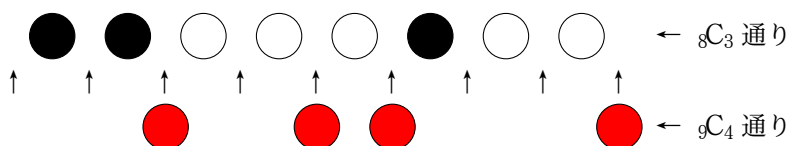


2.3 解説

- (1) 確率は(条件を満たす場合の数)/(全事象の数)で求めますので、それらを求めていきましょう。
全事象である 12 個の玉の並べ方は ${}_{12}C_3 \cdot {}_9C_4$ 通りです。

もしくは $\frac{12!}{3! \cdot 4! \cdot 5!}$ 通りですね。これらの 12 個の玉の並べ方それぞれが現れる確率は、どの並べ方でも等しくなっています。同様に確からしいというやつですね。この記述があるとより丁寧な答案となるでしょう。
どの赤玉も隣り合わない並べ方は、黒玉と白玉合計 8 個をまず並べ、その両端または隙間の 9 箇所に重複がないように赤玉 4 個を入れることで得られます。



よって、求める確率 p は

$$p = \frac{{}_8C_3 \cdot {}_9C_4}{{}_{12}C_3 \cdot {}_9C_4} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{12 \cdot 11 \cdot 10} = \frac{14}{55} \quad \dots\dots(\text{答})$$

- (2) 赤玉が隣り合わず、さらに黒玉も隣り合わない並べ方の総数 N_3 を考える。(1) で黒玉と白玉だけを並べた段階において、隣り合う黒玉の状況によって場合分けする。

- (i) どの黒玉も隣り合わない場合黒玉と白玉の並べ方は、白玉 5 個の間と両端の合計 6 箇所に重複がないように黒玉 3 個を入れればよいので ${}_6C_3 = 20$ 通りである。この間のどこに赤玉を入れても黒玉が隣接することはないので、赤玉まで含めた並べ方は $20 \cdot {}_9C_4 = 20 \cdot 126 = 2520$ 通りである。
- (ii) 2 個の黒玉が隣り合い、残りの 1 個とは隣り合っていない場合白玉 5 個の間と両端の合計 6 箇所のうち相異なる箇所に、「2 個の黒玉」と「1 個の黒玉」を 1 組ずつ入れることで黒玉と白玉の並べ方が作れる。この並べ方は $6 \cdot 5 = 30$ 通りである。「2 個の黒玉」の間には赤玉を入れる必要があり、それ以外の 8 箇所には残り 3 個の赤玉をどこに入れても黒玉は隣接しないので、赤玉まで含めた並べ方は $30 \cdot {}_8C_3 = 30 \cdot 56 = 1680$ 通りである。
- (iii) 3 個の黒玉が連続して並ぶ場合白玉 5 個の間と両端の合計 6 箇所のうち 1 箇所に、「3 個の黒玉」を入れることで黒玉と白玉の並べ方が作れる。この並べ方は 6 通りである。「3 個の黒玉」の間 2 箇所にはどちらも赤玉を入れる必要があり、それ以外の 7 箇所には残り 2 個の赤玉をどこに入れても黒玉は隣接しないので、赤玉まで含めた並べ方は $6 \cdot {}_7C_2 = 6 \cdot 21 = 126$ 通りである。

よって、 $N_3 = 2520 + 1680 + 126 = 4326$ であるから、

$$q = \frac{N_3}{N_2} = \frac{4326}{7056} = \frac{103}{168} \quad \dots\dots(\text{答})$$