

# تکالیف سری سوم کنترل خطی

یاسمین خورشیدی ۴۰۱۱۷۹۶۳

۹ آذر ۱۴۰۳

تجهیز سوم کنترل فنی  
 ۱۳۹۱/۱۱/۲۱  
 Subject: سیستم‌های کنترل

Year: Month: Day:

① فیدبک منفی  $\leftarrow K > 0$  منفرد قطب پایدار OLHP  
 $a > 0$   
 $b > 0$  پایدار  $\leftarrow$  معیار رانت ضرر کمتر  $\leftarrow$  معیار شیب خطه سینه

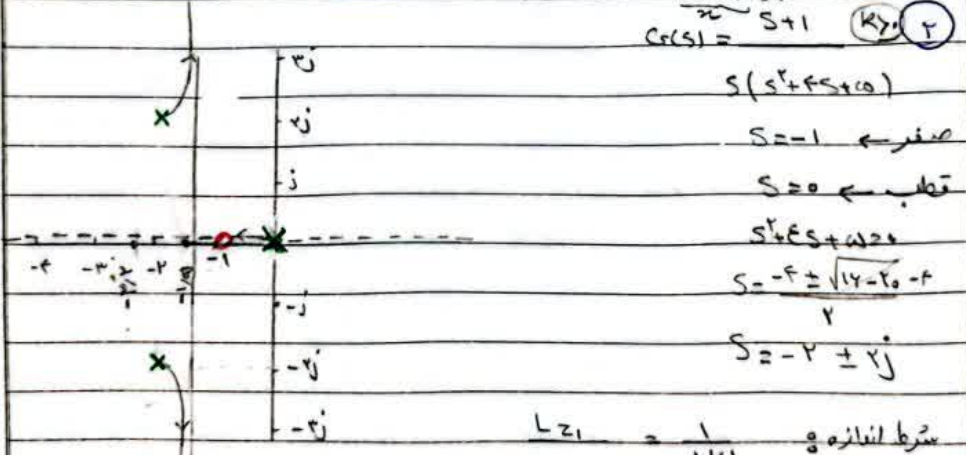
$$\Delta(s) = (s+b)(s+1)^2(s+a) + K(s+a) = 0$$

$$s^4 + (1+b)s^3 + (1+1b)s^2 + (1+1b+K)s + 1+1b+Ka = 0$$

سوال اول درجه اول نوشتن

$s^4$	1	$1+1b$	$1+1b+K$	$1+1b+Ka$	$1+1b > 0 \rightarrow b > -1$
$s^3$	$1+b$	$1+1b+K$	0	0	$1+1b > 0 \rightarrow b > -1$
$s^2$	$(1+b)(1+1b+K) - (1+1b+K)$	$1+1b+K$	0	0	$b > 0$ یا $K > 0$ یا $a > 0$
$s^1$	$(1+1b+K)A - (1+b)(1+1b+K) = B$	0	0	0	$A > 0 \rightarrow$
$s^0$	$1+1b+K$	0	0	0	$1+1b > 0$ یا $1+1b+K > 0$

$1+1b > 0 \rightarrow b > -1$   
 $(1+1b)(1+1b+K) > 1+1b+K \rightarrow 1+1b+K > 1+1b+K$   
 $A > 0 \rightarrow 1+1b+K > 0$   
 $\Rightarrow (1+1b)(1+1b+K) > 1+1b+K \Rightarrow (1+1b+K) > 1+1b+K$   
 $\Rightarrow 1+1b+K > 0$   
 $\Rightarrow 1+1b+K > 0$   
 $\Rightarrow 1+1b+K > 0$



$\theta_{P_{S=0}} = 180^\circ$   
 $\theta_{P_{S=-1+j\sqrt{3}/2}} = 135^\circ$   
 $\theta_{P_{S=-1-j\sqrt{3}/2}} = 225^\circ$   
 $\theta_Z = 0^\circ$

$\theta_{P_{S=0}} = 180^\circ$   
 $\theta_{P_{S=-1+j\sqrt{3}/2}} = 135^\circ$   
 $\theta_{P_{S=-1-j\sqrt{3}/2}} = 225^\circ$   
 $\theta_Z = 0^\circ$

$\theta_{P_{S=0}} = 180^\circ$   
 $\theta_{P_{S=-1+j\sqrt{3}/2}} = 135^\circ$   
 $\theta_{P_{S=-1-j\sqrt{3}/2}} = 225^\circ$   
 $\theta_Z = 0^\circ$

