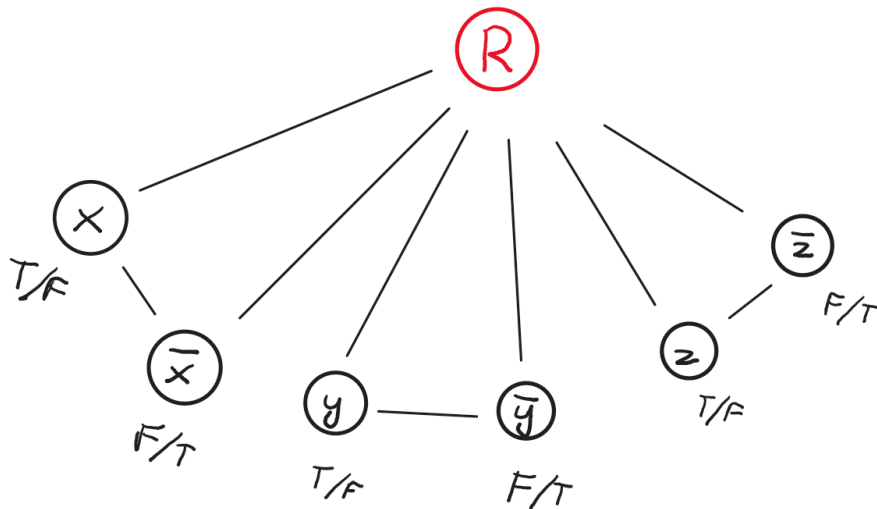
Problem *3COLORING* odpowiada na pytanie czy istnieje takie pokolorowanie wszystkich wierzchołków danego grafu 3 kolorami, że końce każdej krawędzi są innego koloru. Zredukuj problem *3SAT* do *3COLORING*.

2 Rozwiązanie

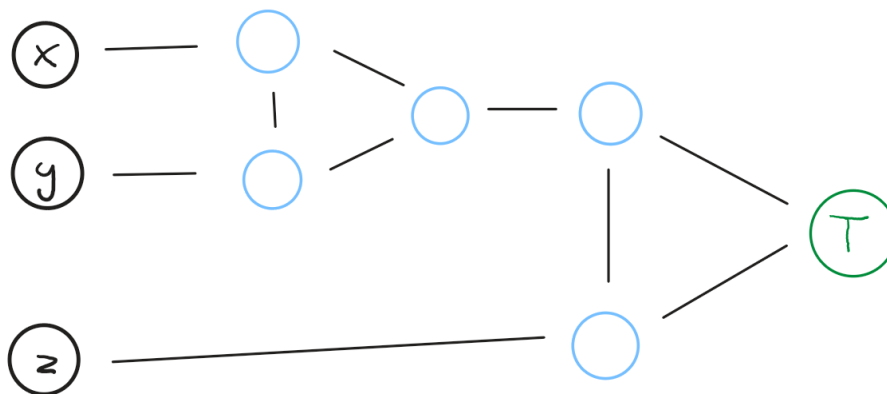
Weźmy instancję problemu *3SAT*. Stworzymy teraz graf, który będzie odpowiadał temu problemowi. Graf będzie posiadał wierzchołki wolne, oraz wierzchołki odpowiadające każdej zmiennej i jej negacji. Kolor wierzchołka będzie oznaczał jego wartość w problemie *3SAT*, stąd używanymi kolorami będą *T* (*True*), *F* (*False*) oraz *R*, gdzie zadbamy o to, by żaden z wierzchołków odpowiadających zmiennym nie miał koloru *R*.



Na początku stworzymy część grafu odpowiadającą za to, by wierzchołki zmiennych miały kolory T lub F , oraz za to, by wierzchołki i ich negacje miały kolory przeciwne.



Teraz zakodujemy alternatywy problemu $3SAT$ za pomocą grafu. Do każdej klauzuli użyjemy poniższej struktury, która przy założeniu, że zmienne będą miały kolory T lub F (co będzie prawdą ze względu na poprzedni graf), będzie wykonywać swojego rodzaju operację OR , gdzie wynik będzie z góry narzucony jako T , aby poprawne kolorowanie dawało prawdę dla każdej alternatywy.



Dla powyższej struktury kolorowanie będzie poprawne tylko wtedy, gdy co najmniej jeden wierzchołek będzie koloru T , czyli co najmniej jeden składnik alternatywy będzie prawdą.

Wartościowanie formuły które da prawdę istnieje wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje poprawne 3-kolorowanie powyższego grafu, więc zredukowaliśmy problem $3SAT$ do $3COLORING$.