

競技プログラミングの鉄則*

やさしい理系お兄ちゃん June 19, 2024

Contents

1	アル	ゴリズムと計算量
	1.1	導入問題
		1.1.1 問題 A01 The First Problem
	1.2	全探索1
	1.3	全探索 2
	1.4	2進法
	1.5	チャレンジ問題
2	累積	FO S
	2.1	- 一次元の累積和(1)
	2.2	一次元の累積和(2)
	2.3	二次元の累積和(1)
	2.4	二次元の累積和(2)
		チャレンジ問題
3	二分	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
•	3.1	配列の二分探索
	3.2	高力の二分体系・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
	3.3	しゃくとり法
	3.4	半分全列拳
	3.5	チャレンジ問題

^{*}https://atcoder.jp/contests/tessoku-book

1 アルゴリズムと計算量

1.1 導入問題

1.1.1 問題 A01 The First Problem

問題・整数 N が与えられるので、一辺の長さが N であるような正方形の面積を出力するプログラムを作成してください。

解説. 解答は以下のようになります。

```
1 main = print . (^2) =<< readLn</pre>
```

おっと、いきなり驚かせてしまいました。訳わからないですよね。Haskell で競プロを行うにあたって、入出力をどうするかが最初の大きな壁となります。入出力はモナドという概念が使われており、そのモナドを理解することがそもそも難しいからです。ここで、上記のコードを以下のように書き換えてみます。

- 1 main = do
- 2 n <- readLn
- 3 print (n ^ 2)

何をやっているのかが見えてきましたね! $n \leftarrow readLn$ でnに入力値を受け取っています。そして、答えの n^2 をprint($n \sim 2$)で出力します。このように、do 記法(do 構文)を用いることで命令型のプログラムに似た形で記述ができます。

ここから少し難しい話に入りますので、最初は簡単に読む程度で問題ありません。まずは GHC の対話モードを起動して readLn の型を問い合わせてみましょう。

```
ghci> :t readLn
readLn :: Read a => IO a
```

a を型クラス Read の**インスタンス**の型として、readLn の型は IO a となります。言い換えると、「readLn は a を生成する IO アクションである」となります。

```
n <- readLn
```

と書くことで、IO の中身の型 a の値を n に束縛することができます。すなわち、n :: Read a => a となります。ではここで、エディタの拡張機能に n の型を教えてもらいましょう。

```
modu n :: Integer

main: Defined at /Users/yasari/Desktop/atcoder/AtCoder-with-Haskell/tessokubook/a01/main.hs:5:5

n <- readLn
print (n ^ 2)
```

あれ、n: Integerとなっています。ReadのインスタンスはIntやFloat、(Int, Char)など様々な型があります。数ある候補の中からなぜIntegerが選ばれたのでしょうか?それは、Haskellの型検査器(type checker)が賢いからです。後ろでnがn ^ 2という使われ方をしているため、それならnの型はIntegerだな!と型推論をしてくれます。いやいや、ちょっと待って。俺はnをInt型として扱いたいんだ!という場合は

```
n <- readLn :: IO Int
```

と、型注釈をつけてあげましょう。

それでは提出結果を見てみましょう。初めての AC 嬉しいですね!

コンパイルエラー

```
app/Main.hs:4:1: warning: [-Wmissing-signatures]
   Top-level binding with no type signature: main :: IO ()
4 | main = do
In the expression:
do n <- readLn
    print (n ^ 2)
In an equation for 'main':
       main
         = do n <- readLn
             print (n ^ 2)
      n <- readLn
• In the first argument of 'print', namely '(n ^ 2)'
In a stmt of a 'do' block: print (n ^ 2)
    In the expression:
      do n <- readLn
        print (n ^ 2)
      print (n ^ 2)
```

解答例.

Listing 1: 問題 A01 The First Problem

```
main :: IO ()
main = do
n <- readLn
print (n * n)</pre>
```

Listing 2: B01.hs

```
1 main :: IO ()
```

- 2 main = do
- [a, b] <- map read . words <\$> getLine :: IO [Int]
- 4 print \$ a + b

解説・まずは2つの空白区切りの整数の入力から説明します。初学者にとってはいきなり難しい話になります。関数 getLine で文字列を1行分読み取ることができます。getLine の型は getLine :: IO String となっています。うーん... 私たちは、中身の String の部分を整数値のリストに変換して、IO モナドから中身を取り出したいのです。どうすれば良いのでしょうか。具体例を用いて説明します。

例えば、入力が「3 2」のとき、IO String の中身の String は"3 2"という文字列になっています。この文字列に対して関数 words を適用すると、["3","2"]というように空白区切りの文字列をリストに分解することができます。さらに、各要素に対して関数 read を適用することで、[3,2]と整数値のリストにすることができます。では、実際に IO String という型を持つ値にどのようにして words や read を適用させることができるのでしょうか?

それを実現する関数が (<\$>) となります。(<\$>) を用いることで、IO モナドに包まれた値に対して関数を適用することができます。(<\$>) について、定義は以下の通りです。

```
(<$>) :: (Functor f) => (a -> b) -> f a -> f b
f <$> x = fmap f x
```

<\$>の型に注目して下さい。IO は Functor のインスタンスですので、f を IO に置き換える
と、<\$> :: (a -> b) -> IO a -> IO bとなります。また、

- getLine :: IO String
- map read . words :: Read b => String -> [b]

と定義されています。以上を合わせると

```
map read . words <$> getLine :: (Read b) => IO [b]
```

となることが分かります。IO [b] については、:: IO [Int] と型注釈をつけてあげることで、型を指定することができます。慣れるまで入力を受け取るときは、どのような型を扱っているかを意識するためにも型注釈をつけておきましょう。最終的に、(<-) を使うことで、IO モナドの中身である Int 型のリストを [a, b] に束縛することができます。(\rightarrow 注 入力が 2つであると分かっているので、[a, b] としています。)あとは計算結果を A01 と同様に出力すれば完了です。

1.2 全探索1

問題。N 個の整数 $A_1,\ A_2,\ ...,\ A_N$ の中に、整数 X が含まれるかどうかを判定するプログラムを作成してください。

Listing 3: A02.hs

```
1 main :: IO ()
2 main = do
3      [n, x] <- map read . words <$> getLine :: IO [Int]
4      as <- map read . words <$> getLine :: IO [Int]
5      putStrLn $ if x `elem` as then "Yes" else "No"
```

解説 $_{\bullet}$ 3, 4行目に関しては Listing 2の解説で紹介しました。よく見たら $_{n}$ を使っていませんね。そのため、3 行目は

```
[\_, x] \leftarrow map read \cdot words < per getLine
```

としても良いです。そして、リスト as の中に要素 x が含まれているかは、関数 elem で判定することができます。関数 elem は中置記法を用いることが多いです。関数 putStrLn は String を受け取って IO () を返します。なぜ関数 print を使わないのかは、使ってみるとわかるでしょう!

