۴۰۱۱۷۹۶۲ یاسمین خورشیدی

تمرین دوم کنترل خطی

Subject: Year: Month: Day:

① نمودار را بازنویسی: ①

$$M(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)} = \frac{K w_n^2}{s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2}$$

$$M_p = \frac{C(t_p) - C(\infty)}{C(\infty)} \times 100 = ۴۴,۳\% = e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \rightarrow e^{\frac{-\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} = \sqrt[\pi]{0.443}$$

$$e^{\frac{-\xi w_n t_s}{\sqrt{1-\xi^2}}} = 0.02 \rightarrow (0.443)^{\frac{w_n t_s}{\pi}} = 0.02$$

$$\rightarrow w_n t_s = \pi \ln(0.02) / \ln(0.443) = 4.88$$

طبق تصویر $\rightarrow t_s = 1.41 \rightarrow w_n = \frac{4.88}{1.41} = 3.46\pi$

طبق تصویر $\rightarrow t_p = 0.332 \rightarrow \frac{\pi}{w_n \sqrt{1-\xi^2}} = 0.332 \rightarrow \sqrt{1-\xi^2} = \frac{1}{1.1288}$

3.46π

$$\rightarrow \xi^2 = 0.464 \rightarrow \xi = 0.464$$

$$\Rightarrow \frac{L(s)}{1+L(s)} = \frac{K \cdot (3.4\pi)^2}{s^2 + 2\times 0.464 \times 3.4\pi s + (3.4\pi)^2}$$

$$\frac{L(s)}{1+L(s)} = \frac{114.1K}{s^2 + 9.9s + 114.1} \rightarrow L(s) = \frac{114.1K}{s^2 + 9.9s + (1-K)114.1}$$

حلقه بسته — حلقه باز

تفاوت (1-K) در مخرج حلقه باز است.

② اگر $K=1$ قرار دهیم هم می‌توان حلقه باز را بررسی کرد. یعنی فرض کنیم

Loop Gain = KL(s) ⇒

$$L(s) = \frac{114.1}{s^2 + 9.9s}$$ ⟹ متلب تابع L(s) را ساده نکرد. همچنین ضرایب و... M(s) و L(s) هم در متلب هم در محاسبات یکی گشت.

Pasha

Subject: Year: Month: Day:

الف ②

$(K_t=0)$ حلقه باز : $\left(\left[K_a \underbrace{E(s)}_{\to R(s)} - K_b W(s)\right]\frac{K_m}{R_a} + T_d(s)\right)\frac{1}{Js+f} = W(s)$

$$W(s) = \frac{\frac{K_a K_m}{(Js+f)R_a}}{1+\frac{K_b K_m}{(Js+f)R_a}} R(s) + \frac{\frac{1}{(Js+f)}}{1+\frac{K_b K_m}{(Js+f)}} T_d(s)$$

$R_a J s + R_a f$

$$W(s) = \frac{K_m K_a / R_a J}{S + \frac{R_a f + K_b K_m}{R_a J}} R(s) + \frac{1/J}{S + \frac{f + K_b K_m}{J}} T_d(s)$$

$(T_d(s)=0$ فرض$)$: $L(s) = \frac{W(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K_a K_m \to ۰/۸}{R_a J \to ۲}}{S + \frac{R_a f \to ۰/۴ + K_b K_m \to ۰/۴}{R_a J \to ۲}} = \frac{۰/۴}{S+۲/۲}$

$(K_t=1)$ حلقه بسته : $\left(\left[(R(s) - K_t W(s))K_a - K_b W(s)\right]\frac{K_m}{R_a} + T_d(s)\right)\frac{1}{Js+f} = W(s)$

$$W(s) = \frac{K_m K_a / R_a J}{S + \frac{f R_a + (K_t K_a + K_b)K_m}{R_a J}} R(s) + \frac{1/J}{S + \frac{f R_a + (K_t K_a + K_b)K_m}{R_a J}} T_d(s)$$

$(T_d(s)=0$ فرض$)$: $M(s) = \frac{W(s)}{R(s)} = \frac{L(s)}{1+K_t L(s)} = \frac{۰/۴\,(S+۲/۲)}{(S+۲/۲)(S+۲/۶)}$

در عکس شلب نقطه اول از سمت راست ← در عکس متلب نقطه دوم از سمت

ب

$R(s) = \frac{1}{S}$, $e_{ss}=?$, $\tau=?$, $t_r=?$, $t_s=?$, مپ ؟

$e_{ss} = \frac{۰/۴}{۲/۲} \approx ۰/۲$ (با $L(s)$)	τ با استفاده از zpk و $M(s)$ ←	در رسم نمودار
$e_{ss} = \frac{۰/۴}{۲/۶} \approx ۰/۱۶$ (با $M(s)$)	$\Delta = (S+۲/۲)(S+۲/۶)$ اگر ساده کنیم	متلب
	$P = -۲/۶$, $-۲/۲$	

Pasha

۳

$$(R(s)-C(s))\times K\times\frac{1}{s^2+4s}=C(s)\longrightarrow$$

$$\frac{K}{s^2+4s}R(s)=\left(1+\frac{K}{s^2+4s}\right)C(s)\longrightarrow\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{K}{s^2+4s+K}$$

$\boxed{\text{الف}}$ $K=16\longrightarrow\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{16}{s^2+4s+16}=\frac{A\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$

