

۲. شتاب بودن سیگنال های زیر را بررسی کنید و در صورت شتاب بودن ، دوره شتاب اصلی را به دست آورید .

$$x_1(t) = 2 \cos(10t + 1) - \sin(4t - 1)$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ \text{دوره شتاب} & \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5} & \text{دوره شتاب} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \end{array}$$

$$\text{ف.م.ک} \left( \frac{\pi}{5}, \frac{\pi}{2} \right) = \pi$$

$$x_2(t) = \sin\left(\frac{\omega\pi}{3}t\right)$$

$$\frac{2\pi}{\frac{\omega\pi}{3}} = \frac{4}{\omega} \quad \text{شتاب با دوره شتاب}$$

$$x_2[n] = \sin\left(\frac{\omega\pi}{3}n\right)$$

$$\frac{2\pi}{\frac{\omega\pi}{3}} = \frac{6}{\omega} \quad \text{دوره شتاب 6} \Rightarrow \text{شتاب است کسرگویا}$$

$$x_f[n] = e^{j\left(\frac{2\pi}{3}n\right)} + e^{j\left(\frac{3\pi}{4}n\right)}$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \\ \text{شتاب} & \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3}} = 3 & \text{شتاب} \quad \frac{2\pi}{\frac{3\pi}{4}} = \frac{4}{3} \rightarrow \text{دوره شتاب} = 8 \end{array}$$

$$\text{دوره شتاب کسری} = \text{ف.م.ک}(3, 8) = 24$$

$$x_w[n] = e^{j\left(\frac{2}{4}n\right)} + e^{j\left(\frac{3}{4}n\right)}$$

$$\frac{2\pi}{\frac{2}{4}} = 4\pi \quad \text{غیرگویا} \\ \text{ناشتاب}$$

$$\frac{2\pi}{\frac{3}{4}} = \frac{8\pi}{3} \quad \text{غیرگویا} \\ \text{ناشتاب}$$

$$x_y(t) = e^{j(\frac{2}{T}t)} + e^{j(\frac{3}{T}t)}$$

$$\downarrow \qquad \qquad \downarrow$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{\frac{2}{T}} = 3\pi \qquad T_2 = \frac{2\pi}{\frac{3}{T}} = \frac{2}{3}\pi$$

$$\text{LCM}(T_1, T_2) = \frac{\text{LCM}(3\pi, \frac{2}{3}\pi)}{\text{gcd}(1, 3)} = \frac{2\pi}{1} \quad \text{دوره تناوب}$$

$$x_v(t) = e^{j(\frac{2}{T}t)} + e^{j(\frac{3}{T}t)}$$

$$\downarrow \qquad \qquad \downarrow$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{\frac{2}{T}} = 3 \qquad T_2 = \frac{2\pi}{\frac{3}{T}} = \frac{2}{3}$$

$$\text{LCM}(T_1, T_2) = \frac{\text{LCM}(3, \frac{2}{3})}{\text{gcd}(1, 3)} = \frac{2}{1} \quad \text{دوره تناوب}$$

۴. در سیستم های زیر خواص عددی سیستم ها (خطی بودن، علی بودن، پایدار، تغییرناپذیری، بازماندگی و حافظه دار بودن) را بررسی کنید.

$$y_1[n] = x[n - n_0]$$

خطی بودن

$$\begin{cases} T\{\alpha x[n]\} = \alpha x[n - n_0] \\ T\{x[n]\} = x[n - n_0] \end{cases}$$

$$T\{\alpha x[n]\} = \alpha T\{x[n]\}$$

خاصیت همگنی را دارد

$$\begin{cases} T\{x_1[n]\} = x_1[n - n_0] \\ T\{x_2[n]\} = x_2[n - n_0] \\ T\{x_1[n] + x_2[n]\} = x_1[n - n_0] + x_2[n - n_0] \end{cases} \rightarrow$$

خطی است  $\Rightarrow$

$$T\{x_1[n] + x_2[n]\} = T\{x_1[n]\} + T\{x_2[n]\}$$

خاصیت جمع پذیری را دارد

عکس بودن

خروجی در لحظه  $n$  به ورودی لحظه  $n - n_0$  بستگی دارد.  $n_0$  می تواند منفی باشد که در این صورت خروجی در لحظه  $n$  به نقاط بعد از  $n$  بستگی دارد که یعنی سیستم غیر علی است.

