

# Biologia Quantitativa

## Dispersão de Organismos na Paisagem:

### Poisson, Uniforme, Binomial

Depto de Zoologia  
16 de março de 2021

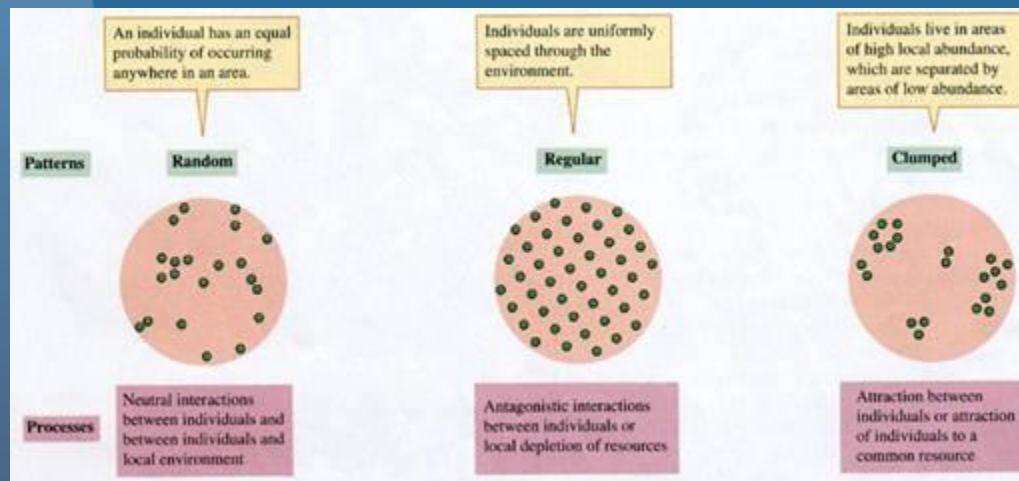
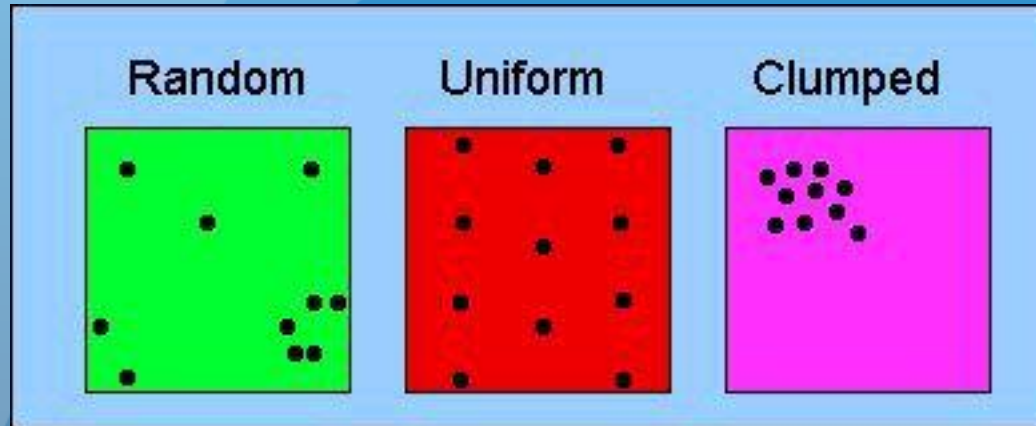
# Roteiro da Aula

- Andrade e Ogliari sec 4.4.3 e 4.5 Poisson
- Andrade e Ogliari 4.4.2 Binomial
- Vieira Bioestatística cap 9 Binomial
- Sokal e Rohlf cap 5.2 (binomial) 5.3 (poisson)
- Ludwig & Reynolds Statistical Ecology cap 3

# Tipos de dispersão

- Aleatória - a presença do organismo é independente da presença dos demais
- Uniforme - o espaçamento entre organismos é maior do que seria esperado ao acaso - interação negativa
- Agregada - os organismos tem distribuição mais agregada do que ao acaso - interações positivas

