

# تکالیف سری دوم کنترل خطی

یاسمین خورشیدی ۴۰۱۱۷۹۶۳

۱۹ آبان ۱۴۰۳

# ۱ سوال اول

۴۰۱۷۹۶۳ یاسین نورشیرین

تمرین دوم کنترل خطی

Subject:

Year:

Month:

Day:

۱) ۱) فریب را باز نویسی:

$$M(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)} = \frac{K W_n}{s^2 + 2\zeta W_n s + W_n^2}$$

$$M_p = \frac{C(t_p) - C(\infty)}{C(\infty)} \times 100 = 44.3\% = e^{-\frac{\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \rightarrow e^{\frac{\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = \frac{1}{0.557}$$

$$\zeta = \frac{\zeta W_n t_s}{\sqrt{1-\zeta^2}} = 0.02 \rightarrow (0.443) \frac{W_n t_s}{\sqrt{1-\zeta^2}} = 0.02$$

$$\rightarrow W_n t_s = \frac{0.02 \sqrt{1-\zeta^2}}{0.443} = 0.045$$

$$\rightarrow W_n t_s = \pi \ln(0.5) / \ln(0.557) = 6.18$$

$$\rightarrow t_s = 1.41 \rightarrow W_n = \frac{6.18}{1.41} = 4.38$$

$$\rightarrow t_p = 0.132 \rightarrow \frac{\pi}{W_n \sqrt{1-\zeta^2}} = 0.132 \rightarrow \sqrt{1-\zeta^2} = \frac{1}{1.1288}$$

$$\rightarrow \zeta^2 = 1 - 0.794 \rightarrow \zeta = 0.444$$

$$\Rightarrow \frac{L(s)}{1+L(s)} = \frac{K \cdot (3.438)^2}{s^2 + 2 \times 0.444 \times 3.438 s + (3.438)^2}$$

$$\frac{L(s)}{1+L(s)} = \frac{114.1 K}{s^2 + 9.9 s + 114.1} \rightarrow \frac{L(s)}{1+L(s)} = \frac{114.1 K}{s^2 + 9.9 s + (1-K)114.1}$$

حالت بسته

حالت باز

تفاوت (1-K) در مخرج حالت باز است.

۲) اگر K=1 کنترلر دلتا هم همان حالت باز مابینش کرد یعنی حرفش نیست

Loop Gain = K L(s)  $\Rightarrow$

$$L(s) = \frac{114.1}{s^2 + 9.9 s}$$

متلب تیج L(s) را ساده نکرد  
همین فرایب دست M(s) و L(s)  
هم در متلب هم در محاسبات باید داشت



## ۲ سوال دوم

Subject:

Year:

Month:

Day:

الف

$$(K_t = 0) \text{ حالتی: } \left( \left[ \frac{K_a E(s) - K_b W(s)}{R(s)} \right] \frac{K_m}{R_a} + T_d(s) \right) \frac{1}{Js + f} = W(s) \quad (2)$$

$$W(s) = \frac{\frac{K_a K_m}{(Js + f) R_a}}{1 + \frac{K_b K_m}{(Js + f) R_a}} R(s) + \frac{1}{Js + f} T_d(s)$$

$R_a J s + R_a f$        $1 + \frac{K_b K_m}{(Js + f)}$

$$W(s) = \frac{K_m K_a / R_a J}{s + \frac{R_a f + K_b K_m}{R_a J}} R(s) + \frac{1/J}{s + \frac{f + K_b K_m}{J}} T_d(s)$$

$$(T_d(s) = 0) \circ L(s) = \frac{W(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K_a K_m}{R_a J}}{s + \frac{R_a f + K_b K_m}{R_a J}} = \frac{0.18}{s + 2.14}$$

$$(K_t = 1) \text{ حالتی: } \left( \left[ \frac{(R(s) - K_t W(s)) K_a - K_b W(s)}{R_a} \right] \frac{K_m}{R_a} + T_d(s) \right) \frac{1}{Js + f} = W(s)$$

