بسمه‌تعالی

دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی عمران

عنوان

تمرین هفتم هیدرولوژی پیشرفته

نگارنده

یسنا یگانه

٤٠٠٢٠٨٧٣٣

استاد راهنما

دکتر محمد دانش یزدی

فهرست مطالب

فهرست نمودارها

فهرست جدول‌ها

۱ هیدروگراف واحد حوضه

برای محاسبه‌ی هیدروگراف واحد حوضه تحت بارش مرکب از تابع discrete pulse response می‌کنیم که معادله آن به صورت زیر است:

$$Q_n = \sum_{m=1}^{k} P_m \times U_{N-M+1} \quad ; \begin{cases} n = 1,2,3,\dots,N-M+1 \\ k = n \quad if \ \ n \le M \\ k = M \quad if \ \ n > M \end{cases} \tag{1}$$

که در آن پارامتر M تعداد پالس بارش رخ داده در بازه‌های زمانی ثابت (در این تمرین ۷ ساعته) و N تعداد پالس رواناب تولید شده طی پالس‌های بارشی می‌باشد. با استفاده از de-convolution و محاسباتی ماتریسی می‌توان به مقادیر مجهول هیدروگراف واحد دست یافت[1]. با جایگذاری پارامترهای متناظر یک مساله در معادله ۱، مقادیر رواناب مستقیم جریان یافته در هر بازه زمانی به صورت جدول زیر خواهد بود:

جدول ۱: جدول محاسبه مقادیر رواناب جاری شده تحت بارش مرکب در هر بازه زمانی

Q_1 =	P_1U_1							
Q_2 =	P_2U_1 +	P_1U_2						
Q_3 =	P_3U_1 +	P_1U_2 +	P_1U_3					
....								
Q_M =	P_MU_1 +	$P_{M-1}U_2$ +	+ ......+	P_1U_M				
Q_{M+1} =	0 +	P_MU_2	+ ......+	P_2U_M +	P_1U_{M+1}			
....								
Q_{N-1} =	0 +	0 +	+ ......+	0 +	0 +	+ ......+	P_MU_{N-M+1}	$P_{M-1}U_{N-M+1}$
Q_N =	0 +	0 +	+ ......+	0 +	0 +	+ ......+	0	P_MU_{N-M+1}

معادله ۱ را برای سادگی محاسبات می‌توان به فرم ماتریسی زیر نوشت:

$$[Q]^{N\times 1} = [P]^{N\times(N-M+1)} \cdot [U]^{(N-M+1)\times 1} \tag{2}$$

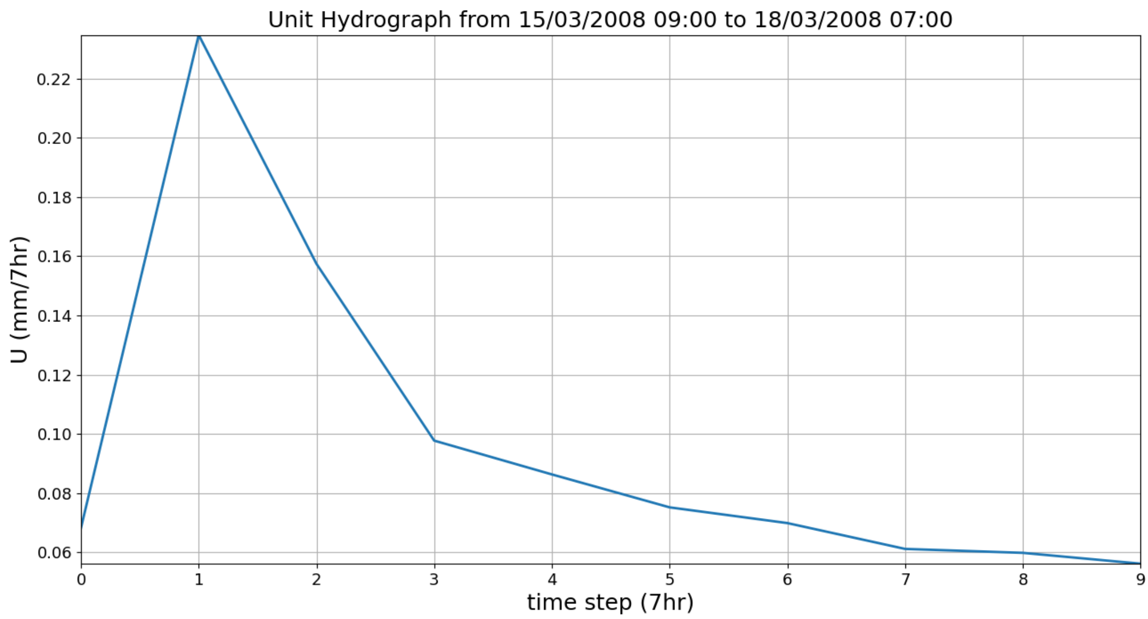
ماتریس‌های بارش، رواناب و مجهولات هیدروگراف واحد به صورت زیر می‌باشند:

$$\begin{bmatrix} P_1 & 0 & 0 & \dots 0 & 0 & \dots 0 & 0 \\ P_2 & P_1 & 0 & \dots 0 & 0 & \dots 0 & 0 \\ P_3 & P_2 & P_1 & \dots 0 & 0 & \dots 0 & 0 \\ \cdot & & & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & & & \cdot \\ P_M & P_{M-1} & P_{M-2} & \dots P_1 & 0 & \dots 0 & 0 \\ 0 & P_M & P_{M-1} & \dots P_2 & P_1 & \dots 0 & 0 \\ \cdot & & & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & & & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots 0 & 0 & \dots P_M & P_{M-1} \\ 0 & 0 & 0 & \dots 0 & 0 & \dots 0 & P_M \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ \vdots \\ U_{N-M+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Q_M \\ Q_{M+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Q_{N-1} \\ Q_N \end{bmatrix} \qquad (7.6.1)$$

پس از تشکیل ماتریس‌های بارش و ماتریس رواناب و جایگذاری آن‌ها در معادله۲، دستگاه معادلات بالا را حل می‌کنیم. نکته قابل توجه این است که تعداد معادلات (N) از تعداد مجهولات مساله (N-M+1) بیشتر می‌باشد و ماتریس بارش نیز ماتریسی مستطیلی است. برای حل معادله ۲ دو طرف را در ترنسپوز ماتریس بارش ضرب کرده و طبق معادله سه می‌توان مجهولات U را محاسبه کرد. گرچه در این روش به دلیل امکان وجود گپ در پالس‌های بارش ورودی ممکن است مقادیر U منفی محاسبه کند که برای جلوگیری ازین موضوع در الگوریتم استفاده شده برای رسیدن به هیدروگراف واحد شرطی قرار داده شد تا در هر مرحله و با حل هر یک از معادلات مشابه جدول ۱، چنانچه مقدار مجهول U منفی محاسبه شد برابر صفر قرار داده شود.

$$[U] = ([P]^T[U])^{-1}[P]^T[Q] \qquad (3)$$

در نهایت با استفاده از کد Q1 - sotooni -sample.py و انتخاب داده های بارش و دبی بازه زمانی ۲۰۰۸/۰۳/۱۵ الی ۲۰۰۸/۰۳/۱۸ ، هیدروگراف واحد به صورت زیر محاسبه شد:



نمودار ۱:هیدروگراف واحد

۲ تابع توزیع احتمال سفر با فرض ثابت بودن نسبت به زمان

در این بخش تابع توزیع زمان سفر را نسبت به زمان ثابت فرض کرده و فرم تابع آن را به صورت نرمال، نمایی و گاما در نظر می‌گیریم. می‌دانیم که طبق معادلعه ۴، با داشتن تابع توزیع زمان سفر (ثابت نسبت به زمان) و مقادیر غلظت ورودی (توسط بارش) کلرید می‌توان مقادیر غلظت کلرید خروجی را محاسبه نمود:

$$\delta_{out}(t) = \int_0^\infty TTD(\tau) \times \delta_{in}(t-\tau)d\tau \qquad (4)$$

با استفاده از کدهای Q2 -whole_expo_calibration.py ، Q2 -whole_gama_calibration.py و Q2 - whole_normal_calibration.py ابتدا توابع توزیع زمان سفر با در نظرگیری پارامترست‌های مختلف برای هر تابع، مطابق نمودار۲ تشکیل شد. در واقع ابتدا برای پارامترهای هر تابع بازه ای مشخص شد وتوابع توزیع به ازای مقادیر مختلف پارامتر ست تشکیل گردید. سپس با استفاده از معادله ۴ و داشتن غلظت‌های ورودی کلرید، غلظت خروجی کلرید محاسبه شد و با استفاده از متریک R^2 مقادیر غلظت محاسبه شده برای هر پارامتر ست سنجیده شد و پارامتر ست با بیشترین مقدار R^2 برای ترسیم و محاسبه بهترین غلظت انتخاب شد.