問題、A以上 B以下の整数のうち、100 の約数であるものは存在しますか。答えを Yes か No で出力するプログラムを作成してください。

Listing 4: B02.hs

```
1 main :: IO ()
2 main = do
3     [a, b] <- map read . words <$> getLine :: IO [Int]
4     let xs = [a..b]
5     putStrLn $ if 0 `elem` map (100 `mod`) xs then "Yes" else "No"
```

解説・4行目の [a..b] は、[a, a+1, a+2, ..., b-1, b] を表します。このリストのすべての要素について、100 から割った余りを考えます。その余りのリストの中に 0 が含まれてるか否かを判定します。

1.3 全探索2

問題・赤いカードが N 枚あり、それぞれ整数 P_1 , P_2 , …, P_N が書かれています。また、青いカードが N 枚あり、それぞれ整数 Q_1 , Q_2 , …, Q_N が書かれています。太郎くんは、赤いカードの中から 1 枚、青いカードの中から 1 枚、合計 2 枚のカードを選びます。選んだ 2 枚のカードに書かれた整数の合計が K となるようにする方法は存在しますか。答えを出力するプログラムを書いてください。

Listing 5: A03.hs

```
1 main :: IO ()
2 main = do
3    [_, k] <- map read . words <$> getLine :: IO [Int]
4    ps <- map read . words <$> getLine :: IO [Int]
5    qs <- map read . words <$> getLine :: IO [Int]
6    putStrLn $ if k `elem` [p + q | p <- ps, q <- qs] then "Yes" else "No"</pre>
```

解説. 6 行目の

$$[p + q | p \leftarrow ps, q \leftarrow qs]$$

では、リスト ps とリスト qs から一つずつ要素を取り出し、それらを足し合わせて可能性のある答えをすべて計算して提示しています。とりあえず、足した結果をすべて用意しておくということです。これは非決定性計算と呼ばれます。このとき、

(+) <\$> ps <*> qs

と書くことができます。これについては**アプリカティブ**という用語を聞くまでは保留で構いません。非決定性計算という言葉も同様です。いずれ、後者の記法の方がきれいだと感じる日が来るはずです!私はリストの内包表記も好きです。

問題・N 個の商品があり、商品 i $(1 \le i \le N)$ の価格は A_i 円です。異なる 3 つの商品を選び、合計価格をピッタリ 1000 円にする方法は存在しますか。答えを Yes か No で出力するプログラムを作成してください。ただし、制約は $3 \le N \le 1000$ であるとします。

```
Listing 6: B03.hs
```

```
1 just :: Int -> Int -> [Int] -> Bool
2 just _ _ [] = False
3 just 1 num xs = num `elem` xs
4 just k num (x : xs) = just (k - 1) (num - x) xs || just k num xs
5
6 main :: IO ()
7 main = do
8    _ <- read <$> getLine :: IO Int
9    as <- map read . words <$> getLine :: IO [Int]
10 putStrLn $ if just 3 1000 as then "Yes" else "No"
```

解説・本問も非決定性計算だから、Listing 5 と同様に

```
1000 'elem' [x + y + z | x < -as, y < -as, z < -as]
```

で可能性のある答えを列挙しよう!としては... 方針は正しいですが、その手法に誤りが生じています。これでは、同じ商品を選ぶ場合も含まれてしまうからです。

それでは、関数 just について説明します。just k num xsとは、リスト xs から、異なる k 個の要素を取り出して足し合わせたとき、その答えが num になることがあるか否かを示す式です。したがって、本文では入力から得たリストに just 3 1000 を適用します。

- ① just _ _ []リストが空なら、問答無用で False を返します。
- ② just 1 num xsリストから1個だけ取り出して、num に等しいかを判定します。おなじみの関数 elem を使えば解決です。
- ③ just 2 num xs まず、any (\m -> m + x == num) xsで、先頭要素とその他の要素を足して num になるかを判定しています。そこで、Trueが得られなかった場合、just 2 num xsで 先頭要素を捨てて残りのリストで同じことを試します。以降、再帰的に判定します。

4 just k num xs

k個取り出すので、kが負でないこと、リストの長さがk以上であることを判定しておきます。(→注 このような判定を書かずとも、AtCoderでは正しい入力が与えられることが保証されているので問題ありません。しかし、一般的にはそうではないので、意図せぬ入力にも備えておく癖をつけましょう!とは言っても、AtCoderではこれを書くのは手間ですので、やっぱり以降はサボります。)

あとは、③ と同様に、まずは先頭要素とその他の要素について条件を満たす組合せが存在するかを判定します。このとき、just (k-1) (num-x) xs に帰着されることを理解しましょう。

1.4 2進法

問題・整数 N が 10 進法表記で与えられます。N を 2 進法に変換した値を出力するプログラムを作成してください。

```
Listing 7: A04.hs
```

```
1 toBinary :: Int -> String
2 toBinary 1 = "1"
3 toBinary n = toBinary (n `div` 2) ++ if even n then "0" else "1"
4
5 assignZero :: Int -> String -> String
6 assignZero 0 str = str
7 assignZero x str = "0" ++ assignZero (x - 1) str

8
9 main :: IO ()
10 main = do
11    n <- readLn :: IO Int
12    let binary = toBinary n
13    putStrLn $ assignZero (10 - length binary) binary</pre>
```

解説・関数 toBinary の動きを見てみましょう。

```
toBinary 12 -> toBinary 6 ++ "0" -> toBinary 3 ++ "00" -> toBinary 1 ++ "100" -> "1100"
```

どうでしょう?2進数を計算する方法は数 A で習いますね!