$$W(s) = \frac{K_m K_a / R_a J}{s + \frac{f R_a + (K_t K_a + K_b) K_m}{R_a J}} R(s) + \frac{1/J}{s + \frac{f R_a + (K_t K_a + K_b) K_m}{R_a J}} T_d(s)$$

$$(T_d(s) = 0) \circ M(s) = \frac{W(s)}{R(s)} = \frac{L(s)}{1 + K_t L(s)} = \frac{0.18 (s + 2.14)}{(s + 2.14)(s + 2.9)}$$

در بخش مثبت نقطه در بخش مثبت نقطه اول از سمت راست

$$\rightarrow R(s) = \frac{1}{s}, \quad e_{ss} = ?, \quad T = ?, \quad t_r = ?, \quad t_s = ?$$

$$e_{ss} = \frac{0.18}{2.9} \approx 0.062$$

$L(s)$        $\leftarrow M(s)$

$$e_{ss} = \frac{0.18}{2.9} \approx 0.062$$

$\leftarrow M(s)$

$$\Delta = (s + 2.14)(s + 2.9)$$

پoles

$$z = -2.14 \text{ و } -2.9$$

Pasha.

### ۳ سوال سوم

Subject:

Year:

Month:

Day:

$$(R(s) - C(s)) \times K \times \frac{1}{s^2 + \zeta s} = C(s) \rightarrow$$

$$\frac{K}{s^2 + \zeta s} R(s) = \left(1 + \frac{K}{s^2 + \zeta s}\right) C(s) \rightarrow \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s^2 + \zeta s + K}$$

$$\boxed{\text{الف}} \quad K = 14 \rightarrow \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{14}{s^2 + \zeta s + 14} = \frac{A \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2}$$

$$\text{در ورودی} \rightarrow C(s) = \frac{14}{s(s^2 + \zeta s + 14)} \quad \begin{cases} A=1 \\ \omega_n = F = \sqrt{K} \\ \zeta = 0.1 \omega \end{cases}$$

$$\text{خطای ماندگار: } e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s e(s) = \frac{1}{1+Kp} = 0$$

$$Kp = \lim_{s \rightarrow 0} h(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K \cdot 14}{s^2 + \zeta s} = \infty$$

$$\text{خطای ماندگار: } \lim_{s \rightarrow 0} s \times \frac{14}{s(s^2 + \zeta s + 14)} = 1$$

$$M_p = \frac{C(t_p) - 1}{1} \times 100 = 100 e^{-\zeta \pi / \sqrt{1-\zeta^2}} \Rightarrow M_p = 100 e^{-\frac{\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

$$\Rightarrow M_p = 14.3\%$$

$$0 < \zeta = 0.1 \omega < 0.499 \Rightarrow t_s = \frac{3.12}{\zeta \omega_n} = \frac{3.12}{0.1 \omega \times F} = 44 [s]$$

$$\boxed{\text{ب}} \quad M_p = 0\% = 100 e^{-\zeta \pi / \sqrt{1-\zeta^2}} \quad \begin{cases} A=1 \\ \omega_n = F = \sqrt{K} \\ 2\zeta \omega_n = F \Rightarrow \zeta = \frac{F}{\sqrt{K}} \end{cases}$$

$$-\ln 0.0001 = \frac{\pi}{\sqrt{K-F}} \rightarrow K = F, 0.01 \rightarrow \boxed{\text{ج در مقابل}}$$

در صورت به اندازه ۰.۰۱٪  $M_p \approx 0\%$   $K = F$   $\Rightarrow$   $\omega_n = F$   $\Rightarrow$   $\zeta = \frac{F}{\sqrt{K}} = 1$

