بِسْمِ اللهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيمِ

تکالیف سری پنجم کنترل خطی

یاسمین خورشیدی ۴۰۱۱۷۹۶۳

۲۵ دی ۱۴۰۳

$$G_0(S) = \frac{\omega/S(S+\Upsilon)}{1+\omega/S(S+\Upsilon)} = \frac{\omega}{S(S+\Upsilon)+\omega}$$

$$G(S) = K \times \frac{\omega}{S^\Upsilon+\Upsilon S+\omega} \times \frac{1}{S(S+\Upsilon)} = \frac{\omega K}{S(S+\Upsilon)(S^\Upsilon+\Upsilon S+\omega)}$$

$$K=\Upsilon \implies G(S) = \frac{1o}{S(S+\Upsilon)(S^\Upsilon+\Upsilon S+\Delta)}$$

چون یک انتگرال گیر داریم K_V را محاسبه می کنیم:

$$K_V = \lim_{S\to o} S\,G(S) = \frac{1o}{1\Delta} = \frac{\Upsilon}{\Upsilon}$$

$$\Upsilon o\, K_V = \Upsilon o \times \frac{\Upsilon}{\Upsilon} = \Upsilon o = e_{ss} \implies G(S) = \frac{\Upsilon oo}{S(S+\Upsilon)(S^\Upsilon+\Upsilon S+\Delta)}$$

نمودش بُد ... $PM = \Delta V/\Delta A$ اصلاح حدقاز حدود ۴۵ می کند در فرکانس ۸٪ مقدار بهره در این فرکانس ۳۵dB- است. به کمک مطلب جبران ساز را رسم می کنیم.

$$\varphi_m = V/oV$$

$$\alpha = \frac{1+Sin V/oV}{1-Sin V/oV} = \Upsilon\Delta/\Upsilon$$

$$G_c(S) = \Upsilon\Delta/\Lambda V \times 1o^{-\Upsilon}\frac{S+V/oGN}{S+o/oo1\Delta}$$ (حسب)

$$T_\Upsilon = \frac{1}{\omega_m\sqrt{\alpha}} = \frac{1}{\%oA\sqrt{\Upsilon o/\Upsilon}} = o/\Upsilon$$

$$K_c = -\|L(j\omega_m)\|dB$$

$$= \Upsilon o\log\frac{\Upsilon oo}{1o\,\%oA\sqrt{\Lambda ro/\%oA^\Upsilon}\sqrt{(\Delta-\frac{\omega_m^\Upsilon}{\%oA^\Upsilon})}}$$

توسط فرمول های اسلاید محاسبه شده و با $C(S)$ متفاوت است. ۳

$$K_c = \Upsilon1$$

$$C(S) = \Upsilon1\frac{}{\sqrt{\Upsilon o/\Upsilon}}\left(\frac{\Upsilon\Delta/\Upsilon \times o/\Upsilon S+1}{o/\Upsilon S+1}\right)$$

Pasha

```matlab
clear all; close all; clc;
s=zpk('s');
%%
g= 10/(s*(s+3)*(s^2+2*s+5))
%%
figure
subplot(2,1,1)
bode(g)
grid on;
margin(g)
subplot(2,1,2)
bode(60*g)
grid on;
margin(60*g)
nyquist(g)
grid on;
figure
nichols(g)
grid on;
hold on;
```


Nichols Chart

Bode Diagram
Gm = 7.6 dB (at 1.73 rad/s), Pm = 60.2 deg (at 0.687 rad/s)

