



Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”
Факультет інформатики та обчислювальної техніки
Кафедра інформаційних систем та технологій

Лабораторна робота №3
Метод сплайн-інтерполяції функції

Виконав
студент групи ІА-32:
Лось Я. В.

Перевірила:
Вітюк А.Є.

Київ 2024

Мета роботи: ознайомитись з методологією сплайн-інтерполювання функцій, зокрема побудови кубічного сплайну.

Завдання

1. Побудувати кубічний сплайн для функції, заданої у вузлах інтерполяції, припускаючи, що сплайн має нульову кривизну при

$x = x_0$ й $x = x_4$. Обчислити значення функції в точці $x = X^*$.

2. Написати програму розв'язування задачі (див. свій варіант) мовою Python.

Аналітичний розв'язок

18.

$$X^* = 8$$

i	0	1	2	3	4
x_i	0.0	0.4	0.8	1.2	1.6
f_i	-2.2026	-0.19315	0.79464	1.5624	2.2306

i	0	1	2	3	4
x_i	0	0,4	0,8	1,2	1,6
f_i	-2,2026	-0,19315	0,79464	1,5624	2,2306
q_i					

$$h = x_i - x_{i-1} = 0,4 = \text{const}$$

$$x^* = 8$$

$$q_0 = q_4 = 0$$

$$q_{i-1} \frac{h}{6} + q_i \frac{2h}{3} + q_{i+1} \frac{h}{6} = \frac{y_{i+1} - y_i}{h} - \frac{y_i - y_{i-1}}{h}$$

$$i=1: \quad \frac{0,8}{3} q_1 + \frac{0,4}{6} q_2 = \frac{y_2 - y_1}{0,4} - \frac{y_1 - y_0}{0,4} = -2,55$$

$$i=2: \quad \frac{0,4}{6} q_1 + \frac{0,8}{3} q_2 + \frac{0,4}{6} q_3 = \frac{y_3 - y_2}{0,4} - \frac{y_2 - y_1}{0,4} = -0,55$$

$$i=3: \quad \frac{0,4}{6} q_2 + \frac{0,8}{3} q_3 = \frac{y_4 - y_3}{0,4} - \frac{y_3 - y_2}{0,4} = -0,25$$

$$\frac{0,8}{3} q_1 + \frac{0,4}{6} q_2 = -2,55$$

$$\frac{0,4}{6} q_1 + \frac{0,8}{3} q_2 + \frac{0,4}{6} q_3 = -0,55$$

$$\frac{0,4}{6} q_2 + \frac{0,8}{3} q_3 = -0,25$$

$$b_1 q_1 + c_1 q_2 = d_1$$

$$a_2 q_1 + b_2 q_2 + c_2 q_3 = d_2$$

$$a_3 q_2 + b_3 q_3 = d_3$$

$$A_i = \frac{-c_i}{b_i + a_i A_{i-1}} ; B_i = \frac{d_i - a_i B_{i-1}}{b_i + a_i A_{i-1}} ; a_1 = c_3 = 0$$

$$A_1 = -0,25 ; B_1 = -9,55 ; A_2 = -0,27 ; B_2 = 0,36 ;$$

$$A_3 = 0 ; B_3 = -1,1$$

$$q_3 = B_3 = -1,1$$

$$q_2 = A_2 q_3 + B_2 = 0,66$$

$$q_1 = A_1 q_2 + B_1 = -9,66$$

$$\bullet i=1 : S_1(x) = q_0 \frac{(x_1 - x)^3}{6 \cdot 0,4} + q_1 \frac{(x - x_0)^3}{6 \cdot 0,4} + \left(\frac{y_0}{0,4} - q_0 \frac{0,4}{6} \right) x$$

$$+ (x_1 - x) + \left(\frac{y_1}{0,4} - q_1 \frac{0,4}{6} \right) (x - x_0) = -4(x)^3 + 5,5(0,4 - x) +$$

$$+ 0,16(0,4 - x) \quad x \in [0; 0,4]$$

$$\bullet i=2 : S_2(x) = q_1 \frac{(x_2 - x)^3}{2,4} + q_2 \frac{(x - x_1)^3}{6 \cdot 0,4} + \left(\frac{y_1}{0,4} - q_1 \frac{0,4}{6} \right) x$$