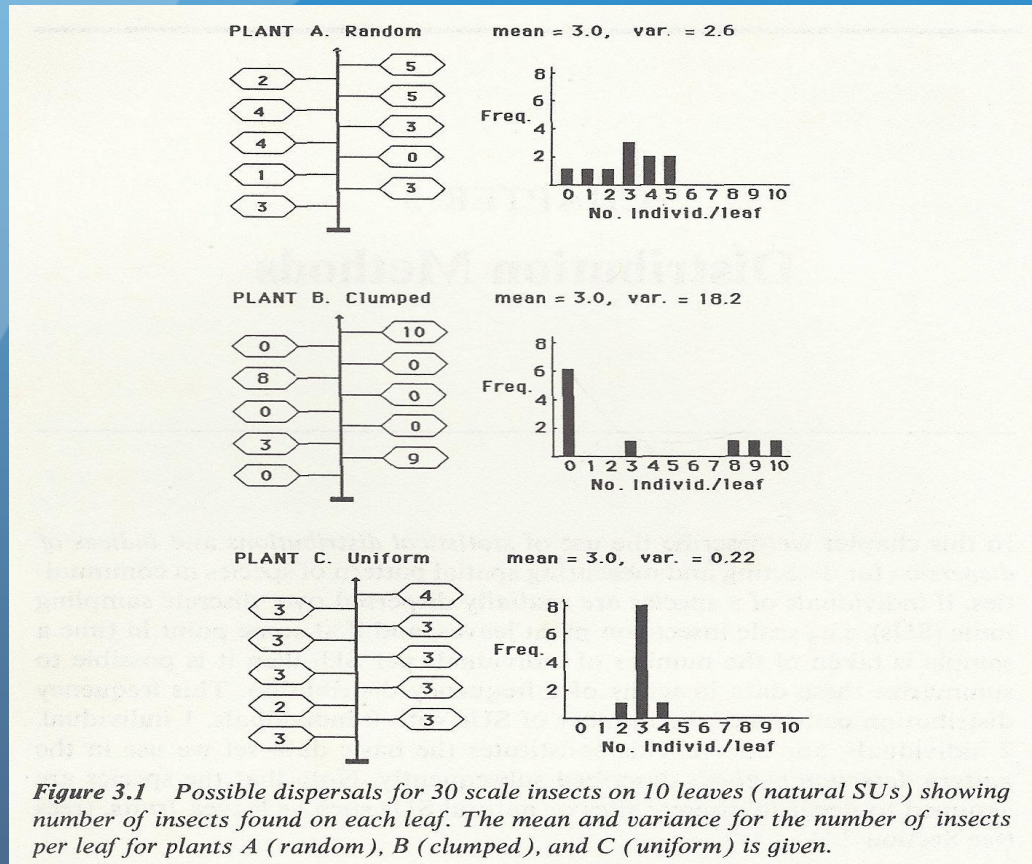
# Distribuição Espacial



# Distribuições e tipo de dispersão

- Poisson - aleatória - média igual à variância
- Binomial negativa - média menor que a variância - agregada
- Binomial positiva - média maior que a variância - uniforme
- Um teste prático para estimar agregação é simplesmente calcular a razão média/variância
- Entretanto isto não quer dizer que a distribuição seja uma das acima
- O teste mais aceito hoje é o índice de morisita, que representa um estimador não tendencioso da distribuição estatística

# Médias e Variâncias



# Distribuição Poisson

- Usada para contagem de indivíduos por intervalo de tempo, comprimento, área ou volume.
- Valores por unidade tem de ser baixos para poder usar (escala)
- Cada unidade tem igual probabilidade de ocorrência de indivíduos
- A ocorrência de indivíduos não afeta a probabilidade de presença de outros
- Cada unidade está igualmente acessível
- Hipótese: número de indivíduos por amostra é de distribuição poisson. Se  $H_0$  for rejeitada, sabemos apenas que não é aleatória, mas não a qual pertence

# Distribuição Poisson

Pode esse padrão de dispersão aleatória ser descrito matematicamente? A resposta é sim, e a descrição é feita através de um modelo, cuja função de probabilidade, ou seja, a probabilidade de encontrar  $x$  indivíduos por quadrante, é dada por:

$$Prob(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \times \lambda^x}{x!} \quad (4.7)$$

com  $x = 0, 1, 2, 3, \dots$ , onde  $e$  é o número de Euler e vale 2,718282 e  $\lambda > 0$  é o parâmetro da distribuição e corresponde ao número médio ou esperado de

---

<sup>2</sup> O nome desta distribuição está associado ao matemático francês Siméon Denis Poisson (1781-1840).