$\theta_{P_{S=0}} = 180^\circ$   
 $\theta_{P_{S=-1+j\sqrt{3}/2}} = 135^\circ$   
 $\theta_{P_{S=-1-j\sqrt{3}/2}} = 225^\circ$   
 $\theta_Z = 0^\circ$

$\theta_{P_{S=0}} = 180^\circ$   
 $\theta_{P_{S=-1+j\sqrt{3}/2}} = 135^\circ$   
 $\theta_{P_{S=-1-j\sqrt{3}/2}} = 225^\circ$   
 $\theta_Z = 0^\circ$

Pasha  $\theta_Z = 0^\circ$

Subject:

Year:

Month:

Day:

$$\theta_K = \frac{(2K+1)\pi}{n-m} = \frac{2K+1}{2} \pi$$

شماره قطب

زاویه محورهای مختصات در RL :

$$n-m = 3-1 = 2 \text{ branch } \infty$$

$$\theta_K = \frac{2K\pi}{n-m} = K\pi$$

CRL در " " " " :

$$\sigma = \sum p_i - \sum z_i = \frac{-4+1}{2} = -1.5$$

محور تلامتی مختصات قطب در مختصات

$$\frac{dG(s)}{ds} = 0 \rightarrow \frac{s^3 + 4s^2 + 5s - (s+1)(3s^2 + 1s + 5)}{(s^3 + 4s^2 + 5s)^2}$$

نقاط جدایی

$$\Rightarrow s^3 + 4s^2 + 5s - 3s^3 - 1s^2 - 5s - 3s^2 - 1s - 5 = 0$$

$$\Rightarrow -2s^3 - 7s^2 - 1s - 5 = 0 ; 2s^3 + 7s^2 + 1s + 5 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} s = -2, 2 \\ s = -0.45 - 0.18j \\ s = -0.45 + 0.18j \end{array} \right\} \text{بعضی غیر حقیقی}$$

تمام قطب و صفرها در نیم صفحه قرار دارند و همچنین نقاطی که به سمت راست

صفحه برود و قرار در بنابر این سیستم باید باشد.

طبق نمودار قطب سب در ربع دوم و صفر سب در ربع اول قرار می‌گیرد.

با پیوستن در نمودار در اطراف قطب K های کوچک و در اطراف صفرهای بزرگتر تا به هر سیستم

انتظار داریم مشابه نقاط جدایی داشته‌ها در بیاید.

$$\frac{dK}{ds} = 0 \rightarrow \frac{d}{ds} \left( -\frac{1}{G(s)} \right) = 0$$

نقطه شکست :

$$\frac{d}{ds} \left( \frac{s^3 + 4s^2 + 5s}{-K(s+1)} \right) = 0 \rightarrow \frac{(3s^2 + 1s + 5)(s+1) - (s^3 + 4s^2 + 5s)}{-K(s+1)^2} = 0$$

$$2s^3 + 7s^2 + 1s + 5 = 0 \xrightarrow{\text{حل غیر حقیقی}} s = -2, 2$$

$$s = -0.45 - 0.18j$$

$$s = -0.45 + 0.18j \quad \text{Pasha}$$

Subject:

Year:

Month:

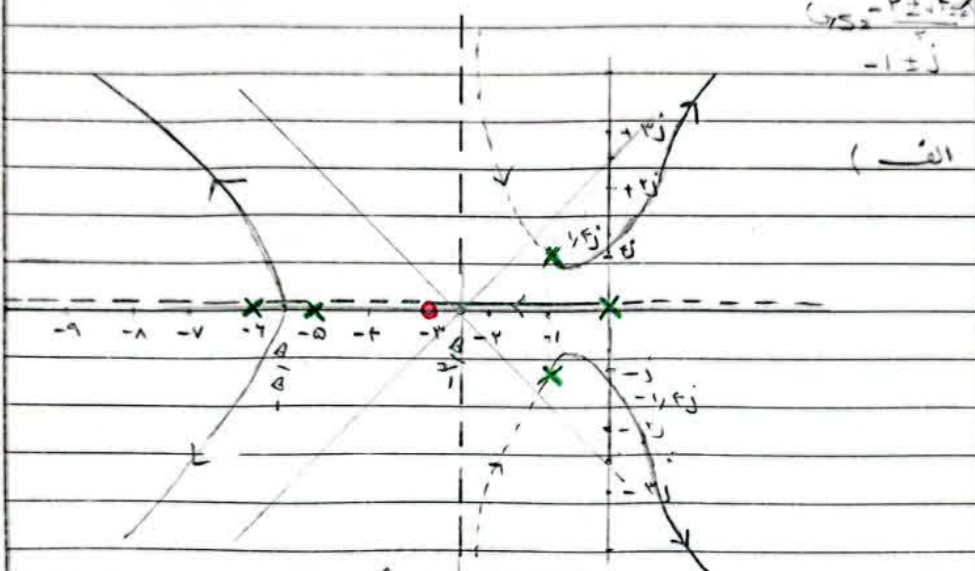
Day:

$$\Delta(s) = 1 + KG(s) = 0 \rightarrow -K = \frac{1}{G(s)} \quad \text{①} \quad \text{معادله مشخصه} \quad \textcircled{3}$$

$$\Delta(s) = s(s+4)(s^2+2s+2) + K(s+3) = 0$$

$$\rightarrow -K = \frac{s(s+4)(s^2+2s+2)}{s+3} \quad \text{②}$$

$$\textcircled{1} \cdot \textcircled{2} \rightarrow \text{مقادیر} \rightarrow G(s) = \frac{s+3}{s(s+4)(s^2+2s+2)}$$



$$n = \infty \quad n = m = F \quad \theta_{KRL} = (2K+1) \frac{\pi}{F}$$

$$m = 1 \quad \theta_{KRL} = K \frac{\pi}{F}$$

$$\text{محور تقاطع: } \sigma = \frac{0 - 1 - j - 1 + j - \infty - 4 + 3}{F} = -2/5$$

$$\text{نقطه تقاطع: } \frac{dG(s)}{ds} = 0 \rightarrow \frac{s^3 + 11s^2 + 13s + 6}{s^3 + 11s^2 + 13s + 6} = 0$$

$$s^3 + 11s^2 + 13s + 6 = (s+3)(s^2 + 8s + 2) = 0$$

$$= -fs^3 - 39s^2 - 101s - 12s^2 - 105s - 104s^2 - 184s^2 - 172s - 110$$

$$= -fs^3 - 65s^2 - 24fs^2 - 241s^2 - 492s - 110 = 0$$

$$s = -2/5 \pm j$$

Pasha



به است آوردن تلاحق با سن با استفاده از معادله کینماتیک:

$$\frac{3130.77 - 10 \times 137}{47.49} S^2 + 3 \times \frac{137}{K} = 0 \rightarrow S = \pm 1.47 \text{ ج}$$

Subject: \_\_\_\_\_ Year: \_\_\_\_\_ Month: \_\_\_\_\_ Day: \_\_\_\_\_

زاویه خروج از قطب در ورود به سفینه:

$$\theta = (\theta_{P_{S=0}} + 135 - 135 + 0 + 0) = -180 \rightarrow \theta_{P_{S=0}} = +180$$

$$\tan^{-1} \frac{1}{47.49} - (135 + \theta_{P_{S=1+j}} + 90 + \tan^{-1} \frac{1}{14.04} + \tan^{-1} \frac{1}{11.21}) = -180$$

$$\rightarrow \theta_{P_{S=1+j}} = -43.79$$

در این نقطه  $\rightarrow \theta_{P_{S=1-j}} = 43.79$

$$\theta_{Z_{S=-1}} = (110 - (90 + 47.49) + (90 + 47.49) + 0 + 0) = 110$$

$$\rightarrow \theta_{Z_{S=-1}} = 0$$

$$110 - (110 + (90 + 14.04) - (90 + 14.04) + 0 + \theta_{P_{S=2-\omega}}) = -180 \rightarrow$$

$$\theta_{P_{S=2-\omega}} = 180$$

$$180 - (180 + (90 + 11.21) - (90 + 11.21) + 180 + \theta_{P_{S=-4}}) = -180$$

$$\theta_{P_{S=-4}} = 0$$

حل بر فرورد با کدر سه هوش و  $\Delta G(s)$

ماتریس هوش برای  $G(s)$ :

$S^0$	1	54	40	0
$S^1$	13	12	0	0
$S^2$	47.49	40	0	0
$S^3$	40/49	0	0	0
$S^4$	40	0	0	0
$S^5$	0	0	0	0

نشان می دهد که پایداری است.