ورودی پله $\longrightarrow C(s)=\frac{16}{s(s^2+4s+16)}$

$$\begin{cases}A=1\\ \omega_n=4=\sqrt{K}\\ \zeta=0.5\end{cases}$$

خطای ماندگار به ورودی پله: $e_{ss}=\lim_{s\to0}s\,e(s)=\frac{1}{1+K_p}=0$

جواب مشابه متلب درآمد

$$K_p=\lim_{s\to0}L(s)=\lim_{s\to0}\frac{K^{16}}{s^2+4s}=\infty$$

خروجی ماندگار: $\lim_{s\to0}s\times\frac{16}{s(s^2+4s+16)}=1$

$$M_p=\frac{C(t_p)-1}{1}\times100=100e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}\Rightarrow M_p=100e^{-\frac{\pi}{\sqrt3}}$$

$$\Rightarrow M_p=16.3\%$$

$$0<\zeta=0.5<0.69\Rightarrow t_s=\frac{3.2}{\zeta\omega_n}=\frac{3.2}{0.5\times4}=1.6\,[s]$$

$\boxed{\text{ب}}$ $M_p=5\%=100e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}$

$$\ln 0.05=-\frac{2}{\sqrt K}\pi\Big/\sqrt{1-\frac{4}{K}}$$

$$\begin{cases}A=1\\ \omega_n=4=\sqrt{K}\\ 2\zeta\omega_n=4\rightarrow\zeta=\frac{2}{\sqrt K}\end{cases}$$

$$-\ln 0.05=\frac{2\pi}{\sqrt{K-4}}\longrightarrow K=4.04\longrightarrow$$ ج در متلب

ج $K=4\Rightarrow M_p\approx5\%\longrightarrow$ اورشوت به اندازه ۵٪ حالت ماندگار داریم

E

$$\left[(R(s)-Y(s))K + D(s)\right]G(s) = Y(s)$$

$$KG(s)\,R(s) - KG(s)Y(s) + G(s)D(s) = Y(s)$$

$$(1+KG(s))\,Y(s) = KG(s)R(s) + G(s)D(s)$$

$$Y(s) = \frac{KG(s)}{1+KG(s)}R(s) + \frac{G(s)}{1+KG(s)}D(s)$$

$(R(s)=0$ فرض$)$ $\Rightarrow \dfrac{Y(s)}{D(s)} = \dfrac{G(s)}{1+KG(s)}$, $L(s) = G(s)$ این حالت

$$e_{ss} = \frac{1}{1+K_p} = -B \rightarrow \frac{1}{1+G(0)} = -B \rightarrow G(0) = \frac{1+B}{B}$$

1

$$K_p = \lim_{s\to 0} L(s) = G(0)$$

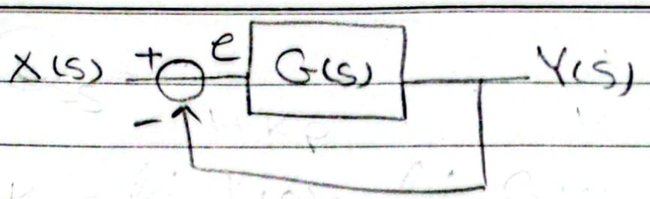
$(D(s)=0$ فرض$)$ $\Rightarrow \dfrac{Y(s)}{R(s)} = \dfrac{KG(s)}{1+KG(s)}$, $L(s) = KG(s)$ این حالت

$$e_{ss} = \frac{1}{1+K_p} = \frac{1}{1+KG(0)} \overset{1}{=} \frac{1}{1+\frac{K}{B}(1+B)} = \frac{B}{(1+K)B+K}$$

$$K_p = \lim_{s\to 0} L(s) = KG(0)$$

Pasha

Subject: Year: Month: Day:



5

$x(t) - y(t) = e(t)$

$$\int_0^\infty e(t)\,dt = \int_0^\infty x(t) - y(t)\,dt \overset{\mathcal{L}}{=} \frac{1}{S}\left(X(S) - Y(S)\right) \xrightarrow{\text{ورودی پله بدیم}} Y(S) = \frac{1}{S}\left(\frac{(A_1S+1)\cdots}{(B_1S+1)\cdots}\right)$$

$\boxed{m > n}$

$$= \frac{1}{S^2}\left(1 - \frac{(A_1S+1)(A_2S+1)\cdots}{(B_1S+1)(B_2S+1)\cdots}\right) = \frac{\prod_{i=1}^{m}(B_iS+1) - \prod_{i=1}^{n}(A_iS+1)}{S^2\left(\prod_{i=1}^{m}(B_iS+1)\right)}$$

$m > n$

$$\approx \frac{\prod_{i=1}^{m}(B_iS+1)}{S^2\left(\prod_{i=1}^{m}(B_iS+1)\right)} \xrightarrow[S\to 0]{} \approx \frac{1}{S^2} \xrightarrow{F^{-1}} t\,u(t)$$ ✗

$\int_{-\infty}^{+\infty}$ رامپ گوییم ← $\frac{t}{2}u(t)$ مدنظر است

و حل با روش قضیه

$$\int_0^\infty e(t)\,dt = \int_0^\infty 1 - y(t)\,dt \xrightarrow[\text{ورودی پله}]{} Y(S) = \frac{1}{S} - \frac{G(S)}{S(1+G(S))} = \frac{1}{S(1+G(S))}$$

خطای ورودی پله $K_p = \lim_{S\to 0} G(S) = G(0) \longrightarrow e = \frac{1}{1+K_p} = \frac{1}{1+G(0)}$

$m > n$

$$G(S) = \left(1 - \frac{\prod_{i=1}^{n}(A_iS+1)}{\underbrace{\prod_{i=1}^{m}(B_iS+1)}_{\text{که کمتر از واحد}}}\right) \approx G(0) = 1 \longrightarrow e = \frac{1}{2}$$

Pasha