Subject:

تمرین سری اول سیگنال و سیستم‌ها:

سوال ۱)

$x_1(t) = e^{-2t} \cdot u(t)$

$$E_\infty = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_0^{+\infty} e^{-4t} \cdot u^2(t) dt = \int_0^{+\infty} e^{-4t} dt = \frac{e^{-4t}}{4} \Big|_0^{+\infty} = \frac{1}{4}$$

$$P_{avg_\infty} = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \underbrace{\int_{-T}^{+T} |x(t)|^2 dt}_{E_\infty} = \lim_{T \to \infty} \frac{E_\infty}{2T} = \lim_{T \to \infty} \frac{\frac{1}{4}}{2T} = 0$$

$$x_2(t) = e^{j(2t + \frac{\pi}{4})} = \cos(2T + \frac{\pi}{4}) + j\sin(2T + \frac{\pi}{4})$$

رابطه اویلر: $e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$

$$E_\infty = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |e^{j(2t + \frac{\pi}{4})}|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} 1 \, dt = \infty$$

$$P_\infty = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} |x(t)|^2 dt = \lim_{T \to \infty} \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} dt}{2T} = \lim_{T \to \infty} \frac{2T}{2T} = 1$$

$$x_3[n] = e^{j(\frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{8})}$$

$$E_\infty = \sum_{-\infty}^{+\infty} |x[n]|^2 = \sum_{-\infty}^{+\infty} |e^{j(\frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{8})}|^2 = \sum_{-\infty}^{+\infty} 1^2 = \sum_{-\infty}^{+\infty} 1 = \infty$$

$$P_\infty = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{-N}^{+N} |x[n]|^2 = \lim_{N \to \infty} \frac{\sum_{-N}^{+N} 1}{2N+1} = \lim_{N \to \infty} \frac{2N}{2N+1} = 1$$

$$x_4[n] = \sin[n] \cdot u[9 - n^2) \rightarrow |\sin[n] \cdot \underbrace{u(9 - n^2)}_{\text{مثبت}}| = |\sin[n]| \cdot u(9 - n^2)$$

$$\begin{cases} 0 & n < -3 \\ 1 & -3 < n < 3 \\ 0 & n > 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow E_\infty = \sum_{-3}^{3} |\sin[n]|^2 = \underbrace{(\sin[3] \cdot u(9-9) + \sin[-3] \cdot u(9-9))}_{2 \cdot \sin[3]}$$

$$+ 2 \cdot \sin[2] + 2 \cdot \sin(1) + 0 =$$ یک عدد

IDEA

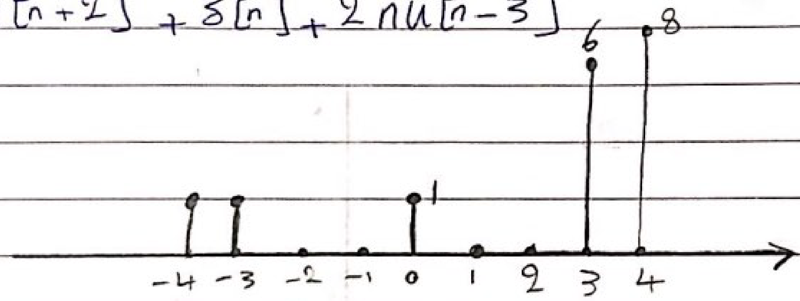
Subject:

$$P = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{-N}^{N} |x[n]|^2 = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{-3}^{3} \sin^2[n] = 0$$