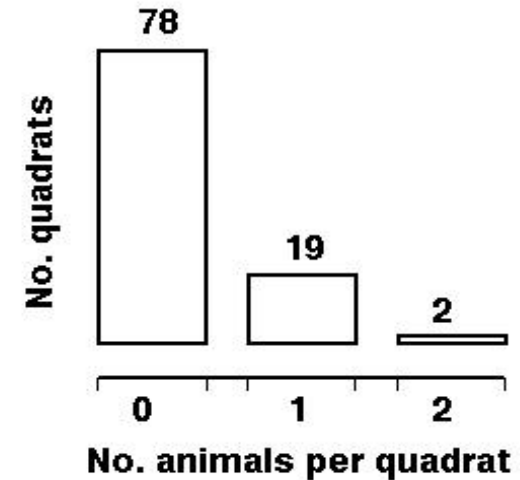
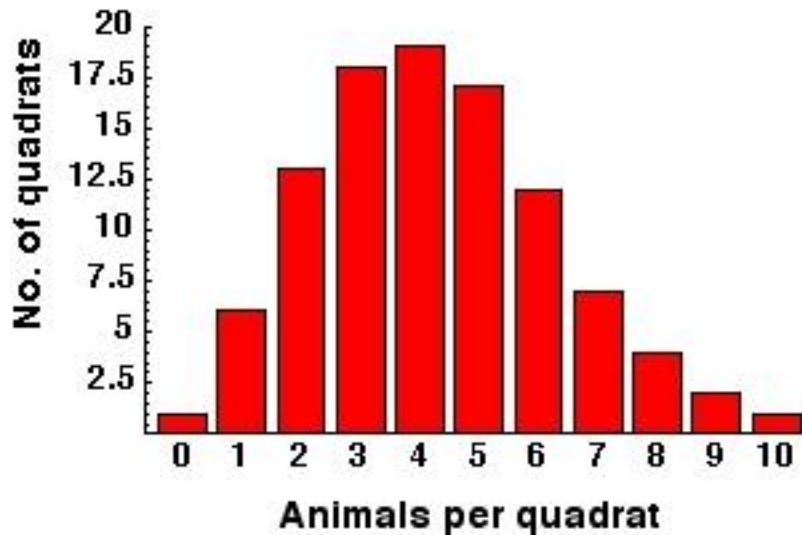


# Distribuição Poisson

Abaixo esq: poisson média 4.3

Abaixo dir: poisson média 0,25 n=25 100 quadrats

Dir: distribuição palmeiras em Penang, Malásia



# Distribuição Binomial

## 4.5 Aproximação da distribuição binomial pela distribuição de Poisson

O modelo de Poisson pode ser considerado como limite da distribuição binomial, isto é, para valores de  $n$  **grande** (fazendo-se  $n$  cada vez maior) e  $\pi$  **pequeno** (fazendo-se  $\pi$  cada vez menor), verifica-se a seguinte aproximação:

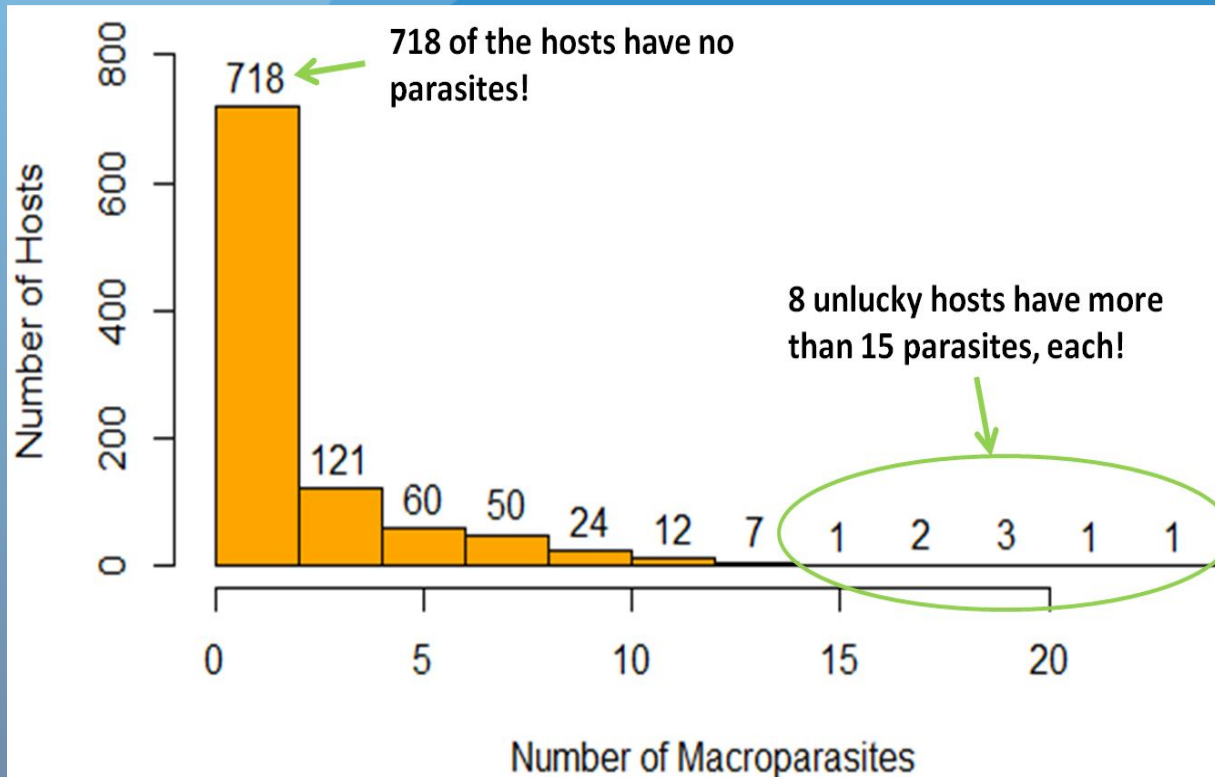
$$\binom{n}{x} \pi^x (1 - \pi)^{n-x} \cong \frac{e^{-\lambda} \times \lambda^x}{x!}, \text{ com } x = 0, 1, 2, \dots, n, \quad (4.8)$$

