Université de Monastir

Institut Supérieur d'Informatique et de Mathématiques de Monastir

Travaux pratiques signaux et systèmes continus et discrets

TP N°1 : Etude des systèmes asservis linéaires

Réalise par :

Yasser Jamil

Aida Houas

Gaith samali

But de manipulation :

- Etude de la réponse indicielle du système du premier ordre et celle du deuxième ordre.
- Etude de la réponse fréquentielle d'un système du premier ordre et celle du second ordre.

Etude théorique :

1-Définition d'un système du premier ordre :

1. Equation différentielle

$$\tau\frac{ds(t)}{dt}+s(t)=Ke(t)$$

Avec :

- ***e(t)*** : entrée su système ;
- ***s(t)*** : sortie du système ;
- ***K*** : gain statique ;
- ***τ*** : constante du temps.
-

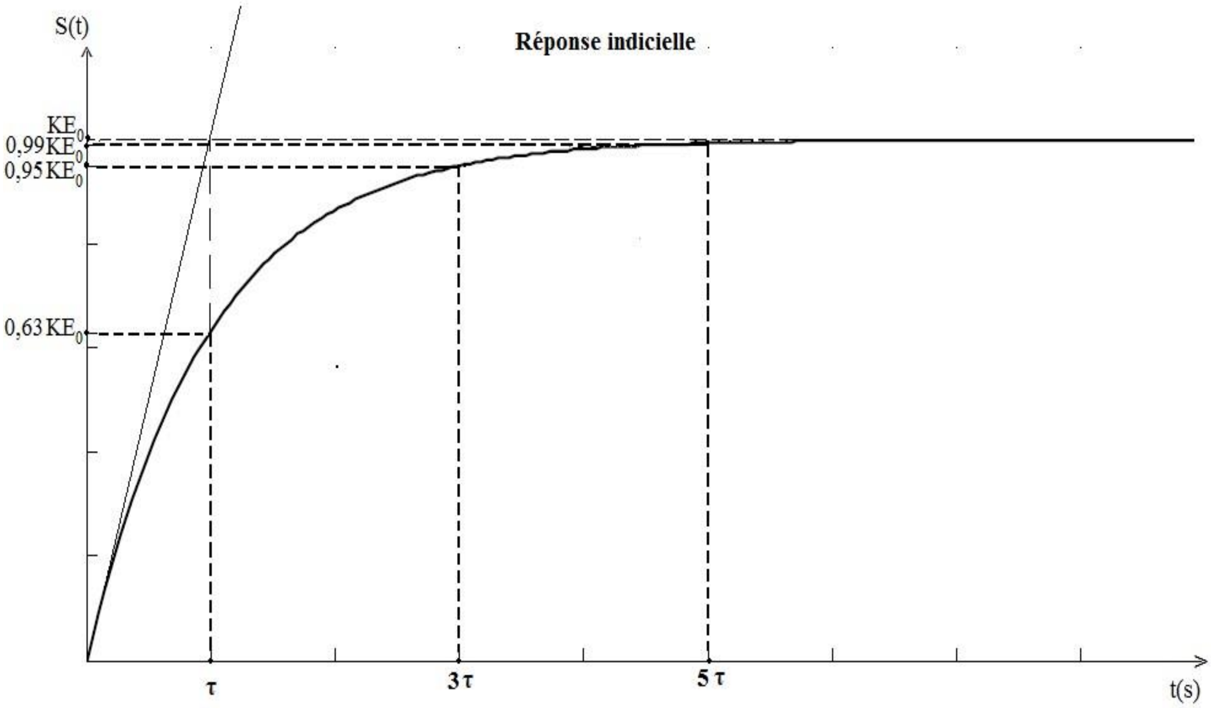
2. Fonction de transfert

$$H(p)=\frac{S(p)}{E(p)}=\frac{K}{\tau p+1}$$

3. Réponse indicielle

Soit l'entrée du système e(t) un échelon d'amplitude E0.
L'expression de la sortie est :

$$s(t) = KE_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$



4. Etude fréquentielle

Pour une entrée sinusoïdale $e(t) = A \sin(\omega t)$, la sortie est de la forme :

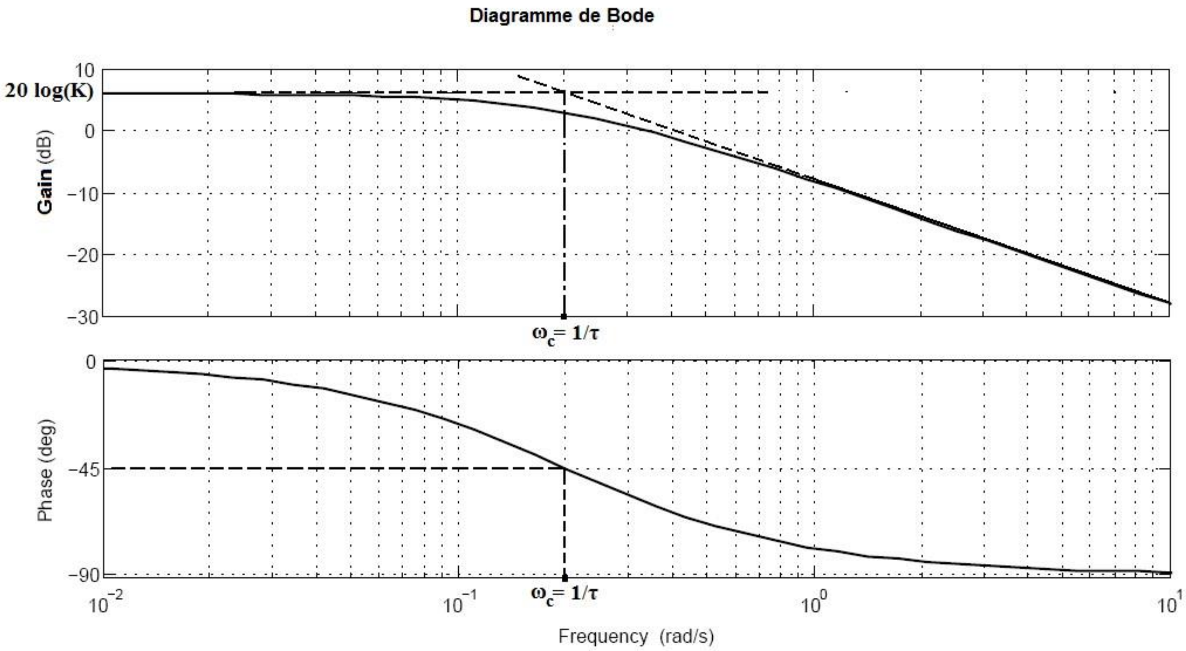
$$s(t) = A|H(j\omega| \sin(\omega t + Arg\{H(j\omega)\})$$

- **Gain (dB) :**

$$G_{dB}(\omega) = 20\, log_{10}|H(j\omega)| = 20\, log_{10}\left(\frac{K}{\sqrt{1+\tau^2\omega^2}}\right)$$

- **Phase (°) :**

$$\varphi(\omega) = Arg\{H(j\omega)\} = -arctg(\tau\omega)$$



2-Définition d'un système du deuxième ordre :

1. Equation différentielle

$$\frac{d^2s(t)}{dt^2} + 2m\omega_0\frac{ds(t)}{dt} + {\omega_0}^2 s(t) = Ke(t){\omega_0}^2$$

Avec

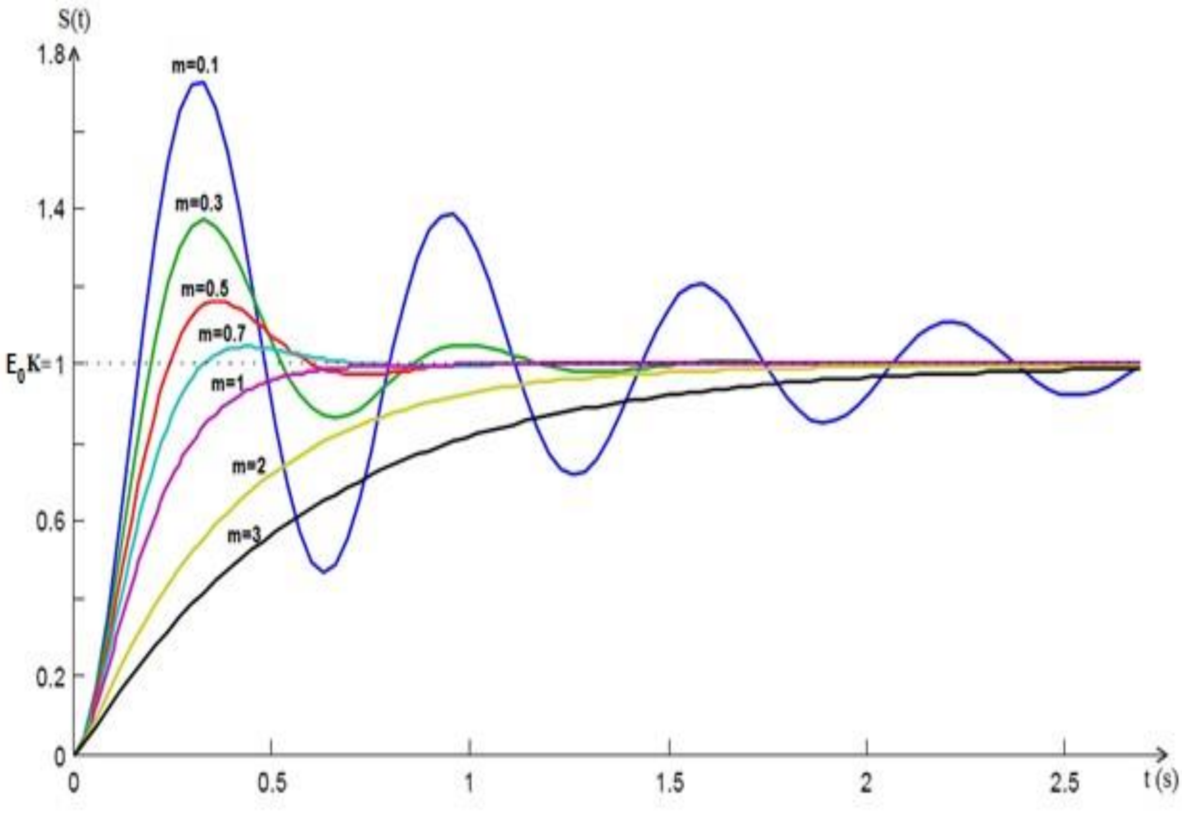
- ***e(t)*** : entrée du système ;
- ***s(t)*** : sortie du système ;
- ***K*** : gain statique du système ;
- ***m*** : coefficient d'amortissement (*m>0*) ;
- $\boldsymbol{\omega_0}$: pulsation propre du système (*rad/s*).