- برای پارامترهای توزیع نرمال (μ, σ) که معادله آن مطابق معادله زیر می‌باشد بهترین پارامتر ست در بازه‌ی ۲۰ تا ۷۰ برای هر دو پارامتر برابر (۷۰و۷۰) و R^2=0.03156 محاسبه شد. لازم به ذکر است به دلیل وجود گپ داده در غلظت‌های ورودی و خروجی، مقادیر صفر برای آن‌ها اتخاذ شد که این مساله خطای بزرگی را در این مساله ایجاد کرده است. لذا مقادیر متریک بیان شده قابل قبول نیستند اما بین بازه‌ی پارامتر انتخاب شده بهترین مقدار را دارند. بنابراین برای محاسبات دقیق تر باید گپ داده ها را با استفاده از روش‌های درونیابی رفع نمود تا بتوان پیش‌بینی بهترین از غلظت خروجی انجام داد.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

- برای توزیع نمایی که معادله آن به صورت زیر است، بازه‌ی پارامتر λ از ۰.۰۱ تا ۱ و با گام ۰.۰۱ انتخاب شد و بهترین مقدار پارامتر پس از کالیبراسیون برابر $\lambda = 0.01$ و R^2=0.0377 محاسبه شد.

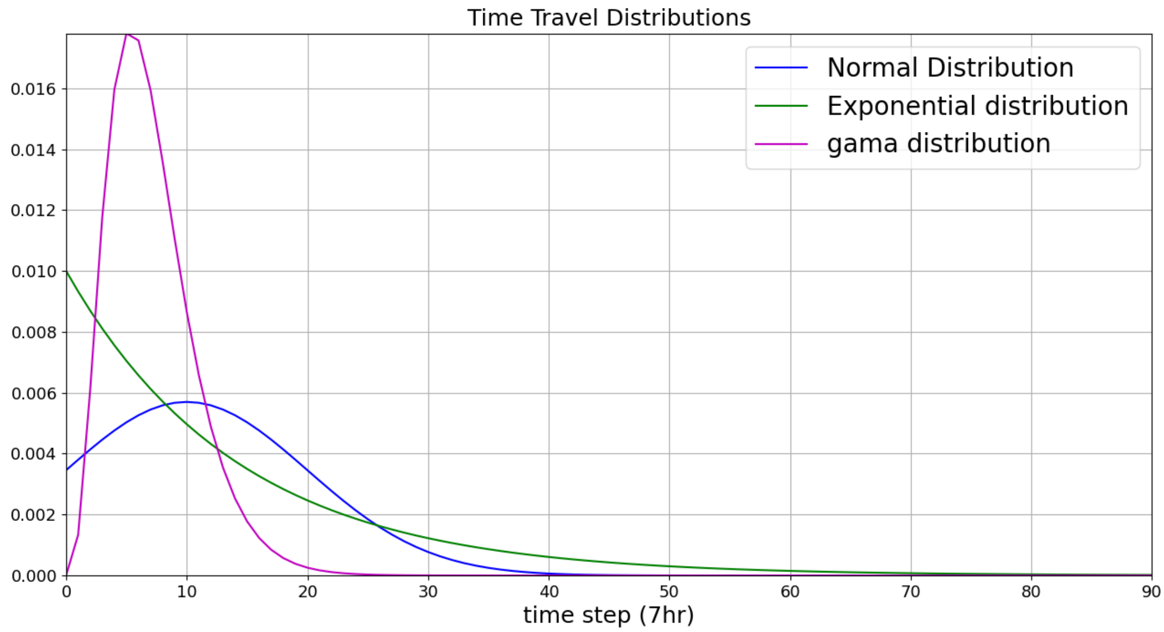
$$f(x;\lambda) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x \geq 0, \\ 0 & x < 0. \end{cases}$$

- در توزیع گاما که معادله آن به صورت زیر است، برای پارامترهای $(\alpha$و$\beta)$ بهترین پارامتر ست در بازه‌ی ۳ تا ۵ برای α و ۰.۰۷ تا ۰.۱ با گام ۰.۰۱ برای β برابر (۰.۰۷و۳) و R^2=0.02252 محاسبه شد.

$$f(x;\alpha,\beta) = \frac{x^{\alpha-1} e^{-\beta x} \beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \quad \text{for } x > 0 \quad \alpha, \beta > 0,$$