اگرچه - نشان شدن:  $\rightarrow$  پایداری صفر شدن:

$$(40 + \frac{10}{13}K) = \frac{47.49 \times 13}{3130.77 - 10K}$$

$$\Rightarrow K = -485 \times$$

حل بر فرورد  $\rightarrow$  سن 4

$$K = 350 \pm 25$$

معادله مشخصه سوال:

$$\Delta(s) = S^5 + 13S^4 + 54S^3 + 40S^2 + (40 + K)S + 3K = 0$$

$S^5$	1	54	$40 + K$	0	$40 + K > 0 \rightarrow K > -40$
$S^4$	13	12	$3K$	0	$3K > 0 \rightarrow K > 0$
$S^3$	47.49	$(40 + \frac{10}{13}K)$	0	0	$40 + \frac{10}{13}K > 0 \rightarrow K > -52$
$S^2$	40/49	$3K$	0	0	$\frac{3130.77 - 10K}{47.49} > 0 \rightarrow K < 313.77$
$S^1$	$\frac{47.49}{3130.77 - 10K}$	$(40 + \frac{10}{13}K)$	$-3K \times 47.49$	0	$A > 0 \rightarrow \frac{(1+10)}{13} > 0$
$S^0$	$\frac{47.49}{3130.77 - 10K}$	0	0	0	$\Rightarrow 0 < K < 313.77$

Pasha

$$e_{ss} = 1/K_a = 0.1 \quad \text{خطای حالت ماندگار به دوروی میانی}$$

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^r L(s) = 10 \quad \text{در ادامه با رانت هر دو زیر باید از یکدیگر برابر کرد میانی}$$

$$G(s) = \frac{(s+1)}{s^r(s+2)(s+5)} \rightarrow \text{r locus MATLAB}$$

$$L(s) = KG(s) = \frac{K(s+1)}{s^r(s+2)(s+5)}$$

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^r \frac{K(s+1)}{s^r(s+2)(s+5)} = 10 \rightarrow K = 100 \quad \text{تقریبی}$$

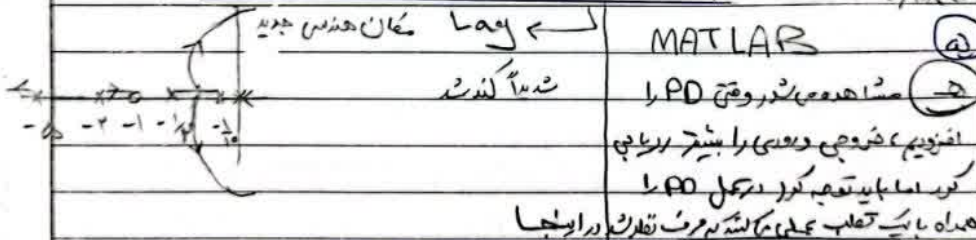
$$\Delta(s) = s^r(s+2)(s+5) + K(s+1) = s^r + Vs^r + 10s^r + Ks + K$$

$$s^r \quad 1 \quad 10 \quad K \quad V_0 = K \rightarrow K < V_0$$

$$s^r \quad V \quad K \quad 0 \quad K(V_0 - K) - VK > 0 \rightarrow 0 < K < 21 \Rightarrow K_a = 2 \rightarrow \text{باید برابر}$$

$$s^r \quad V_0 = K \quad K \quad 0 \quad \Rightarrow \text{controller} \rightarrow K(T_z s + 1) \rightarrow T_z = 2$$

$$s^r \quad K(V_0 - K) - VK \quad \Rightarrow \text{رانت هر دو زیر را خیلی تغییر ندهد} \quad (T_p s + 1) \rightarrow T_p = 10 \rightarrow K_a = \frac{V_0 \times 1}{0.1 \times 10} = 0.1$$



$$G(s) = \frac{0.1}{s(s+1)} \quad C(s) = K(1 + \frac{1}{T_p s + 1})$$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s L(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \times \frac{0.1}{s(s+1)} \times K(1 + \frac{1}{T_p s + 1}) = 10$$

$$0.1 \times 2K = 10 \Rightarrow K = \frac{10}{0.2} = 50$$

$$\cos \theta = 0.45 \rightarrow \theta = 43.2^\circ \quad \text{این زاویه به عنوان}$$

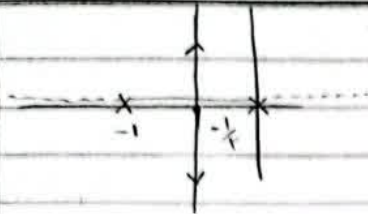
$$\text{مکان هندسی محاسبات می کنیم}$$

Subject:

Year:

Month:

Day:



مکان محاسبات قبل از گسترش  $\omega$  و  $n-m=2$

$$K=0 \rightarrow s=0, s=-1$$

$$K \rightarrow \infty \rightarrow \text{نقطه}$$

$$\sigma = \frac{-1-0}{2} = -\frac{1}{2} \quad \text{و 2 branch}$$

مکان محاسبات بعد از اعمال lag

$$C_{lag} = \frac{s+2}{s+0.5} \quad \text{مثال:}$$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s L(s) = 10$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s K \frac{s+2}{s+0.5} \times \frac{0.2}{s(s+1)} = 10$$

$$\frac{0.1 K}{0.5} = 10 \rightarrow K = \frac{50}{0.1} = 500$$

$$n-m=2$$

$$K=0 \rightarrow s=-2, s=-1 \rightarrow K=12.5$$

$$K \rightarrow \infty \rightarrow s=-2 \quad \text{نقطه استقرار است. } \theta = 24.3^\circ, 29.7^\circ$$

$$\sigma = \frac{-1.5 - (-2)}{2} = 0.25 \quad \text{مکان محاسبات}$$

$$2s^2 + 3s + 0.5 = 0$$

$$0.125s^3 + 0.375s^2 + s - 3.5s^3 - 3.5s^2 - 1 = 0$$

$$-2.18s^3 - 1.125s^2 - 0.5s - 1 = 0$$

حل میروسی

$$s = -0.233$$

$$s = -0.39 \pm 0.55j$$

مکان محاسبات بعد از اعمال lag  $K=2.5$  سی دارد. مجبور

در زاویه  $\theta = 24.3^\circ, 29.7^\circ$  سی دارد اما سیستم باید ثابت نوسانی

و ناپایدار می شود.

می توان مخرج های دیگری نیز ارائه داد.

## ۱ سوال پنجم

بخش اول  
الف

```
%% الف
poles = pole(G);
zeros = zero(G);
disp('Zero(s):');
disp(zeros);
disp('Pole(s):');
disp(poles);
```

G =

$$\frac{5(s+2)}{(s^2 + 4s + 5)}$$

Continuous-time zero/pole/gain model.

[Model Properties](#)

Zero(s):

-2

Pole(s):