2. Fonction de transfert

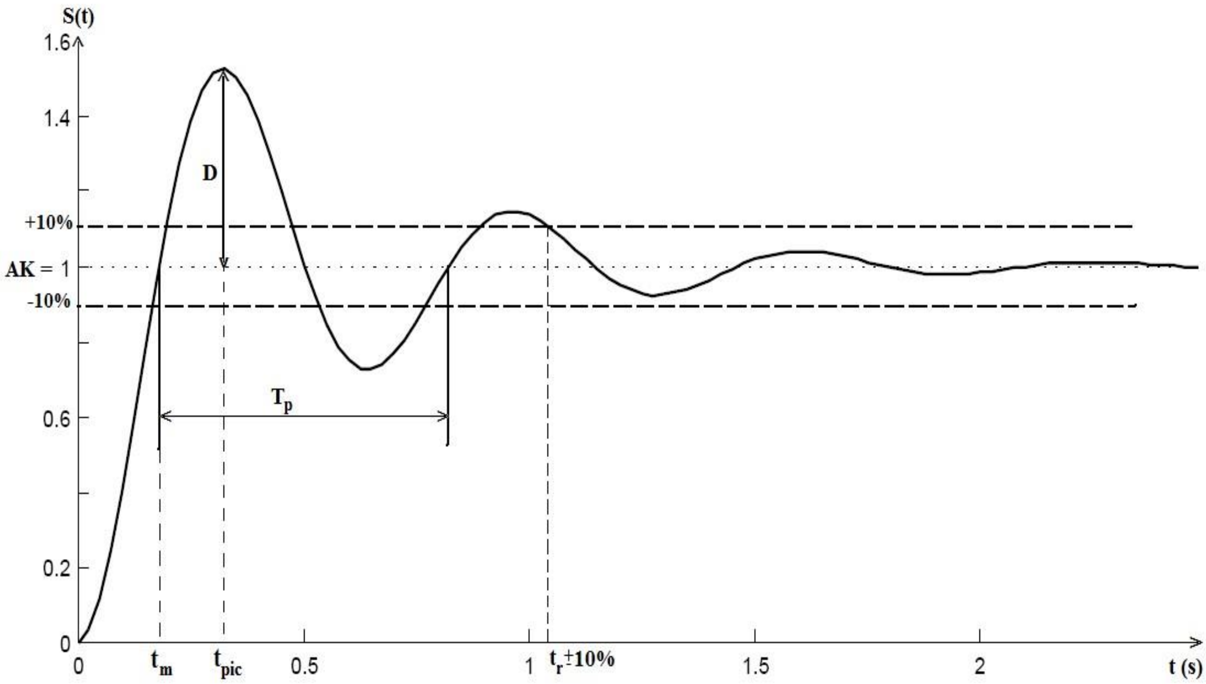
$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K{\omega_0}^2}{p^2 + 2m\omega_0 p + {\omega_0}^2}$$

3. Réponse indicielle

- *pour m > 1 :* régime **apériodique** et *H(p)* possède deux pôles réels.
- *pour m = 1 :* régime **apériodique critique** et *H(p)* possède un pôle double.
- *pour m < 1 :* régime **pseudopériodique** et *H(p)* possède deux pôles complexes conjugués.
-



4. Régime pseudopériodique



- *Dépassement :* $D(\%) = 100.\frac{S_{max} - S_\infty}{S_\infty} = 100.e^{-\frac{\pi m}{\sqrt{1-m^2}}}$

- *Temps de pic :* $t_{pic} = \frac{\pi}{\omega_0\sqrt{1-m^2}}$

- Pseudo-période : $T_p = \frac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1-m^2}}$

- *Facteur de résonnance :* $M = \frac{1}{2m\sqrt{1-m^2}}$

- *Pulsation de résonnance :* $\omega_R = \omega_0\sqrt{1-2m^2}$

5. Etude fréquentielle

La réponse harmonique d'un système de second ordre est :

$$H(j\omega) = \frac{K}{\left(1 - \frac{\omega^2}{{\omega_0}^2}\right) + \frac{2jm\omega}{\omega_0}}$$

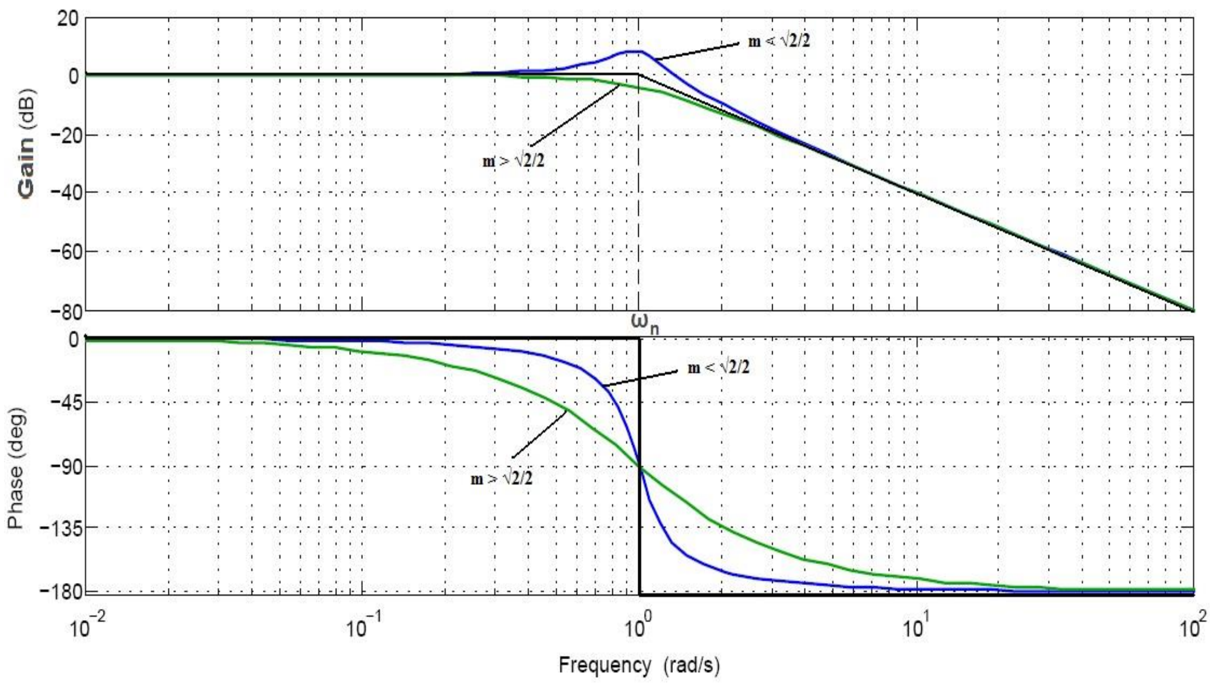
- **Gain (dB) :**

$$G_{dB}(\omega) = 20\, log_{10}|H(j\omega)| = 20\, log_{10}\left(\frac{K}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{{\omega_0}^2}\right)^2 + \frac{4m^2\omega^2}{{\omega_0}^2}}}\right)$$

- **Phase (°) :**

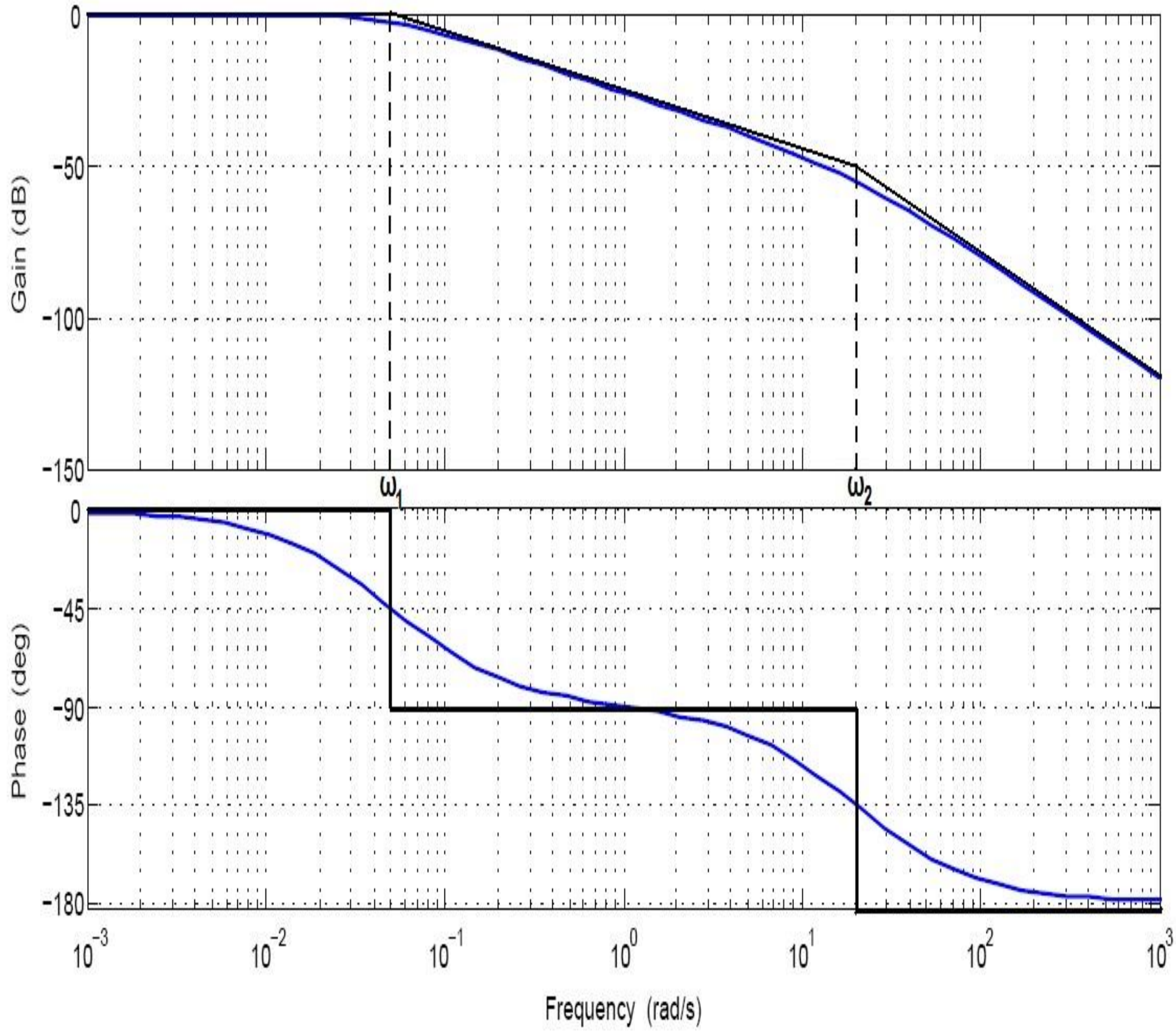
$$\varphi(\omega) = Arg\{H(j\omega)\} = -arctg\left(\frac{2m\omega_0\omega}{{\omega_0}^2 - \omega^2}\right)$$

☐ *0<m<1 :*



$\omega_n = \omega_0\sqrt{1-2m^2}$ est appelée **pulsation de résonance**.