Nyquist Diagram
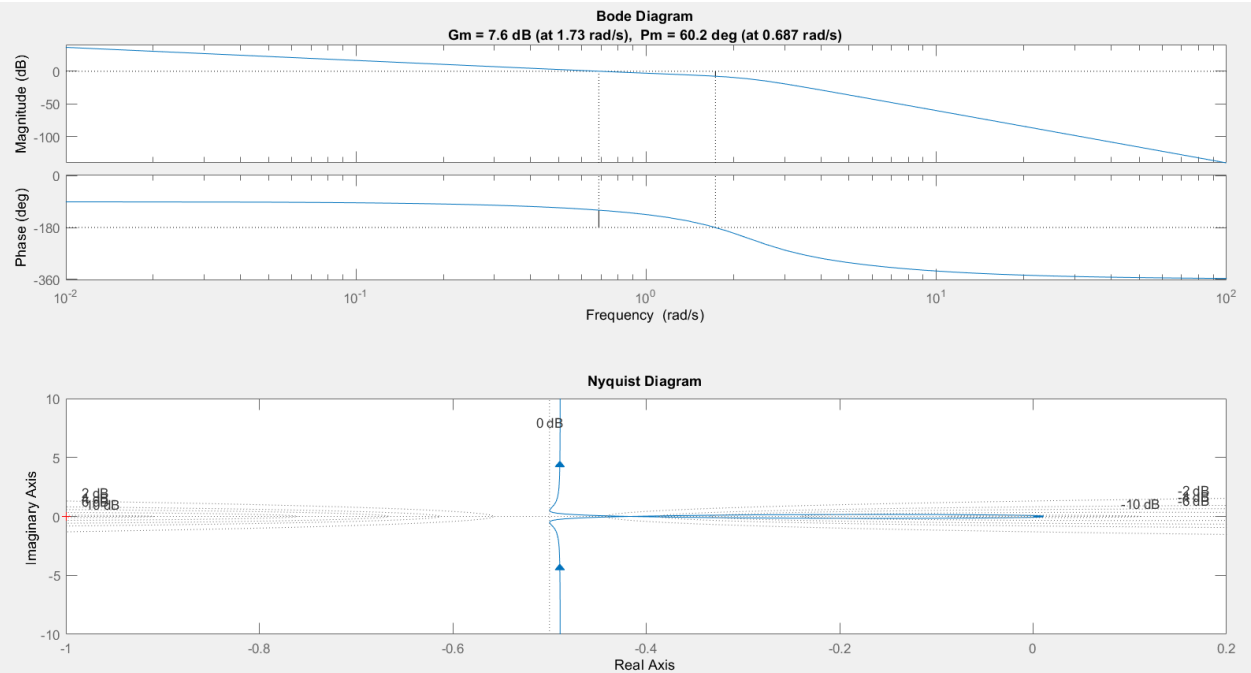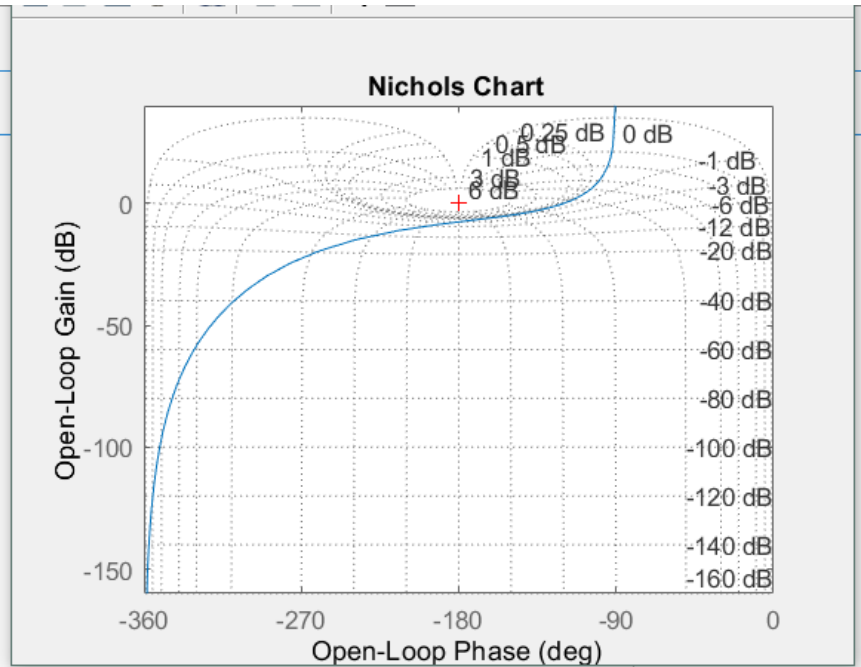
(٢) ابتدا از کنترلگر بهره ثابت شروع می‌کنیم چون ساده‌ترین نوع کنترلر است .