-2.0000 + 1.0000i

-2.0000 - 1.0000i



## بخش دوم

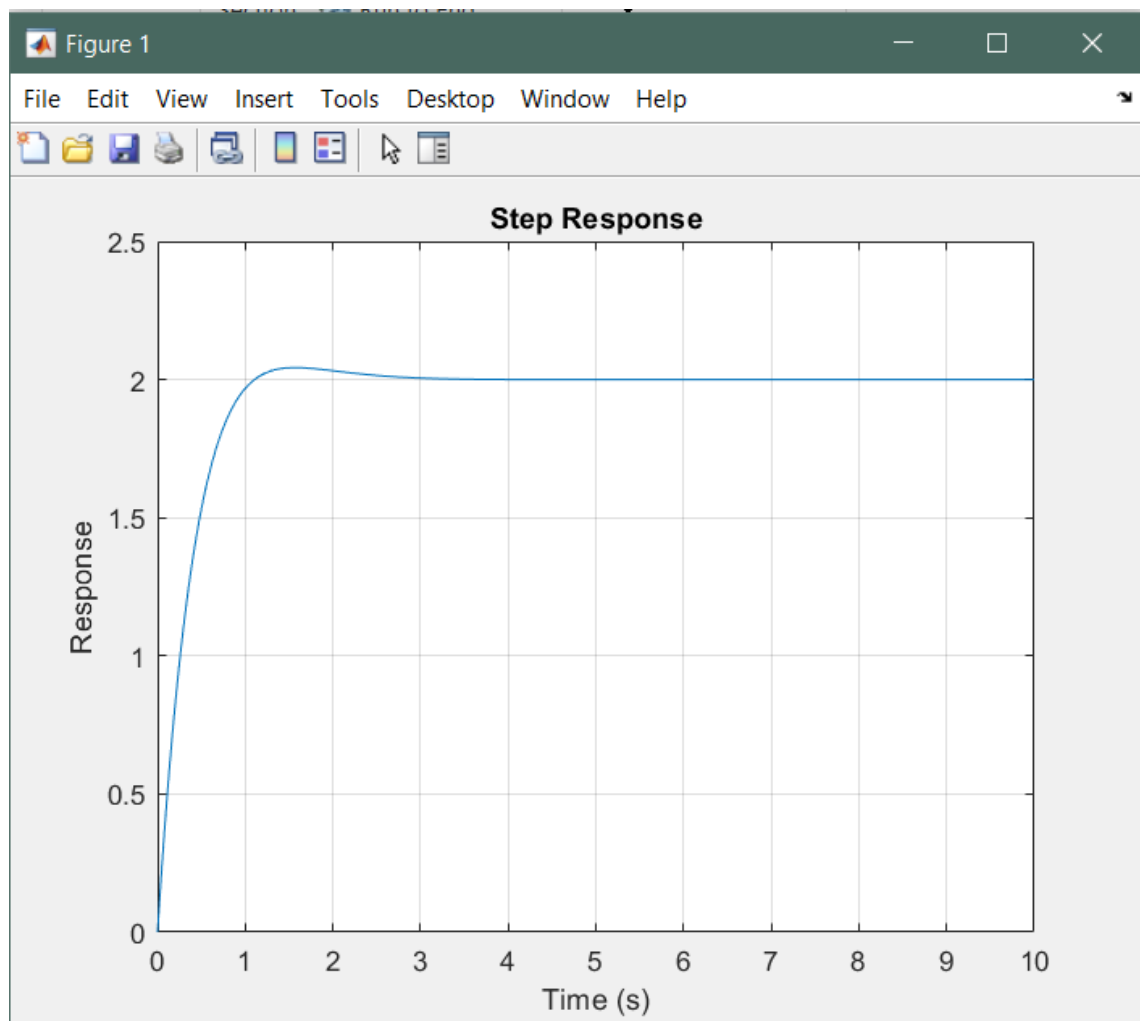
### ب

---

```
%% ب
t = 0:0.01:10;
[y, t] = step(G, t);

figure;
plot(t, y);
title('Step Response');
xlabel('Time (s)');
ylabel('Response');
info = stepinfo(G);
overshoot = info.Overshoot; % فراجهش
settling_time = info.SettlingTime; % زمان نشست
rise_time = info.RiseTime; % زمان صعود
transiant_time = info.TransientTime; % زمان گذرا
%delay_time = info.DelayTime; % زمان تاخیر
zeta2_wn = 4;
wn2 = 5;
wn = sqrt(wn2);
delay_time = (1/wn)+0.7*(zeta2_wn/(2*wn2));
steady_state_error = 1 - y(end); % خطای حالت ماندگار
grid on;
disp(['Overshoot: ', num2str(overshoot)]);
disp(['Settling Time: ', num2str(settling_time)]);
disp(['Rise Time: ', num2str(rise_time)]);
disp(['Delay Time: ', num2str(delay_time)]);
disp(['Steady State Error: ', num2str(steady_state_error)]);
```

---

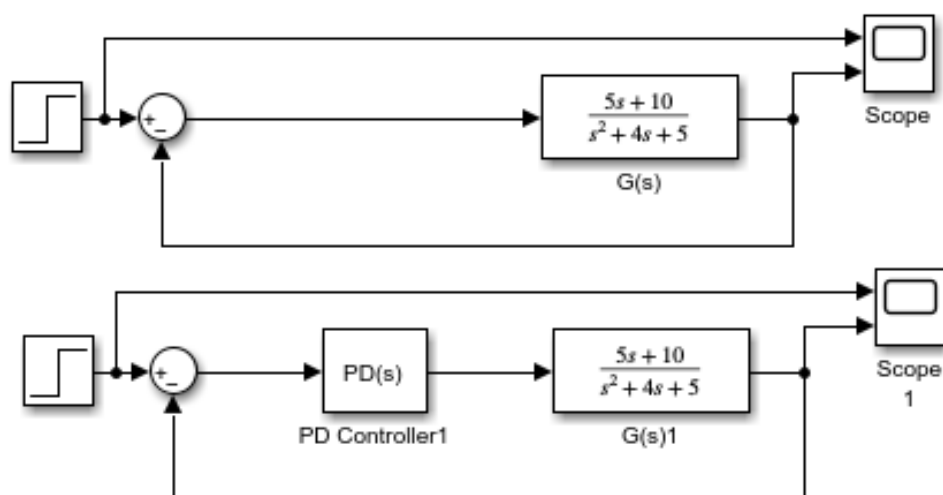


توجه : نمودار بالا حلقه باز رسم شده است.