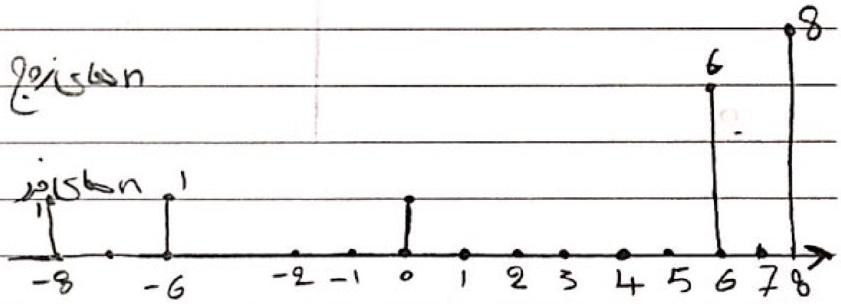
سوال ۲

A. $x[n] = u[n+4] - u[n+2] + \delta[n] + 2n\,u[n-3]$

$$u(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$

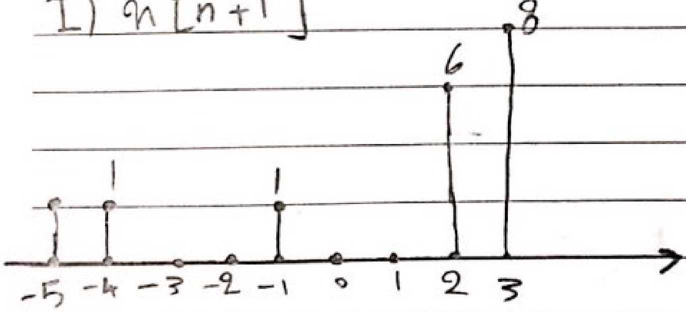


B. $x\left[\frac{n}{2}\right] = \begin{cases} x\left[\frac{n}{2}\right] & n \text{ زوج} \\ 0 & n \text{ فرد} \end{cases}$



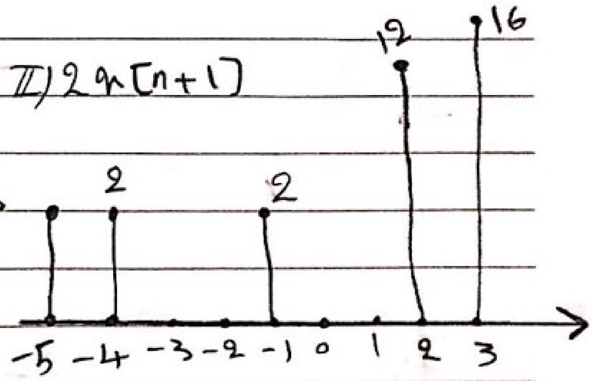
C. $2x[n+1]$

I) $x[n+1]$



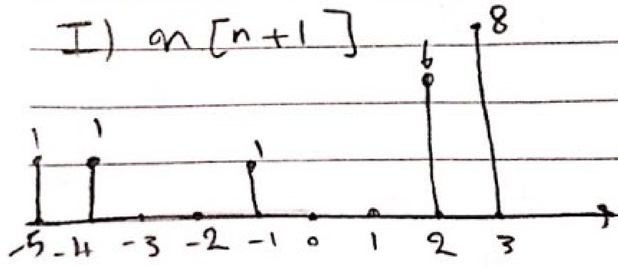
$\Rightarrow$

II) $2x[n+1]$



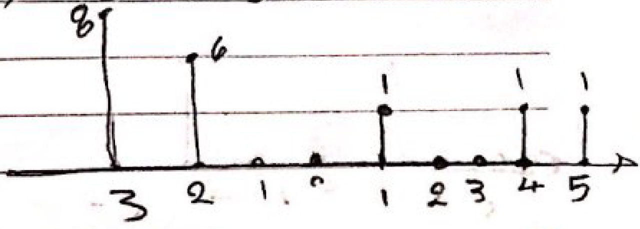
D. $x[-n+1]$

I) $x[n+1]$



$\Rightarrow$

II) $x[-n+1]$



۳-

a) $x_1(t) = 2\cos(10t+1) - \sin(4t-1)$

$T_1 = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5} \qquad T_2 = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \qquad [T_1, T_2] \rightarrow \pi$

ک.م.م

b) $x_2(t) = \sin\left(\frac{5\pi t}{3}\right) \rightarrow \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{5\pi}{3}} = \frac{6}{5}$ دوره تناوب

c) $x_3[n] = \sin\left(\frac{5\pi n}{3}\right) \qquad \frac{2\pi}{\omega} = \frac{T}{m} \rightarrow \frac{2\pi}{\frac{5\pi}{3}} = \frac{T}{m} \rightarrow \frac{T}{m} = \frac{6}{5} \rightarrow$

$T=6$

d) $x_4[n] = e^{j\left(\frac{2\pi}{3}n\right)} + e^{j\left(\frac{3\pi}{4}n\right)}$

$[T_1, T_2] = 24$

ک.م.م

$\frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3}} = 3 = T_1 \qquad \frac{2\pi}{\frac{3\pi}{4}} = \frac{8}{3} \rightarrow T_2 = 8$

e) $e^{j\left(\frac{2}{3}n\right)} + e^{j\left(\frac{3}{4}n\right)} = x_5[n]$

$\frac{2\pi}{\frac{2}{3}} = 3\pi = T_1 \quad \notin Q \rightarrow$ دوره تناوب ندارد.

