

Subject
Date

یاسین سادات میر محمد
۹۳۳۱۰۲۲

محرم سری لول سیدالکمال و سیدالکمال

(۱) انرژی و توان سیگنالهای زیر را بدست آورید.

Ⓐ $x_1(t) = e^{-\gamma t} \cdot u(t)$

• $E_{\infty} = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\gamma t} \cdot u(t) dt = \int_{-\infty}^0 (e^{-\gamma t})^2 dt + \int_0^{+\infty} (e^{-\gamma t})^2 dt$

$E = \frac{e^{-\gamma t}}{\gamma} \Big|_0^{+\infty} = 0 - \left(-\frac{1}{\gamma}\right) = \frac{1}{\gamma}$

• $P_{\infty} = 0$ $\begin{cases} E_{\infty} = \frac{1}{\gamma} \\ P_{\infty} = 0 \end{cases}$ چون انرژی سیگنال محدود است، پس توان آن صفر است.

Ⓑ $x_2(t) = e^{j(\gamma t + \frac{\pi}{\gamma})}$

• $E_{\infty} = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \left| e^{j(\gamma t + \frac{\pi}{\gamma})} \right|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} 1 \cdot dt = +\infty - \infty = \infty$

• $P_{\infty} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T 1 \cdot dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} (2T) = 1$

$\begin{cases} E_{\infty} = \infty \\ P_{\infty} = 1 \end{cases}$

Ⓒ $x_3[n] = e^{j(\frac{n\pi}{\gamma} + \frac{\pi}{\gamma})}$

• $E_{\infty} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{-N}^N |x[n]|^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{-N}^N \left| e^{j(\frac{n\pi}{\gamma} + \frac{\pi}{\gamma})} \right|^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{-N}^N 1 = \infty$

• $P_{\infty} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{-N}^N |x[n]|^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{-N}^N 1 = 1$

$\begin{cases} E_{\infty} = \infty \\ P_{\infty} = 1 \end{cases}$

① $x_k[n] = \sin[n] u[u^2 - 9] \sin[n] u[9 - u^2]$

$$E = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (\sin[n] \cdot u[9 - u^2])^2 = \sum_{k=-3}^3 \sin^2[k]$$

$$u[n] = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$

از بازه $-3 \leq u \leq 3$
مقدار یک می باشد...

$$E = \sin^2(-3) + \sin^2(-2) + \sin^2(-1) + 0 + \sin^2(1) + \sin^2(2) + \sin^2(3)$$

$$E = 2\sin^2 3 + 2\sin^2 2 + 2\sin^2 1$$

$$\begin{cases} E_{\infty} = 2(\sin^2 3 + \sin^2 2 + \sin^2 1) = 2 \times 1 = 2 \\ P_{\infty} = 0 \end{cases}$$

$$9 - u^2 > 0$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{-3 \leq u \leq 3}$$

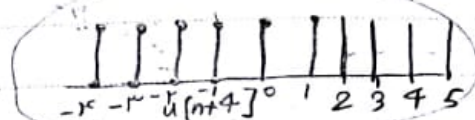
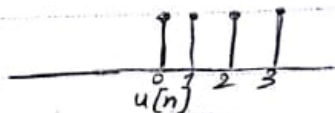
بازه مقادیر

$$P_{\infty} = 0 \leftarrow E_{\infty} \text{ هر موقع عدد}$$

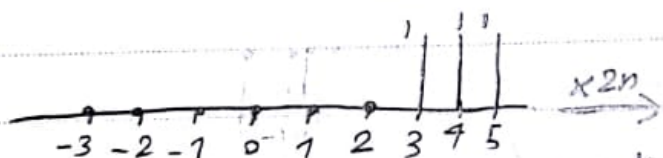
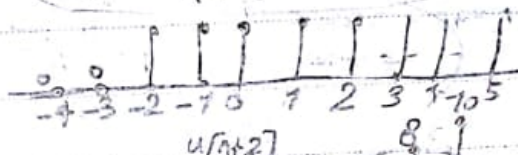
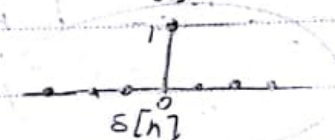
(۲) مسئله‌ای زیر را رسم کنید. نیت راست