بهره مورد نیاز برای رسیدن به پهنای باند ذکر شده : $K = 40/2 \, dB = 102/33$

زیرا: $40/2 \times 0/244 = 9/8892$ $\qquad$ PM $= 180 - 122 = 12°$

$12°$ درجه فاز اضافه‌تر... صفر صورت نیاز بوده پس باید کنترلری که فاز مذکور

را برای ما ایجاد کند استفاده شد در این مرحله کنترلر Lead بست استفاده

و همچنین این Lead باید به ازای $20°$ فاز در فرکانش ۱۵ رادیان بر ثانیه به سیستم اضافه کند

$\varphi_{max} = 32 - 12 = 20°$

$\alpha = \dfrac{1 + \sin 20}{1 - \sin 20} = \dfrac{1 + 0/342}{1 - 0/342} = 2/04$

$T = \dfrac{1}{w_c \sqrt{\alpha}} = \dfrac{1}{10\sqrt{2/04}} = 0/07$

$K = 40/2 \, dB = 102/33$

$$\boxed{C(S) = \dfrac{K}{\sqrt{\alpha}} \cdot \dfrac{\alpha T s + 1}{T s + 1} = 71/40 \, \dfrac{0/14 S + 1}{0/07 S + 1}}$$

در رابطه با فضای ماندگار این سیستم یک انتگرال‌گیر دارد زیرا

در فرکانس‌های صفر حدود صفحا از فاز ۹۰- و شیب بهره $20 \frac{dB}{dec}$ شروع که

نتیجه می‌شود که سیستم تیپ یک است .

طبق تابع... بالا سیستم نوید هند و زمان فضای ماندگار به ورودی پله

صفر است به همین علت لازم نیست Lag را هدی یا PI کنیم
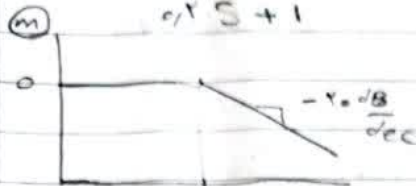
③

$$G_G(s) = \frac{e^{-0.4s}}{0.2 s + 1} \qquad G_c(s) = K_P + \frac{K_I}{s}$$

ⓜ

$-20 \frac{dB}{dec}$

$$\zeta = \frac{-\ln(\%OS/100)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(\%OS/100)}}$$

ⓟ

$\Rightarrow \zeta = 0.4$

تقریب با سیستم درجه ۲

$$M_P = \frac{1}{2 \times 0.4} = 1.04 = 0.3\, dB$$

$$W_{BW} = \frac{\pi}{T_P \sqrt{1-\zeta^2}} \sqrt{(1-2\zeta^2) + \sqrt{4\zeta^4 - 4\zeta^2 + 2}}$$

$$W_{BW} = 1.5 \frac{rad}{s} \qquad e^{-0.4s} = \frac{s - 0.4}{s + 0.4} \xrightarrow{تقریب} 2\zeta w_n = w/4 \quad w_n = 5 = 5$$

ⓜ

$$t_s = \frac{3.2}{\zeta w_n} = \frac{3.2}{0.4 \times 5.5} = \frac{1.2}{}\rightarrow 0.4 < 0.49$$
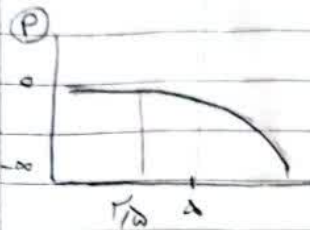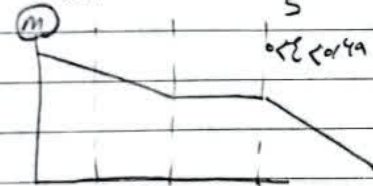
با استفاده از جبران ساز...

K_P تولید صفر میکند که با پل فاز را جبران کند.

