

# **V? – ?**

Judith Gnade

judith.gnade@tu-dortmund.de

Yascha Franz

yascha.franz@tu-dortmund.de

Durchführung: ?, Abgabe: ?

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zielsetzung und Theorie</b>	<b>3</b>
1.1	Zielsetzung . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Ziel des Versuchs</b>	<b>3</b>
2.1	Theorie . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>3</b>
3.1	Eigenschaften idealer Operationsverstärker . . . . .	3
3.2	Reale Operationsverstärker . . . . .	4
3.3	Operationsverstärker in Schaltungen . . . . .	5
3.3.1	Invertierender Linearverstärker . . . . .	5
3.3.2	Umkehr-Integrator . . . . .	6
3.4	Invertierender Differenzierer . . . . .	7
3.5	Schmitt-Trigger . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Aufbau und Durchführung</b>	<b>8</b>
4.1	Aufbau . . . . .	8
4.2	Durchführung . . . . .	8
<b>5</b>	<b>Durchführung</b>	<b>8</b>
<b>6</b>	<b>Ergebnisse</b>	<b>8</b>
<b>7</b>	<b>Auswertung</b>	<b>8</b>
<b>8</b>	<b>Diskussion</b>	<b>9</b>
	<b>Literatur</b>	<b>10</b>

# 1 Zielsetzung und Theorie

## 1.1 Zielsetzung

## 2 Ziel des Versuchs

Durch den Aufbau verschiedener Schaltungen mit Operationsverstärkern sollen Unterschiede zwischen realen und idealen Operationsverstärkern, sowie einige grundlegende Anwendungsbereiche untersucht werden.

### 2.1 Theorie

## 3 Theoretische Grundlagen

Operationsverstärker sind elektrische Bauteile aus dem Bereich der analogen Signalverarbeitung und bestehen aus Schaltungen von Transistoren. Bei der Planung von Schaltungen mit Operationsverstärkern werden diese als idealisierte Bauteile, sogenannte ideale Operationsverstärker, betrachtet. Tatsächlich weichen reale Operationsverstärker in ihren Eigenschaften vom idealisierten Bauteil ab, allerdings nicht soweit, als dass eine ideale Beschreibung nicht gerechtfertigt wäre.

Verschiedene Beschaltungen führen bei einem Operationsverstärker zu verschiedenen Funktionsweisen wie beispielsweise Gegenkopplung oder Mitkopplung. Die Funktionsprinzipien dieser Schaltungen werden für exemplarische Schaltungen erläutert.

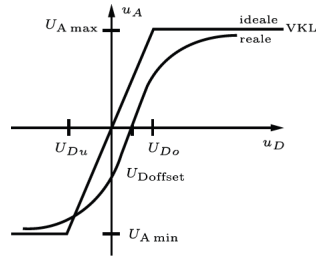
### 3.1 Eigenschaften idealer Operationsverstärker

Ideale Operationsverstärker kennzeichnen sich dadurch aus, dass ihre Leerlaufverstärkung  $\frac{U_A}{U_E}$  als unendlich groß angenommen wird und dass kein Strom in den Operationsverstärker hineinfließen kann, da sein Eingangswiderstand unendlich groß ist. Ferner verschwindet der Ausgangswiderstand eines Operationsverstärkers und seine Übertragungsbandbreite umfasst einen unendlich großen Frequenzbereich, ohne dass eine Phasendrehung stattfindet [4].

Operationsverstärker sind Differenzverstärker. Ihre Ausgangsspannung  $U_A$  ist proportional zur Differenz zwischen der Eingangsspannung  $U_P$  am nicht-invertierenden Eingang und der Eingangsspannung  $U_N$  am invertierenden Eingang. Der Proportionalitätsfaktor sei  $V$ . Damit gilt

$$U_A = V \cdot (U_P - U_N). \quad (1)$$

Der Verstärkungsfaktor liegt typischerweise in einer Größenordnung zwischen  $1 \cdot 10^4$  und  $1 \cdot 10^5$ , sofern die Versorgungsspannung  $U_V$  im zulässigen Spannungsintervall (bauartbedingt) liegt. Aufgrund der hohen Verstärkung liegt die Spannungsdifferenz zwischen  $U_P$  und  $U_N$  meist im Bereich einiger Millivolt, eine höhere Spannungsdifferenz führt dann nicht zu größeren Verstärkungen, sondern die Verstärkung durch den Operationsverstärker geht in einen Bereich der Sättigung, wie in Figure 1 dargestellt [2]. Die