پایداری

سیستم پایدار است چون به ازای ورودی های کراندار (محدود) خروجی محدود می دهد.

تغییرناپذیری بازنه

$$T\{x[n - n_0]\} = x[n - 2n_0]$$

سیستم تغییرناپذیر =

$$y[n - n_0] = x[n - n_0 - n_0] = x[n - 2n_0]$$

بازنه است

حافظه دار بودن

خروجی در لحظه  $n$  به ورودی در لحظه  $n - n_0$  بستگی دارد که لحظه قبل یا بعد  $n$  است

پس سیستم حافظه دار است

$$y_p[n] = x[-n]$$

حقی بودن

$$\begin{cases} T\{\alpha x[n]\} = \alpha x[-n] \\ T\{x[n]\} = x[-n] \end{cases}$$

$$\Rightarrow T\{\alpha x[n]\} = \alpha T\{x[n]\}$$

خاصیت همبستگی را دارد

$$\begin{cases} T\{x_1[n]\} = x_1[-n] \\ T\{x_2[n]\} = x_2[-n] \end{cases}$$

=>

$$T\{x_1[n] + x_2[n]\} = x_1[-n] + x_2[-n]$$

$$T\{x_1[n] + x_2[n]\} = T\{x_1[n]\} + T\{x_2[n]\}$$

خاصیت جمع پذیری را دارد

حقی است

متی بودن

خروجی در نقطه ۲- به ورودی در نقطه ۲ شبیه دارد پس سیستم غیرمتی است.

پایداری

سیستم پایدار است چون به ازای ورودی های کراندار (محدود) خروجی محدودی دارد

تغییرپذیری با زمان

$$T\{x[n-n_0]\} = x[-n-n_0]$$

$$y[n-n_0] = x[-(n-n_0)] = x[-n+n_0] \Rightarrow$$

$$T\{x[n-n_0]\} \neq y[n-n_0] \quad \text{تغییرپذیری با زمان}$$

حافظه دار بودن

خروجی در نقطه ۱  $n$  به ورودی در نقطه ۱-  $n$  شبیه دارد که نقطه ۱ قبلی به معنای این سیستم حافظه دار است.

$$y_p[n] = x[n] + 3u[n+1]$$

خطی بودن

$$\begin{cases} T\{\alpha x[n]\} = \alpha x[n] + 3u[n+1] \\ T\{x[n]\} = x[n] + 3u[n+1] \end{cases} \Rightarrow T\{\alpha x[n]\} \neq \alpha T\{x[n]\}$$

خاصیت همبستگی را ندارد

$$\begin{cases} T\{x_1[n]\} = x_1[n] + 3u[n+1] \\ T\{x_2[n]\} = x_2[n] + 3u[n+1] \\ T\{x_1[n] + x_2[n]\} = x_1[n] + x_2[n] + 3u[n+1] \end{cases}$$

$$T\{x_1[n] + x_2[n]\} \neq T\{x_1[n]\} + T\{x_2[n]\}$$

خاصیت جمع پذیری را ندارد

غیر خطی است.

متن بودن

خودش در نقطه  $n$  به ورودی نقطه  $n+1$  بستگی دارد پس سیستم غیر علی است

بایدار بودن

سیستم بایدار است چون به ازای ورودی های کراندار (محدود) خروجی محدودی دهد

تغییرپذیری بازمان

$$\begin{cases} T\{x[n-n_0]\} = x[n-n_0] + 3u[n+1] \\ y[n-n_0] = x[n-n_0] + 3u[n-n_0+1] \end{cases} \Rightarrow$$

$$T\{x[n-n_0]\} \neq y[n-n_0] \quad \text{تغییرپذیری بازمان}$$

حافظه دار بودن

سیستم حافظه دار است چون در ورودی در نقطه  $n$  به ورودی در نقطه  $n+1$  بستگی دارد

$$y_f[n] = e^{x[n]}$$

خطی بودن

$$\begin{cases} T\{\alpha x[n]\} = e^{\alpha x[n]} \\ T\{x[n]\} = e^{x[n]} \end{cases} \Rightarrow T\{\alpha x[n]\} \neq \alpha T\{x[n]\}$$