ابتدا این صفر را نزدیک صفر قرار میدهم
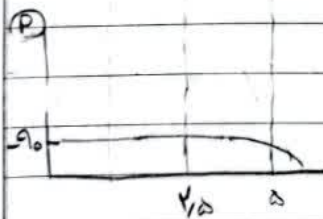
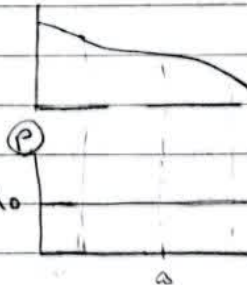$$K \qquad L(s) = \frac{0.4s + 1}{s} \cdot \frac{e^{-0.4s}}{0.2s + 1}$$ ①

ⓟ

$$\rightarrow L(s) = \frac{5s + 1}{s} \cdot \frac{e^{-0.2s}}{0.2s + 1}$$ ②

M

ⓟ

نمیتوانستیم در فرکانس های بیشتری فاز را ثابت کنیم

توانستیم در فرکانس های بالاتر و فاز را ثابت کنیم

$\rightarrow t_s = \frac{1}{2.5} = 0.4$

$$t_s = \frac{1}{5} = 0.2$$

۶

Pasha

```
l.m    ×    Hw6_q3.m  ×    Hw6_q4.m  ×
clear all; close all; clc;
s=zpk('s');
%%
g= exp(-0.4*s)/(0.2*s+1)
gc2= 5+1/s
gc1= 0.4+1/s
%%
figure(1)
bode(g)
grid on;
margin(g)
figure(2)
bode(g*gc1)
grid on;
margin(g*gc1)
figure(3)
bode(g*gc2)
grid on;
margin(g*gc2)
figure(4)
nyquist(g)
grid on;
figure
nichols(g)
grid on;
hold on;
```


Figure 1 — Bode Diagram
Gm = 3.64 dB (at 5.72 rad/s), Pm = -180 deg (at 0 rad/s)

Figure 4 — Nyquist Diagram

Figure 5 — Nichols Chart

G_c1

G_c2

Figure 2 — Bode Diagram
Gm = 9.68 dB (at 4.74 rad/s), Pm = 76.7 deg (at 1.06 rad/s)

Figure 3 — Bode Diagram
Gm = -1.59 dB (at 20.2 rad/s), Pm = -100 deg (at 24.5 rad/s)

٧
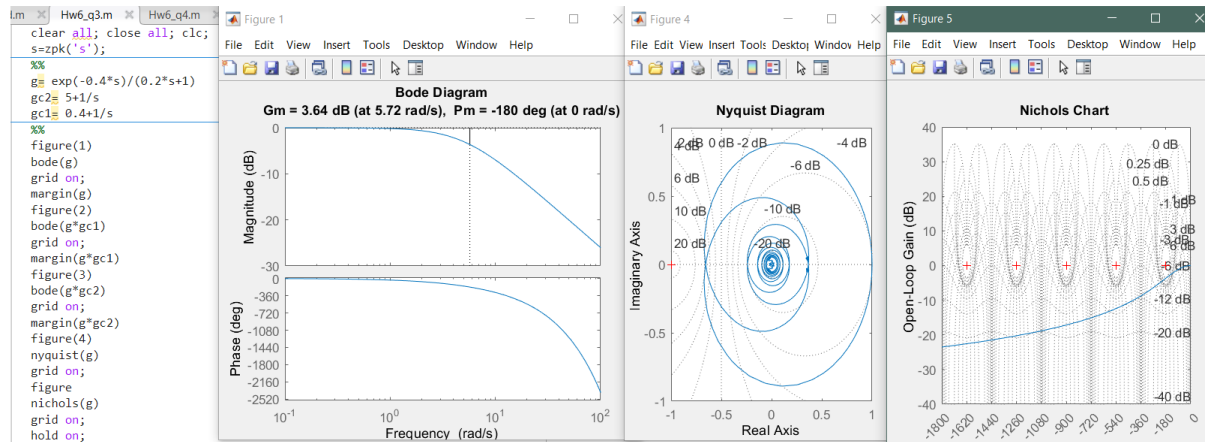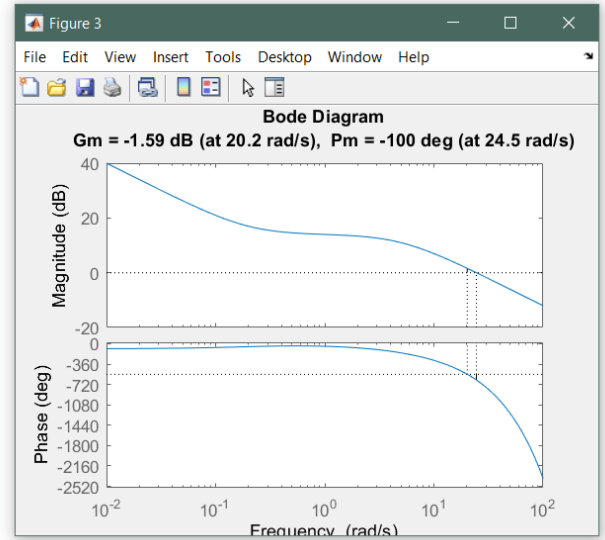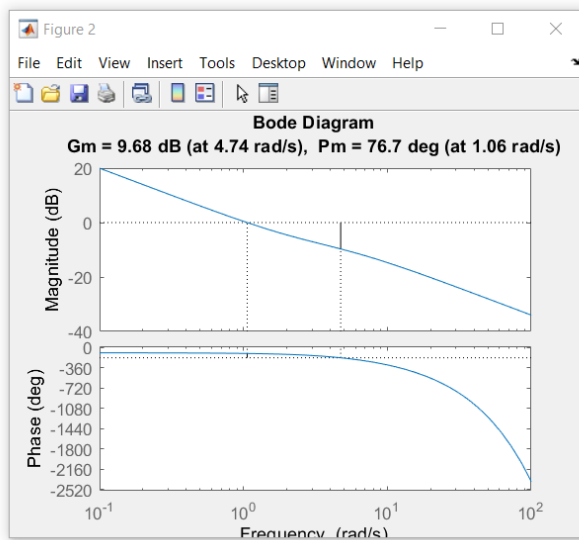
(۴) سیستم یک انتگرال گیر دارد و تیپ یک است ← بلند زادم