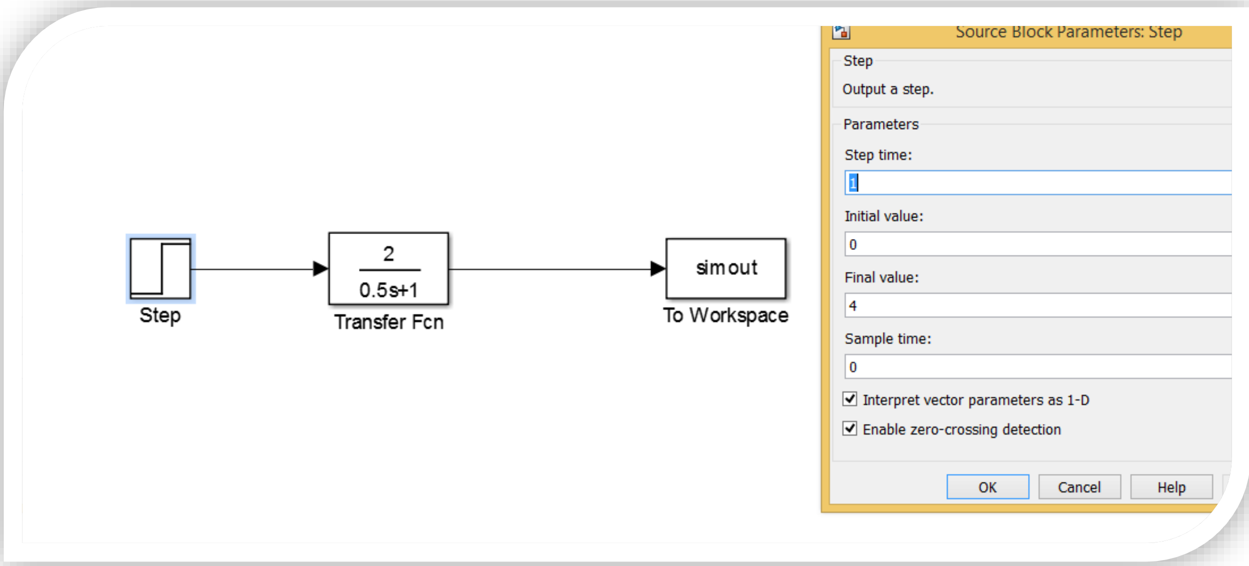
□ *m>1 :*

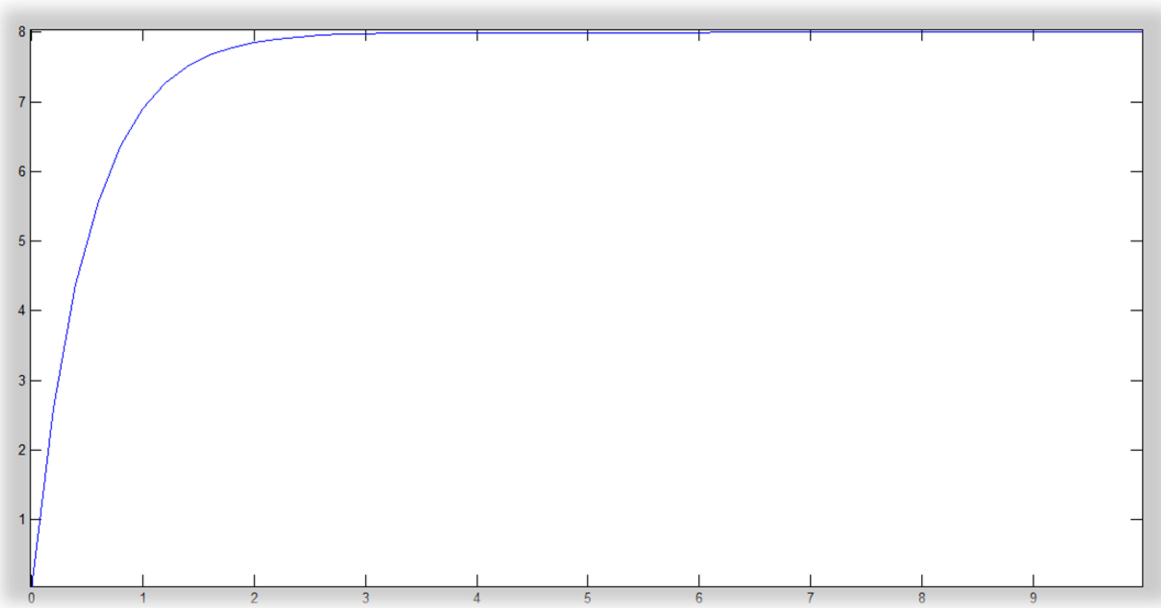


Manipulation :

1-Etude de la réponse indicielle du premier ordre :

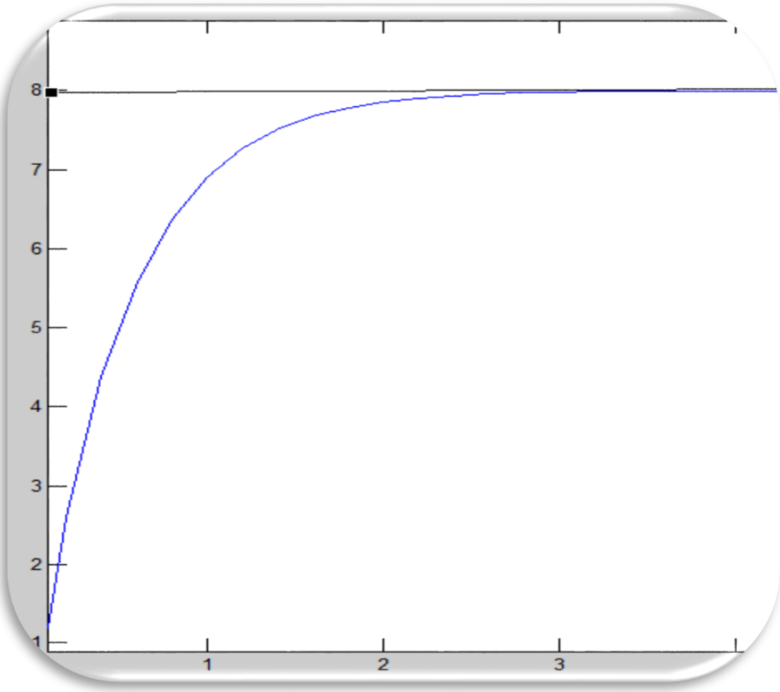
1/





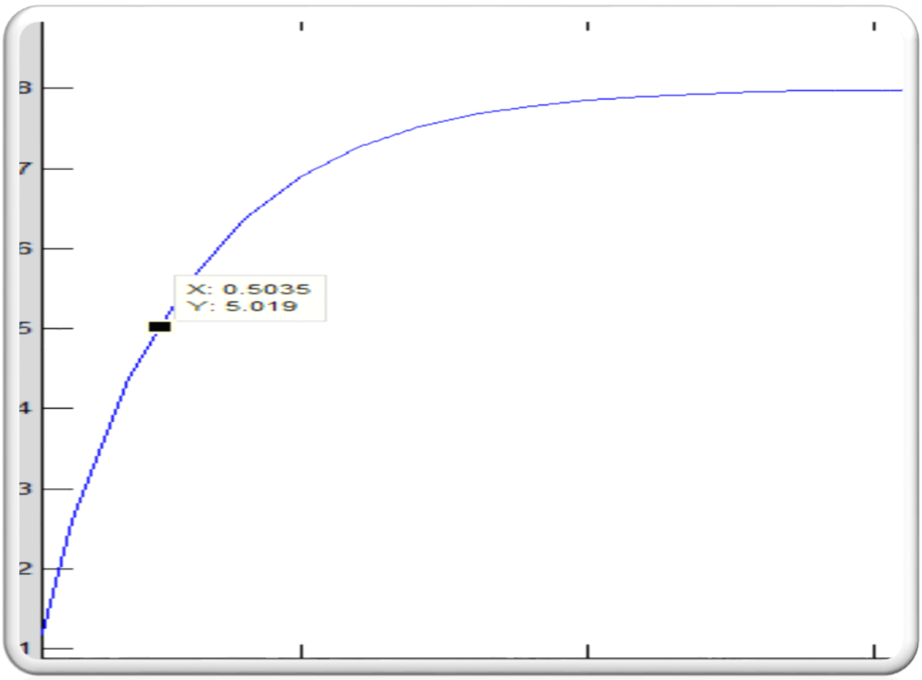
2/

La valeur en régime permanent est égale a KU0 = 8



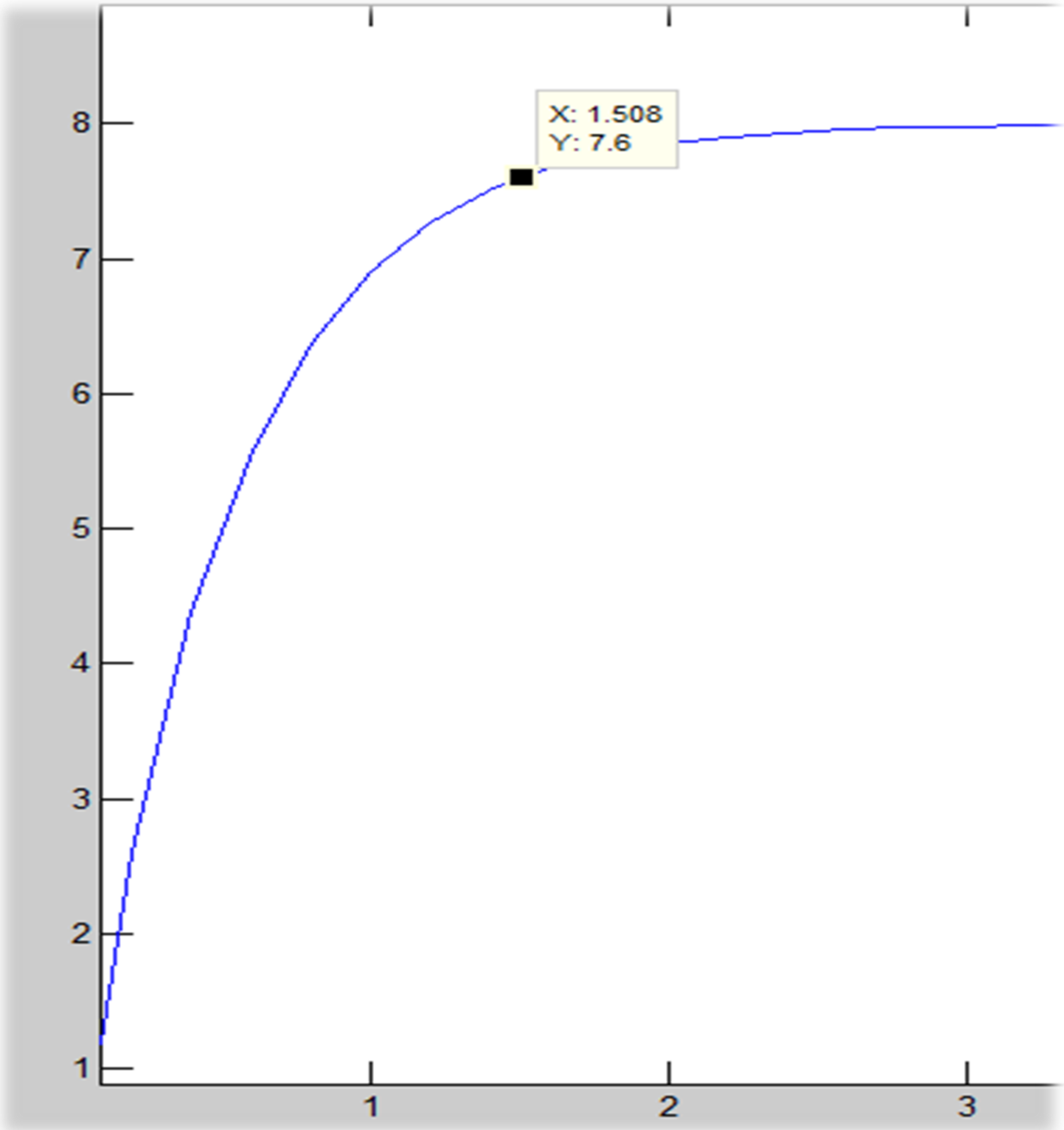
Pour t = T, y(t) atteint 63% de la valeur en régime permanent

63% = 5.04.