① $x[n] = u[n+4] - u[n+2] + \delta[n] + 2n u[n-3]$

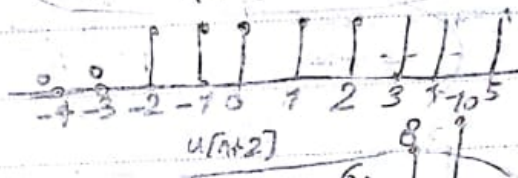
$u[n] = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$



$\delta[n] = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$

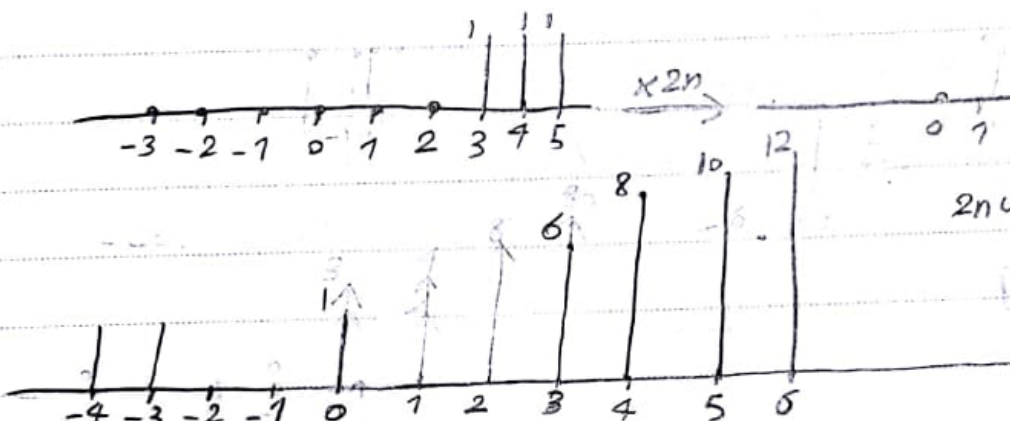


$\times 2n$



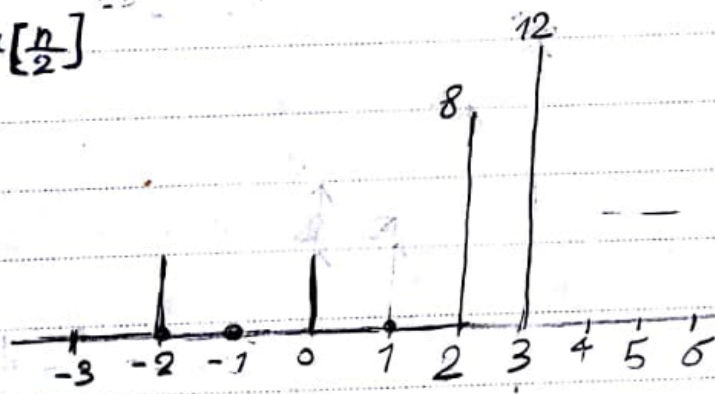
$2n u[n-3]$

جواب

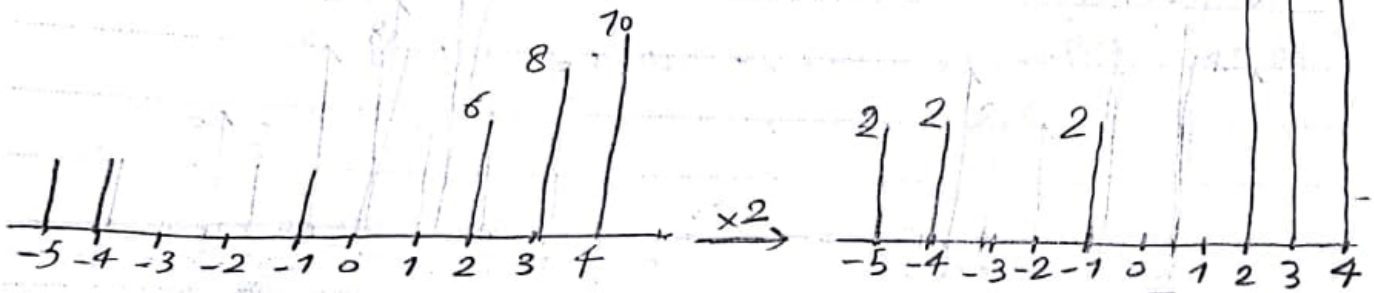


② $x[\frac{n}{2}]$

مسئله $x[n]$ را گسترده تر شود. (در باقی)

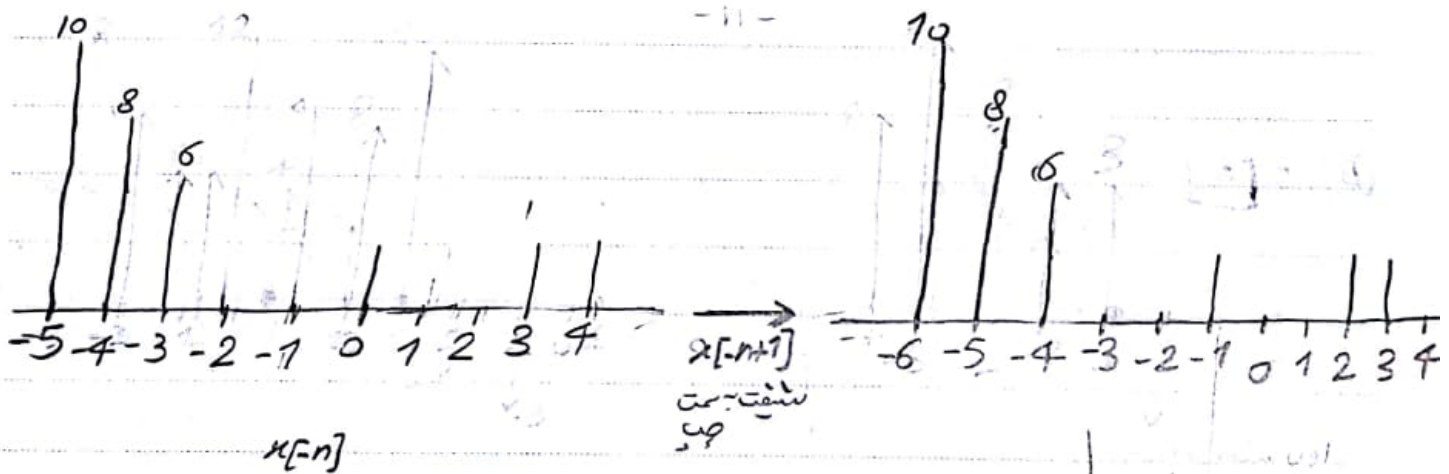


© $2x[n+1]$



سفتت بهت

① $x[-n+1]$



$x[n]$

$x[-n+1]$
سفتت بهت

انفکاس (mirror)
نبت بهت بهت

Subject
Date

۳. متغلب جیبی سینید لها + دوقه متغلب اصلي

سینید لها یو سینید، سینید متغلب

ولی سینید لها گسته، ممکن است متغلب بنده نشود.
لوا: $\frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

$$A. x_1(t) = 2 \cos(10t+1) - \sin(4t-1)$$

$$\frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}$$

$$\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

دوقه متغلب مشترک: ک.م.م $(\frac{\pi}{5}, \frac{\pi}{2})$ ← π

$$B. x_2(t) = \sin\left(\frac{5\pi t}{3}\right)$$

$$\frac{2\pi}{\frac{5\pi}{3}} = \frac{2 \times 3}{5} = \frac{6}{5}$$

مقدار دوره متغلب

$$T = \frac{6}{5}$$

$$c. \quad x_3[n] = \sin\left(\frac{5\pi n}{3}\right)$$

$$T = \frac{2\pi}{\frac{5\pi}{3}} = \frac{6}{5} \rightarrow \text{بنا (N/m)}$$

$$T = \frac{6}{5} \times 5 = 6 \rightarrow \boxed{T=6} \rightarrow \text{مقدار اصلی دوره تناوب}$$