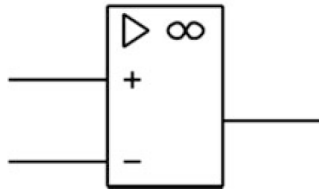
**Abbildung 1:** Verstärkungskennlinie für idealen und realen Operationsverstärker.  $U_{\text{Doffset}}$  kennzeichnet die Eingangs-Offsetspannung,  $U_{\text{Du}}$  und  $U_{\text{Do}}$  kennzeichnen die untere und obere Grenze des linearen Verstärkungsbereichs [1].

Aussteuergrenze (Sättigungsbereich) liegt etwa 1 V unterhalb der Betriebsspannung  $U_B$  des Operationsverstärkers [4], der lineare Bereich damit zwischen

$$-U_B < U_A < +U_B, \quad (2)$$

wobei die Ausgangsspannung  $U_A$  nicht derjenigen in Figure 1 entspricht.

Das Schaltsymbol eines Operationsverstärkers ist in Figure 2 dargestellt. Wenngleich ein Operationsverstärker eine Vielzahl an Anschlusskontakten besitzt, sind im Schaltzeichen lediglich der invertierende Eingang ( $-$ ), der nicht-invertierende Eingang ( $+$ ) sowie der Ausgang gekennzeichnet.



**Abbildung 2:** Schaltzeichen eines Operationsverstärkers [4].

### 3.2 Reale Operationsverstärker

Bevor die Funktionsweisen der Gegen- und Mitkopplung am Beispiel verschiedener Schaltungen erläutert werden, wird ein realer Operationsverstärker betrachtet. Anders als ideale Operationsverstärker besitzen reale Operationsverstärker eine endliche Leerlaufverstärkung und endliche Eingangswiderstände. In Abhängigkeit vom jeweiligen Typ ist der Ausgangswiderstand größer Null [4].

Während beim idealen Operationsverstärker keine Gleichtaktverstärkung auftritt, berech-

net sich diese beim realen Operationsverstärker mithilfe der Formel

$$V_{\text{Gl}} = \frac{U_a}{U_{\text{Gl}}} \quad \text{mit} \quad U_{\text{Gl}} = \frac{U_P + U_N}{2}. \quad (3)$$

Ist die Gleichtaktverstärkung bekannt, so lässt sich die Offsetspannung ermitteln.  $U_{\text{Gl}}$  wird dabei so gewählt, dass  $U_A \approx 0$  ist. Wird zusätzlich die Annahme  $|\frac{1}{2} \cdot U_0| \ll |U_{\text{Gl}}|$  getroffen, gilt die Relation

$$0 = V_{\text{Gl}} \cdot U_{\text{Gl}} - V_0 \cdot U_0 \quad (4)$$

$$\Rightarrow U_0 = \frac{V_{\text{Gl}}}{V_0} \cdot U_{\text{Gl}}, \quad (5)$$

wobei  $V_0 = -\frac{U_A}{U_N}$  [9].

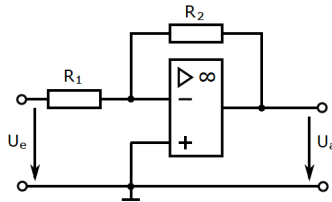
### 3.3 Operationsverstärker in Schaltungen

Einfache Rechenoperationen und die Steuerung von Signalen lassen sich durch Schaltungen mit Widerständen und Kondensatoren realisieren.

#### 3.3.1 Invertierender Linearverstärker

Ein invertierender Linearverstärker arbeitet mit einer Gegenkopplung, welche sicherstellen soll, dass die Verstärkung unverzerrt ist. Dies wird durch eine Rückführung des Ausgangssignals auf den Signaleingang erreicht.