com parâmetro  $\lambda = n\pi$ , a média da distribuição binomial. Observemos que, no lado esquerdo de (4.8), temos a função de probabilidade da binomial; e, no lado direito, a função de probabilidade da Poisson, com parâmetro dado pela média da binomial. Para saber se a aproximação é boa, uma recomendação prática é verificar se a desigualdade  $n\pi \leq 10$  é válida. No Apêndice H estão apresentadas algumas situações do cálculo das probabilidades usando os dois modelos. Podemos notar que para  $n \geq 500$  e  $\lambda \leq 10$  a aproximação é boa.

# Distribuição Binomial / Negativa

- Mais usada de todas para modelar dados agregados.
- Aplica-se no caso de duas premissas da poisson não serem válidas: a) cada amostra ter probabilidade igual de hospedar organismo e b) presença de organismo não afeta a ocorrência dos demais.
- Indicada por alta variância em relação à média
- Dois parâmetros: média e  $k$  = parâmetro indicando grau de agregação

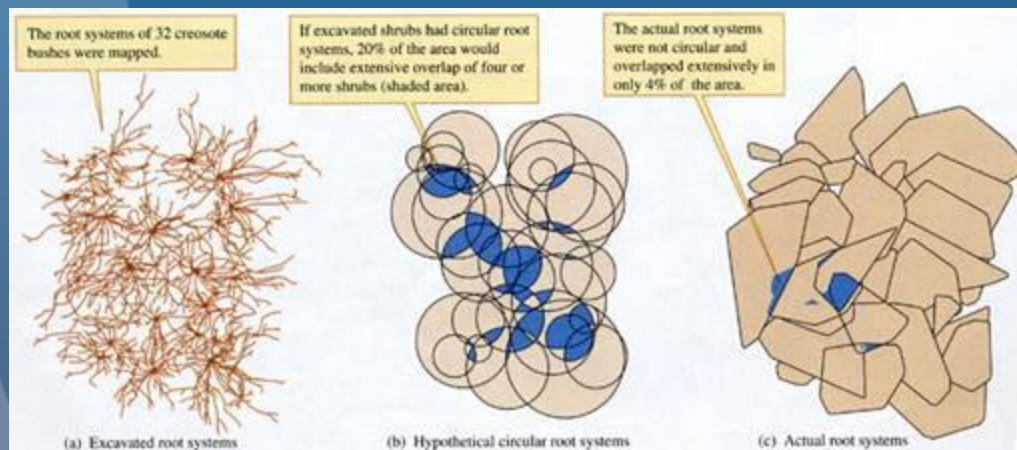
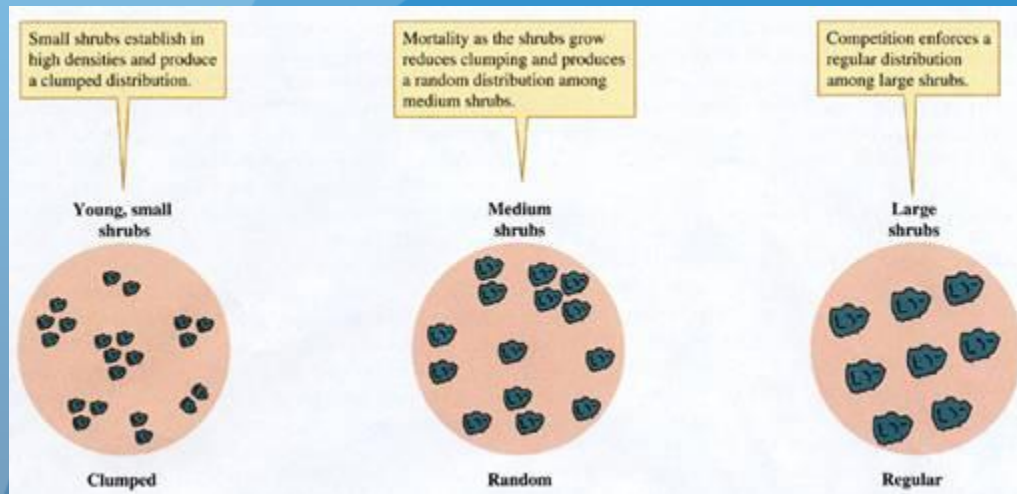
# Agregação de Parasitas