Overshoot: 2.1606  
Settling Time: 1.7671  
Rise Time: 0.67839  
Delay Time: 0.72721  
Steady State Error: -1

بخش سوم

ج



$K_p =$

25

$K_d =$

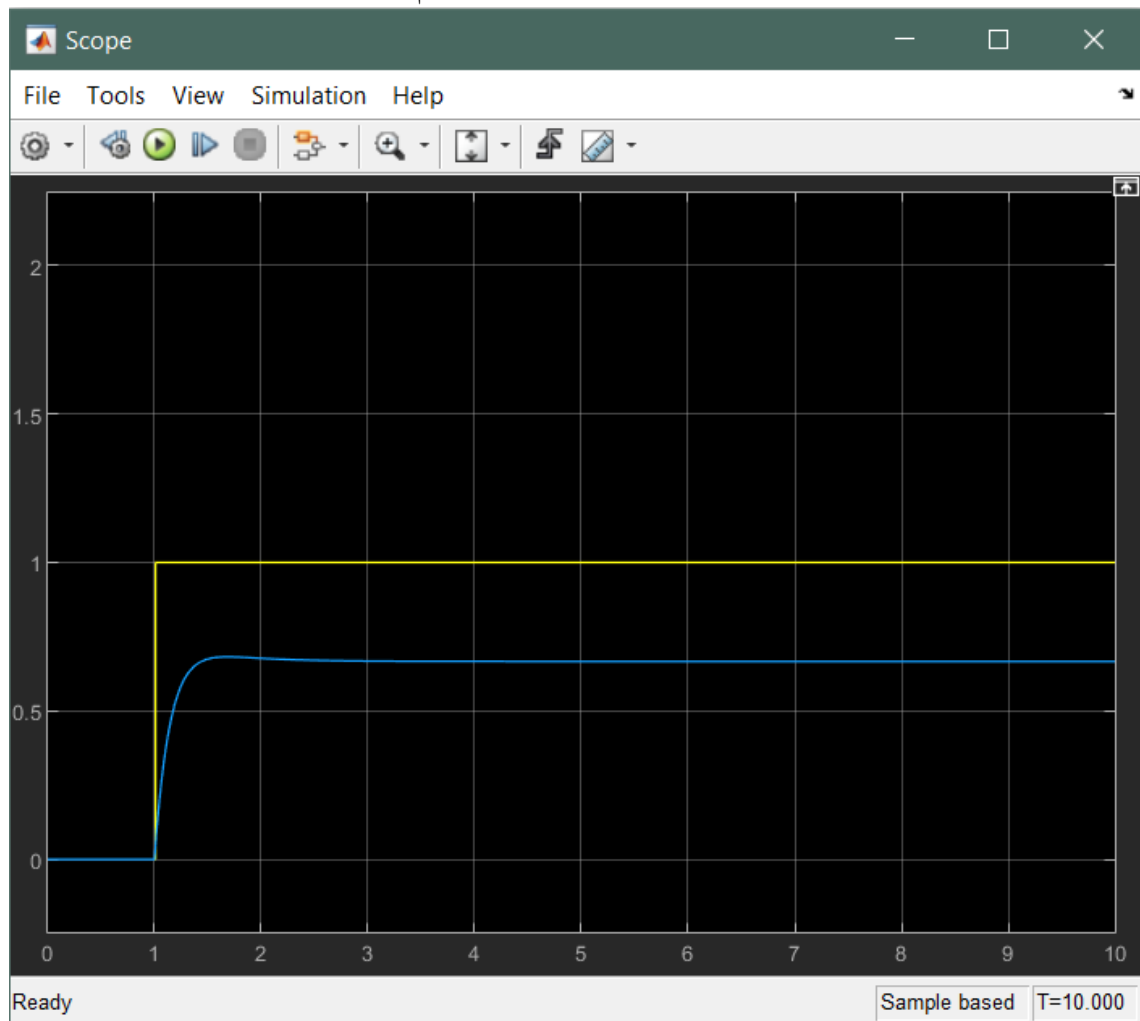
30

در ادامه تاثیر اعمال PD بررسی میشود.