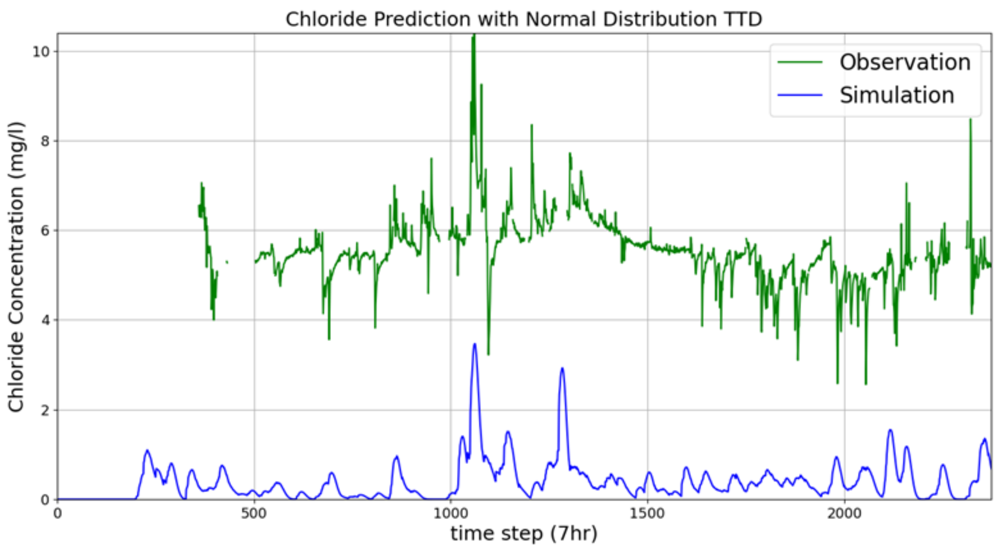
برای محاسبات دقیق تر لازم است تا بازه‌های بزرگتری برای کالیبراسیون انتخاب شود و از روش‌های کالیبراسیون پیشرفته تر مثل big bang big crunch، Particle Swarm Optimization و ... استفاده شود.

نمودار توابع توزیع با استفاده از بهترین مقادیر پارامتر شناسایی شده به صورت زیر می‌باشند:

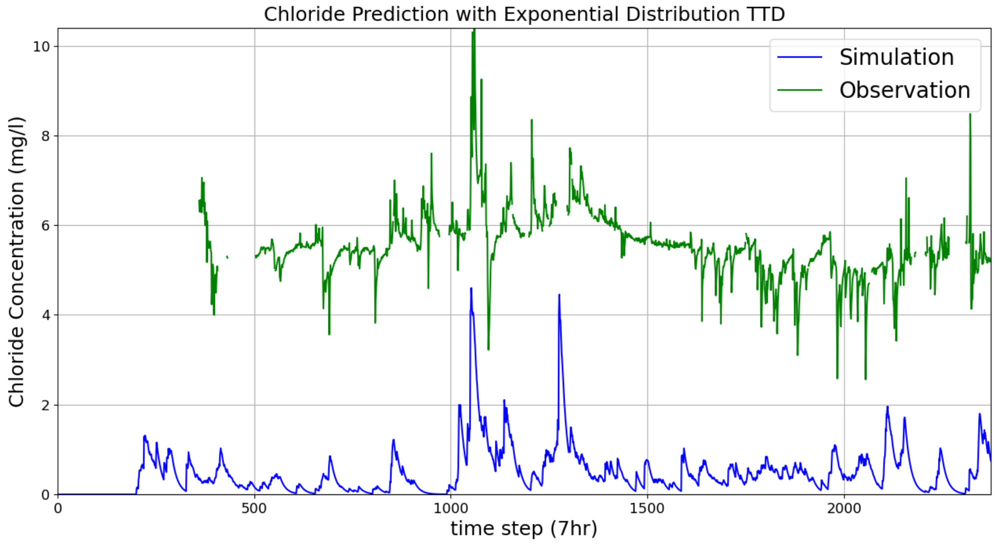


نمودار ۲: توابع توزیع سفر (ثابت نسبت به زمان t)