# Distribuição Binomial / Positiva

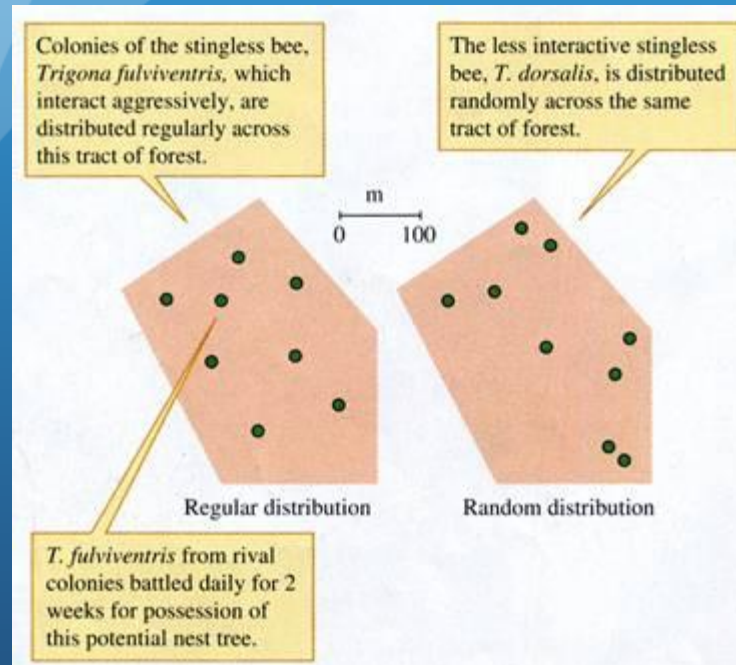
- Assim como a binomial negativa, usada quando as premissas da poisson não se aplicam
- Entretanto está associada a baixa variância em relação à média
- Interações negativas levam a super-dispersão

# Interações Intra-Específicas





# Abelhas - Hubbell e Johnson



# Como medir

- Métodos diversos
- Quadrat
- Transectos
- Contagens instantâneas



# Quadrats - Curso Biomar 2011



# Ajustar Distribuição

- Trabalho de Elida Cunha (2011) distribuição cupins
- Índice de morisita para gerar hipótese
- Agregada ou poisson?
- Gerou distribuição esperada
- Comparou com observada qui-quadrado