3/

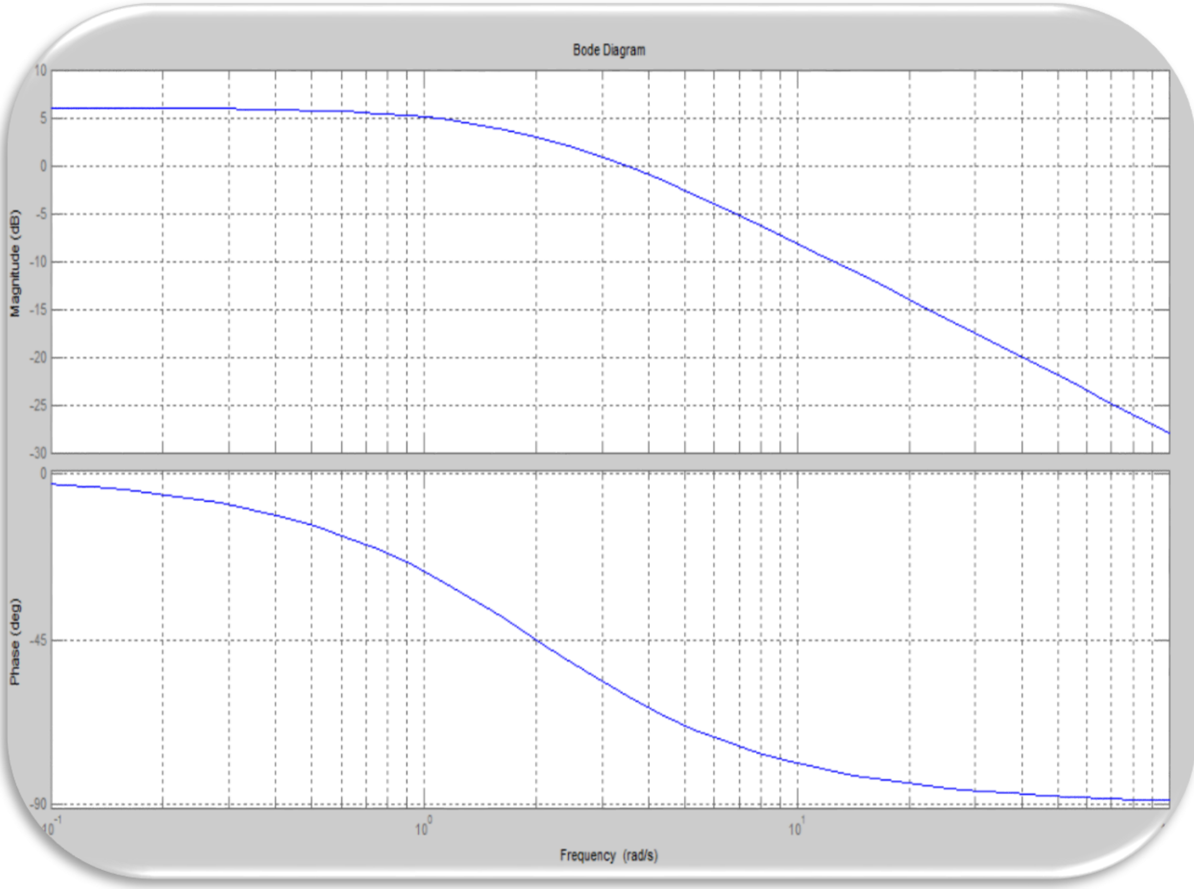
Pour tr = 3T on a : 95% de la valeur en régime permanent (7.6)



2-Etude de la réponse fréquentielle du premier ordre :

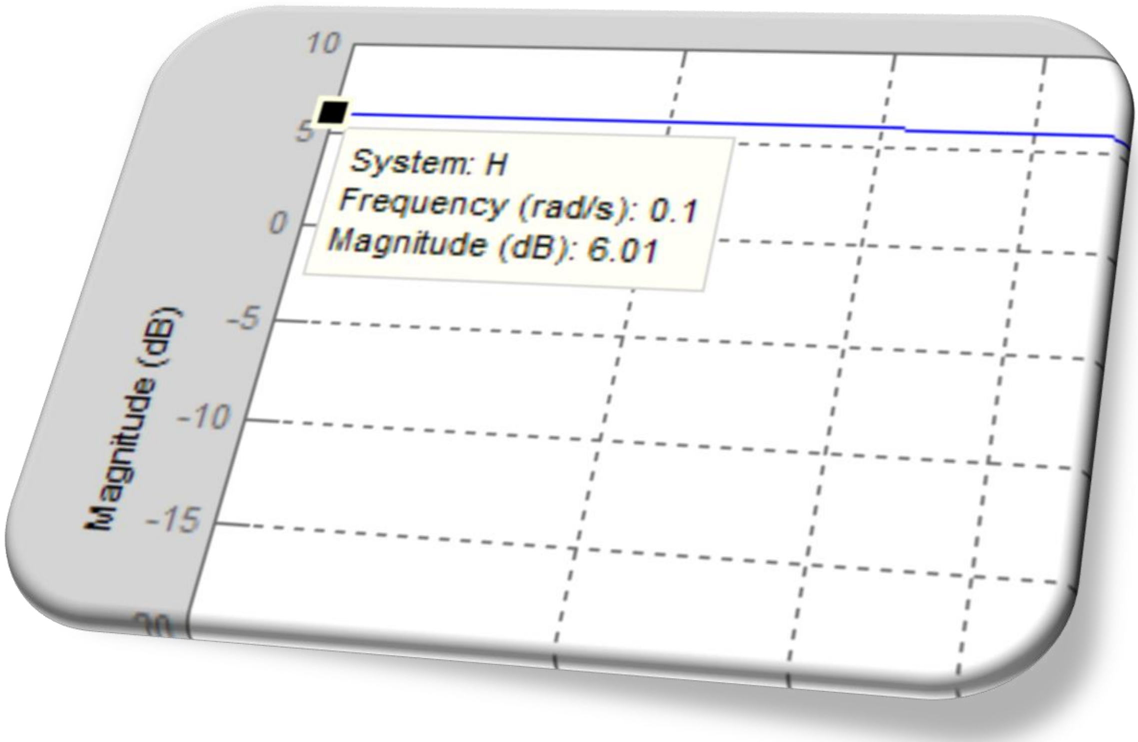
1/

```
clc
close all
num = [2]
den =[0.5 1];
H=tf(num,den)
figure(1),
bode (H,[0.02,200])
grid
```



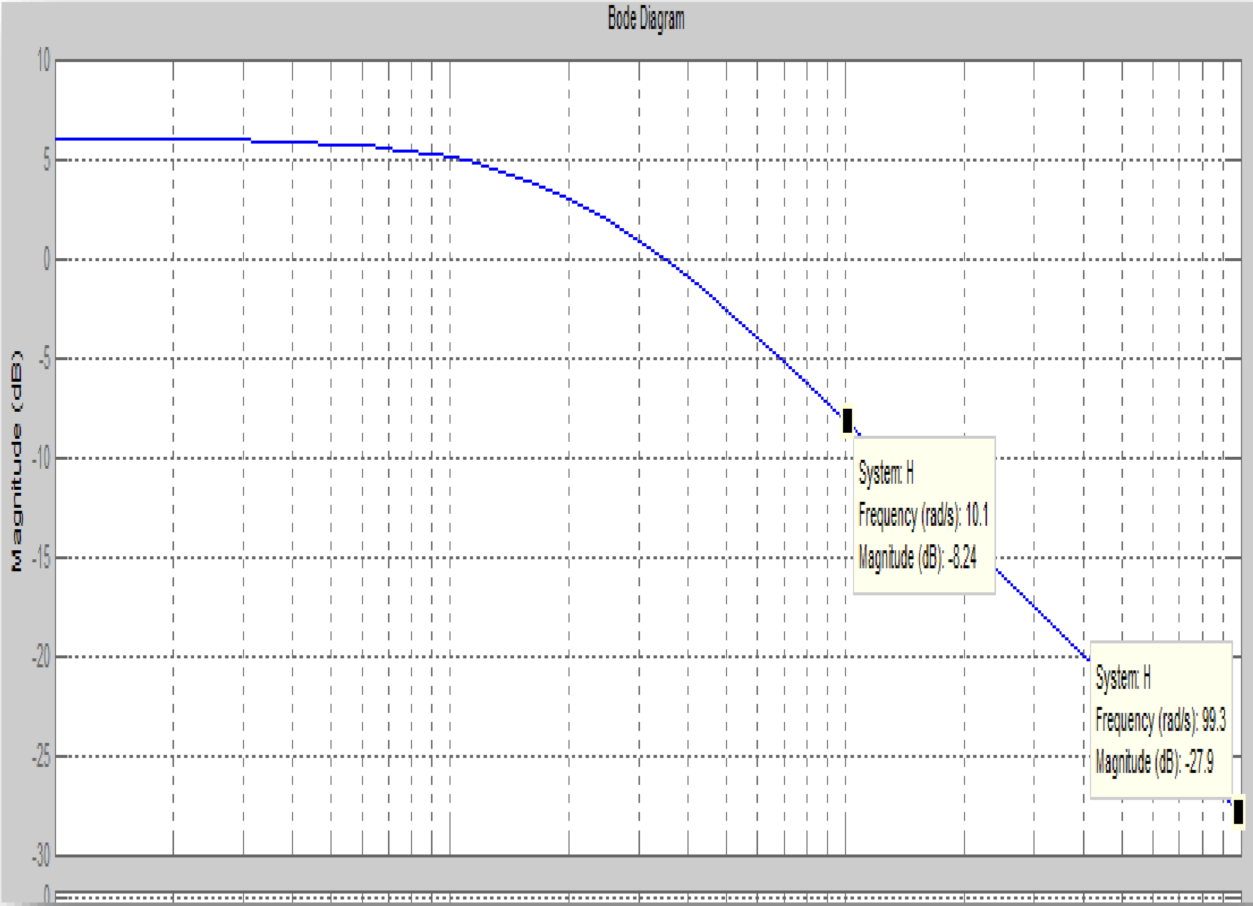
2/ 20 log(2) = 6.02

Pour w = 0 on a :