f) $x_6(t) = e^{j\left(\frac{2}{3}t\right)} + e^{j\left(\frac{3}{4}t\right)}$

$\frac{2\pi}{\frac{2}{3}} = 3\pi = T_1, \qquad T_2 = \frac{2\pi}{\frac{3}{4}} = \frac{8\pi}{3} \qquad [T_1, T_2] = 24\pi$

ک.م.م

g) $x_7(t) = e^{j\left(\frac{2\pi}{3}t\right)} + e^{j\left(\frac{3}{4}t\right)}$

$T_1 = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3}} = 3 \qquad T_2 = \frac{2\pi}{\frac{3}{4}} = \frac{8\pi}{3} \rightarrow$ دوره تناوب ندارد.

۴.

a) $y_1[n] = x[n-n_0] \longrightarrow$ باحافظه

علی نیست (اگر n_0 مثبت باشد علی است)

$x[n] < N \longrightarrow x[n-n_0] < N \longrightarrow y(t) < N$ $\longrightarrow$ پایدار

$y[n] = x[n-n_0]$ $\quad x[n] \longrightarrow y[n] = x[n-n_0]$

$x_1[n] = x[n-n_1] \longrightarrow y_1[n] = x_1[n-n_0] = x[n-n_0-n_1]$ ①

② $y[n-n_1] = x[n-n_1-n_0]$ $\quad$ ① = ② $\longrightarrow$ تغییرناپذیر با زمان

$x_1[n] = \alpha x[n] \longrightarrow y_1[n] = x_1[n-n_0] =$

$= \alpha x[n-n_0]$ ①

$\alpha y[n] = \alpha x[n-n_0]$ ② $\quad$ ① = ② $\Rightarrow$ همگن است.

$x_1[n] \longrightarrow y_1[n] = x_1[n-n_0]$

$x_2[n] \longrightarrow y_2[n] = x_2[n-n_0]$

$x_1[n] + x_2[n] \longrightarrow y_1[n] + y_2[n] = x_1[n-n_0] + x_2[n-n_0]$ ①

$x_3[n] = x_1[n] + x_2[n] \longrightarrow y_3[n] = x_3[n-n_0] =$ جمع پذیر و

$= x_1[n-n_0] + x_2[n-n_0]$ ② $\quad$ ① = ② $\longrightarrow$ خطی است

b) $y_2[n] = x[-n]$ → حافظه‌دار به ورودی در لحظات دیگر وابسته است در نتیجه

$y_2[n] = x[-n]$ مثال نقض علی بودن: $y[-2] = x[2]$ علی نیست

$|x[n]| < N \rightarrow |y[n]| < M$?

$|y[n]| = |x[n]| < N$ ✓ پایدار

$x_1[n] = x[n-n_0] \rightarrow y_1[n] = x_1[-n] = x[-n-n_0]$

$y[n-n_0] = x[-n+n_0]$ → تغییرپذیر با زمان

$y[n] = x[-n]$

$x_1[n] = \alpha x[n] \rightarrow y_1[n] = x_1[-n] = \alpha x[-n]$ ①

$y[n] = x[-n]$

① = ② → همگن

$\alpha y[n] = \alpha x[-n]$ ②

$x_1[n] \rightarrow y_1[n] = x_1[-n]$

$x_2[n] \rightarrow y_2[n] = x_2[-n]$

$x_1[n] + x_2[n] \rightarrow y_1[n] + y_2[n] = x_1[-n] + x_2[-n]$ ①

$y[n] = x[-n]$

$x_3[n] = x_1[n] + x_2[n] \rightarrow y_3[n] = x_3[-n] =$

$= x_1[-n] + x_2[-n]$ ②

① = ② → جمع‌پذیر و خطی

۳

c) $y_c[n] = x[n] + 3u[n+1] \longrightarrow$ به ورودی در لحظات دیگر وابسته نیست پس بی حافظه و علی است

$x[n] < N \longrightarrow y[n] < M\,?$

$x[n] + 3u[n+1] < N + 3u[n+1] = M$

پایدار است.