問題・整数 N (8 桁以内) が 2 進法表記で与えられます。N を 10 進法に変換した値を出力する プログラムを作成してください。

```
Listing 8: B04.hs
```

```
1 bin2list :: Int -> [Int] -> [Int]
2 bin2list 0 ys = ys
3 bin2list x ys = bin2list (x `div` 10) (x `mod` 10 : ys)
4
5 list2dec :: [Int] -> Int
6 list2dec [] = 0
7 list2dec (x : xs) = x * (2 ^ length xs) + list2dec xs
```

```
8
9 main :: IO ()
10 main = do
11    n <- readLn :: IO Int
12    print $ list2dec $ bin2list n []</pre>
```

解説. 与えられた入力(例えば101011)を

```
101011 \rightarrow [1,0,1,0,1,1] \rightarrow 2^5 + 2^3 + 2^1 + 2^0 \rightarrow 43
```

という流れで計算しています。入力を Int として受け取り、それをリスト構造に変換しているなら、最初からリスト構造である String で受け取るべきかもしれませんね。

おっと、関数 print が初登場しました。型は以下のようになっています。putStrLn との違いを見てみましょう。

```
print :: Show a => a -> IO ()
putStrLn :: String -> IO ()
```

1.5 チャレンジ問題

問題・赤・青・白の3枚のカードがあります。太郎くんは、それぞれのカードに1以上N以下の整数を書かなければなりません。3枚のカードの合計をKにするような書き方は何通りありますか。

```
Listing 9: A05.hs
```

```
1 main :: IO ()
2 main = do
3      [n, k] <- map read . words <$> getLine :: IO [Int]
4      print $ length [(a, b, c) | a <- [1..n], b <- [1..n], let c = k - a - b, 1 <= c, c <= n]</pre>
```

解説・リスト内包表記のおかげで解説いらず!1以上n以下の範囲で、a + b + c = kとなるようにcを定めてあげます。出来上がったトリプルのリストの長さが答えになります。

2 累積和

2.1 一次元の累積和(1)

問題・ある遊園地ではN日間にわたるイベントが開催され、i日目には A_i 人が来場しました。以下のQ個の質問に答えるプログラムを作成してください。

● 質問 1: L₁ 日目から R₁ までの来場者数は?

•

• 質問 $Q: L_Q$ 日目から R_Q までの来場者数は?

```
Listing 10: A06_00.hs
1 import Control.Monad ( replicateM )
3 cumulativeSum :: [Int] -> [Int]
4 cumulativeSum = scanl (+) 0
6 solve :: [Int] -> [Int] -> Int
7 solve s [1, r] = (s !! r) - (s !! (1 - 1))
9 main :: IO ()
10 main = do
     [_, q] <- map read . words <$> getLine :: IO [Int]
     as <- map read . words <$> getLine :: IO [Int]
     let cumSum = cumulativeSum as
13
     replicateM_ q $ do
14
15
         lr <- map read . words <$> getLine :: IO [Int]
        print $ solve cumSum lr
関数 scanl の定義は以下です。
```

解説・新しい関数がたくさん登場しました。一つずつ紹介します。

```
scanl :: (b -> a -> b) -> b -> [a] -> [b]
scan1 = scan1Go
    where
        scanlGo :: (b -> a -> b) -> b -> [a] -> [b]
        scanlGo f q ls = q : (case ls of
                        []
                            -> []
                        x:xs -> scanlGo f (f q x) xs)
```

なぜ、scanlGo を挟んでいるのか!?よく分かっていませんが、実装自体は理解できそうです ね!動作を見てみましょう。

```
scanl (+) 0 [1,2,3,4,5] -> [0,1,3,6,10,15]
```

これがまさに累積和になります。引数のリストの長さをNとすると、関数 $\mathbf{cumulativeSum}$ はO(N)となります。上記の例で考えると、2日目から4日目までの来場者数は、10 - 1 =9 (人) となります。3日目から5日目までの来場者数は、15 - 3 = 12 (人) となります。 リストのk番目の要素にアクセスするために関数 (!!) が使えます。したがって、質問に回 答する関数 solve は

```
solve s [1, r] = (s !! r) - (s !! (1 - 1))
```

と定義できます。(「0日目は累計0人」という無意味とも思える情報をリストの先頭に置いて おくことで、リストのインデックスと日にちの数字が同じ数字になるので扱いやすくなってい ます。)これを、関数 $replicateM_$ を用いて q 個の質問に適用します。ここでは、使用例だ け紹介します。

```
ghci> replicateM_ 3 (putStrLn "a")
а
а
```

これで完成!いえ、実行時間超過です。なぜでしょうか... オーダーに問題があるそうです。プログラムとしては正しい出力が得られますが、このプログラムは $O(N^2+Q)$ となっています。 $0 \le N \le 10^5$ ですので、最悪計算量が 10^{10} となり制限時間超過となります。問題文では、O(N+Q)であることが望ましいと書かれていますので、それを目標にプログラムを変更しましょう。

関数 cumulativeSum は O(N) で、関数 replicateM_は O(Q) です。したがって、関数 (!!) が O(1) であれば、非常に嬉しい!ということになります。しかしながら、関数 (!!) は O(N) であるようです。下記の定義からも確認できますね。

では、O(1)でリストの要素にアクセスするにはどうしたらよいのでしょうか? Data.Array モジュールを使いましょう。関数 listArray はインデックスの範囲とリストを引数に取り、インデックスの付いた配列を返してくれます。

```
listArray (0, 5) [0,1,3,6,10,15]
-> array (0, 5) [(0,0), (1,1), (2,3), (3,6), (4,10), (5,15)]
```