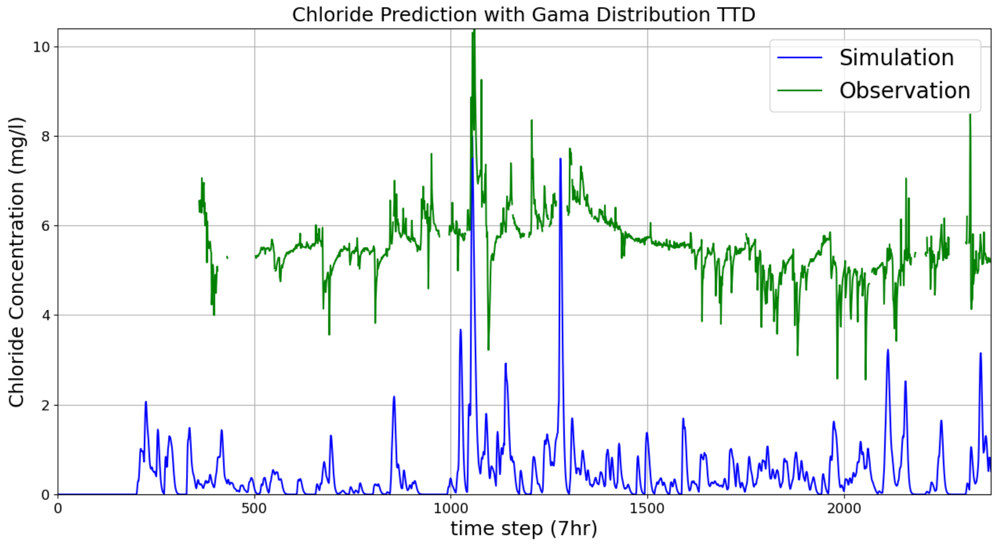
همچنین سری زمانی غلظت پیش بینی شده با استفاده از هر کدام مطابق شکل‌های زیر است:



نمودار ۳: غلظت کلرید خروجی پیش بینی شده با استفاده از تابع توزیع زمان سفر نرمال



نمودار ۴:: غلظت کلرید خروجی پیش بینی شده با استفاده از تابع توزیع زمان سفر نمایی



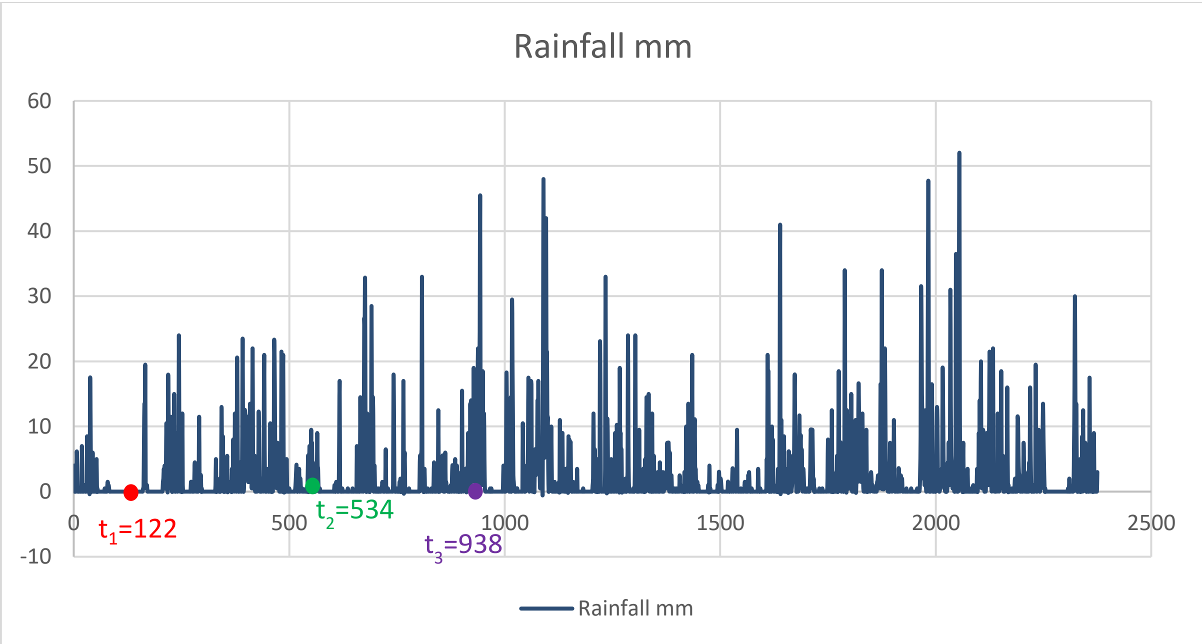
نمودار ۵:: غلظت کلرید خروجی پیش بینی شده با استفاده از تابع توزیع زمان سفر گاما