$$+ (x_2 - x) + \left(\frac{y_2}{0,4} - q_2 \frac{0,4}{6} \right) (x - x_1) = -4(0,8 - x)^3 + 0,275(x - 0,4)^3 +$$

$$+ 0,16(0,8 - x) + 1,9(x - 0,4) \quad x \in [0,4; 0,8]$$

$$\bullet i=3 : S_3(x) = q_2 \frac{(x_3 - x)^3}{6 \cdot 0,4} + q_3 \frac{(x - x_2)^3}{6 \cdot 0,4} + \left(\frac{y_2}{0,4} - q_2 \frac{0,4}{6} \right) x$$

$$+ (x_3 - x) + \left(\frac{y_3}{0,4} - q_3 \frac{0,4}{6} \right) (x - x_2) = 0,275(1,2 - x)^3 +$$

$$+ 0,46(x-0,8)^3 + 1,94(1,2-x) + 3,98(x-0,8) \quad x \in [0,8; 1,2]$$

$$\bullet \bar{L} = 4 : S_4(x) = q_3 \frac{(x_4 - x)^3}{6 \cdot 0,4} + q_4 \frac{(x - x_3)^3}{6 \cdot 0,4} + \left(\frac{y_3}{0,4} - q_3 \frac{0,4}{6} \right) x$$

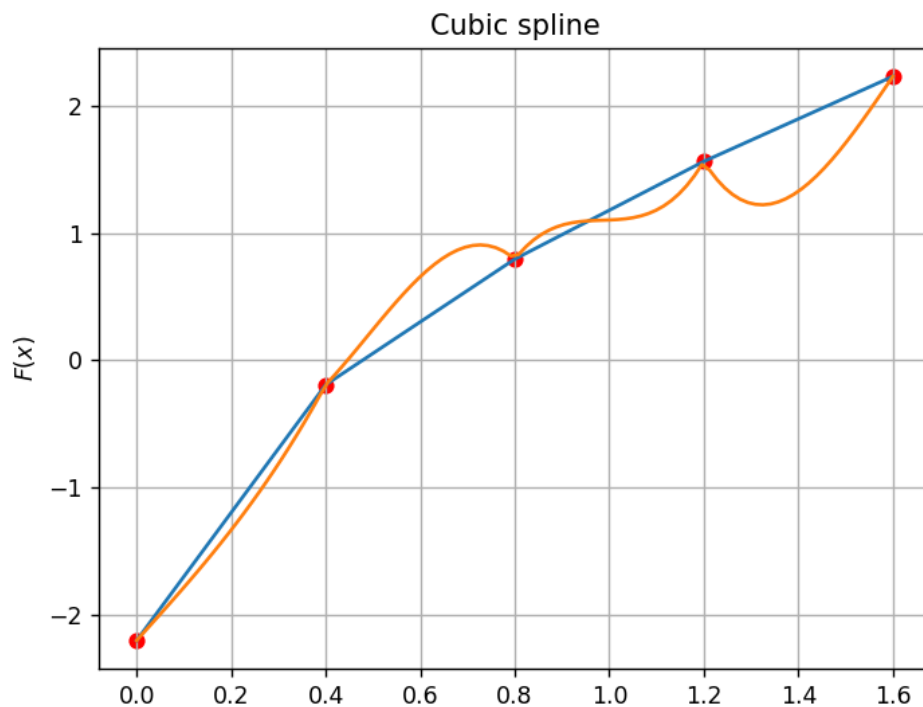
$$+ (x_4 - x) + \left(\frac{y_4}{0,4} - q_4 \frac{0,4}{6} \right) (x - x_3) = -0,46(1,6 - x)^3 +$$

$$+ 3,98(1,6 - x) + 5,58(x - 1,2) \quad x \in [1,2; 1,6]$$

$$x^* = 8 > x_4$$

$$S_4(8) = 2,28$$

Результат виконання програми



Розрахунок сплайн-інтерполяції в точці $x^* = 8$: 2.2306

Висновок: протягом виконання лабораторної роботи я ознайомився з методологією сплайн-інтерполювання функцій, зокрема побудови кубічного сплайну.