配列では、i番目の要素にO(1)でアクセスでき、アクセスする関数は (!) となっています。これらを用いて変更したプログラムはListing 11 のようになります。関数 cumulative Sumでは、累積和を取ったのちに関数 listArray を適用しています。関数 solve では、関数 (!) に変わっただけですね!

```
Listing 11: A06_01.hs
```

```
1 import Control.Monad ( replicateM )
2 import Data.Array ( Array, (!), listArray )
4 cumulativeSum :: Int -> Int -> [Int] -> Array Int Int
5 cumulativeSum 1 r as = listArray (1, r) $ scan1 (+) 0 as
7 solve :: Array Int Int -> (Int, Int) -> Int
8 solve s (1, r) = (s ! r) - (s ! (1 - 1))
10 main :: IO ()
11 \text{ main} = do
12
     [n, q] <- map read . words <$> getLine
     as <- map read . words <$> getLine
13
     lrs <- map (([1, r] -> (1, r)) . map read . words) <$>
        replicateM q getLine
     mapM_ (print . solve (cumulativeSum 0 n as)) lrs
15
```

問題・太郎君はくじを N 回引き、i 回目の結果は A_i でした。 $A_i = 1$ のときアタリ、 $A_i = 0$ のときハズレを意味します。「L 回目から R 回目までの中では、アタリとハズレどちらが多いか?」という形式の質問が Q 個与えられるので、それぞれの質問に答えるプログラムを作成してください。計算量は O(N+Q) であることが望ましいです。

```
Listing 12: B06.hs
1 import Control.Monad ( replicateM_ )
2 import Data.Array ( Array, (!), listArray )
4 cumulativeSum :: (Int, Int) -> [Int] -> Array Int Int
5 cumulativeSum lr xs = listArray lr $ scanl (+) 0 xs
7 solve :: Array Int Int -> (Int, Int) -> Int
8 solve s (1, r) = (s ! r) - (s ! (1 - 1))
10 main :: IO ()
11 \text{ main} = do
     n <- readLn :: IO Int</pre>
12
     as <- map read . words <$> getLine :: IO [Int]
     q <- readLn :: IO Int
14
     let cumSum = cumulativeSum (0, n) as
15
     replicateM_ q $ do
16
         [1, r] <- map read . words <$> getLine :: IO [Int]
17
         let t = solve cumSum (1, r)
18
         putStrLn $ case (r - 1 + 1 - t) `compare` t of
19
            GT -> "lose"
20
```

解説・累積和を計算するところまで全問と全く同じです。 $t = solve\ cumSum\ (1, r)$ としていますが、このtは何を表しているでしょうか。具体例で考えてみましょう。t

```
[0, 1, 1, 0, 1, 0, 0]
```

EQ -> "draw"

LT -> "win"

のとき、cumSumは

21

```
array (0,7) [(0,0),(1,0),(2,1),(3,2),(4,2),(5,3),(6,3),(7,3)]
```

となります。リストの長さが1増えていますが、前問と同様に「0回目はアタリ0個」という情報を付加しているためです。いや、その情報は必要ないんだ!という場合は、累積和の計算を scanl1 (+) xs としましょう。ここで、2回目から5回目までについて考えてみます。2, 3, 5回目でアタリが出ているので、アタリ3個・ハズレ1個となります。このアタリ3個がまさにもの値で、solve cumSum (2, 5)によって求まります。このとき、ハズレの個数はr-1+1-tと表現できます。あとは、この2つを比較して出力する文字を定めれば完了です。

2.2 一次元の累積和(2)

問題。ある会社では D 日間にわたってイベントが開催され、 N 人が出席します。参加者 i は L_i 日目から R_i 日目まで出席する予定です。各日の出席者数を出力するプログラムを作ってください。

```
Listing 13: A07.hs
1 import Control.Monad ( replicateM )
2 import Data.Array ( accumArray, elems, Array )
4 add2PreviousDay :: [Int] -> [(Int, Int)]
5 add2PreviousDay [1, r] = [(1, 1), (r + 1, -1)]
6 add2PreviousDay _ = []
8 cumulativeSum :: Array Int Int -> [Int]
9 cumulativeSum xs = scanl (+) 0 $ elems xs
10
11 main :: IO ()
12 \text{ main} = do
         d <- readLn
         n <- readLn
14
         lrs <- concatMap (add2PreviousDay . fmap read . words) <$>
15
            replicateM n getLine
         let accArray = accumArray (+) 0 (1, d + 1) lrs
16
         mapM_ print $ tail $ init $ cumulativeSum accArray
17
```

解説・例えば、イベントが5日間開催されたとして、やさ理くんは2日目から4日目まで参加したとしましょう。このとき、リスト[0,1,0,0,-1]の累積和をとると、[0,0,1,1,1,0]となり、やさ理くんが出席した日のみ1となっていることが分かります。もちろん、ここでも[0]日目は出席者[0]人」という情報を付加しています。

以上のように、L日目からR日目まで参加した人に関して、[(L,1),(R+1,-1)]というリストを用意しておき、上手く累積和をとることができれば良いわけです。その上手くやる方法を説明していきます。

問題・あるコンビニは時刻 0 に開店し、時刻 T に閉店します。このコンビニでは N 人の従業員が働いており、i 人目の従業員の出勤時刻は L_i 、退勤時刻は R_i です(L_i , R_i は整数)。 $t=0,\ 1,\ ...,\ T-1$ について、時刻 t+0.5 には何人の従業員が働いているかを出力するプログラムを作成してください。計算量は O(N+T) であることが望ましいです。

```
Listing 14: B07.hs

1 import Control.Monad ( replicateM )

2 import Data.Array ( accumArray, elems, Array )

4 attendAndLeave :: [Int] -> [(Int, Int)]

5 attendAndLeave [1, r] = [(1, 1), (r, -1)]

6 attendAndLeave _ = []

7

8 cumulativeSum :: Array Int Int -> [Int]
```

```
9 cumulativeSum xs = scanl (+) 0 $ elems xs

10
11 main :: IO ()
12 main = do
13     t <- readLn
14     n <- readLn
15     lrs <- concatMap (attendAndLeave . fmap read . words) <$>
        replicateM n getLine
16     let accArray = accumArray (+) 0 (0, t) lrs
17     mapM_ print $ tail $ init $ cumulativeSum accArray
```

2.3 二次元の累積和(1)

q <- readLn

問題 \bullet $H \times W$ のマス目があります。上からi 行目、左からj 列目にあるマス(i.j) には、整数 $X_{i,j}$ が書かれています。以下のQ 個の質問に答えるプログラムを作成してください。

- 質問 1: 左上 (A_1, B_1) 右下 (C_1, D_1) の長方形領域に書かれた整数の総和は?
- 質問 2: 左上 (A₂, B₂) 右下 (C₂, D₂) の長方形領域に書かれた整数の総和は?