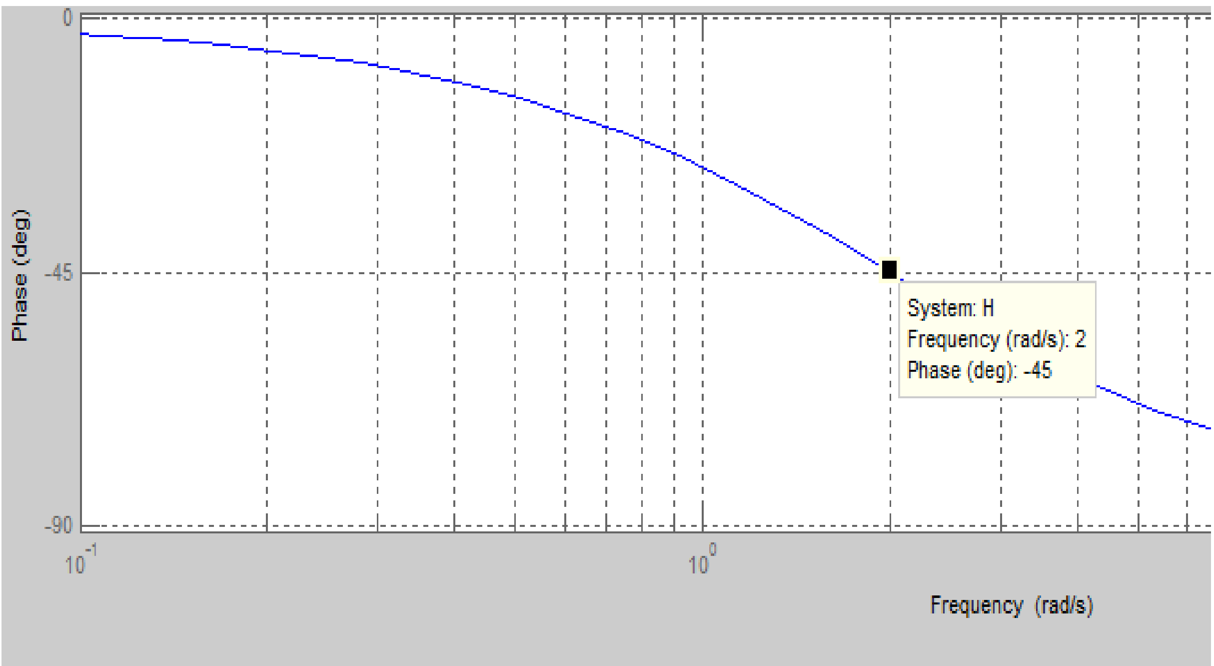


3/ la pulsation de coupure : Wc = 1/T = 1/0.5 = 2.

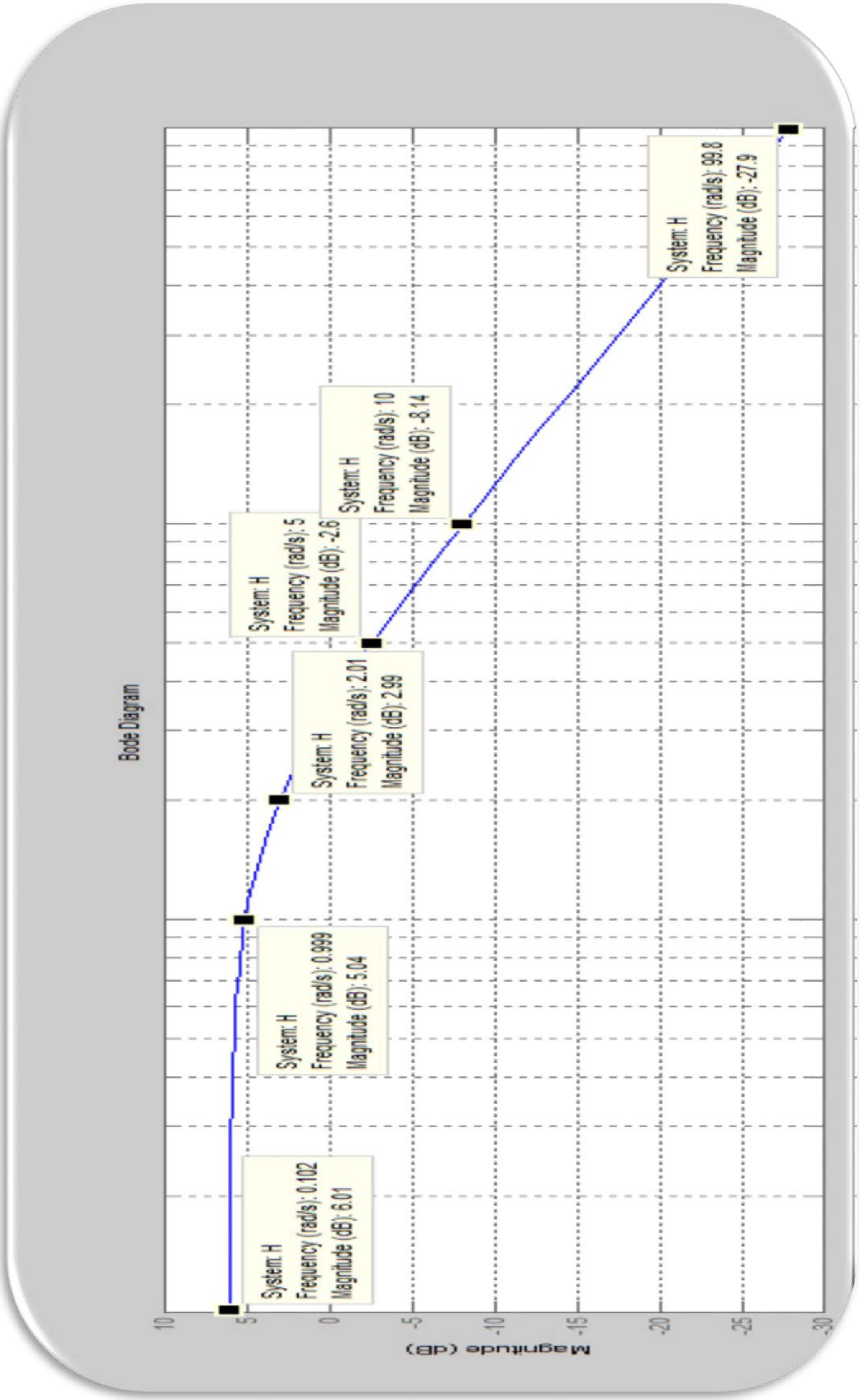
4/

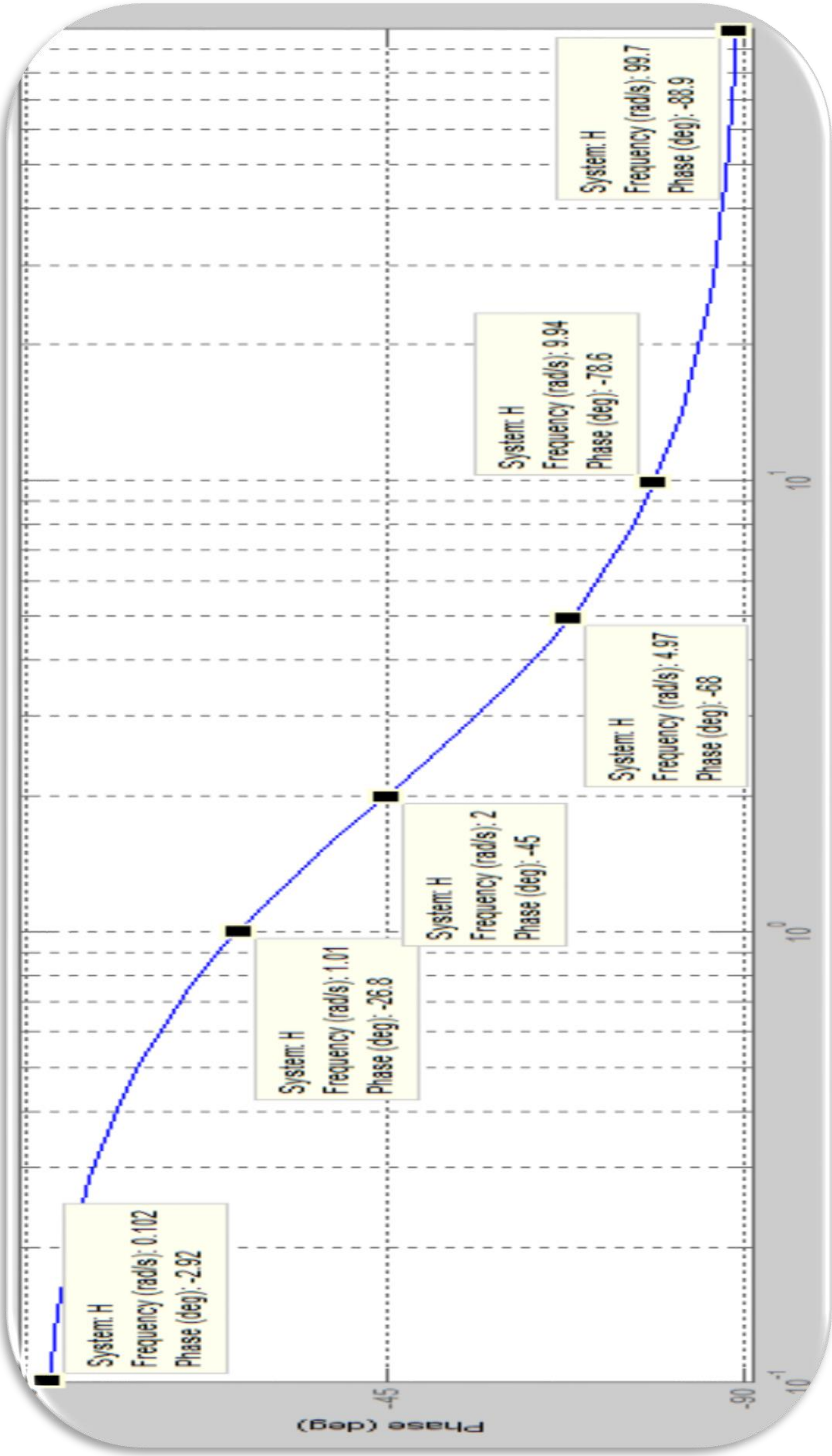

Bode Diagram
Magnitude (dB)
10
5
0
-5
-10
-15
-20
-25
-30
System: H
Frequency (rad/s): 10.1
Magnitude (dB): -8.24
System: H
Frequency (rad/s): 99.3
Magnitude (dB): -27.9

5/


Phase (deg)
0
-45
-90
System: H
Frequency (rad/s): 2
Phase (deg): -45
10^{-1}
10^{0}
Frequency (rad/s)

6/


Bode Diagram
Magnitude (dB)
System: H
Frequency (rad/s): 0.102
Magnitude (dB): 6.01
System: H
Frequency (rad/s): 0.999
Magnitude (dB): 5.04
System: H
Frequency (rad/s): 2.01
Magnitude (dB): 2.99
System: H
Frequency (rad/s): 5
Magnitude (dB): -2.6
System: H
Frequency (rad/s): 10
Magnitude (dB): -8.14
System: H
Frequency (rad/s): 99.8
Magnitude (dB): -27.9
10
5
0
-5
-10
-15
-20
-25
-30