Pasha

## ۴ سوال چهارم

| Subject:   | Year: | Month: | Day: |
|--|-------|--------|------|
| $\left[ (R(s) - Y(s))K + D(s) \right] G(s) = Y(s) \quad \textcircled{F}$   |       |        |      |
| $KG(s) R(s) - KG(s) Y(s) + G(s) D(s) = Y(s)$   |       |        |      |
| $(1 + KG(s)) Y(s) = KG(s) R(s) + G(s) D(s)$  |       |        |      |
| $Y(s) = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)} R(s) + \frac{G(s)}{1 + KG(s)} D(s)$  |       |        |      |
| $(R(s) = 0 \text{ فرض}) \Rightarrow \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G(s)}{1 + KG(s)} \quad , \quad L(s) = G(s) \quad \text{این حالت}$          |       |        |      |
| $e_{ss} = \frac{1}{1 + K_p} = -B \rightarrow \frac{1}{1 + G(0)} = -B \rightarrow G(0) = \frac{1+B}{1} \quad \textcircled{1} \quad B$     |       |        |      |
| $K_p = \lim_{s \rightarrow 0} L(s) = G(0)$   |       |        |      |
| $(D(s) = 0 \text{ فرض}) \Rightarrow \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)} \quad , \quad L(s) = KG(s) \quad \text{این حالت}$        |       |        |      |
| $e_{ss} = \frac{1}{1 + K_p} = \frac{1}{1 + KG(0)} = \frac{1}{1 + \frac{K}{B}(1+B)} = \frac{B}{(1+K)B + K} \quad \textcircled{1} \quad B$ |       |        |      |
| $K_p = \lim_{s \rightarrow 0} L(s) = KG(0)$  |       |        |      |



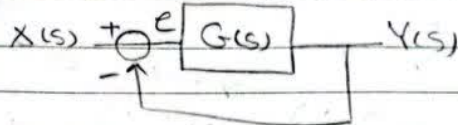
## سوال پنجم ۵

Subject:

Year:

Month:

Day:



$$x(t) - y(t) = e(t)$$

$$\int_0^{\infty} e(t) dt = \int_0^{\infty} x(t) - y(t) dt$$

$$\xrightarrow{\text{Laplace}} \frac{1}{s} (X(s) - Y(s))$$

$Y(s) = \frac{1}{s} \frac{(A_1 s + 1) \dots (A_n s + 1)}{(B_1 s + 1) \dots (B_m s + 1)}$  (ورودی و خروجی)

$$= \frac{1}{s^r} \left( 1 - \frac{(A_1 s + 1)(A_2 s + 1) \dots}{(B_1 s + 1)(B_2 s + 1) \dots} \right) = \frac{\prod_{i=1}^m (B_i s + 1) - \prod_{i=1}^n (A_i s + 1)}{s^r \prod_{i=1}^m (B_i s + 1)}$$

$m > n$

$$\approx \frac{\prod_{i=1}^m (B_i s + 1)}{s^r \prod_{i=1}^m (B_i s + 1)} \xrightarrow{s \rightarrow 0} \approx \frac{1}{s^r} E_{r-1}^{-1} t^{r-1} u(t)$$

(در صورتی که  $r > 0$ )

روش دیگر

$$\int_0^{\infty} e(t) dt = \int_0^{\infty} 1 - y(t) dt \xrightarrow{\text{Laplace}} Y(s) = \frac{1}{s} - \frac{G(s)}{s(1+G(s))} = \frac{1}{s} \frac{1}{1+G(s)}$$

(در صورتی که  $r = 0$ )

در صورتی که  $r = 0$

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = G(0) \rightarrow e = \frac{1}{1+K_p} = \frac{1}{1+G(0)}$$

$$G(s) = \left( 1 - \frac{\prod_{i=1}^n (A_i s + 1)}{\prod_{i=1}^m (B_i s + 1)} \right) \approx G(0) = 1 \rightarrow e = \frac{1}{2}$$

(در صورتی که  $r = 1$ )