Abbildung Figure 3 zeigt die Schaltskizze eines invertierenden Linearverstärkers. Eine am



**Abbildung 3:** Schaltskizze eines invertierenden Linearverstärkers [3].

invertierenden Verstärker anliegende, positive Eingangsspannung führt zu einer negativen Ausgangsspannung am Ausgang, welche über den Widerstand  $R_2$  auf den invertierenden Eingang des Operationsverstärkers zurückgeführt wird und auf diese Weise die Wirkung der positiven Eingangsspannung geschwächt. Der Liegt keine Eingangsspannung an, ist auch keine Ausgangsspannung oder Differenzspannung messbar. Wird die Eingangsspannung erhöht, reagiert die Schaltung auf den Signaleingang. Durch die Spannungaufteilung auf die in Reihe geschalteten Widerstände resultiert eine Differenzspannung, welche den Operationsverstärker an die negative Aussteuerungsgrenze bewegt. Je mehr sich der Operationsverstärker seiner Aussteuerungsgrenze nähert, desto geringer wird die Differenzspannung an seinen Eingängen. Durch die Gegenkopplung beschränkt sich der

Operationsverstärker in seiner Verstärkungswirkung selbst ab. Mathematisch beschreiben lassen sich diese Vorgänge unter der Annahme eines Widerstandsverhältnisses  $\frac{R_2}{R_1} \ll V$  durch

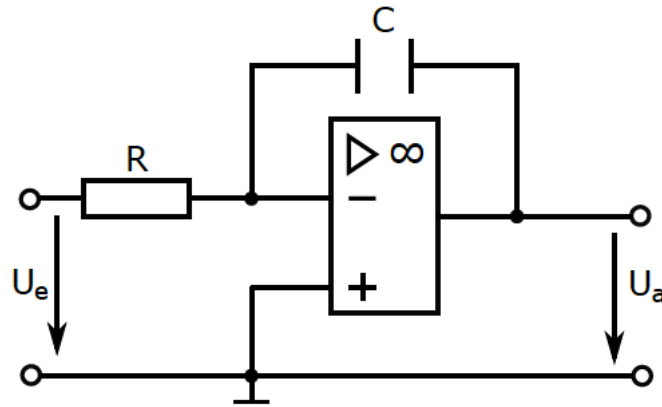
$$I_e = -I_a = \frac{U_e}{R_1} = -\frac{U_a}{R_2} \quad (6)$$

$$\Rightarrow \frac{U_a}{U_e} = V' = -\frac{R_2}{R_1}, \quad (7)$$

mit  $V'$  als Leerlaufverstärkung. Neben der Größe des Eingangssignals ist auch die Frequenz  $\nu$  des Eingangssignals für den Betrieb von Operationsverstärkern von Bedeutung. Für hohe Frequenzen zeigt sich, dass die Verstärkung rapide abnimmt. Die Grenzfrequenz ist erreicht, sobald das Signal auf einen Wert  $U_a = \frac{U_e}{\sqrt{2}}$  abgefallen ist [fredenau, 3].

### 3.3.2 Umkehr-Integrator

Wird der Widerstand  $R_2$  aus Figure 3 durch einen Kondensator ersetzt, so ergibt sich die in Figure 4 dargestellte Schaltskizze eines Umkehr-Integrators. Mithilfe von Inte-



**Abbildung 4:** Schaltskizze eines Umkehr-Integrators mit Operationsverstärker [3]

gratorschaltungen mit eingesetzten Operationsverstärkern lassen sich elektrische Signale integrieren. Dabei gilt die Beziehung

$$I_1 = \frac{U_e}{R} = -I_2 = -\frac{dQ}{dt} = -C \cdot \frac{dU_A}{dt}. \quad (8)$$

Für den Anfangswert  $U_A(t=0) = 0$  berechnet sich das zugehörige Integral zu

$$U_A = -\frac{1}{R \cdot C} \cdot \int_0^{t_1} U_E(t) dt \quad (9)$$

(nach [9]).

### 3.4 Invertierender Differenzierer

Werden bei sonst gleichbleibenden Aufbau die Positionen von Widerstand und Kondensator getauscht, führt die in Figure 5 abgebildete Schaltung die Funktion eines Differenzierers aus. Für die Ausgangsspannung eines invertierenden Differenzierers gilt die Gleichung

$$U_A = -R \cdot C \cdot \frac{dU_e}{dt} \quad (10)$$

nach [10].