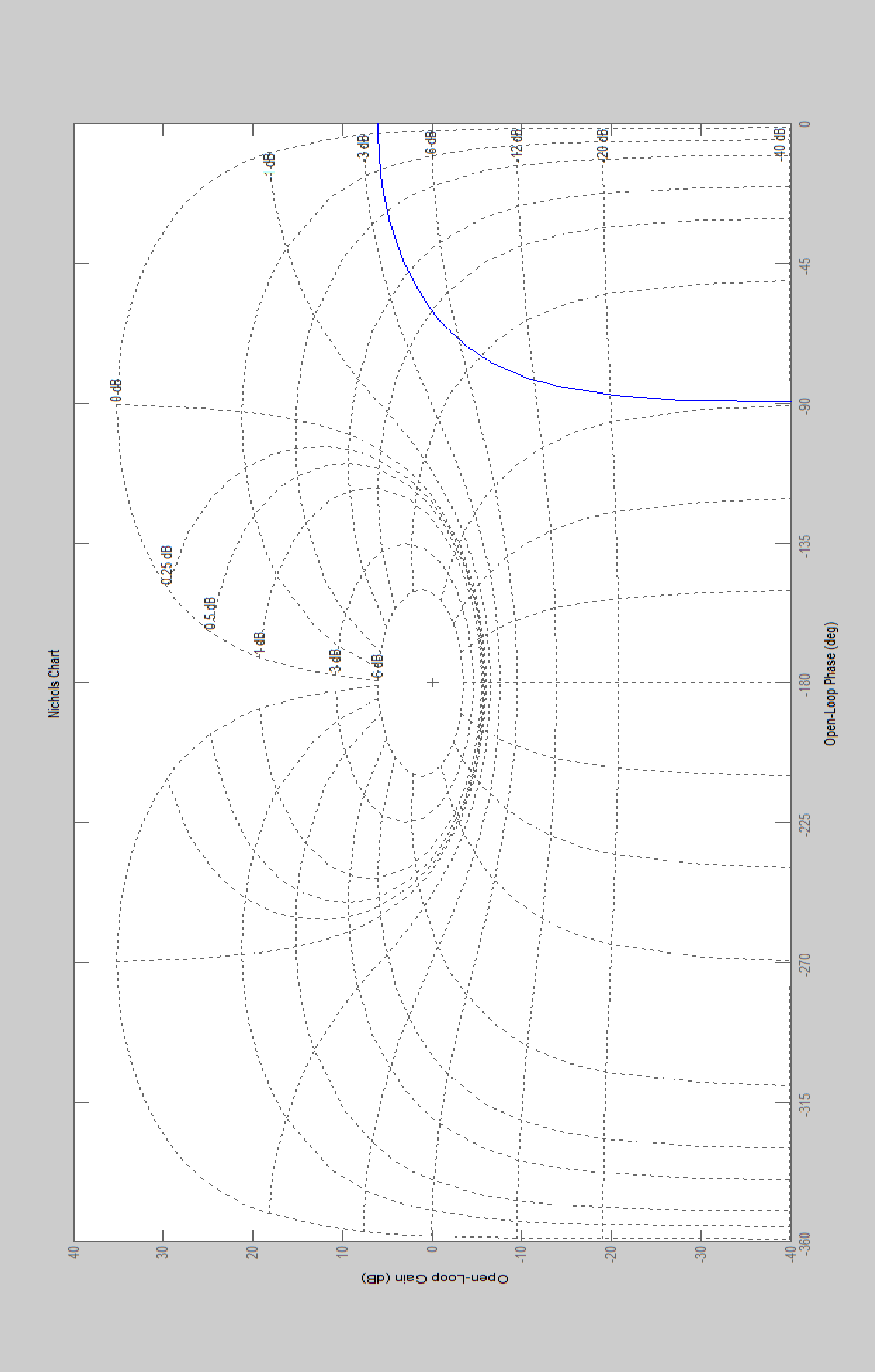
Phase (deg)
-45
-90
10^-1
10^0
10^1
System: H
Frequency (rad/s): 0.102
Phase (deg): -2.92
System: H
Frequency (rad/s): 1.01
Phase (deg): -26.8
System: H
Frequency (rad/s): 2
Phase (deg): -45
System: H
Frequency (rad/s): 4.97
Phase (deg): -68
System: H
Frequency (rad/s): 9.94
Phase (deg): -78.6
System: H
Frequency (rad/s): 99.7
Phase (deg): -88.9

Tableau de variation de gain H et d'arg. en fonction de la pulsation W :

W (rad/s)	0	1	2	5	10	100
H	6.01	5.04	2.99	-2.6	-8.14	-27.9
phase	-2.92	-26.8	-45	-68	-78.6	-88.9

7/

```
clc
close all
num = [2]
den =[0.5 1];
H=tf(num,den)
figure(1),
bode (H)
grid
figure(2),
nichols(H)
grid
```


Nichols Chart
Open-Loop Phase (deg)
Open-Loop Gain (dB)
0 dB
0.25 dB
0.5 dB
1 dB
3 dB
6 dB
-1 dB
-3 dB
-6 dB
-12 dB
-20 dB
-40 dB
0
-45
-90
-135
-180
-225
-270
-315
-360
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40

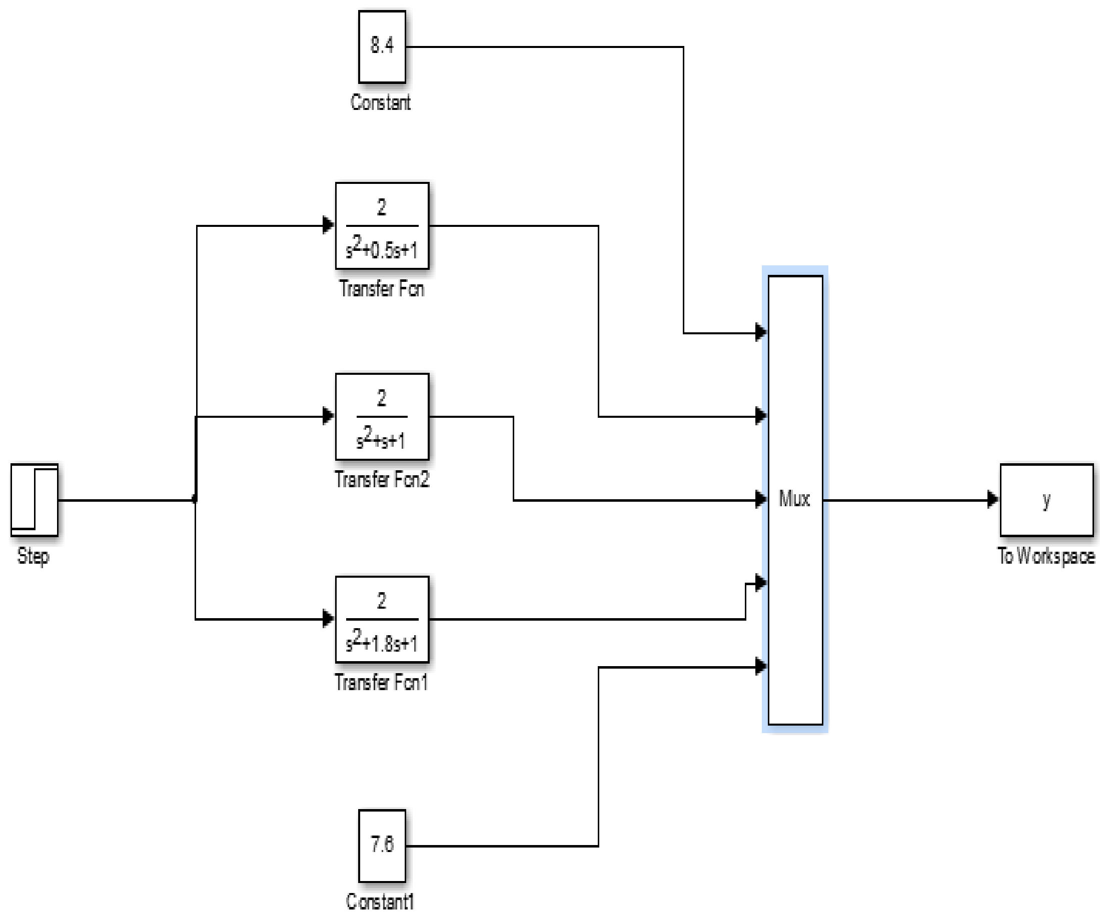
3-Etude de la réponse indicielle d'un système du deuxième ordre à un échelon :

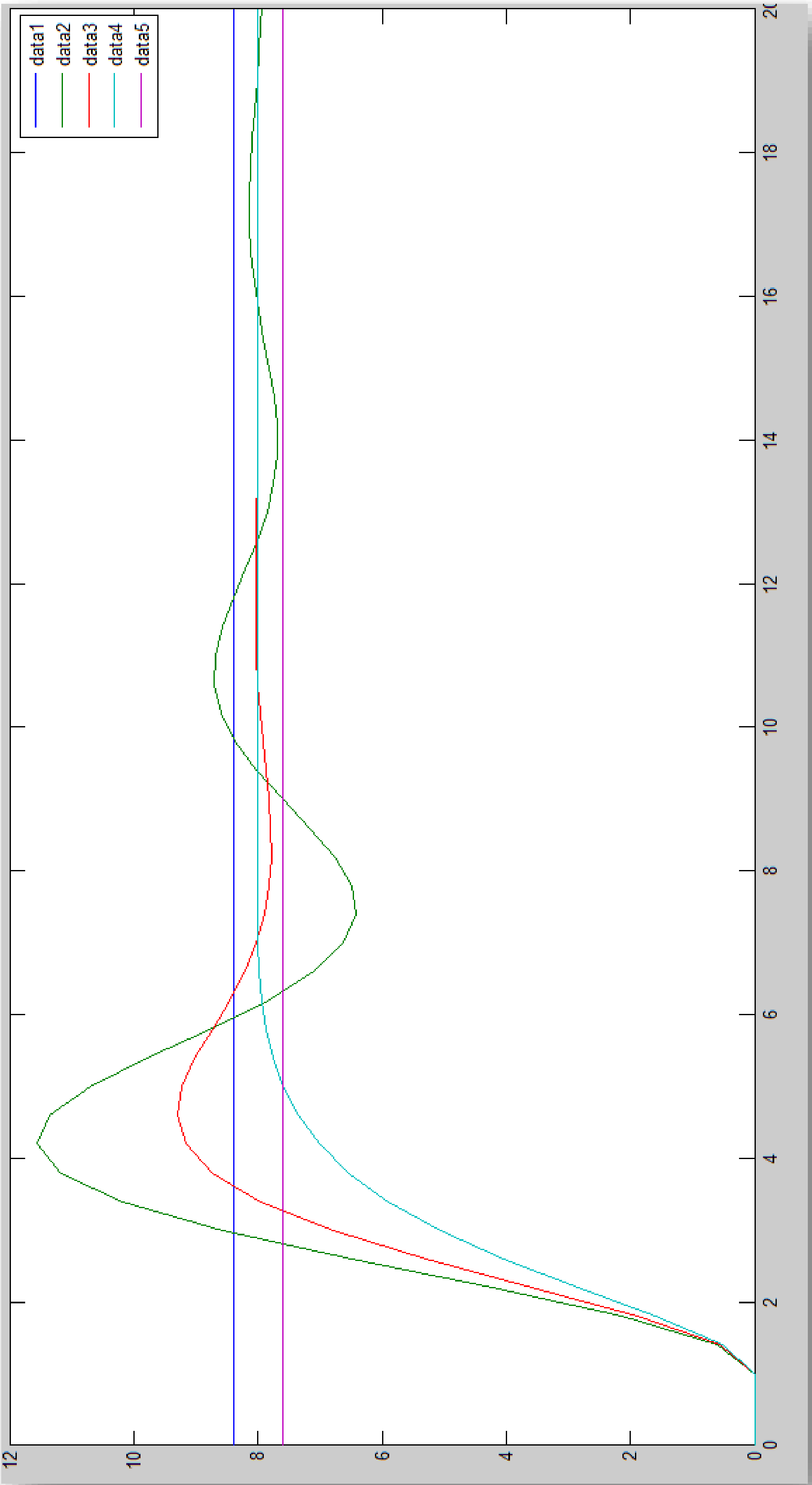
Etude de la réponse lorsque le coefficient d'amortissement positive m > 0 :

A/ premier cas : 0 < m < 1 :

Pour les différentes valeurs de m = 0.25, 0.5 et 0.8.