$$D. \quad x_4[n] = e^{j\left(\frac{2\pi}{3}n\right)} + e^{j\left(\frac{3\pi}{4}n\right)}$$

$$\frac{2\pi}{3} = 3$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{3}$$

$$\boxed{T_1=3}$$

$$\frac{3\pi}{4} = \frac{8}{3} \text{ و } T=8$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{4}$$

$$\boxed{T_2=8}$$

ω_0 مضرب صحیح از n است.

پس تناوبی است!

$$24 = (3 \times 8) \text{ م.م.ک.}$$

$$\boxed{T=24}$$

$$E. x_5[n] = e^{j(\frac{2}{3}n)} + e^{j(\frac{3}{4}n)}$$

$$\frac{2\pi}{\frac{2}{3}} = 3\pi \quad \frac{2\pi}{\frac{3}{4}} = \frac{8\pi}{3}$$

↓
} غیر یکنوا
نامتناوب

↓
} یکنوا
نامتناوب

و اما، مغرب صبی از n نیست

↓
پس سیگنال ها متناوب نیستند.

(چون ضریب سیگنال گسسته با هم جمع شده اند،
مطابق لغت اثر یکسان آن که متناوب
باشند، کل عبارت متناوب است، اما
کل عبارت به صورت یک به یک متناوب
نیستند. پس کل جمله هم متناوب نیست)

$$F. x_6(t) = e^{j(\frac{2}{3}t)} + e^{j(\frac{3}{4}t)}$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{\frac{2}{3}} = 3\pi \quad T_2 = \frac{2\pi}{\frac{3}{4}} = \frac{8\pi}{3}$$

دوره تناوب اصلی = ک.م.م. (T_1 و T_2)

$$\text{ک.م.م.} (3\pi, \frac{8\pi}{3}) = 24\pi \rightarrow \boxed{T = 24\pi}$$

$$6. x_7(t) = e^{j(\frac{2\pi}{3}t)} + e^{j(\frac{3}{4}t)}$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3}} = 3$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{\frac{3}{4}} = \frac{8}{3}\pi \xrightarrow[\text{دوره تناوب اصلی}]{\text{دوره تناوب}} T_2 = 8\pi$$

$$\text{ل.ف.و} (3, 8\pi) = 24\pi \rightarrow \boxed{T = 24\pi}$$

(دوره تناوب اصلی T_1, T_2)

۴. خطای محسوس سیگنال را بررسی کنید.

خطای
محسوس
خطای
تغییرپذیری با زمان
صفحه در جدول
محسوس پذیری

۱. حافظه در جدول: خروجی، شیب یافتنی ورودی است، پس خروجی فقط به ورودی $x_1[n] = x[n - n_0]$ در آن محله بستگی ندارد پس حافظه دار است.

۲. تغییرپذیری با زمان:

$$x_1[n] = x[n - n_0] \rightarrow y_1[n] = x[n - 2n_0]$$

$$y_1[n] \stackrel{!}{=} y[n - n_0] \quad y[n - n_0] = x[n - 2n_0] \xrightarrow{\text{پس}} \text{تغییرپذیری با زمان است!}$$

T.I

۳. پایدار: پایدار است، چون برای ورودی هر چه ورودی شود، خروجی محدود می ماند.

۴. خطای جدول: خروجی در محله n ، شیب یافتنی n است. پس خروجی در بعضی محله ها (مثلاً n منفی) به محله ها قبل از n (گذشته) بستگی خواهد داشت، پس سیستم غیر علی است. (سیستم علی خروجی فقط باید به ورودی در آن محله و محله ها قبل از آن وابسته باشد).