# Cupins - Iporá - GO

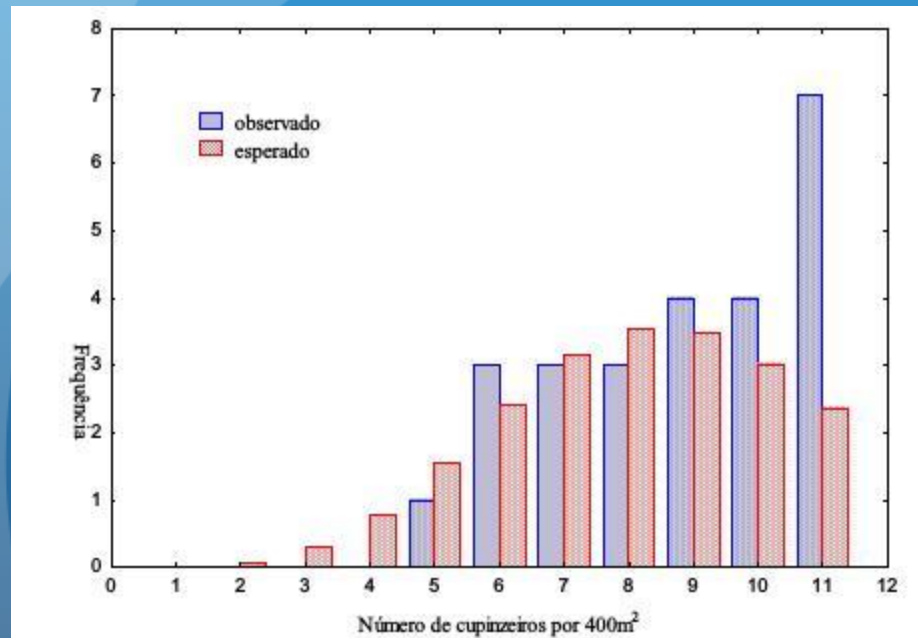
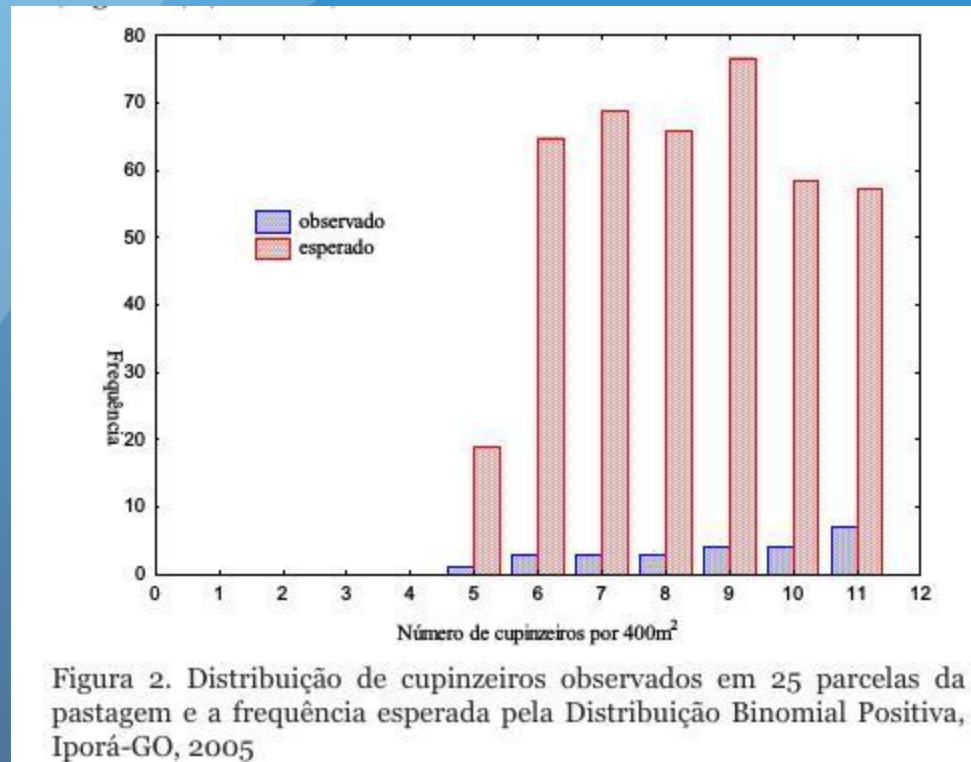


Figura 1. Distribuição de cupinzeiros observados em 25 parcelas da pastagem e a frequência esperada pela Distribuição Poisson, Iporá-GO, 2005.

# Cupins - Iporá - GO





# Ajustar Distribuição

- Lima-Ribeiro e Prado 2007 árvore Vernonia aurea cerrado Caiapônia, GO
- Distribuição Poisson (aleatória) e binomial negativa (agregada)
- Teste G (esperado vs observado)
- Índice de dispersão

# Ajustar Distribuição

**Tabela 2.** Distribuição de frequências esperadas de acordo com a Distribuição Binomial Negativa e cálculos do teste G para parcelas de tamanho 0,09 m<sup>2</sup> em um fragmento de Cerradão no extremo oeste do município de Caiapônia, Goiás, Brasil.