 .
 - •
- 質問Q: 左上 (A_Q, B_Q) 右下 (C_Q, D_Q) の長方形領域に書かれた整数の総和は?

```
Listing 15: A08.hs
1 import Control.Monad ( replicateM )
2 import Data.Array ( Array, (!), listArray )
4 twoDimensionalSum :: Int -> Int -> [[Int]] -> Array (Int, Int)
     Tn+
5 twoDimensionalSum h w xs =
         listArray ((0, 0), (h, w))
         $ scanl (zipWith (+)) (replicate (w + 1) 0)
9
         $ map (scan1 (+) 0) xs
11 solve :: Array (Int, Int) Int -> [[Int]] -> [Int]
12 solve twoDimSum = map ((x, y, z, w) \rightarrow
         twoDimSum ! (x - 1, y - 1) + twoDimSum ! (z, w)
13
               - twoDimSum ! (z, y - 1) - twoDimSum ! (x - 1, w)
14
16 main :: IO ()
17 \text{ main} = do
         [h, w] <- map read . words <$> getLine
18
         xs <- map (map read . words) <$> replicateM h getLine
19
```

```
qs <- map (map read . words) <$> replicateM q getLine
mapM_ print $ solve (twoDimensionalSum h w xs) qs
```

問題・二次元平面上に N 個の点があります。i 個目の点の座標は (X_i, Y_i) です。「x 座標が a 以上 c 以下であり、y 座標が b 以上 d 以下であるような点は何個あるか?」という形式の質問が Q 個与えられるので、それぞれの質問に答えるプログラムを実装してください。 $N \leq 100000$, $Q \leq 100000$, $1 \leq X_i$, $Y_i \leq 1500$ を満たすケースで、1 秒以内に実行が終わることが望ましいです。なお、入力される値はすべて整数です。

```
Listing 16: B08.hs
```

```
1 import Control.Monad ( replicateM )
2 import Data.Array ( Array, (!), listArray, accumArray, bounds )
4 twoDimensionalSum :: Int -> Int -> [[Int]] -> Array (Int, Int)
     Int
5 twoDimensionalSum h w xs =
         listArray ((0, 0), (h, w))
      $ concat
7
      $ scanl1 (zipWith (+))
      $ map (scanl1 (+)) xs
10
11 arrayToLists :: Array (Int, Int) Int -> [[Int]]
12 arrayToLists arr = [[arr ! (i, j) | j <- [0..jMax]] | i <- [0..
     iMax]]
13
      where rightBound = snd (bounds arr)
           iMax = fst rightBound
14
           jMax = snd rightBound
15
17 solve :: Array (Int, Int) Int -> [(Int, Int, Int, Int)] -> [Int]
18 solve twoDimSum = map (\((a, b, c, d) ->
         twoDimSum ! (a - 1, b - 1) + twoDimSum ! (c, d)
19
20
                - twoDimSum ! (c, b - 1) - twoDimSum ! (a - 1, d))
21
22 main :: IO ()
23 \text{ main} = do
      n <- readLn
24
      xys <- map ((\[x, y] -> ((x, y), 1)) . map read . words) <>
         replicateM n getLine
      q <- readLn
26
      qs <- map (([a, b, c, d] \rightarrow (a, b, c, d)) . map read . words
27
         ) <$> replicateM q getLine
      let h = maximum \$ map (((x, _), _) \rightarrow x) xys
28
         w = maximum \$ map ((((_, y), _) \rightarrow y) xys
29
      mapM_ print $ solve (twoDimensionalSum h w $ arrayToLists $
         accumArray (+) 0 ((0, 0), (h, w)) xys) qs
```

2.4 二次元の累積和(2)

問題・ALGO 王国は $H \times W$ のマス目で表されます。最初は、どのマスにも雪が積もっていませんが、これから N 日間にわたって雪が降り続けます。上から i 行目・左から j 列目のマスを (i, j) とするとき、i 日目には「マス (A_i, B_i) を左上とし、マス (C_i, D_i) を右下とする長方形領域」の積雪が 1 cm だけ増加することが予想されています。最終的な各マスの積雪を出力するプログラムを作成してください。

```
Listing 17: A09.hs
```

```
1 import Control.Monad ( replicateM )
2 import Data.Array ( Array, (!), listArray, accumArray, elems,
     bounds )
3 import qualified Data.ByteString.Char8 as BS
4 import Data.ByteString (ByteString)
5 import Data.Maybe (fromJust)
6 import Data.List.Split (chunksOf)
8 readInt :: ByteString -> Int
9 readInt = fst . fromJust . BS.readInt
11 showInt :: Int -> ByteString
12 showInt = BS.pack . show
14 getPairs :: [Int] -> [((Int, Int), Int)]
15 getPairs [x,y,z,w] = [((x, y), 1), ((z + 1, w + 1), 1), ((x, w), y)]
     +1), -1), ((z + 1, y), -1)]
16 getPairs = []
17
18 twoDimensionalSum :: Array (Int, Int) Int -> Array (Int, Int) Int
19 twoDimensionalSum arr = listArray bounds_
                       $ concat
                       $ scanl1 (zipWith (+))
21
                       $ map (scanl1 (+)) lists
22
     where bounds_ = bounds arr
23
          lists = chunksOf ((snd . snd) bounds_) $ elems arr
24
26 printArray :: Array (Int, Int) Int -> IO ()
27 printArray arr = do
     let ((minX, minY), (maxX, maxY)) = bounds arr
28
     mapM_ (\i -> BS.putStrLn $ BS.unwords [showInt (arr ! (i,j)) |
          j \leftarrow [minY .. maxY - 1]]) [minX .. maxX - 1]
30
31 main :: IO ()
32 \text{ main} = do
      [h, w, n] <- map readInt . BS.words <$> BS.getLine
     xys <- concatMap (getPairs . map readInt . BS.words) <$>
34
        replicateM n BS.getLine
```

printArray \$ twoDimensionalSum \$ accumArray (+) 0 ((1,1), (h + 1, w + 1)) xys

解説.

