



Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”
Факультет інформатики та обчислювальної техніки
Кафедра інформаційних систем та технологій

Лабораторна робота №5

Чисельне розв’язування звичайних диференціальних рівнянь

Виконав
студент групи ІА-32:
Лось Я. В.

Перевірила:
Вітюк А.Є.

Київ 2024

Мета роботи: ознайомитись з підходами до розв'язування звичайних диференціальних рівнянь.

Завдання

1. Розв'язати задачу Коші для ЗДР 2-го порядку на вказаному відрізку із вказаним кроком h методами Ейлера, Ейлера-Коші та Рунге-Кутта. Отриманий чисельний розв'язок порівняти з точним. Визначити похибку.
2. Написати програму розв'язування задачі (див. свій варіант) мовою Python.

Аналітичний розв'язок

18	$x^2 y'' + (x+1)y' - y = 0$ $y(1) = 2 + e$ $y'(1) = 1$ $x \in [1, 2], h = 0.1$	$y = x + 1 + x e^{1/x}$
----	--	-------------------------

Варіант 18

Задача Коші:

$$x^2 y'' + (x+1)y' - y = 0$$

$$y(1) = 2 + e ; y'(1) = 1 ; x \in [1; 2] ; h = 0,1$$

Точний розв'язок:

$$y = x + 1 + x \cdot e^{1/x}$$

Метод Ейлера:

$$y_{i+1} = y_i + h \cdot y'_i$$

$$y'_{i+1} = y'_i + h \cdot y''_i$$

Метод Ейлера - Коші:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2} \cdot (y'_i + y'_{i+1})$$

$$y'_{i+1} = y'_i + \frac{h}{2} (y''_i + y''_{i+1})$$

Метод Рунге-Кутты:

$$k_i = h \cdot y_i'$$

$$l_i = h \cdot (x_i^2 \cdot y_i'' - x_i(x_i^2 - 1) \cdot y_i' - 2(x_i^2 + 1) \cdot y_i)$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

$$y_{i+1}' = y_i' + \frac{1}{6} (l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4)$$

X	Эйлера	Эйлера-Копи	Рунге-Кутта	Торний
1.0	4,7182	4,7182	4,7182	4,7182
1.1	4,8182	4,8318	4,8318	4,8302
1.2	4,9454	4,9679	4,9636	4,9611
1.3	5,0903	5,1191	5,1085	5,1055
1.4	5,2475	5,2810	5,2631	5,2538
1.5	5,4133	5,4505	5,4251	5,4216
1.6	5,5857	5,6259	5,5929	5,5891
1.7	5,7629	5,8057	5,7651	5,7613
1.8	5,9440	5,9890	5,9411	5,9372
1.9	6,1281	6,1751	6,12	6,1161
2.0	6,3146	6,3637	6,3014	6,2974

Результат виконання програми

Метод Ейлера

x=1.0	y=4.7182820	Точне значення=4.7182820	Похибка=0.0000000
x=1.1	y=4.8182820	Точне значення=4.8302717	Похибка=0.0119897
x=1.2	y=4.9454648	Точне значення=4.9611712	Похибка=0.0157064
x=1.3	y=5.0903951	Точне значення=5.1055373	Похибка=0.0151422
x=1.4	y=5.2475268	Точне значення=5.2598180	Похибка=0.0122913
x=1.5	y=5.4133943	Точне значення=5.4216012	Похибка=0.0082069
x=1.6	y=5.5857247	Точне значення=5.5891936	Похибка=0.0034690
x=1.7	y=5.7629667	Точне значення=5.7613732	Похибка=0.0015935
x=1.8	y=5.9440269	Точне значення=5.9372363	Похибка=0.0067906
x=1.9	y=6.1281124	Точне значення=6.1161008	Похибка=0.0120116
x=2.0	y=6.3146351	Точне значення=6.2974426	Похибка=0.0171925

Метод Ейлера-Коші

x=1.0	y=4.7182820	Точне значення=4.7182820	Похибка=0.0000000
x=1.1	y=4.8318734	Точне значення=4.8302717	Похибка=0.0016017
x=1.2	y=4.9679861	Точне значення=4.9611712	Похибка=0.0068149
x=1.3	y=5.1191990	Точне значення=5.1055373	Похибка=0.0136617
x=1.4	y=5.2810183	Точне значення=5.2598180	Похибка=0.0212003
x=1.5	y=5.4505667	Точне значення=5.4216012	Похибка=0.0289655
x=1.6	y=5.6259183	Точне значення=5.5891936	Похибка=0.0367246
x=1.7	y=5.8057360	Точне значення=5.7613732	Похибка=0.0443628
x=1.8	y=5.9890632	Точне значення=5.9372363	Похибка=0.0518269
x=1.9	y=6.1751974	Точне значення=6.1161008	Похибка=0.0590966
x=2.0	y=6.3636116	Точне значення=6.2974426	Похибка=0.0661690

Метод Рунге-Кутта

x=1.0	y=4.7182820	Точне значення=4.7182820	Похибка=0.0000000
x=1.1	y=4.8318734	Точне значення=4.8302717	Похибка=0.0016017
x=1.2	y=4.9636778	Точне значення=4.9611712	Похибка=0.0025066
x=1.3	y=5.1085791	Точне значення=5.1055373	Похибка=0.0030418
x=1.4	y=5.2631891	Точне значення=5.2598180	Похибка=0.0033711
x=1.5	y=5.4251827	Точне значення=5.4216012	Похибка=0.0035815
x=1.6	y=5.5929152	Точне значення=5.5891936	Похибка=0.0037215
x=1.7	y=5.7651924	Точне значення=5.7613732	Похибка=0.0038191
x=1.8	y=5.9411274	Точне значення=5.9372363	Похибка=0.0038911
x=1.9	y=6.1200484	Точне значення=6.1161008	Похибка=0.0039476
x=2.0	y=6.3014376	Точне значення=6.2974426	Похибка=0.0039950

Висновок: протягом виконання лабораторної роботи я ознайомився з підходами до розв'язування звичайних диференціальних рівнянь.