Nº indivíduos por parcela (r)	Interior do fragmento			Borda do fragmento		
	Frequências		Teste G cumulativo	Frequências		Teste G cumulativo
	Fo(r)	Fe(r)		Fe(r)		
0	72	71,20	0,80	52	52,75	-0,75
1	59	59,19	0,61	54	50,15	3,24
2	31	35,34	-3,46	34	36,69	0,65
3	24	18,35	2,99	21	24,16	-2,29
4	5	8,81	0,16	16	15,03	-1,29
5	7	4,02	4,04	10	9,02	-0,26
6	1	1,77	-	6	5,28	0,51
7	1	1,32	-	2	3,04	-0,33
8	-	-	-	4	1,72	-
9	-	-	-	1	2,16	-
-	*2	*3,09	3,17	*5	*3,88	0,94
Total	200	200,0	G = 6,34	200	200,0	G = 1,88

Fo(r): distribuição de frequências observadas (número de parcelas com 0, 1, 2, ..., r indivíduos); Fe(r): distribuição de frequências esperadas (modelo teórico); \*Somatória das frequências esperadas menores que três. Suas respectivas frequências observadas também foram somadas para o cálculo do teste G.

# Ajustar Distribuição

**Tabela 1.** Distribuição de frequências esperadas de acordo com o modelo de Poisson e cálculos do teste G para parcelas de tamanho  $0,09 \text{ m}^2$  em um fragmento de Cerradão no extremo oeste do município de Caiapônia, Goiás, Brasil.

Nº indivíduos por parcela (r)	Interior do fragmento			Borda do fragmento		
	Frequências		Teste G cumulativo	Frequências		Teste G cumulativo
	Fo(r)	Fe(r)		Fo(r)	Fe(r)	
0	72	54,24	20,39	52	28,48	31,31
1	59	70,78	9,65	54	55,48	29,85
2	31	46,18	-2,71	34	54,10	14,06
3	24	20,08	1,57	21	35,16	3,24
4	5	6,56	0,21	16	17,14	2,14
5	7	1,72	-	10	6,68	6,17
6	1	0,38	-	6	2,18	-
7	1	0,06	-	2	0,60	-
8	-	-	-	4	0,14	-
9	-	-	-	1	0,04	-
-	*9	*2,16	13,06	*13	*2,96	25,40
Total	200	200,0	G = 26,13	200	200,0	G = 50,80

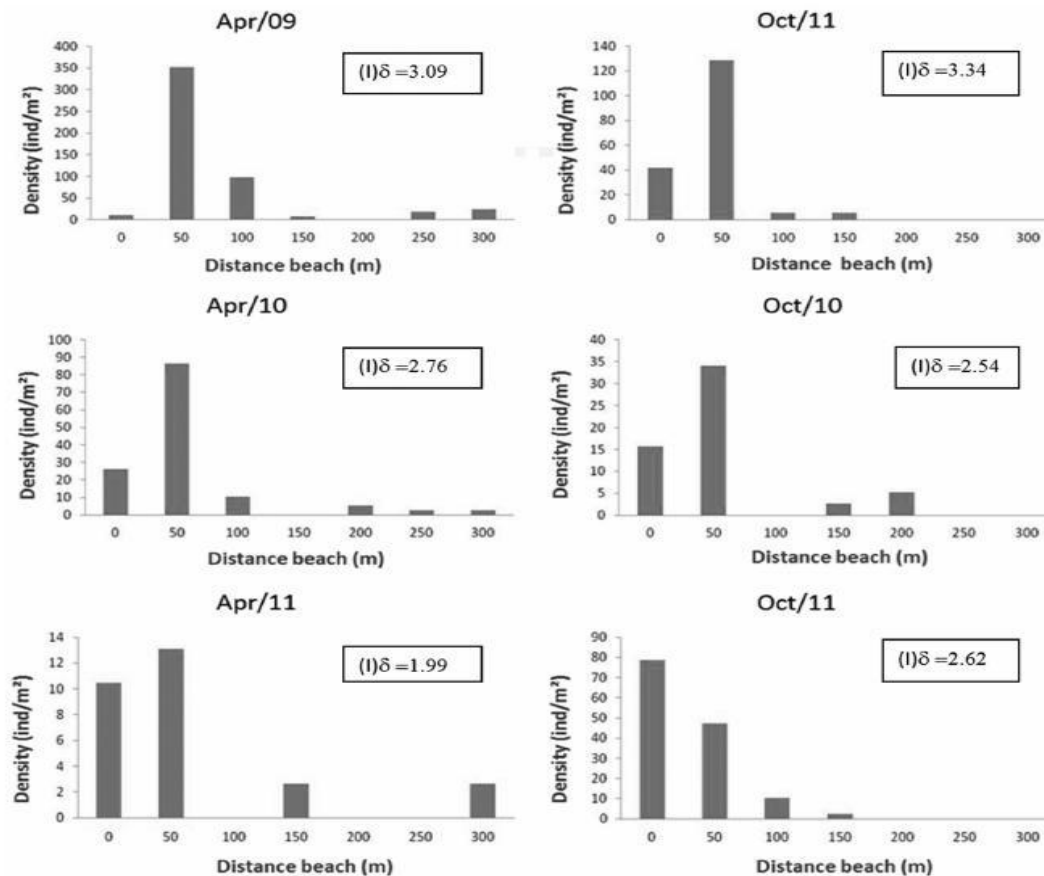
Fo(r): distribuição de frequências observadas (número de parcelas com 0, 1, 2, ..., r indivíduos); Fe(r): distribuição de frequências esperadas (modelo teórico); \*Somatória das frequências esperadas menores que três. Suas respectivas frequências observadas foram somadas para o cálculo do teste G.