問題・二次元平面上に N 枚の紙があります。それぞれの紙は、各辺が x 軸または y 軸に平行であるような長方形となっています。また、i 枚目の紙の左下座標は (A_i, B_i) であり、右上座標は (C_I, D_i) です。1 枚以上の紙が置かれている部分の面積を求めてください。 $N \leq 100000, \ 0 \leq A_i < C_i \leq 1500, \ 0 \leq B_i < D_i \leq 1500$ を満たすケースで、1 秒以内に実行が終わることが望ましいです。なお、入力される値はすべて整数です。

Listing 18: B09.hs

```
1 import Control.Monad ( replicateM )
2 import Data.Array ( Array, listArray, accumArray, elems, bounds )
3 import qualified Data.ByteString.Char8 as BS
4 import Data.ByteString (ByteString)
5 import Data.Maybe (fromJust)
6 import Data.List.Split (chunksOf)
7
8 readInt :: ByteString -> Int
9 readInt = fst . fromJust . BS.readInt
10
11 showInt :: Int -> ByteString
12 showInt = BS.pack . show
14 getPairs :: [Int] -> [((Int, Int), Int)]
15 getPairs [x,y,z,w] = [((x, y), 1), ((z, w), 1), ((x, w), -1),
      ((z, y), -1)]
16 getPairs _ = []
18 twoDimensionalSum :: Array (Int, Int) Int -> Array (Int, Int) Int
19 twoDimensionalSum arr = listArray bounds_
                       $ concat
20
                       $ scanl1 (zipWith (+))
21
                       $ map (scanl1 (+)) lists
22
     where bounds_ = bounds arr
23
          lists = chunksOf (1 + (snd . snd) bounds_) $ elems arr
24
26 area :: Array (Int, Int) Int -> Int
27 area arr = length . concatMap (filter (/= 0)) $ lists
     where bounds_ = bounds arr
          lists = chunksOf ((snd . snd) bounds_) $ elems arr
29
31 main :: IO ()
32 main = do
     n <- readLn
     xys <- concatMap (getPairs . map readInt . BS.words) <$>
34
         replicateM n BS.getLine
```

```
let h = maximum $ map (\((x, _), _) -> x) xys

w = maximum $ map (\((_, y), _) -> y) xys

arr = accumArray (+) 0 ((0,0), (h, w)) xys

print . area . twoDimensionalSum $ arr
```

2.5 チャレンジ問題

問題・あるリゾートホテルには、1 号室から N 号室までの N 個の部屋があります。i 号室は A_i 人部屋です。このホテルでは D 日間にわたって工事が行われることになっており、d 日目は L_d 号室から R_d 号室までの範囲を使うことができません。 $d=1,\ 2,\ ...,\ D$ について、d 日目に使える中で最も大きい部屋は何人部屋であるか、出力するプログラムを作成してください。

Listing 19: A10.hs

```
1 import Control.Monad ( replicateM )
2 import qualified Data.ByteString.Char8 as BS
3 import Data.ByteString ( ByteString )
4 import Data.Maybe ( fromJust )
5 import Data.Array ( Array, listArray, (!) )
7 cumulativeMax :: (Int, Int) -> [Int] -> Array Int Int
8 cumulativeMax bounds_ as = listArray bounds_ $ scanl1 max as
10 cumulativeMaxFromRight :: (Int, Int) -> [Int] -> Array Int Int
11 cumulativeMaxFromRight bounds_ xs = listArray bounds_ $ scanr max (
     last xs) (init xs)
12
13 solve :: Array Int Int -> Array Int Int -> [Int] -> Int
14 solve cumMaxL cumMaxR [1, r] = max (cumMaxL ! (1 - 1)) (cumMaxR !
      (r + 1)
15 solve _ _ = -1
17 main :: IO ()
18 main = do
     [n] <- map readInt . BS.words <$> BS.getLine
     as <- map readInt . BS.words <$> BS.getLine
     [d] <- map readInt . BS.words <$> BS.getLine
     lrs <- map (map readInt . BS.words) <$> replicateM d BS.getLine
     let bounds_ = (1, n)
        ps = cumulativeMax bounds_ as
24
         qs = cumulativeMaxFromRight bounds_ as
25
     mapM_ (print . solve ps qs) lrs
26
28 readInt :: ByteString -> Int
29 readInt = fst . fromJust . BS.readInt
30
```

```
31 showInt :: Int -> ByteString
32 showInt = BS.pack . show
```

3 二分探索

3.1 配列の二分探索

問題・小さい順に並べられている、要素数 N の配列 $A = [A_1, A_2, ..., A_N]$ があります。要素 X は配列 A の何番目に存在するかを出力してください。なお、この問題は単純な全探索(\rightarrow 1.2 節)でも解けますが、ここでは二分探索法を使って実装してください。

Listing 20: A11.hs

```
1 import qualified Data.ByteString.Char8 as BS
2 import Data.ByteString ( ByteString )
3 import Data.Maybe ( fromJust )
4 import Data.Array ( Array, listArray, (!) )
6 readInt :: ByteString -> Int
7 readInt = fst . fromJust . BS.readInt
9 showInt :: Int -> ByteString
10 showInt = BS.pack . show
12 binarySearch :: Int -> Int -> Int -> Array Int Int -> Int
13 binarySearch x min max as = if x == num then mid else binarySearch
      x newMin newMax as
     where mid = (max + min) \dot div 2
14
          num = as ! mid
          newMin = if x < num then min else mid + 1
16
          newMax = if x < num then mid - 1 else max
17
18
19 main :: IO ()
20 \text{ main} = do
      [n, x] <- map readInt . BS.words <$> BS.getLine
     as <- map readInt . BS.words <$> BS.getLine
     let arr = listArray (1, n) as
     print $ binarySearch x 1 n arr
```

解説.