$x_1[n] = x[n-n_0] \longrightarrow y_1[n] = x_1[n] + 3u[n+1] =$

$= x[n-n_0] + 3u[n+1] \quad (1)$

$y[n] = x[n] + 3u[n+1]$

$y[n-n_0] = x[n-n_0] + 3u[n-n_0+1] \quad (2)$

$(1) \neq (2) \longrightarrow$ تغییرپذیر با زمان

$x_1[n] = \alpha x[n] \longrightarrow y_1[n] = x_1[n] + 3u[n+1]$

$= \alpha x[n] + 3u[n+1] \quad (1)$ ✗

$y[n] = x[n] + 3u[n+1]$

$\alpha y[n] = \alpha x[n] + 3u[n+1] \quad (2)$

$(1) \neq (2) \Rightarrow$ غیرخطی است

به ورودی در لحظات دیگر
وابسته نیست پس

D) $y_4[n] = e^{x[n]} \longrightarrow$ بی حافظه و علّی است

$x[n] < N \longrightarrow$

$\longrightarrow e^{x[n]} < e^{N} = M$ پایدار

$x_1[n] = x[n-n_0] \longrightarrow y_1[n] = e^{x_1[n]} = e^{x[n-n_0]}$ (1)

$y[n] = e^{x[n]}$ (1) = (2) $\longrightarrow$ تغییرناپذیر با زمان

$y[n-n_0] = e^{x[n-n_0]}$ (2)

$x_1[n] = \alpha x[n] \longrightarrow y_1[n] = e^{x_1[n]} = e^{\alpha x[n]}$ (1)

$y[n] = e^{x[n]}$ (1) $\neq$ (2) $\longrightarrow$ غیرخطی

$\alpha y[n] = \alpha e^{x[n]}$ (2)

(د)

به ورودی در لحظات دیگر
وابسته نیست پس

e) $y_5[n] = n x[n] \longrightarrow$ بی‌حافظه

و علی است

$x[n] < N \longrightarrow n x[n] < nN \longrightarrow$ ناپایدار

$x_1[n] = x[n-n_0] \longrightarrow y_1[n] = n x_1[n] = n x[n-n_0]$ (1)

$y[n] = n x[n]$ $\qquad$ (1) ≠ (2) $\longrightarrow$

$y[n-n_0] = (n-n_0) x[n-n_0]$ (2) $\qquad$ تغییرپذیر با زمان

$x_1[n] = \alpha x[n] \longrightarrow y_1[n] = n x_1[n] = n\alpha x[n]$ (1)

$y[n] = n x[n]$ $\qquad$ (1) = (2) $\longrightarrow$ همگن

$\alpha y[n] = \alpha n x[n]$ (2)

$x_1[n] \longrightarrow y_1[n] = n x_1[n]$

$x_2[n] \longrightarrow y_2[n] = n x_2[n]$

$x_1[n] + x_2[n] \longrightarrow y_1[n] + y_2[n] = n x_1[n] + n x_2[n]$ (1)

$x_3[n] = x_1[n] + x_2[n] \longrightarrow y_3[n] = n x_3[n] =$

$= n x_1[n] + n x_2[n]$ (2) $\qquad$ (1) = (2) $\longrightarrow$ جمع‌پذیر و خطی

سه‌شنبه
۱۶
آبان ۱۳۹۱
۲۱ ذی‌الحجه ۱۴۳۳
2012 November 6

④

به ورودی در لحظات دیگر بستگی دارد پس

$f)\ y_4(t) = x(t-2) + x(2-t) \longrightarrow$ حافظه دار

چون به عنوان مثال در $t = -1$ به مقدار ورودی در لحظه ۳ (آینده) بستگی دارد علی نیست

$x(t) < N \rightarrow x(t-2) < N$, $x(2-t) < N \longrightarrow x(t-2)+x(2-t) < 2N = M$