1/



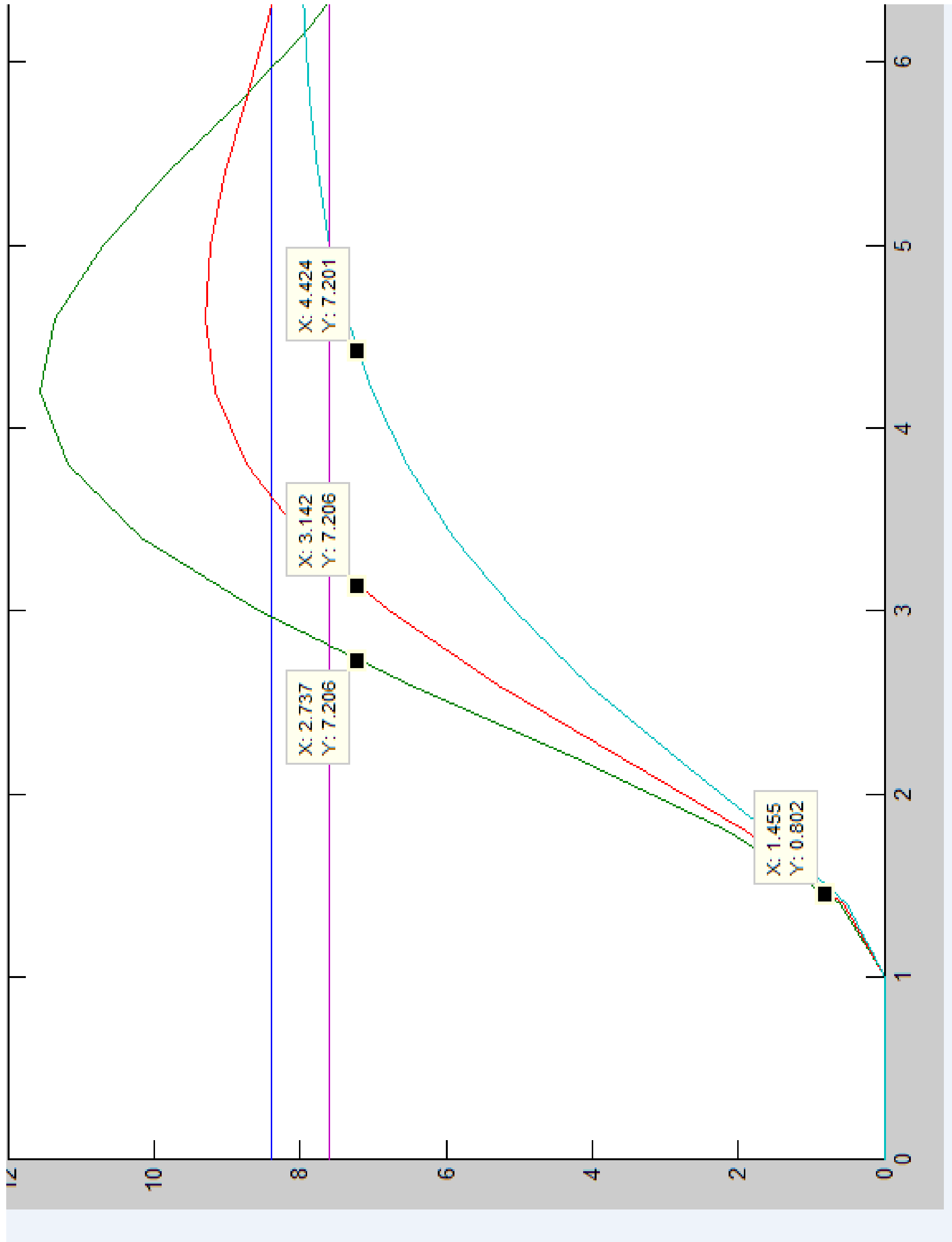

data1
data2
data3
data4
data5
0
2
4
6
8
10
12
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20

2/ on vérifie d'après la traçage de la réponse indicielle du système pour les différentes valeurs de m que en régime permanent on a un valeur de 8 qu'est égale à KUo.

3/

Temps de montée :

Le temps de montée Tm est le temps nécessaire pour passer de 10% a 90% de la valeur en régime permanent.



On note que :

*T1= 0.1 y(∞), T2 = 0.9 y(∞)

*le temps de montée Tm = T2-T1

Pour le système de coefficient d'amortissement (m =0.25)

On a T2 = 2.737 ; T1 = 1.455

Tm = 2.737 - 1.455 = 1.282.

Pour le système de coefficient d'amortissement (m =0.5)

On a T2 = 3.142 ; T1 = 1.455

Tm = 3.142 - 1.455 = 1.687.

Pour le système de coefficient d'amortissement (m =0.8)

On a T2 = 4.424 ; T1 = 1.455

Tm = 4.424 - 1.455 = 2.969.

<u>le Temps du premier pic :</u>

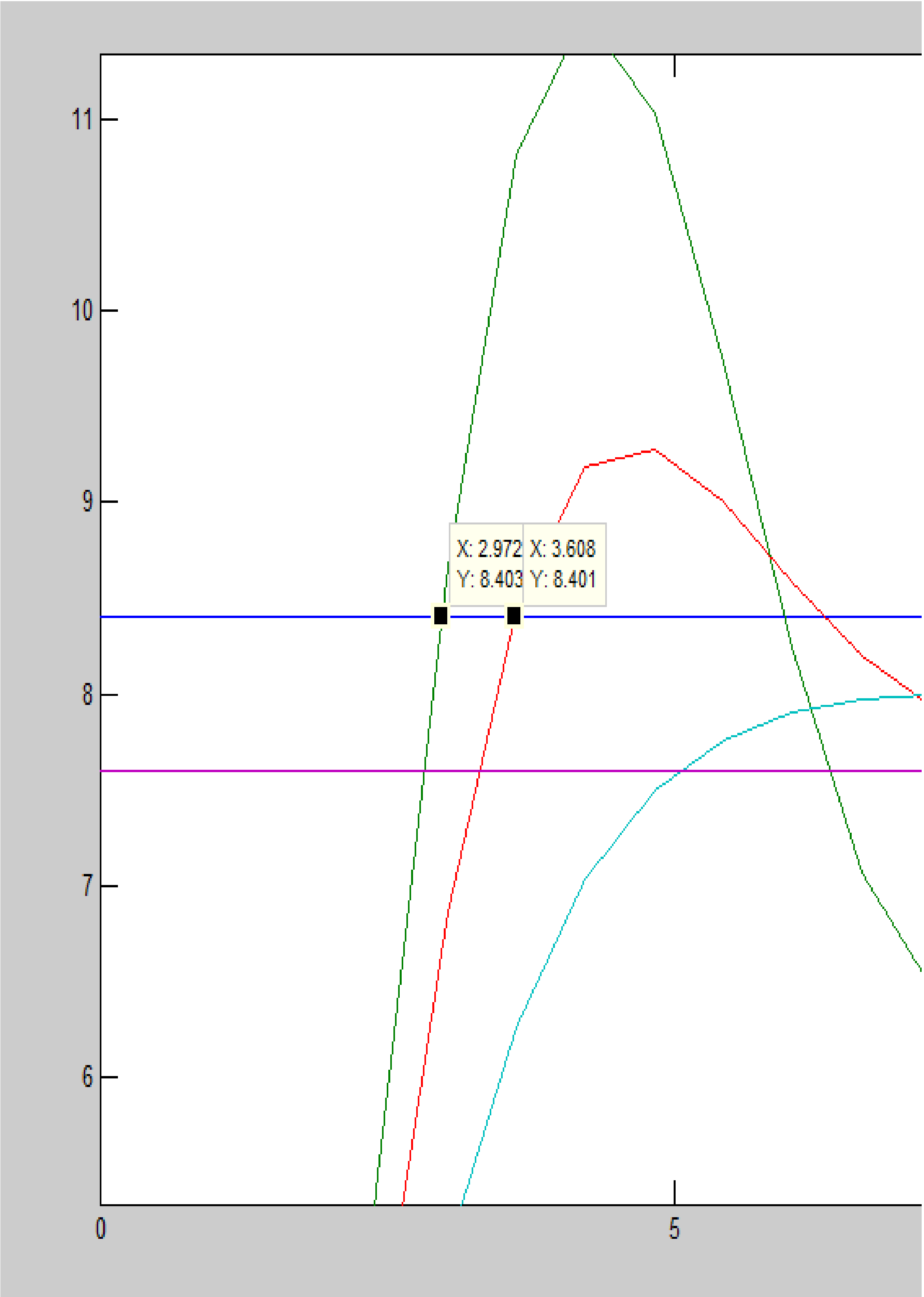
le temps du premier pic est l'instant du premier dépassement

Pour le système de coefficient d'amortissement (m =0.25)

On a Tpic = 3

Pour le système de coefficient d'amortissement (m =0.5)

On a Tpic = 3.608.


11
10
9
8
7
6
0
5
X: 2.972
Y: 8.403
X: 3.608
Y: 8.401

Le temps de réponse Tr :

Le temps de réponse à 5%, qu'on note Tr, est le temps mis par le système pour que la sortie y(t) rentre dans la zone de [95%,105%] de la valeur en régime permanent y(∞) et n'en ressort plus.