۳ تابع توزیع زمان اقامت با فرض یکنواخت بودن تابع انتخاب سن($\omega = 1$)

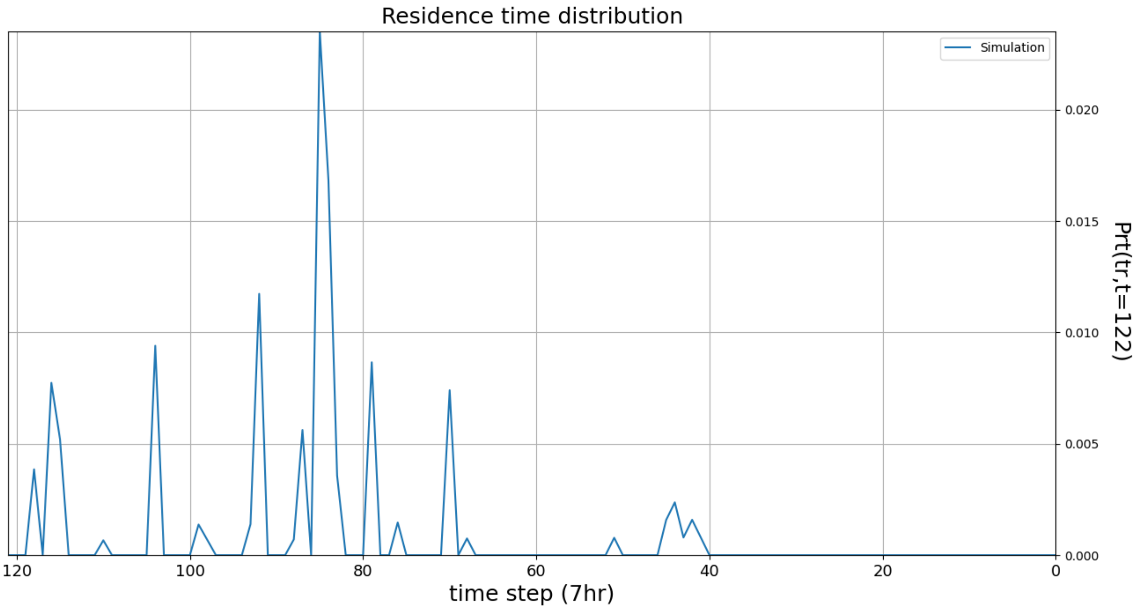
سه زمان t=122 به عنوان حالت خشک، t=534 به عنوان حالت بینابینی و t=938 به عنوان حالت تر انتخاب شدند. البته دقت شود مقادیر ذکر شده در واقع تعداد ۷ ساعت سپری شده هستند و برای به دست آوردن زمان واقعی بر حسب ساعت باید در ۷ ضرب شوند. معادله‌ی محاسبه‌ی تابع توزیع زمان اقامت به صورت زیر است:

$$p_{RT}(t_R,t) = \frac{J(t-t_R)}{S(t-t_R)} \exp\left\{-\int_{t-t_R}^{t} \frac{J(x)}{S(x)}dx\right\} \cdot \exp\left\{\int_{t-t_R}^{t} \frac{ET(x)[1-\omega_{ET}(t_R-t+x,x)]}{S(x)}dx\right\} \cdot \exp\left\{\int_{t-t_R}^{t} \frac{Q(x)[1-\omega_Q(t_R-t+x,x)]}{S(x)}dx\right\}$$

در این مساله برای محاسبه میزان حجم ذخیر در هر بازه زمانی، مقدار حجم ذخیره ابتدایی ۷۰۰ میلی متر در سطح حوضه در نظر گرفته شد و همچنین مقدار تبخیر و تعرق در معادله بیلان محاسبه‌ی حجم ذخیره ۰ درنظر گرفته شد. از طرفی با در نظرگیری $\omega = 1$ ترم دوم و سوم معادله بالا حذف شده و تنها ترم اول وارد محاسبات می‌شود. با استفاده از کد Q3.py و در نظرگیری معادله زیر، تابع توزیع زمان اقامت محاسبه گردید و نمودارهای متناظر با سه زمان انتخابی رسم گردید که مطابق شکل‌های زیر می‌باشند:

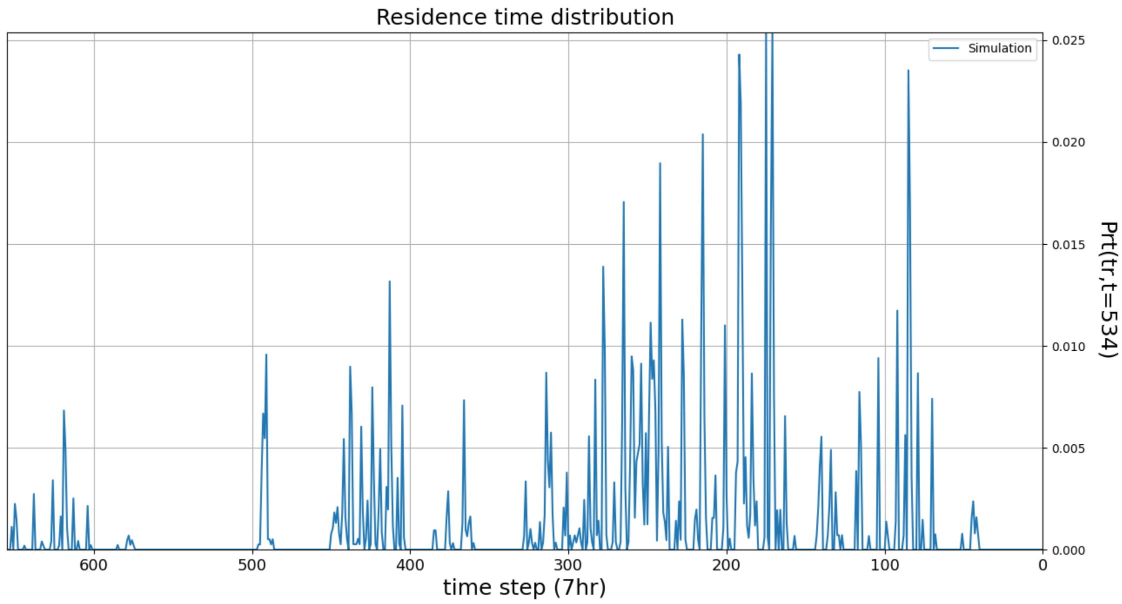


t_1=122



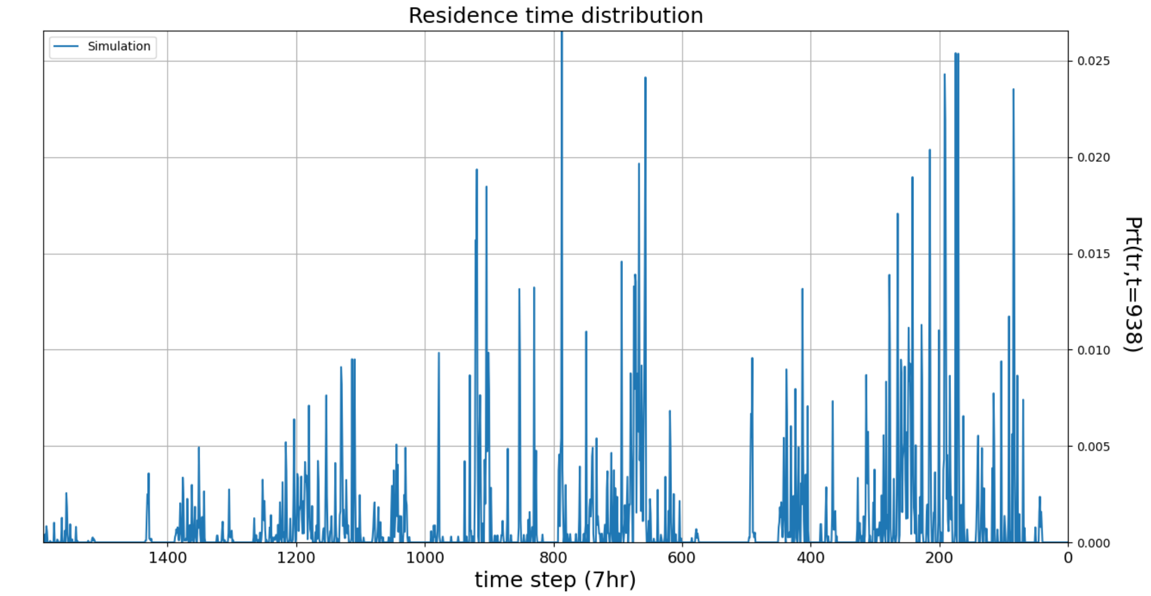
نمودار ۶: تابع توزیع زمان اقامت در زمان خشک t1