خاصیت همگنی را ندارد

$$\begin{cases} T\{x_1[n]\} = e^{x_1[n]} \\ T\{x_2[n]\} = e^{x_2[n]} \end{cases} \Rightarrow T\{x_1[n] + x_2[n]\} = e^{x_1[n] + x_2[n]}$$

$$T\{x_1[n]\} + T\{x_2[n]\} \neq T\{x_1[n] + x_2[n]\}$$

خاصیت جمع پذیری را ندارد

غیر خطی است



متن بودن

خروجی در لحظه  $n$  به ورودی در لحظات بعد از  $n$  بستگی ندارد پس سیستم متن است

پایدار بودن

سیستم پایدار است چون به ازای ورودی های کراندار (محدود) خروجی محدود می دهد.

تغییر ناپذیری با زمان

$$\begin{cases} T\{x[n-n_0]\} = e^{x[n-n_0]} \\ y[n-n_0] = e^{x[n-n_0]} \end{cases} \Rightarrow T\{x[n-n_0]\} = y[n-n_0]$$

تغییر ناپذیری با زمان است

حافظه دار بودن

سیستم بدون حافظه است چون ورودی در لحظه  $n$  به ورودی یا خروجی در لحظات قبل و بعد از  $n$  بستگی ندارد.

$$y[n] = n x[n]$$

خطی بودن

$$\begin{cases} T\{\alpha x[n]\} = n \alpha x[n] \\ T\{x[n]\} = n x[n] \end{cases} \Rightarrow T\{\alpha x[n]\} = \alpha T\{x[n]\}$$

خاصیت همگنی را دارد

$$\begin{cases} T\{x_1[n]\} = n x_1[n] \\ T\{x_2[n]\} = n x_2[n] \end{cases} \Rightarrow T\{x_1[n] + x_2[n]\} = n(x_1[n] + x_2[n])$$

$$T\{x_1[n]\} + T\{x_2[n]\} = T\{x_1[n] + x_2[n]\}$$

خاصیت جمع پذیری را دارد

سیستم خطی است.

عتی بودن

خروجی در لحظه  $n$  به مقدار ورودی در لحظه  $n$  بستگی ندارد پس سیستم عتی است

پایدار بودن

سیستم ناپایدار است چون به ازای  $n \rightarrow +\infty$  خروجی نامحدود می شود.

تغییرپذیری با زمان

$$\begin{cases} T\{x[n-n_0]\} = n x[n-n_0] \\ y[n-n_0] = (n-n_0) x[n-n_0] \end{cases} \Rightarrow T\{x[n-n_0]\} \neq y[n-n_0]$$

سیستم تغییرپذیر با زمان است

حافظه دار بودن

سیستم بدون حافظه است چون خروجی در لحظه  $n$  به ورودی یا خروجی در لحظات قبل وابسته نیست.

$$y_q(t) = x(t-\tau) + x(\tau-t)$$

خطی بودن

$$\begin{cases} T\{\alpha x(t)\} = \alpha x(t-\tau) + \alpha x(\tau-t) \\ T\{x(t)\} = x(t-\tau) + x(\tau-t) \end{cases} \Rightarrow T\{\alpha x(t)\} = \alpha T\{x(t)\}$$

خاصیت همپوشانی را دارد

$$\begin{cases} T\{x_1(t)\} = x_1(t-\tau) + x_1(\tau-t) \\ T\{x_2(t)\} = x_2(t-\tau) + x_2(\tau-t) \\ T\{x_1(t) + x_2(t)\} = x_1(t-\tau) + x_2(t-\tau) + x_1(\tau-t) + x_2(\tau-t) \end{cases}$$

$$\Rightarrow T\{x_1(t)\} + T\{x_2(t)\} = T\{x_1(t) + x_2(t)\}$$

خاصیت جمع پذیری را دارد

سیستم خطی است

متی بودن

خروجی در نقطه  $t = -1$  به ورودی در نقطه  $t = 3$  بستگی دارد پس سیستم غیر متی است

پایدار بودن

خروجی به اندازه ورودی کراندار (محدود) محدود است پس سیستم پایدار است.