۵. خطای جدول:

۱- بررسی خاصیت همگنی

$$\begin{cases} x_1(t) \rightarrow y_1(t) \\ \alpha x_1(t) \rightarrow \alpha y_1(t) \end{cases} \rightarrow \alpha x_1[n] = \alpha x[n - n_0]$$

۲- بررسی خاصیت جمع پذیری

$$\begin{cases} x_1(t) \rightarrow y_1(t) \\ x_2(t) \rightarrow y_2(t) \end{cases} \rightarrow y_1(t) + y_2(t) \rightarrow y_1[n] + y_2[n] = y_1[n - n_0] + y_2[n - n_0]$$

$$\begin{cases} y_1(t) = x_1[n - n_0] \\ y_2(t) = x_2[n - n_0] \end{cases} \xrightarrow{+} y_1[n] + y_2[n] = y_1[n - n_0] + y_2[n - n_0]$$

① ② ← خطای است!

$$y_2[n] = x[-n]$$

(۱) حافظه دار بودن:

خروجی در هر لحظه به ورودی در لحظه ی قرینش آن وابسته است. (که می توانند لحظه ی قبل یا بعد از n باشند)
 ← خروجی مستقیم به ورودی مستقیم در لحظه های قبلی وابسته است ← مستقیم حافظه دار است.

$$x_1[n] = x[-n - n_0] \xrightarrow{\text{شیفت یافته}} y_1[n] = x[-(n - n_0)] \quad (۲) \text{ تغییر پذیری با زمان:}$$

$$y_1[n] \stackrel{?}{=} y[n - n_0] : y_1[n] = \frac{x[-n]}{x_1[-n]} = x[-n + n_0] \neq x[-n - n_0] \rightarrow \text{تغییر پذیری با زمان}$$

(۳) یکپارگی:

مستقیم پذیرد است، چون به برای ورودی محدود، خروجی محدود می دهد.

(۴) علی بودن:

خروجی در لحظه n ، به ورودی در لحظه ی قرینش آن وابسته است. پس خروجی می تواند به لحظات بعد از n هم وابسته باشد (اگر n منفی باشد)، پس مستقیم علی است.

(۵) خطی بودن:

$$x[n] \rightarrow x[-n]$$

۱- همگنی ✓

$$\alpha x[n] \rightarrow \alpha x[-n]$$

۲- جمع پذیری

$$x_1[n] + x_2[n] = x_1[-n] + x_2[-n] \quad \checkmark$$



① و ②: خطی است

$$y_3[n] = x[n] + 3 \cdot u[n+1]$$

(۱) حافظه دارد بدون ورودی در کلمه ی $n+1$ بهنگامی ندارد پس سیستم بی حافظه است.

(۲) تغییر نامبری با زمان:

$$x_1[n] = x[n-n_0] + 3 \cdot u[n+1-n_0]$$

$$y_1[n] = y[n-n_0] \rightarrow \frac{x[n-n_0] + 3 \cdot u[n+1-n_0]}{x_1[n] + 3 \cdot u[n+1]} \neq x[n-n_0] + 3 \cdot u[n-n_0+1]$$

$$y_1[n] = x_1[n] + 3u[n+1]$$

$$x[n-n_0] + 3 \cdot u[n+1-n_0]$$

تغییر نامبری با زمان

(۳) پایداری

چون به ازای ورودی محدود خروجی محدود دارد پایدار است.

(۴) علی بودن

سیستم بی حافظه است ← سیستم علی

(۵) خطی بودن:

$$x_1(t) \rightarrow y(t) \rightarrow \alpha x_1[n] \rightarrow \alpha x[n] + 3u[n+1]$$

$$\alpha x(t) \rightarrow \alpha y(t) \neq \alpha (x[n] + 3 \cdot u[n+1])$$

خطی همگنی - ۱

خطی همگنی را ندارد

چون همگنی ندارد پس برای از شرط های خطی بودن را ندارد و شرط دیگر را بررسی میکنیم.

