



Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”
Факультет інформатики та обчислювальної техніки
Кафедра інформаційних систем та технологій

Лабораторна робота №4

Методи чисельного інтегрування

Виконав
студент групи ІА-32:
Лось Я. В.

Перевірила:
Вітюк А.Є.

Київ 2024

Мета роботи: ознайомитись з алгоритмами чисельного інтегрування: формулою прямокутників, формулою трапецій та формулою Сімпсона.

Завдання

1. Обчислити визначений інтеграл $F = \int y dx$ методами прямокутників, трапецій, Сімпсона із кроками h_1, h_2 . Уточнити отримані значення, використовуючи метод Рунге-Ромберга.
2. Написати програму розв'язування задачі (див. свій варіант) мовою Python.
3. Підготувати звіт про виконання лабораторної роботи,

Аналітичний розв'язок

18	$y = \frac{\sqrt{x}}{4x+3}$	$X_0 = 1, X_k = 3, h_1 = 0.5, h_2 = 0.25$
----	-----------------------------	---

Варіант 18

$$y = \frac{\sqrt{x}}{4x+3}; \quad \int_1^3 \frac{\sqrt{x}}{4x+3} dx$$

1) Чисельне інтегрування за методом прямокутників

$$h_1 = 0,5$$

	0	1	2	3	4
x_i	1	1,5	2	2,5	3
y_i	0,143	0,136	0,128	0,122	0,115

$$\int_1^3 y dx \approx \sum_{i=1}^4 f(x_i) \cdot h = (y_0 + y_1 + y_2 + y_3) \cdot h = (0,143 + 0,136 + 0,128 + 0,122) \cdot 0,5 = 0,2645$$

$$h_2 = 0,25$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
x_i	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5	2,75	3
y_i	0,143	0,139	0,136	0,133	0,128	0,125	0,122	0,118	0,115

$$\int_1^3 f(x) dx \approx h_2 \cdot (0,143 + 0,139 + 0,136 + 0,133 + 0,128 + 0,125 + 0,122 + 0,118) = 0,261$$

2) Чисельне інтегрування за допомогою методу трапецій

$$\int_1^3 f(x) dx = \frac{h_1}{2} (y_0 + y_n + 2 \sum_{i=1}^{n-1} y_i) = 0,25 \cdot (0,143 + 0,115 + 2 \cdot (0,136 + 0,128 + 0,122)) = 0,2575$$

$$\int_1^3 f(x) dx = \frac{h_2}{2} (y_0 + y_n + 2 \sum_{i=1}^{n-1} y_i) = 0,125 \cdot (0,143 + 0,115 + 2 \cdot (0,139 + 0,136 + 0,133 + 0,128 + 0,125 + 0,122 + 0,118)) = 0,2575$$

3) Чисельне інтегрування за формулою Сімпсона

$$\int_1^3 f(x) dx = \frac{h_1}{3} (y_0 + y_n + 4 \sum_{i=1}^m y_{2i-1} + 2 \sum_{i=1}^{m-1} y_{2i}) = \frac{0,5}{3} (0,143 + 0,115 + 4(0,136 + 0,122) + 2 \cdot (0,128)) = 0,2577$$

$$\int_1^3 f(x) dx = \frac{h_2}{3} (y_0 + y_n + 4 \sum_{i=1}^m y_{2i-1} + 2 \sum_{i=1}^{m-1} y_{2i}) = \frac{0,25}{3} \times$$

$$\times (0,143 + 0,115 + 4 \cdot (0,139 + 0,133 + 0,125 + 0,118) + 2 \cdot (0,136 + 0,128 + 0,122)) = 0,2575$$

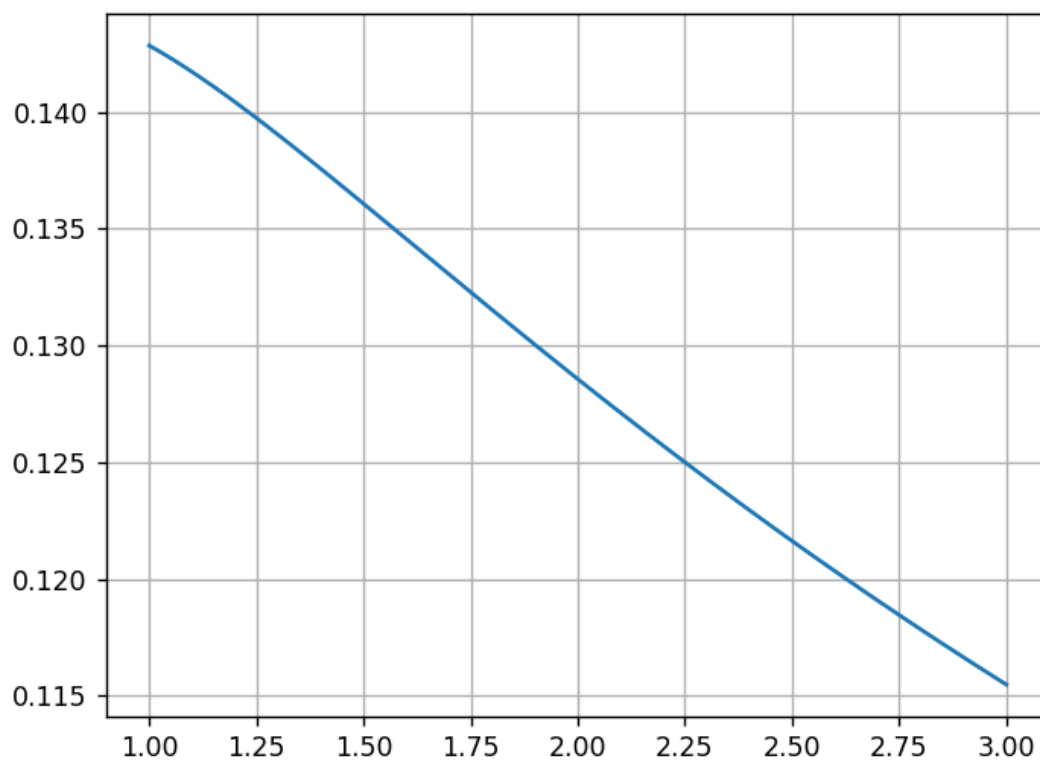
4) Процедура Рунге оцінки похибки й уточнення функції чисельного інтегрування.

$$1. \quad 0,261 - \frac{(0,261 - 0,2645)}{2^1 - 1} = 0,2645$$

$$2. \quad 0,2575 - \frac{(0,2575 - 0,2575)}{2^2 - 1} = 0,2575$$

$$3. \quad 0,2575 - \frac{(0,2575 - 0,2575)}{2^3 - 1} = 0,257513$$

Результат виконання програми



```
Result with step 0.5
Rectangle method: 0.2645654197521861
Trapezoidal method: 0.25771864749738166
Simpson method: 0.2577153741117825

Result with step 0.25
Rectangle method: 0.26115588475529355
Trapezoidal method: 0.2577324986278913
Simpson method: 0.2577371156713946

Runge checking
Runge checking result is 0.2645654197521861, Absolute error 0.007034419752186105
Runge checking result is 0.2577278815843881, Absolute error 0.00019688158438807557
Runge checking result is 0.25773566623408717, Absolute error 0.00020466623408715856
```

Висновок: протягом виконання лабораторної роботи я ознайомився з алгоритмами чисельного інтегрування: формулою прямокутників, формулою трапецій та формулою Сімпсона.