t_2=534



نمودار ۷: تابع توزیع زمان اقامت در زمان بینابینی t2

t_3=938



نمودار ۸: تابع توزیع زمان اقامت در زمان تر t3

با بررسی نمودار ۶ برای حالت خشک می‌توان نتیجه گیری کرد که با توجه به اینکه بیشترین مقادیر این تابع به ازای زمان‌های اقامت بالاتر رخ داده است به این معناست که در این شرایط و زمان با میزان بارش موجود، تمایل حوضه بیشتر به خارج کردن ذرات قدیمی آب می‌باشدف این مساله برای دو زمان دیگر یعنی حالت بینابینی و تر صدق نمیکند و برعکس می‌باشد، به عبارتی در این دو زمان با بارش موجود تمایل حوضه به خارج کردن ذرات با زمان های اقامت کوچکتر از زمان سفر و نزدیکر به صفر یعنی ذرات جوان تر می‌باشد.

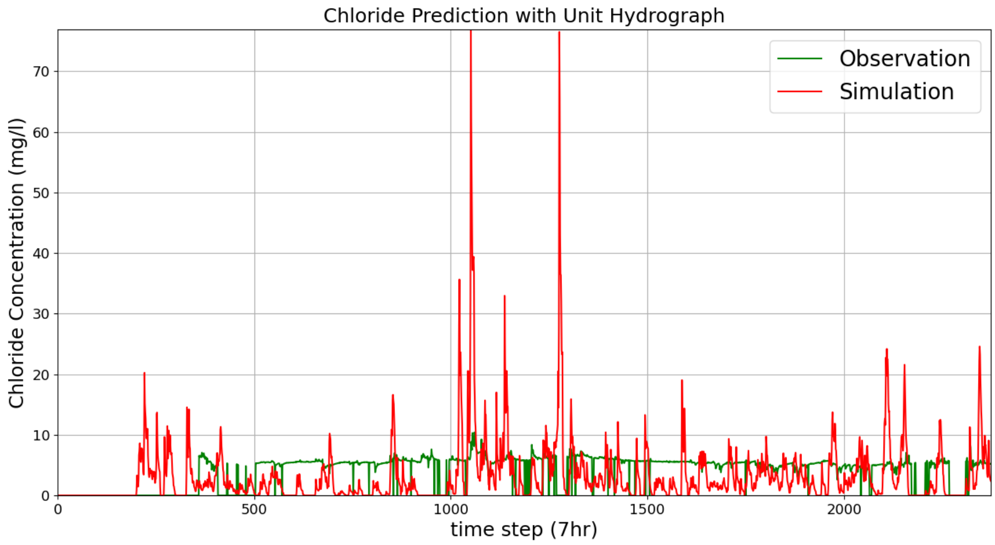
۴ مقایسه نتایج

با مقایسه‌ی نتایج پیش بینی غلظت بخش دوم (پس از کالیبراسیون هر سه تابع توزیع) هر سه تابع نرمال، نمایی و گاما مشاهده می‌شود که متریک R^2 برای حالتی که تابع توزیع زمان سفر نمایی فرض شده بهترین و بیشترین مقدار را دارد و درنتیجه پیش بینی بهتری نسبت به دو تابع دیگر داشته است. از طرفی از دلایل خطای بالای محاسبات و مشاهدات علاوه بر صفر فرض کردن گپ داده ها، ثابت فرض کردن تابع توزیع زمان سفر است چراکه می‌دانیم این تابع نسبت به زمان ثابت نبوده و با گذر زمان همواره در حال تغییر می‌باشد.

در قسمت سوم با محاسبه‌ی توابع توزیع زمان اقامت مشاهده می‌کنیم که این تابع تعداد پیک های متفاوتی در زمان‌های مختلف داشته و به ازای زمان‌های T مختلف تابع متفاوتی را نمایش می‌دهد، این موضوع درواقع بیانگر همین مساله است که با گذر زمان، تابع توزیع زمان سفر متفاوت بوده و لذا تابع توزیع زمان اقامت نیز متفاوت است.

۵ شبیه سازی غلظت کلرید با استفاده از هیدروگراف واحد حوضه

با استفاده از هیدروگراف واحد محاسبه شده در قسمت اول و استفاده از convolution، سری زمانی غلظت خروجی حوضه با استفاده از کد Q5.py محاسبه و مطابق شکل زیر رسم گردید:



نمودار ۹: سری زمانی غلظت خروجی پیش بینی شده بااستفاده از هیدروگراف واحد

مراجع:

[1] "Applied_Hydrology_Chow_1988.pdf."