خطی نیست

همگنی ندارد

$$y_4[n] = e^{x[n]}$$

۱. حافظه دار بودن
خروجی در هر لحظه، فقط به ورودی در لحظه‌ی فعلی بستگی دارد. ← بی حافظه

$$x_1[n] = x[n - n_0] \quad \text{تغییر زمان}$$

$$y_1[n] = e^{x_1[n]} = e^{x[n - n_0]} \rightarrow e^{x[n - n_0]} = e^{x[n - n_0]}$$

۲. تغییر پذیری با زمان
سیستم تغییر پذیر با زمان است
T.I

۳. پایداری
به ارای ورودی های محدود، خروجی های محدود در می آید ← پایدار

۴. علی بودن: خروجی به ورودی در لحظه‌ی فعلی بستگی دارد. پس علی است. (نکته: تمام سیستم های بی حافظه، علی هستند)

$$x[n] \rightarrow e^{x[n]}$$

$$\alpha x[n] \rightarrow e^{\alpha x[n]} \neq \alpha e^{x[n]}$$

۵. خطی بودن:
۱- خطی X

۶. خطی بودن را ندارد
خطی نیست

$$y[n] = n \cdot x[n]$$

بی طاقفه ←

(۱) طاقفه دار بودن: خروجی در هر لحظه، فقط به ورودی در همان لحظه بستگی دارد

$$\left. \begin{aligned} x_1[n] &= (n-n_0) \cdot x[n-n_0] \\ y_1[n] &= n \cdot x_1[n] \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{cases} y_1[n] = n \cdot (n-n_0) \cdot x[n-n_0] \\ y_1[n] \neq y[n-n_0] \end{cases} \rightarrow \text{برقرار نیست!}$$

$$y[n-n_0] = (n-n_0) \cdot x[n-n_0]$$

نتیجه ← سیستم، تغییرپذیر با زمان است.

(۳) پایداری: اگر مقادیر n به سمت بی نهایت میل کنند، خروجی یک مقدار نامحدود خواهد شد ← بی پایدار

(۴) علی بودن: سیستم بی طاقفه است و پس علی است.

(۵) خطی بودن:

$$\begin{aligned} x_1[n] &\rightarrow y_1[n] \\ \alpha x_1[n] &\rightarrow \alpha y_1[n] \end{aligned} \quad : \quad \alpha x_2[n] \rightarrow \alpha \cdot n \cdot x_2[n] \quad \checkmark$$

۱- همگنی

$$\begin{aligned} x_1 &= n x_{11}[n] \\ x_2 &= n x_{12}[n] \end{aligned} \xrightarrow{+} n (x_{11}[n] + x_{12}[n])$$

۲- جمع پذیری

$$= y_1[n] + y_2[n] \quad \checkmark$$

①، ② ← خطی است

$$y_4(t) = x(t-2) + x(2-t)$$

(۱) حافظه دار بودن:
 خروجی در هر لحظه به ورودی در لحظات قبیل و بعد بستگی دارد ← حافظه دار

$$\begin{cases} x_1(t) = x(t-t_0-2) + x(2-t-t_0) \\ y_1(t) = x_1(t-2) + x_1(2-t) = \end{cases}$$

(۲) تغییر پذیری با زمان

$$\begin{aligned} \rightarrow y_1(t) &= x(t-2-t_0-2) + x(2-t+2+t_0) \\ &\quad \neq y(t-t_0) \\ &\quad x(t-t_0-2) + x(2-t+t_0) \end{aligned}$$

تغییر پذیری با زمان

(۳) پایداری: به ازاں ورودی محدود ← خروجی محدود ← پایدار

$$t=1 \rightarrow y(1) = \underbrace{x(-1)}_{\text{خطای قبل}} + x(1) \rightarrow \text{خطای بعدی}$$

هم خطای بودن:

(۵) خطای بودن:

$$\begin{aligned} \alpha x(t) &\rightarrow \alpha x(t-2) + \alpha x(2-t) \\ &\quad \underbrace{\alpha (x(t-2) + x(2-t))}_{y(t)} = \alpha y(t) \quad \checkmark \end{aligned}$$