$\longrightarrow y(t) < M \longrightarrow$ پایدار

$x_1(t) = x(t-t_0) \longrightarrow y_1(t) = x_1(t-2) + x_1(2-t) =$

$= x(t-2-t_0) + x(2-t+t_0)$ ①

$y(t) = x(t-2) + x(2-t)$

$y(t-t_0) = x(t-t_0-2) + x(2-t+t_0)$ ②

① = ② $\longrightarrow$ تغییرناپذیر با زمان

$x_1(t) = \alpha x(t) \longrightarrow y_1(t) = x_1(t-2) + x_1(2-t) =$

$= \alpha x(t-2) + \alpha x(2-t)$ ①

$y(t) = x(t-2) + x(2-t)$

$\alpha y(t) = \alpha x(t-2) + \alpha x(2-t)$ ②

① = ② $\longrightarrow$ همگن

ب

$x_1(t) \rightarrow y_1(t) = x_1(t-2) + x_1(2-t)$

$x_2(t) \rightarrow y_2(t) = x_2(t-2) + x_2(2-t)$

$x_1(t) + x_2(t) \rightarrow y_1(t) + y_2(t) = x_1(t-2) + x_1(2-t)$
$+ x_2(t-2) + x_2(2-t)$

①

$x_3(t) = x_1(t) + x_2(t) \rightarrow y_3(t) = x_3(t-2) + x_3(2-t)$
$= x_1(t-2) + x_1(2-t) + x_2(2-t) + x_2(t-2)$

② = ① $\longrightarrow$ سیستم خطی

$9)\ y_7(t) = x(t)\cdot\cos(3t) \longrightarrow$ بدون حافظه و علّی

به ورودی در لحظات دیگر بستگی ندارد پس بدون حافظه و علّی است

$x(t) < N \rightarrow x(t) \times \cos(3t) < N \times \cos(3t) = M$

$\rightarrow y(t) < M$ پایدار

$x_1(t) = x(t-t_0) \longrightarrow y_1(t) = x_1(t)\cos(3t) =$

$= x(t-t_0)\cos 3t$ (1)

$y(t) = x(t)\cos(3t)$

$y(t-t_0) = x(t-t_0)\cos\big(3(t-t_0)\big)$ (2)

(1) $\neq$ (2) $\rightarrow$ تغییرپذیر با زمان

$x_1(t) = \alpha x(t) \longrightarrow y_1(t) = x_1(t)\cos 3t =$

$= \alpha x(t)\cos(3t)$ (1)

$y(t) = x(t)\cos(3t)$

$\alpha y(t) = \alpha x(t)\cos(3t)$ (2)

(1) = (2) $\rightarrow$ همگن

$x_1(t) \longrightarrow y_1(t) = x_1(t)\cos 3t$

$x_2(t) \longrightarrow y_2(t) = x_2(t)\cos 3t$

$x_1(t) + x_2(t) \longrightarrow y_1(t) + y_2(t) =$

$\big(x_1(t) + x_2(t)\big)\cos 3t$ (1)

$x_3(t) = x_1(t) + x_2(t) \longrightarrow y_3(t) = x_3(t)\cos 3t$

$= \big(x_1(t) + x_2(t)\big)\cos 3t$ (2)

(1) = (2) $\longrightarrow$ جمع‌پذیر و خطی

به ورودی در $2t$ (آینده) بستگی دارد

$h)\ y_8(t) = \int_{-\infty}^{2t} x(\tau)\, d\tau \longrightarrow$ حافظه دار

علی نیست

$x(t) < N \longrightarrow \int_{-\infty}^{2t} x(\tau)\, d\tau \quad \infty$

محدود نیست ← ناپایدار

$x_1(t) = x(t - t_0) \longrightarrow y_1(t) = \int_{-\infty}^{2t} x_1(\tau)\, dt =$

$= \int_{-\infty}^{2t} x(\tau - t_0)\, dt \quad (1)$

$y(t) = \int_{-\infty}^{2t} x(\tau)\, dt$

$y(t - t_0) = \int_{-\infty}^{2(t - t_0)} x(\tau)\, dt \quad (2)$

$(1) \neq (2) \longrightarrow$ تغییر پذیر با زمان

$x_1(t) = \alpha x(t) \longrightarrow y_1(t) = \int_{-\infty}^{2t} x_1(\tau)\, dt =$

$= \int_{-\infty}^{2t} \alpha\, x(\tau)\, dt = \alpha \int_{-\infty}^{2t} x(\tau)\, d\tau \quad (1)$