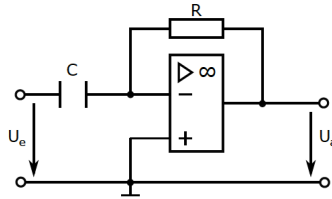


Abbildung 5: Invertierende Differenzierschaltung [3].

### 3.5 Schmitt-Trigger

Im Gegensatz zu den bisher betrachteten Schaltungen mit Gegenkopplung wird bei der Schmitt-Trigger-Schaltung der zurückgeführte Teil der Ausgangsspannung auf den nicht-invertierenden Eingang geschaltet. Diese Mitkopplung zeichnet sich daher durch eine Selbsterhaltung aus: das rückgeführte Ausgangssignal erhöht das Eingangssignal, es treten Hystereseeffekte in Erscheinung [1]. Als sogenannter Komparator vergleicht eine Schmitt-Trigger-Schaltung die Eingangsspannung mit einer Differenzspannung. Bei Überschreitung der Referenzspannung kippt die Schaltung auf den Wert ihrer positiven oder negativen Aussteuerungsgrenze. Die Kippspannung des Schmitt-Triggers berechnet sich

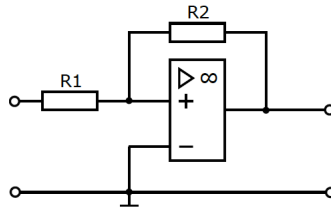


Abbildung 6: Schaltskizze eines Schmitt-Triggers [3]

nach [4] über die Relation

$$U_{\text{kip}} = U_B \cdot \frac{R_1}{R_P}, \quad (11)$$

wobei  $R_P$  den Widerstand bezeichnet, über welchen das Signal zurückgeführt wird. Eine Schmitt-Trigger-Schaltung mit nachgeschalteten Umkehr-Integrator lässt sich dazu

nutzen, Rechteck- oder Dreiecksspannungen zu erzeugen. Das Kippen der Schmitt-Trigger-Schaltung ist dabei der Auslöser für einen stetigen Sprung der Ausgangsspannung. Der theoretische Wert der Schwingungsfrequenz einer Dreieckschaltung berechnet sich nach [3] über

$$\nu_{\text{Dreieck}} = \frac{R_2}{4 \cdot C \cdot R_1 \cdot R_3}. \quad (12)$$

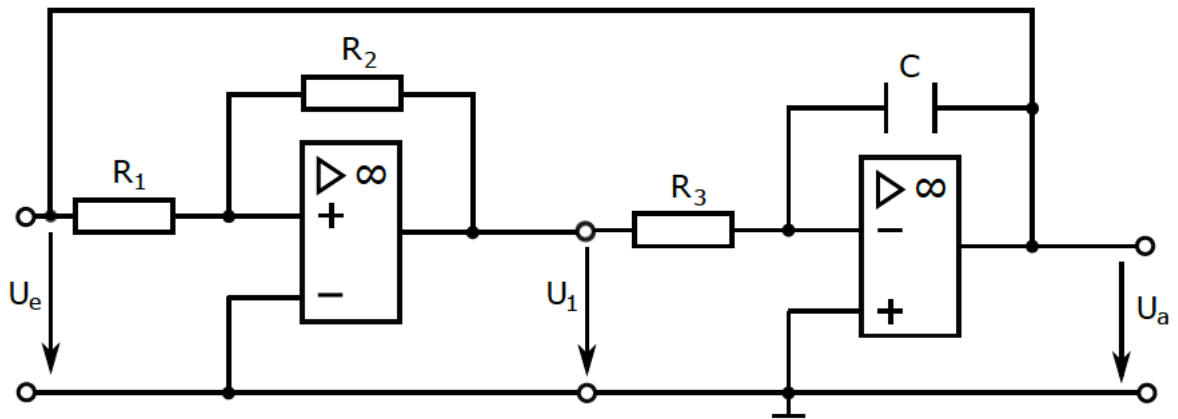


Abbildung 7: Darstellung einer Schaltung zur Signalgenerierung [3].