خطای حالت ماندگار به ورودی پله صفر است.

ابتدا کنترلم بهره ثابت با سرو کار داریم.

$$K_V = \lim_{s \to 0} S \cdot (GS) = \lim_{s \to 0} S \cdot \frac{2000\,K}{S(S+25)} = 100\,K$$

$$E_{SS} = \frac{1}{100\,K} < \frac{1}{100} \longrightarrow K > 1 \longrightarrow K = 1$$

رسم بدیه به ازای این بهره ؟

ⓜ

$$G(S) = \frac{2000}{S(S+25)}$$

$$G(jw) = \frac{2000}{-w^2 + 25 jw}$$

$$|G(jw)| = \frac{2000}{w\sqrt{625 + w^2}}$$

$$\angle G(jw) = -\tan^{-1}\frac{25}{w}$$

$$GM = -20 \log \left| \frac{2000}{10\,w\sqrt{625+w^2}} \right|$$
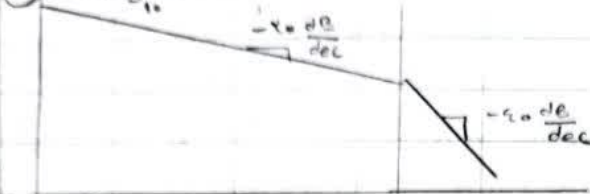
$$PM = \tan^{-1}\frac{25}{w} - 180$$

با توجه به نمودار بالا و یک سری محاسبات فرکانس عبور $w = 46.5\frac{rad}{s}$ و حاشیه فاز سیستم ۲۸ میباشد. برای رسیدن به حاشیه فاز ۵۳° باید ۱۷° افزایش فاز ایجاد کنیم. برای اطمینان نقطه حاشیه فاز $\varphi_m = 25 \rightarrow$

$$\alpha = \frac{1+\sin 25}{1 - \sin 25} = 2.46$$

به ترتیب نمودار ایجاب میکند که به شبکه ی مثلثی در فرکانس مانتز بیم dB ۳.۹ فرکانسی ... برای لیدنیم بهره جبران نشده ۳.۹dB - با ندا ۲۵= w_m

$$\frac{1}{\alpha T} = 38.25 \;,\; \frac{1}{T} = w_m\sqrt{\alpha} = 94.1 \;,\; G_C(S) = \frac{(1+\frac{S}{38.25})}{(1+\frac{S}{94.1})}$$

مسئله را با جبران ساز پیش فاز میتوان طراحی نمود ... این منظور نمودار عبور برابر با $-180° + \varphi_m \longrightarrow -180° + 35 = -145°$ ... ۵۳° به عنوان نقطه امنیت بهتر است ... به توجه به نمودار $w = 21 \frac{rad}{s}$ که در این فرکانسی برابر dB ۱۱ و جبران ساز پیش فاز باید تضعیف dB ۱۱ ایجاد کند $11dB = -20 \log \beta \Rightarrow \beta = 3.55$

یعنی جبران ساز سلد یک دهه قبل از فرکانس عبور بهره عبور یعنی $w = 2.1\frac{rad}{s}$ قرار میدهیم.