تغییر ناپذیری بازمان

$$\begin{cases} T\{x(t-t_0)\} = x(t-t_0-2) + x(2-t-t_0) \\ y(t-t_0) = x(t-t_0-2) + x(2-t+t_0) \end{cases} \Rightarrow$$

سیستم تغییر ناپذیر بازمان است  $T\{x(t-t_0)\} \neq y(t-t_0)$

حافظه دار بودن

سیستم حافظه دار است چون خروجی در نقطه  $t$  به ورودی در نقاط قبل و بعد از  $t$  بستگی دارد.

$$y_v(t) = x(t) \cos(3t)$$

خطی بودن

$$\begin{cases} T\{\alpha x(t)\} = \alpha x(t) \cos(3t) \\ T\{x(t)\} = x(t) \cos(3t) \end{cases} \Rightarrow T\{\alpha x(t)\} = \alpha T\{x(t)\}$$

خاصیت همگنی را دارد

$$\begin{cases} T\{x_1(t)\} = x_1(t) \cos(3t) \\ T\{x_2(t)\} = x_2(t) \cos(3t) \end{cases} \Rightarrow$$
$$T\{x_1(t) + x_2(t)\} = (x_1(t) + x_2(t)) \cos(3t)$$

$$T\{x_1(t)\} + T\{x_2(t)\} = T\{x_1(t) + x_2(t)\}$$

خاصیت جمع پذیری را دارد

خطی است.



عقبات بودن

خروجی در نقطه  $t$  به ورودی در نقطه  $t$  بستگی ندارد سیستم عتبات

باید بودن

خروجی به ازای ورودی محدود (کراندار) ، کراندار است پس سیستم باید ادا است

تغییر ناپذیری بازمان

$$\begin{cases} T\{x(t-t_0)\} = x(t-t_0) \cos(\omega t) \\ y(t-t_0) = x(t-t_0) \cos(\omega(t-t_0)) \end{cases} \Rightarrow T\{x(t-t_0)\} \neq y(t-t_0)$$

تغییر ناپذیری بازمان است

حافظه دار بودن

خروجی در نقطه  $t = \frac{1}{3}$  به ورودی نقطه  $t = 1$  بستگی دارد پس سیستم حافظه دار است

$$y_A(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau) d\tau$$

خطی بودن

$$\begin{cases} T\{\alpha x(t)\} = \int_{-\infty}^{t} \alpha x(\tau) d\tau \\ T\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{t} x(\tau) d\tau \end{cases} \Rightarrow T\{\alpha x(t)\} = \alpha T\{x(t)\}$$

خاصیت همگنی را دارد

$$\begin{cases} T\{x_1(t)\} = \int_{-\infty}^{t} x_1(\tau) d\tau \\ T\{x_2(t)\} = \int_{-\infty}^{t} x_2(\tau) d\tau \end{cases} \Rightarrow T\{x_1(t) + x_2(t)\} = \int_{-\infty}^{t} x_1(\tau) + x_2(\tau) d\tau$$

$$T\{x_1(t)\} + T\{x_2(t)\} = T\{x_1(t) + x_2(t)\}$$

خاصیت جمع نپذیری را دارد

خطی است

متی بودن

خروجی در نقطه  $t=+2$  برابر است با  $y(t) = \int_{-\infty}^{+2} x(\tau) d\tau$  به ورودی  $x(\tau)$  از  $\tau = -\infty$  تا  $\tau = 4$  وابسته است پس در نقطه  $t=2$  به  $x(3)$  نیز بستگی دارد پس سیستم غیر متی است