## 4 Aufbau und Durchführung

### 4.1 Aufbau

Abbildung 8: Skizze des Versuchsaufbaus

### 4.2 Durchführung

## 5 Durchführung

## 6 Ergebnisse

## 7 Auswertung

Für die Fehlerrechnung wird die empirische Standardabweichung

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (13)$$



und die Gaußsche Fehlerfortpflanzung

$$u_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\delta y}{\delta x_i} u_x \right)^2} \quad (14)$$

verwendet.

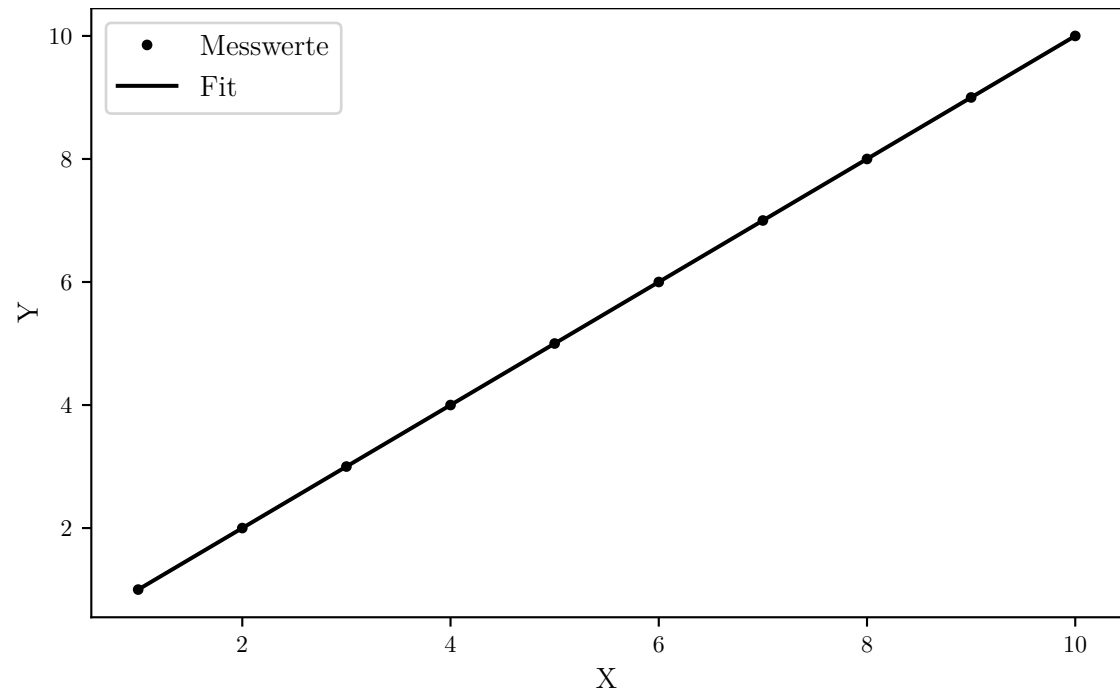


Abbildung 9: Plot

## 8 Diskussion

insert diskussion here

## Literatur

- [1] Horst Clausert et al. *Grundgebiete der Elektrotechnik 1*. 12. Aufl. Oldenbourg: De Gruyter Studium, 2014.
- [2] *Der Operationsverstärker*. URL: <https://www2.hs-fulda.de/~pfisterer/mt/mt8.pdf> (besucht am 26.10.2021).
- [3] TU Dortmund. *V51 - VSchaltungen mit Operationsverstärkern*. 2021.
- [4] Joachim Federau. *Operationsverstärker*. 7. Aufl. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2017.
- [5] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [6] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [7] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [8] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [9] *Operationsverstärker*. URL: <https://www.uni-muenster.de/Physik.AP/Veranstaltungen/F-Praktikum/anleitungen/Operationsverstaerker.pdf> (besucht am 26.10.2021).
- [10] *Operationsverstärker*. URL: <https://www.betzler.physik.uni-osnabrueck.de/Manuskripte/Elektronik-Praktikum/p2/opamp.pdf> (besucht am 26.10.2021).