قطب در فرکانس ۵۹/۵٪ $\frac{2.1}{3.55}$ rad/s قرار دارد.

$$G_C(S) = \frac{(1+\frac{S}{2.1})}{1+\frac{S}{0.59}}$$

$$\left\{ \frac{(1+\frac{S}{38.25})}{(1+\frac{S}{94.1})} \quad or \quad \frac{(1+\frac{S}{2.1})}{(1+\frac{S}{0.59})} \right.$$
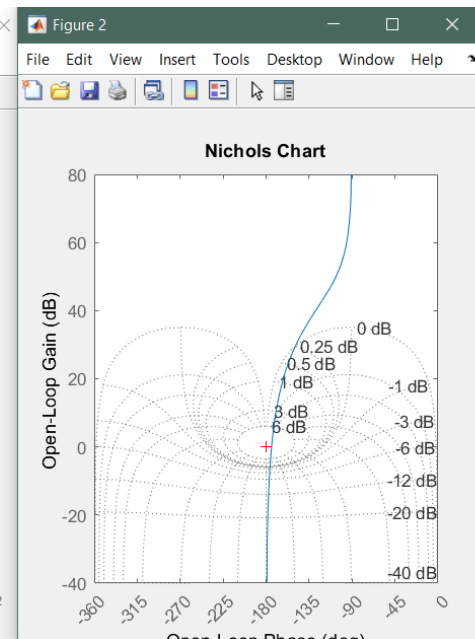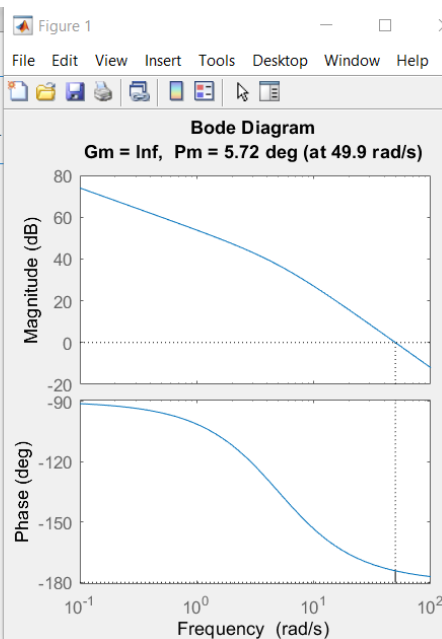
Pasha

```matlab
clear all; close all; clc;
s=zpk('s');
%%
g= 2500/(s*(s+5))
gc1= (1+s/38.25)/(1+s/94.1
gc2= (1+s/2.1)/(1+s/0.59)
%%
figure
bode(g)
margin(g)
figure
nichols(g)
grid on;