問題・小さい順に並んでいるとは限らない、要素数 N の配列 $A=[A_1,\ A_2,\ ...,\ A_N]$ が与えられます。それについて、以下の Q 個の質問に答えるプログラムを作成してください。

• 1個目の質問:配列 A には X_1 より小さい要素が何個あるか?

• 2個目の質問:配列 A には X_2 より小さい要素が何個あるか?

:

• Q 個目の質問:配列 A には X_Q より小さい要素が何個あるか?

 $N, Q \leq 100000$ を満たすケースで、1 秒以内に実行が終わることが望ましいです。

```
Listing 21: B11.hs
```

```
1 import qualified Data.ByteString.Char8 as BS
2 import Data.ByteString ( ByteString )
3 import Data.Maybe ( fromJust )
4 import Data.Array ( Array, listArray, (!) )
5 import Data.List ( sort )
6 import Control.Monad ( replicateM )
8 readInt :: ByteString -> Int
9 readInt = fst . fromJust . BS.readInt
10
11 showInt :: Int -> ByteString
12 showInt = BS.pack . show
14 lowerBound :: Int -> Int -> Array Int Int -> Int -> Int
15 lowerBound l r arr x
      | x < arr ! 1 = 1 - 1
      | arr ! r < x = r
17
      otherwise = if x <= arr ! mid then lowerBound 1 (mid - 1)
        arr x else lowerBound (mid + 1) r arr x
        where mid = (l + r) \dot div 2
19
21 main :: IO ()
22 \text{ main} = do
     n <- readLn
     as <- map readInt . BS.words <$> BS.getLine
     q <- readLn
     xs <- concatMap (map readInt . BS.words) <$> replicateM q BS.
        getLine
     let arr = listArray (1, n) (sort as)
     mapM_ (BS.putStrLn . showInt . lowerBound 1 n arr) xs
```

解説.

3.2 答えで二分探索

問題 $oldsymbol{N}$ 台のプリンターがあり、1から N までの番号が付けられています。プリンターiは A_i 秒ごとにチラシを 1 枚印刷します。すなわち、スイッチを入れてから A_i 秒後、 $2A_i$ 秒後、 $3A_i$ 秒後 … に印刷します。すべてのプリンターのスイッチを同時に入れたとき、K 枚目のチラシが印刷されるのは何秒後でしょうか。

Listing 22: A12.hs

```
1 import qualified Data.ByteString.Char8 as BS
2 import Data.ByteString ( ByteString )
3 import Data.Maybe ( fromJust )
4 import Data.Array ( Array, listArray, (!) )
6 readInteger :: ByteString -> Integer
7 readInteger = fst . fromJust . BS.readInteger
9 check :: Array Integer Integer -> Integer -> Integer -> Integer->
     Bool
10 check arr n k mid = sum_ arr mid n >= k
     where
         sum_ :: Array Integer Integer -> Integer -> Integer ->
            Integer
         sum_ arr_ mid_ 1 = mid_ `div` (arr_ ! 1)
13
         sum_ arr_ mid_ i = mid_ `div` (arr_ ! i) + sum_ arr_ mid_ (
14
15
16 binarySearch :: Integer -> Integer -> Array Integer Integer ->
     Integer -> Integer
17 binarySearch l r arr n k
     | 1 == r = 1
      check arr n k mid = binarySearch l mid arr n k
19
      otherwise = binarySearch (mid + 1) r arr n k
        where
21
            mid = (l + r) \dot div 2
22
23
24 main :: IO ()
25 \text{ main} = do
     [n, k] <- map readInteger . BS.words <$> BS.getLine
     as <- map readInteger . BS.words <$> BS.getLine
     let arr = listArray (1, n) as
     let left = 1
29
     let right = 1000000000
     print $ binarySearch left right arr n k
31
```

解説.

問題・正の整数 N が与えられます。 $x^3+x=N$ を満たす正の実数 x を出力してください。ただし、絶対誤差が 0.001 以下であれば正解とします。

Listing 23: B12.hs

```
1 f :: Double -> Double
2 f x = x ** 3 + x
3
4 binarySearch :: Double -> Double -> Double
5 binarySearch 1 r n
```

解説。

3.3 しゃくとり法

問題。N 個の整数が黒板に書かれています。書かれている整数は小さい順に A_1 , A_2 , ..., A_N です。異なる2つの整数のペアを選ぶ方法は全部でN(N-1)/2 通りありますが、その中で差が K 以下であるような選び方は何通りありますか。

Listing 24: A13.hs

```
1 import qualified Data.ByteString.Char8 as BS
2 import Data.ByteString ( ByteString )
3 import Data.Maybe ( fromJust )
4 import Data.Array ( Array, listArray, (!) )
6 readInt :: ByteString -> Int
7 readInt = fst . fromJust . BS.readInt
9 step :: Int -> Int -> (Int, Int) -> Array Int Int -> Int -> (Int,
      Int)
10 step l r (start, sum_) arr k
     | start < r && (arr ! (start + 1) - arr ! 1) <= k = step 1 r
         (start + 1, sum_) arr k
      otherwise = (start, sum_ + start - 1)
14 syakutori :: Int -> Int -> Int -> Array Int Int -> Int -> Int ->
     Int
15 syakutori l r start arr k sum_
      | 1 == r = sum_
      otherwise = syakutori (1 + 1) r newStart arr k newSum
17
        where
19
            (newStart, newSum) = step l r (start, sum_) arr k
21 main :: IO ()
22 \text{ main} = do
     [n, k] <- map readInt . BS.words <$> BS.getLine
     as <- map readInt . BS.words <$> BS.getLine
```

```
25  let left = 1
26     right = n
27     arr = listArray (left, right) as
28     sum_ = 0
29  print $ syakutori left right left arr k sum_
```