## بخش چهارم

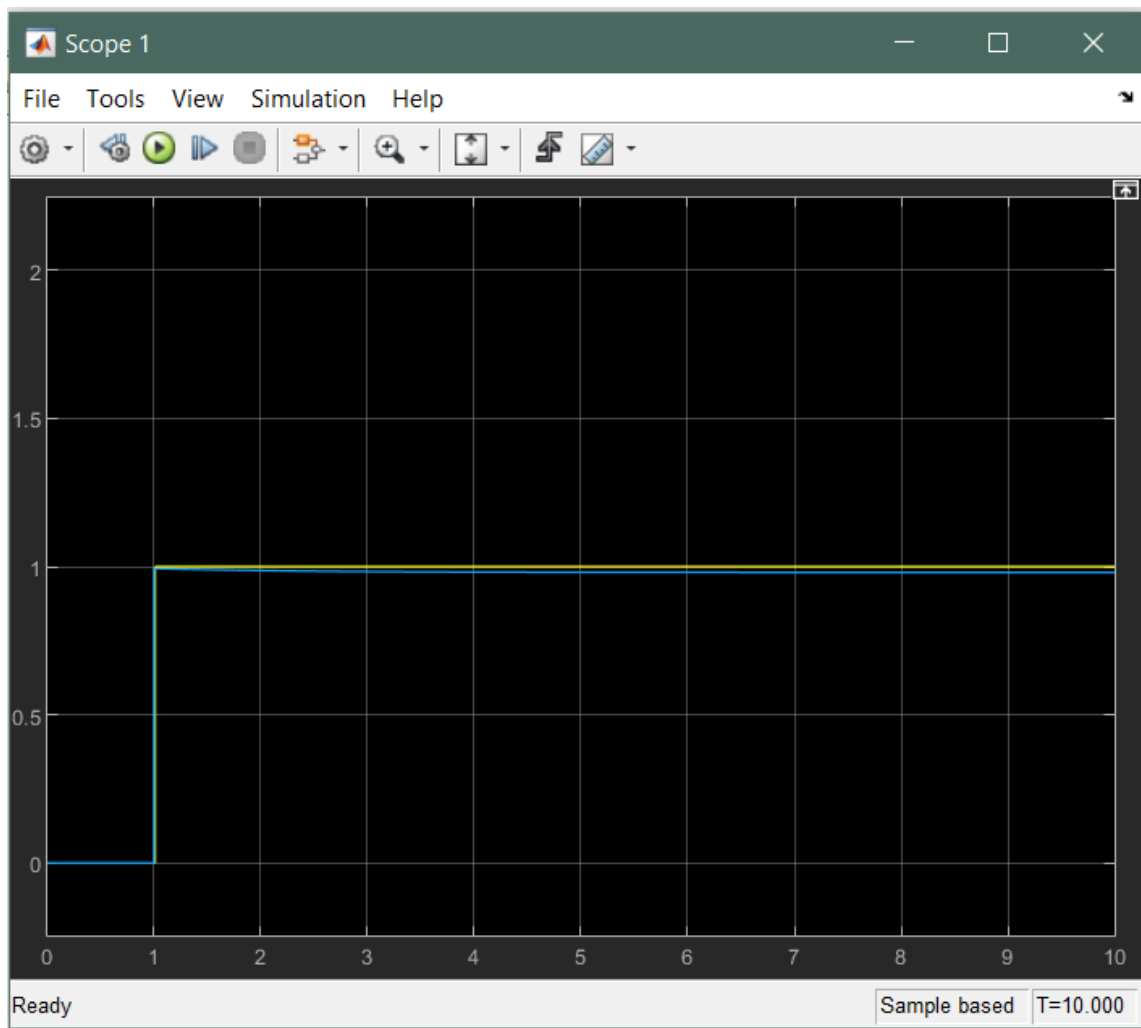
### د-۵

توجه : نمودار زیر حلقه بسته رسم شده است.



نمودار خروجی بدون PD: مشاهده میشود که خروجی به درستی ورودی را ردیابی نمیکند.





نمودار خروجی با PD: مشاهده میشود که خروجی با تقریب خوبی ورودی را ردیابی میکند.

## بخش پنجم تحلیل

اهداف کلی این است که با دادن ورودی پله بتوان خروجی مطلوب را بدست آوریم. با کمک گرفتن از کنترلر PD تواستیم این موضوع را پیگیری کنیم. نکته قابل توجه اینست که این جبران‌ساز در عمل همراه یک قطب اعمال میشود که ما در اینجا صرف نظر کردیم.