$y(t) = \int_{-\infty}^{2t} x(\tau)\, d\tau$

$\alpha y(t) = \alpha \int_{-\infty}^{2t} x(\tau)\, d\tau \quad (2)$

$(1) = (2) \longrightarrow$ همگن

(11)

$$x_1(t) \longrightarrow y_1(t) = \int_{-\infty}^{2t} x_1(\tau)\, d\tau$$

$$x_2(t) \longrightarrow y_2(t) = \int_{-\infty}^{2t} x_2(\tau)\, d\tau$$

$$x_1(t) + x_2(t) \longrightarrow \int_{-\infty}^{2t} \left(x_1(\tau) + x_2(\tau)\right) d\tau \quad (1)$$

$$x_{\text{ج}}(t) = x_1(t) + x_2(t) \longrightarrow y_{\text{ج}}(t) = \int_{-\infty}^{2t} x_{\text{ج}}(\tau)\, d\tau =$$

$$= \int_{-\infty}^{2t} \left(x_1(t) + x_2(t)\right) d\tau \quad (2)$$

(1) = (2) $\longrightarrow$ جمع پذیر و خطی

I) $y_9(t) = x\left(\frac{t}{2}\right) \longrightarrow$ با حافظه است به ورودی در لحظات دیگر بستگی دارد پس

علی

غیر علی است چون به عنوان مثال در $t = -1$ به ورودی در آینده بستگی دارد

یکشنبه
۲۷
اسفند ۱۳۹۱
۵ جمادی الاول ۱۴۳۴
2013 March 17
ولادت حضرت زینب (س)
(8 ق)
و روز پرستار

$x(t) < N \longrightarrow x\left(\frac{t}{2}\right) < k \longrightarrow$ پایدار

$x_1(t) = x(t-t_0) \longrightarrow y_1(t) = x_1\left(\frac{t}{2}\right) =$

$= x_1\left(\frac{t}{2} - t_0\right)$ (1)

$y(t) = x\left(\frac{t}{2}\right)$

$y(t-t_0) = x\left(\frac{t-t_0}{2}\right)$ (2)

$(1) \neq (2) \longrightarrow$ تغییرپذیر با زمان

$x_1(t) = \alpha x(t) \longrightarrow y_1(t) = x_1\left(\frac{t}{2}\right) = \alpha x\left(\frac{t}{2}\right)$ (1)

$y(t) = x\left(\frac{t}{2}\right)$ $\quad (1) = (2) \longrightarrow$ همگن

$\alpha y(t) = \alpha x\left(\frac{t}{2}\right)$ (2)

$x_1(t) \longrightarrow y_1(t) = x_1\left(\frac{t}{2}\right)$

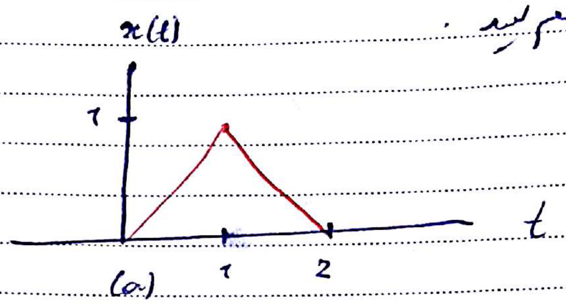
$x_2(t) \longrightarrow y_2(t) = x_2\left(\frac{t}{2}\right)$

$x_1(t) + x_2(t) \longrightarrow y_1(t) + y_2(t) = x_1\left(\frac{t}{2}\right) + x_2\left(\frac{t}{2}\right)$ (1)

$x_3(t) = x_1(t) + x_2(t) \longrightarrow y_3(t) = x_3\left(\frac{t}{2}\right) = x_1\left(\frac{t}{2}\right) + x_2\left(\frac{t}{2}\right)$ (2)

$(1) = (2) \longrightarrow$ جمع پذیر و خطی

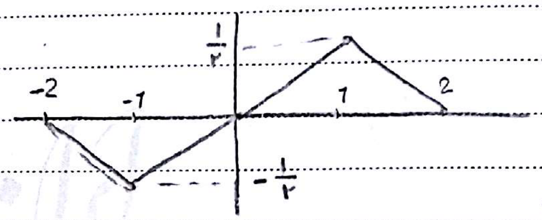
۵ - بخش های زوج و فرد سیگنال زیر را تعیین و رسم کنید.



(a)

$$x(t) = \begin{cases} t & 0<t<1 \\ -t+2 & 1<t<2 \end{cases} \qquad x(-t) = \begin{cases} -t & -1<t<0 \\ t+2 & -2<t<-1 \end{cases}$$

$$\text{فرد} = \frac{x(t) - x(-t)}{2}$$



$$\text{زوج} = \frac{x(t) + x(-t)}{2}$$