۱- همگنی

۲- جمع پذیری

$$\begin{aligned} x_1 &= x_1(t-2) + x_1(2-t) \\ x_2 &= x_2(t-2) + x_2(2-t) \quad \xrightarrow{+} = y_1(t) + y_2(t) \quad \checkmark \end{aligned}$$

① ② ← خطای است

$$y_v(t) = x(t) \cdot \cos(3t)$$

کاری به ورودی ندارد

(۱) حافظه دارد

حافظه

چون \cos همیشه
یک عدد است

خروجی، تابعی ورودی در همان کفه است

(۲) تغییرپذیری با زمان

$$\begin{cases} x_1(t) = x(t-t_0) \\ y_1(t) = x_1(t) \cdot \cos(3t) = x(t-t_0) \cdot \cos(3t) \end{cases}$$

$$\rightarrow y_1(t) \stackrel{?}{=} y(t-t_0) : x(t-t_0) \cdot \cos(3t) \neq x(t-t_0) \cdot \cos(3(t-t_0))$$

تغییرپذیری با زمان

(۳) پایداری: به ازای ورودی محدود، خروجی $\cos 3t$ که همیشه کران دار است، $x(t)$ هم محدود است

علی

(۴) علی بودن: در کفای t ، خروجی به ورودی سیم در همان کفه وابسته است.

(۵) ضعیف بودن

$$\alpha x(t) \rightarrow \alpha x(t) \cdot \cos 3t = \alpha \cdot y(t) \quad \checkmark$$

۱- همگنی

$$\begin{cases} x_1 = x_1(t) \cdot \cos 3t \\ x_2 = x_2(t) \cdot \cos 3t \end{cases} \xrightarrow{\oplus} x_1 + x_2 = (x_1(t) + x_2(t)) \cdot \cos 3t$$

۲- هم خطی

$$\frac{x_1(t) \cos 3t}{y_1(t)} + \frac{x_2(t) \cos 3t}{y_2(t)} \quad \checkmark$$

(۱) و (۲) ضعیف است

$$y_1(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau) d\tau$$

(۱) حافظه دار بودن

خروج در هر لحظه، به ورودی $x(\tau)$ در کلمات قبلی بستگی دارد. ← حافظه دار

$$y_1(t) = x(t - t_0)$$

(۲) تغییر پذیری با زمان

$$y_1(t) = \int_{-\infty}^{t} x_1(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{t} x(\tau - t_0) d\tau \quad (I)$$

$$y(t - t_0) = \int_{-\infty}^{t - t_0} x(\tau) d\tau \quad (II)$$

$(I) \neq (II)$

تغییر پذیری با زمان

$$x(t) = A \text{ و } x(\tau) = B \rightarrow \text{ورودی با مقدار محدود}$$

(۳) پایداری:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{t} B d\tau = B \tau \Big|_{-\infty}^t = Bt + \infty \rightarrow \text{نا محدود}$$

← ناپایدار

$$t = +1 \rightarrow y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau) d\tau \rightarrow \tau = -\infty \text{ to } \tau = 1$$

(۴) علی بودن:

در این بازه، خروجی به ورودی $x(\tau)$ وابسته است. (حفظی قبل)

غیر علی

(۵) خطی بودن:

$$x_1 x_2(t) \rightarrow \int_{-\infty}^{t} x_1 x_2(\tau) d\tau = x_1 \int_{-\infty}^{t} x_2(\tau) d\tau \checkmark$$

۱- خطی

۲- جمع پذیری

$$x_1 = \int_{-\infty}^{t} x_{11}(\tau) d\tau \quad \oplus \quad x_2 = \int_{-\infty}^{t} x_{12}(\tau) d\tau \rightarrow x_1 + x_2 = y_1 + y_2 \checkmark$$

① و ② خطی است!