figure
bode(g*gc1)
margin(g*gc1)
figure
nichols(g*gc1)
grid on;
figure
bode(g*gc2)
margin(g*gc2)
figure
nichols(g*gc2)
grid on;
```
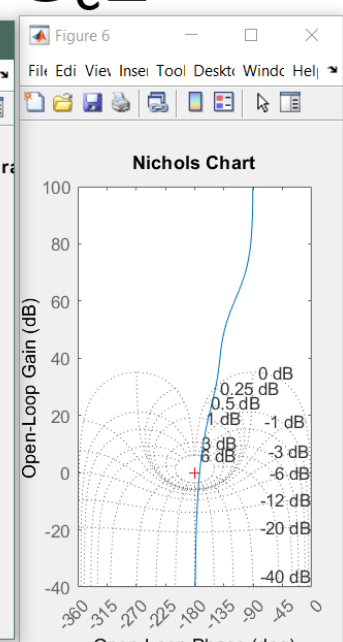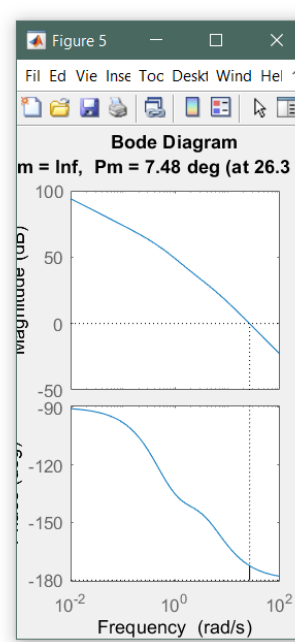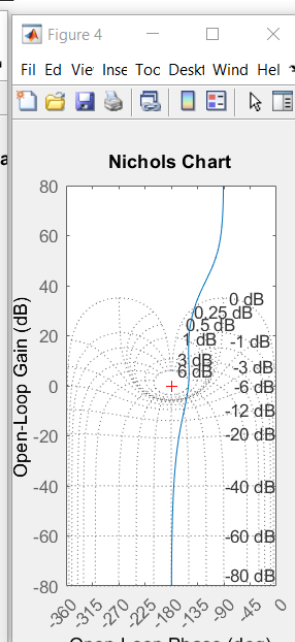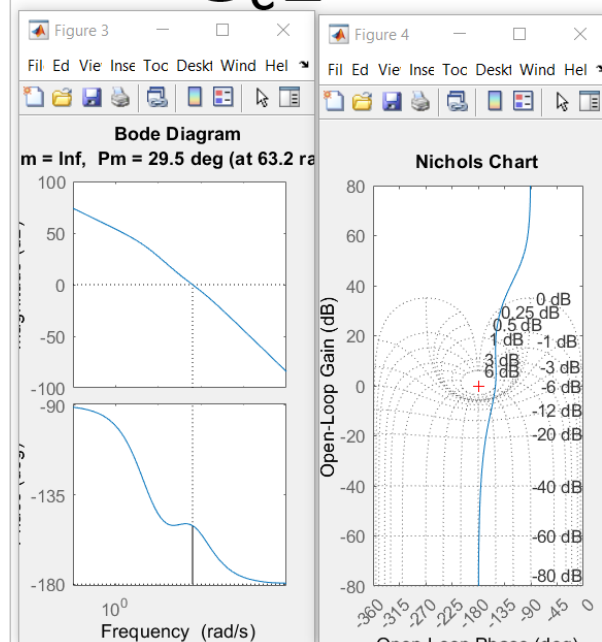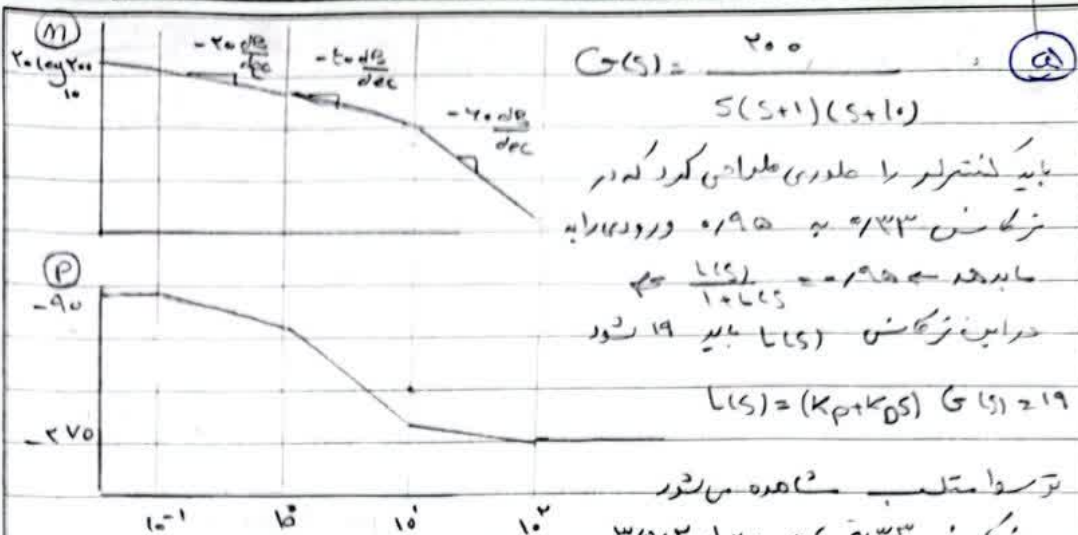

Figure 1 — Bode Diagram: Gm = Inf, Pm = 5.72 deg (at 49.9 rad/s)

Figure 2 — Nichols Chart

G$_c$1

Figure 3 — Bode Diagram: Pm = Inf, Pm = 29.5 deg (at 63.2 ra...