# Ajustar Distribuição

- Medeiros et al 2015 distribuição moluscos em estuários
- Diversas distâncias a partir do litoral
- Densidades
- Índice de morisita



# Ajustar Distribuição



**Figure 5.** Average density of *Donax striatus*, in the estuary of Apodi/Mossoró River, Rio Grande do Norte State (RN), Northeast Brazil, according to different sampling times (Apr/09, Oct/09, Apr/10, Oct/10, Apr/11, and Oct/11) and corresponding Morisita index values ( $I\delta$ ).

# Índices de Agregação

- Variância - Média
- Binomial negativa -  $k$
- Coeficiente de Green
- Índice de Morisita
- Distancia - vs regularidade

# Abordagem Frequencista

- Desenho experimental / observacional pré-definido Bolker p.10
- Calcular probabilidade de resultado particular, definido como a frequência média daquele resultado em uma sequência a longo prazo de experimentos repetidos.
- Calcular o valor  $p$ , ou seja a probabilidade do resultado particular ou de resultados mais extremos dada uma hipótese nula
- Caso a probabilidade for baixa, rejeitar a hipótese nula
- Críticas: mesmo com valores de  $p$  baixos ( $< 5\%$ ), rejeita-se a hipótese nula em alguns casos - um em 20 para 5%. Se o  $p > 5\%$  aceitamos a hipótese nula com o risco da mesma ser falsa.

# Abordagem Frequencista Slide 2

- Problemas com hipótese nula:
- Pode ser rejeitada mesmo com diferenças pequenas em relação à alternativa, em situações de grandes amostras que dão significancia estatística.
- Hipótese nula pontual (ex: inclinação da reta=0) não é realista. O teste acaba por depender de termos dados suficientes para rejeitar a hipótese nula.
- Recomendação (Bolker). Melhor estimar os valores dos parâmetros biologicamente significativos e obter seus intervalos de confiança do que centrar nos valores de p.

# Abordagem Bayesiana (Bolker)

- Os dados observados são a realidade. Os parâmetros ou hipóteses tem distribuições probabilísticas
- Frequencista: existe um conjunto de parâmetros reais. Os dados experimentais fazem parte de uma distribuição de possíveis resultados.
- Vantagens da abordagem bayesiana: respostas são derivadas dos dados e não de uma sequencia hipotética de repetições; permite fazer afirmativas sobre probabilidades de diferentes hipóteses ou valores de parâmetros.
- Dificuldades: na estatística Bayesiana as probabilidades das hipóteses tem de ser definidas a priori.
- Vantagens bayesianas: se há dados anteriores para incorporar à análise; modelos complexos multivariáveis; lacunas de dados; apoio à decisão (eventos raros/catastróficos)

# Abordagem por Estimadores- Bolker

- Estimativa por máxima verossimilhança ( Andrade e Ogliari sec 7.2). Combinado com análise frequencista.
- Dado um modelo estatístico, este método obtém o conjunto de parâmetros que maximizam a probabilidade de ocorrência dos dados observados.
- Geralmente usa-se o logaritmo da máxima verossimilhança (log-likelihood)
- Aceita-se um intervalo de 2 unidades log e  $e^{-2} \sim 1/7.4 = 14\%$
- Outra abordagem: em amostragem repetida, distribuição do log negativo segue qui-quadrado. Usa se 95% da distribuição qui-quadrado ou 1.92 unidades log ou razão  $e^{1.92} = 6.82$  como fator de decréscimo. Fora do intervalo apenas 5% no tempo