問題. KYOPRO 商店には N 個の品物が売られており、i 番目の品物は A_i 円です。連続する番号の品物を買う方法は全部で N(N+1)/2 通りありますが、この中で合計価格が K 円いないとなるような買い方は何通りでしょうか。計算量 O(N) で求めてください。

Listing 25: B13.hs

```
1 import qualified Data.ByteString.Char8 as BS
2 import Data.ByteString ( ByteString )
3 import Data.Maybe ( fromJust )
4 import Data.Array ( Array, listArray, (!) )
6 readInt :: ByteString -> Int
7 readInt = fst . fromJust . BS.readInt
9 step :: Int -> Int -> Int -> Array Int Int -> Int -> Int
10 step l r start arr k
      | start < r && arr ! (start + 1) - arr ! (1 - 1) <= k = step
         l r (start + 1) arr k
      otherwise = start
12
13
14 syakutori :: Int -> Int -> Int -> Array Int Int -> Int ->Int
15 syakutori l r start arr k
      | 1 == r = next - 1 + 1
      \mid otherwise = (next - 1 + 1) + syakutori (1 + 1) r next arr k
         where
            next = step l r start arr k
20
21 main :: IO ()
22 \text{ main} = do
      [n, k] <- map readInt . BS.words <$> BS.getLine
      as <- map readInt . BS.words <$> BS.getLine
24
     let arr = listArray (0, n) $ scanl (+) 0 as
     print $ syakutori 1 n 0 arr k
```

解説.

3.4 半分全列举

問題、 $A \cdot B \cdot C \cdot D$ の 4 つの箱があります。各箱には、以下の N 枚のカードが入っています。

• 箱 A には整数 A_1 , A_2 , , ..., A_N が書かれたカードがある。

- 箱 B には整数 B_1 , B_2 , , ..., B_N が書かれたカードがある。
- 箱 C には整数 C_1 , C_2 , , ..., C_N が書かれたカードがある。
- 箱 D には整数 D_1 , D_2 , , ..., D_N が書かれたカードがある。

あなたはそれぞれの箱から 1 枚ずつカードを取り出す。取り出した 4 枚のカードに書かれた整数の合計が K となる可能性はあるか、判定してください。

```
Listing 26: A14.hs
```

```
1 import qualified Data.ByteString.Char8 as BS
2 import Data.ByteString ( ByteString )
3 import Data.Maybe ( fromJust )
4 import Control.Monad ( replicateM )
5 import Data.List ( sort )
6 import Data.Array ( Array, listArray, (!) )
8 binarySearch :: Int -> Int -> Array Int Int -> Int -> Bool
9 binarySearch l r arr x
     | 1 > r = False
      | x == arr ! mid = True
      x < arr ! mid = binarySearch 1 (mid - 1) arr x
12
      otherwise = binarySearch (mid + 1) r arr x
13
14
         where
            mid = (1 + r) \dot div 2
15
16
17 main :: IO ()
18 \text{ main} = do
     [n, k] <- map readInt . BS.words <$> BS.getLine
      [as, bs, cs, ds] <- map (map readInt . BS.words) <$>
20
        replicateM 4 BS.getLine
     let ps = (+) <  as < > bs
21
         qs = listArray (1, n * n) . sort $ (+) < s < c < t < ds
22
     putStrLn $ if any (binarySearch 1 (n * n) qs . (k -)) ps then
23
         "Yes" else "No"
24
25 readInt :: ByteString -> Int
26 readInt = fst . fromJust . BS.readInt
```

解説.

問題・N 枚のカードがあり、i 枚目 $(1 \le i \le N)$ のカードには整数 A_i が書かれています。0 枚以上のカードを選ぶ方法は全部で 2^N 通りありますが、選んだカードの合計がちょうど K となるようにする方法は存在しますか。 $N \le 30$ を満たす入力で 1 秒以内に実行が終わることが望ましいです。

```
Listing 27: B14.hs 1 import Data.List ( subsequences, sort )
```

```
2 import Data.Array ( Array, listArray, (!))
4 divList :: Int -> [Int] -> ([Int], [Int])
5 divList len = splitAt (len `div` 2)
7 possibleSums :: [Int] -> [Int]
8 possibleSums xs = map sum (subsequences xs)
10 binarySearch :: Int -> Int -> Array Int Int -> Int -> Bool
11 binarySearch l r arr x
      | 1 > r = False
      | x == arr ! mid = True
      | x < arr ! mid = binarySearch l (mid - 1) arr x
      otherwise = binarySearch (mid + 1) r arr x
16
         where
            mid = (1 + r) \dot div 2
17
19 main :: IO ()
20 \text{ main} = do
      [n, k] <- map read . words <$> getLine
     as <- map read . words <$> getLine
     let (firstHalf, secondHalf) = divList n as
         firstSums = possibleSums firstHalf
24
         secondSums = listArray (1, 2 ^ (n - (n 'div' 2))) (sort $
25
            possibleSums secondHalf)
     putStrLn $ if any (binarySearch 1 (2 ^ (n - (n 'div' 2)))
26
         secondSums . (k -)) firstSums then "Yes" else "No"
```

3.5 チャレンジ問題

問題・配列 $A = [A_1, A_2, ..., A_N]$ が与えられます。大小関係を崩さないように、配列をできるだけ圧縮してください。ここで圧縮とは、以下の条件をすべて満たす配列 $B = [B_1, B_2, ..., B_N]$ を求める操作です。なお、このような配列 B は 1 通りに決まります。

```
条件1 B_1, B_2, ..., B_N は1以上の整数である。
```

条件 2 $A_i < A_j$ であるような組(i, j) については、 $B_i < B_j$ である。

条件3 $A_i = A_j$ であるような組(i, j) については、 $B_i = B_j$ である。

条件 $A_i > A_j$ であるような組(i, j) については、 $B_i > B_j$ である。

条件 5 条件 $1\sim4$ を満たす中で、配列 B の最大値をできるだけ小さくする。