Figure 4 — Nichols Chart

G$_c$2

Figure 5 — Bode Diagram: m = Inf, Pm = 7.48 deg (at 26.3 ra...

Figure 6 — Nichols Chart

(M)

$$G(S) = \frac{200}{S(S+1)(S+10)}$$ ⓐ

$20\log 200$
$-20\frac{dB}{dec}$ $-40\frac{dB}{dec}$
$-60\frac{dB}{dec}$

(P)
-90
-270

10^{-1} $\textit{b}$ 10 10^{2}

بايد كنترلر با علاوه كردن صفر کند در

فرکانس 0.33 به 0.9 و ورودی بار

مابين صفر $\frac{L(S)}{1+L(S)} = -.99$ كه

در اين فرکانس $L(S)$ برابر 19 شود

$$L(S) = (K_P + K_D S)\, G(S) = 19$$

توسط متلب مشاهده می‌شود

در فرکانس 0.33 بهره برابر 30.2 و

فاز برابر $-110°$ است بنابراین در اين فرکانس بهره $G_c = K_P + K_D S$ در $\frac{19}{30.2}$ و زاویه $+20.5°$

ايجاد کند / مطلوب $|L(S)| = 19$ و $-90.5°$ كاربرابی فیلم و لاجیم دفاز

$\varphi_m = 20°$ و $w_c = 0.3$

$\alpha = \frac{1+\sin 20}{1-\sin 20} = 2.04$ و $T = \frac{1}{0.3\sqrt{2.04}} = 2.33$

$$K_C = -20 \log_{10}\left|\frac{200}{w\sqrt{1+w^2}\sqrt{100+w^2}}\right|_{w=0.3}^{1/0.5,\,100.09} = 34$$

$$C(S) = \frac{34}{1.44}\left(\frac{2.04 \times 2.33\, S +1}{2.33\, S +1}\right) \times 20\left(\frac{5S+1}{25S+1}\right) \quad \text{PI و هدی}$$

این کنترل مجزنه‌ای از انواع فوق است با تغییر w_c می‌توان پهنای باندی دست یافت

ب)
$$K_v = \lim_{S\to 0} S\, L(S) = \lim_{S\to 0} S \frac{(K_P + K_D S)\, 200}{S(S+1)(S+10)} = 20 K_P = 1$$
$$K_P = \frac{1}{20}$$

$$\angle L(jw) = \tan^{-1}\frac{K_D w}{K_P} - (90 + \tan^{-1} w + \tan^{-1}\frac{w}{10})$$

$w = 0.1$, $\approx$, $0\, dB \Rightarrow |L(jw)| = 1 \Rightarrow w\sqrt{1+w^2}\sqrt{100+w^2} = 1$ محاسبه w

$$\angle L(jw) = \tan^{-1} 2K_D - (90 + 4 + 0.4)$$

$$PM = \angle L(jw) - 180 = \tan^{-1}(2K_D) - 274.4 = \tan^{-1}(2K_D) + 85.6$$

مشهود است که $K_D \geq 0$ محدود آن صفر بیشترین PM را ایجاد می‌کند

جابگذاری در روابط : GM و inf

و متلب   ،   زیرا $-3dB$ و $BW = 0.1$

$0dB$ نزدیک هم اند

Pasha

```matlab
clear all; close all; clc
s=zpk('s');
%%
g= 200/(s*(s+1)*(s+10))
gc= 0.05+0.1*s
%%
figure(1)
bode(g)
grid on;
margin(g)
figure(2)
bode(g*gc)
grid on;
margin(g*gc)
```

Bode Diagram
Gm = -5.19 dB (at 3.16 rad/s), Pm = -9.66 deg (at 4.23 rad/s)

Bode Diagram
Gm = Inf, Pm = 93.5 deg (at 1.78 rad/s)