Subject

Date

(۱) حافظه دار بودن: خطی سیستم در هر لحظه فقط به ورودی در همان لحظه بستگی ندارد ← حافظه دار

$$y_q(t) = x\left(\frac{t}{3}\right)$$

(۲) تغییرپذیری با زمان

$$\left. \begin{aligned} x_1(t) &= x\left(\frac{t}{3} - t_0\right) \\ y_1(t) &= x_1\left(\frac{t}{3}\right) = x\left(\frac{t}{9} - t_0\right) \\ y(t - t_0) &= x\left(\frac{t - t_0}{3}\right) \end{aligned} \right\} \rightarrow y(t) \neq y(t - t_0)$$

تغییرپذیری با زمان

(۳) پایداری: به اندازه ورودی محدود، خروجی محدود دارد است ← سیستم پایدار است

(۴) علی بودن: سیستم غیر علی است چون ورودی به عنوان مثال در لحظه ۶-، به ورودی در لحظه ۲- بستگی دارد که بعد از آن است.

(۵) خطی بودن:

$$x \cdot x(t) \rightarrow x \cdot x\left(\frac{t}{3}\right) \checkmark$$

$y(t)$

۱- همگنی ✓

$$\begin{aligned} x_1 &= x_1\left(\frac{t}{3}\right) \\ x_2 &= x_2\left(\frac{t}{3}\right) \end{aligned} \xrightarrow{+} x_1 + x_2 = y_1 + y_2 \checkmark$$

۲- جمع پذیری

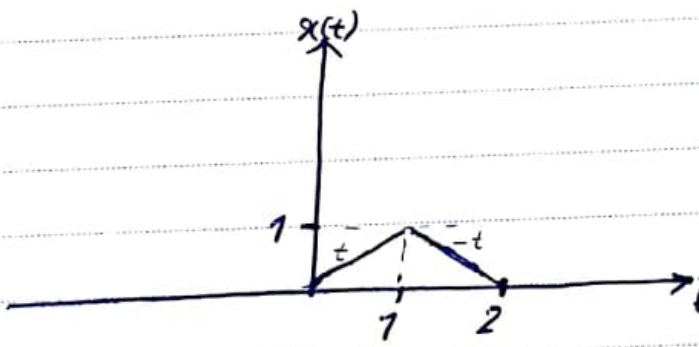
① و ② خطی است

باسم سلامت میسر گردد

۹۴۳/۵۲۲

۵۵

بخش‌های زوج فرد سینک را قین و درم کنید

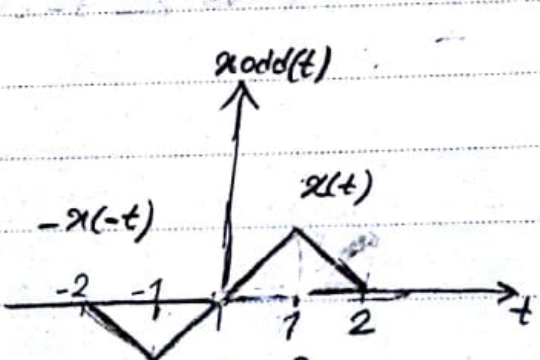


$$\begin{cases} \text{EV} \{ x(t) \} = \frac{x(t) + x(-t)}{2} \\ \text{odd} \{ x(t) \} = \frac{x(t) - x(-t)}{2} \end{cases}$$

(a)

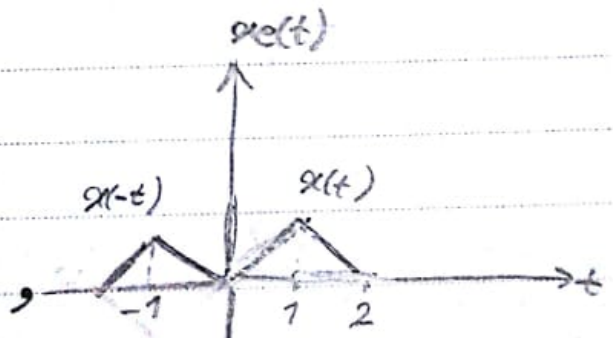
در واقع یک سینک داریم که با داشتن رفتن از ۲ سمت چپ و راست محور، به یک تابع فرد (فرد)

یا زوج (زوج) می‌رسیم



EV { x(t) }

بخش زوج



odd { x(t) }

بخش فرد

P4PCO