

Révision

Exercice 1. Calculer Δf où

1. $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$f(x, y) = \ln(x^2 + y^2).$$

2. $f : \mathbb{R}^3 \setminus \{(0, 0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$f(x, y, z) = \frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}}$$

Exercice 2. Soit

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2, (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

Calculer

$$\int_{\Delta(ABC)} f \, ds$$

où $\Delta(ABC)$ est le triangle dans \mathbb{R}^3 avec les sommets

$$A = (1, 0, 0), \quad B = (0, 2, 0), \quad \text{et } C = (0, 1, 1).$$

Exercice 3. Calculer

$$\int_S z \, ds$$

où

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 4 \text{ et } z \geq 0\}$$

Exercice 4. Calculer

$$\int_S y \, ds,$$

où

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 3, \text{ et } 0 \leq z \leq 6\}$$

Exercice 5. Calculer

$$\min_{a,b,c \in \mathbb{C}} \int_0^{2\pi} |x^2 - a - be^{ix} - ce^{-ix}|^2 \, dx.$$

Exercice 6. Supposons que

$$\begin{cases} \partial_t u - \partial_{xx} u = 0, & t \geq 0, x \in (0, \pi), \\ u(t, 0) = u(t, \pi) = 0, \\ u(0, x) = 2 \sin(2x), & x \in (0, \pi). \end{cases}$$

Montrer que

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} u(t, x)e^{4t} = 2 \sin(2x).$$

Exercice 7. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction 2π - périodique définie par

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } -\pi < x \leq 0, \\ 3 & \text{si } 0 < x < \pi. \end{cases}$$

Calculer la série de Fourier de f et étudier sa convergence à $x = 0$.

Exercice 8. Soit f une fonction 2π - périodique définie par

$$f(x) = x^2, \text{ si } x \in (0, 2\pi).$$

Calculer la série de Fourier de f .

Et aussi les exercices suivants :

1. Exercices 3, 5 de série 1.
2. Exercices 5, 6 de série 2.
3. Exercices 2, 3, 4 de série 3.
4. Exercices 4, 5 de série 4.
5. Exercices 1, 3 de série 5.
6. Exercices 2, 3 de série 6.
7. Exercices 2, 5 de série 7.
8. Exercices 2, 4 de série 8.
9. Exercices 1, 3 de série 10.
10. Exercices 1, 4 de série 11.
11. Exercices 2, 3 de série 12.