پایدار بودن

$$x(t) = A \rightarrow x(\tau) = A$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+2} x(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{+2} A d\tau = A \times +\infty$$

سیستم ناپایدار است

تغییر ناپذیری یا زمان

$$\left\{ \begin{aligned} T\{x(t-t_0)\} &= \int_{-\infty}^{+t} x(\tau-t_0) d\tau = \int_{-\infty}^{+t-t_0} x(\alpha) d\alpha \\ &\quad \tau-t_0 = \alpha \quad \text{تغییر متغیر} \\ y(t-t_0) &= \int_{-\infty}^{+t-t_0} x(\tau) d\tau \end{aligned} \right. \Rightarrow$$

سیستم تغییر ناپذیر یا زمان است  $T\{x(t-t_0)\} \neq y(t-t_0)$

حافظه دار بودن

خروجی در نقطه  $t=2$  به ورودی  $x(\tau)$  از  $\tau = -\infty$  تا  $\tau = 4$  بستگی دارد پس سیستم حافظه دار است

$$y_q(t) = x\left(\frac{t}{3}\right)$$

خطی بودن

$$\left\{ \begin{aligned} T\{\alpha x(t)\} &= \alpha x\left(\frac{t}{3}\right) \\ T\{x(t)\} &= x\left(\frac{t}{3}\right) \end{aligned} \right. \Rightarrow T\{\alpha x(t)\} = \alpha T\{x(t)\}$$

خاصیت همگنی را دارد

$$\begin{cases} T\{x_1(t)\} = x_1\left(\frac{t}{3}\right) \\ T\{x_2(t)\} = x_2\left(\frac{t}{3}\right) \\ T\{x_1(t) + x_2(t)\} = x_1\left(\frac{t}{3}\right) + x_2\left(\frac{t}{3}\right) \end{cases} \Rightarrow T\{x_1(t) + x_2(t)\} = T\{x_1(t)\} + T\{x_2(t)\}$$

خاصیت جمع پذیری را دارد

خطی است

متی بودن

خروجی در نمونه  $t = -3$  به ورودی در نمونه  $t = -1$  بستگی دارد که نمونه بعد از  $t = -3$  است پس سیستم غیر متی است.

پایدار بودن

خروجی به ازای ورودی محدود (کمراندار)، محدود است پس سیستم پایدار است

تغییر ناپذیری بازمان

$$\begin{cases} T\{x(t-t_0)\} = x\left(\frac{t}{3} - t_0\right) \\ g(t-t_0) = x\left(\frac{t-t_0}{3}\right) \end{cases} \Rightarrow T\{x(t-t_0)\} \neq g(t-t_0)$$

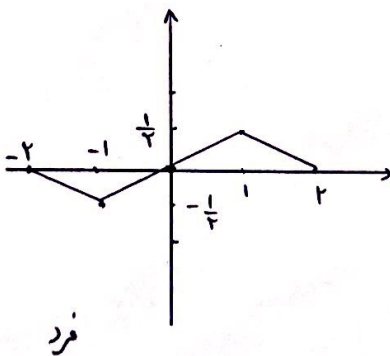
سیستم تغییر نپذیر بازمان است

حافظه دار بودن

خروجی در نمونه  $t = -3$  به ورودی در نمونه  $t = -1$  بستگی دارد که ورودی نمونه بعد است پس

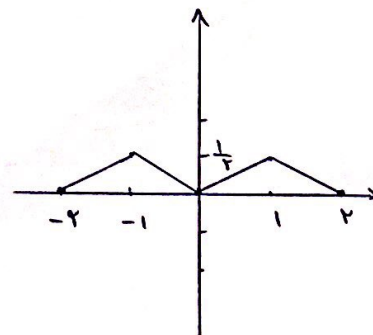
سیستم حافظه دار است

۵ بخش های زوج و فرد گینال زیر را تعیین و رسم کنید.



فرد

$$x_o(t) = \frac{x(t) - x(-t)}{2}$$



زوج

$$x_e(t) = \frac{x(t) + x(-t)}{2}$$