Pour le système de coefficient d'amortissement (m =0.25)

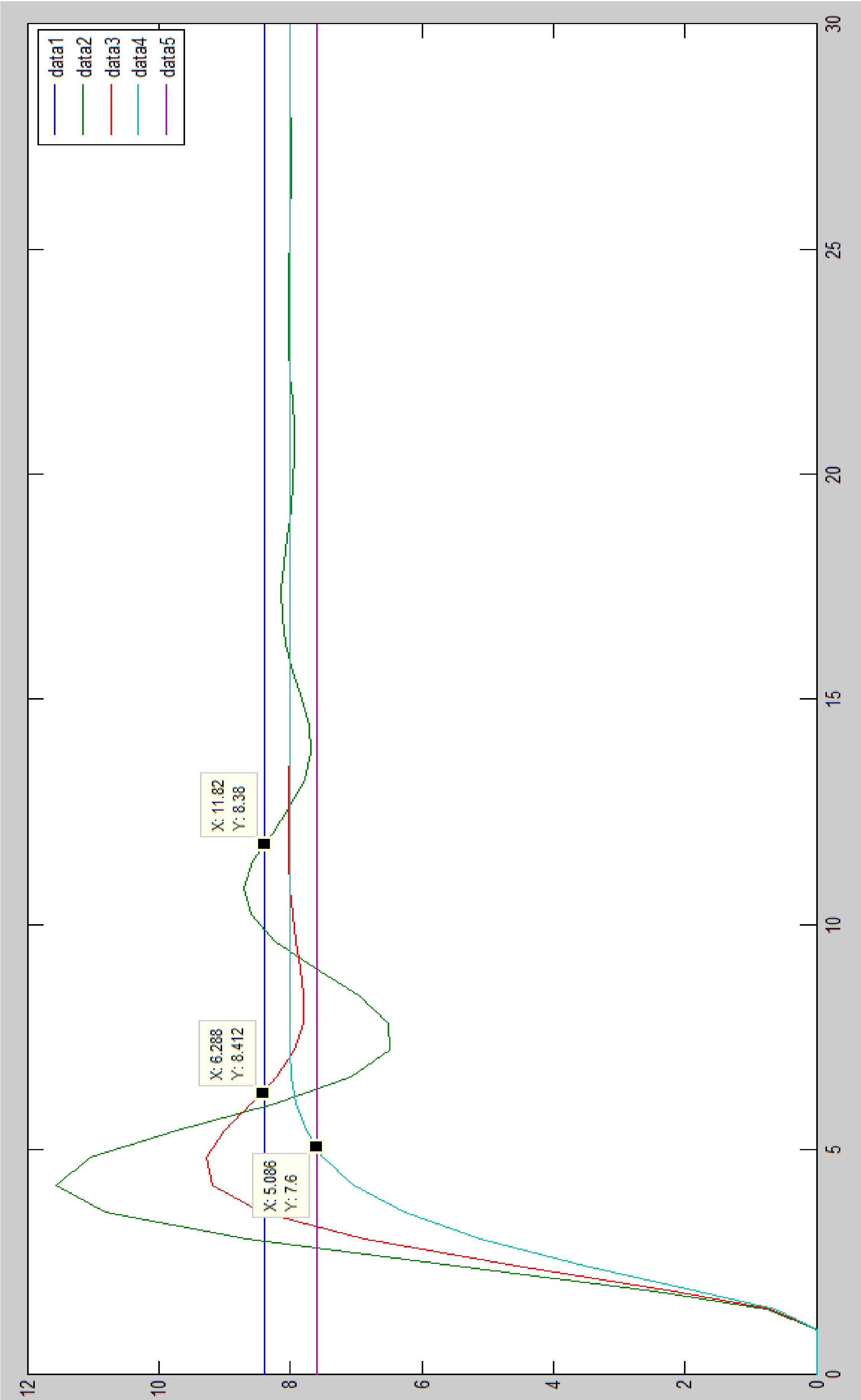
On a Tr = 11.82.

Pour le système de coefficient d'amortissement (m =0.5)

On a Tr = 6.288.

Pour le système de coefficient d'amortissement (m =0.8)

On a Tr = 5.086.


data1
data2
data3
data4
data5
X: 11.82
Y: 8.38
X: 6.288
Y: 8.412
X: 5.086
Y: 7.6
0
5
10
15
20
25
30
0
2
4
6
8
10
12

4/

<u>*Temps de pic*</u> : $t_{pic} = \frac{\pi}{\omega_0\sqrt{1-m^2}}$

Pour le système de coefficient d’amortissement (m =0.25)

On a Tpic (pratique) = 3 et Tpic (théorique) =3.2

Pour le système de coefficient d’amortissement (m =0.5)

On a Tpic (pratique) = 3.608 et Tpic (théorique) = 3.623.

<u>***Temps de réponse :***</u> Tr = 3 / (m*Wn)

Pour le système de coefficient d’amortissement (m =0.25)

On a Tr (pratique) = 11.82 et Tr (théorique) = 12.

Pour le système de coefficient d’amortissement (m =0.5)

On a Tr (pratique) = 6.288 et Tr (théorique) = 6.

5/

<u>***Le dépassement D :***</u>

Pour le système de coefficient d’amortissement (m =0.25)

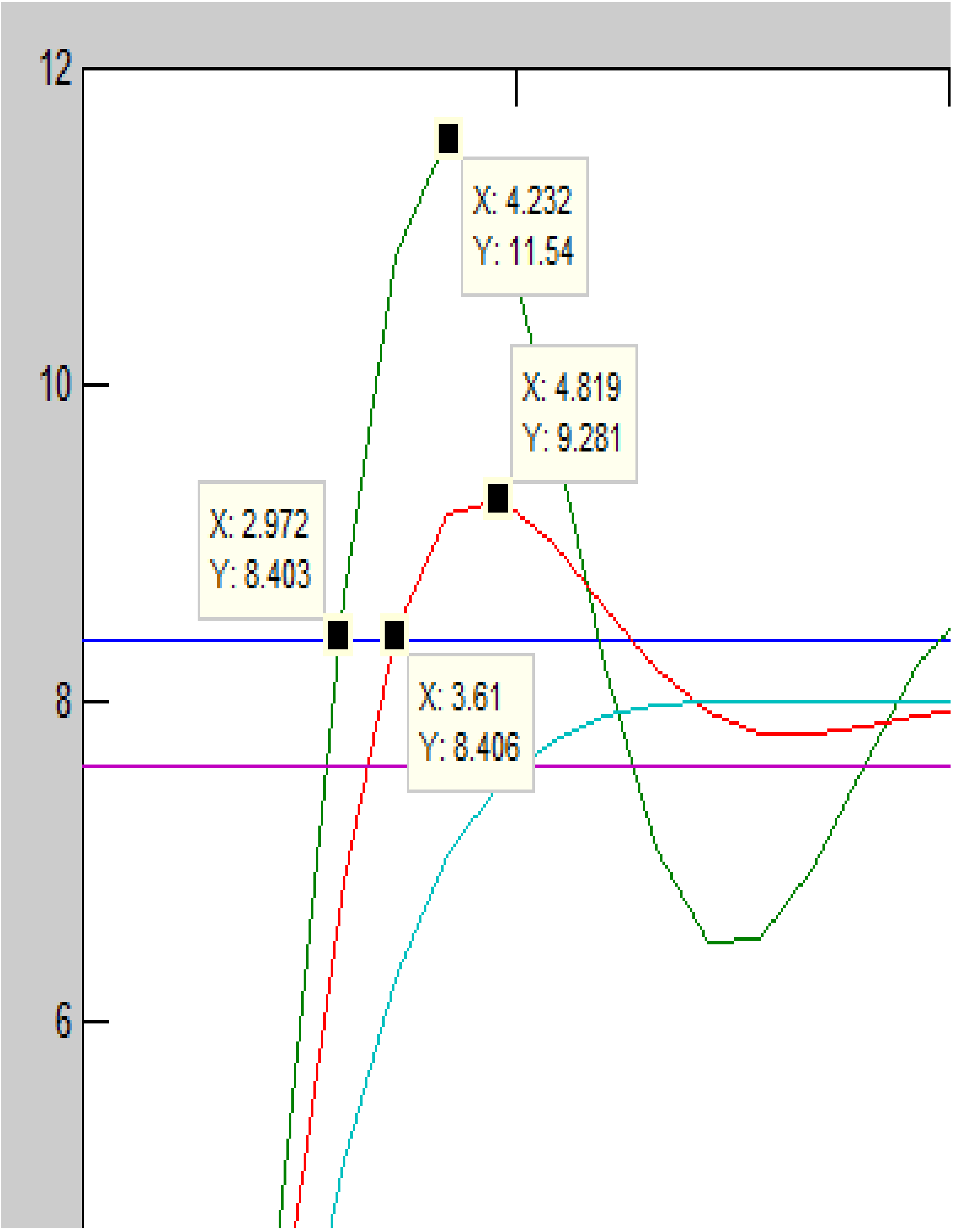
On a D (pratique) = 44.25% et D (théorique) = 40.77%.

Pour le système de coefficient d’amortissement (m =0.5)

On a D (pratique) = 14% et D (théorique) = 16.3 %

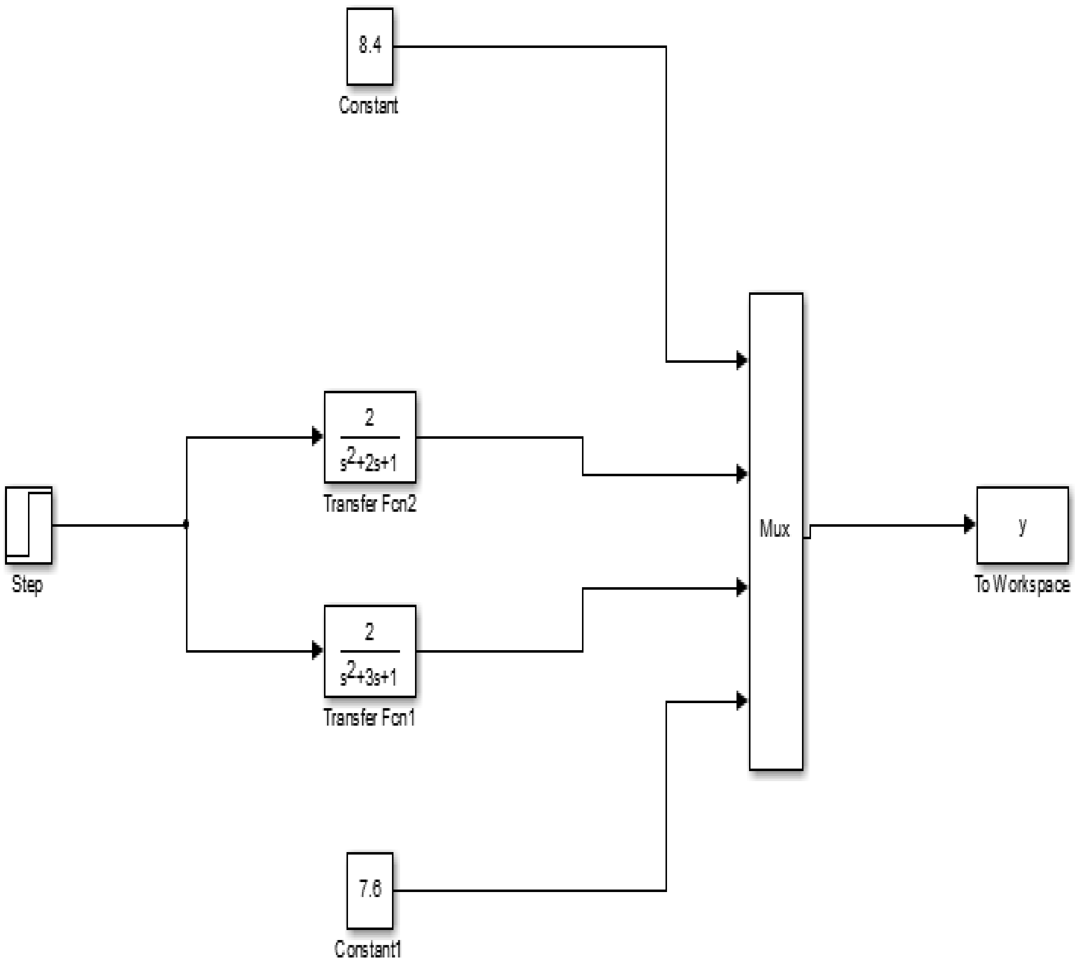
Pour le système de coefficient d'amortissement (m =0.8)

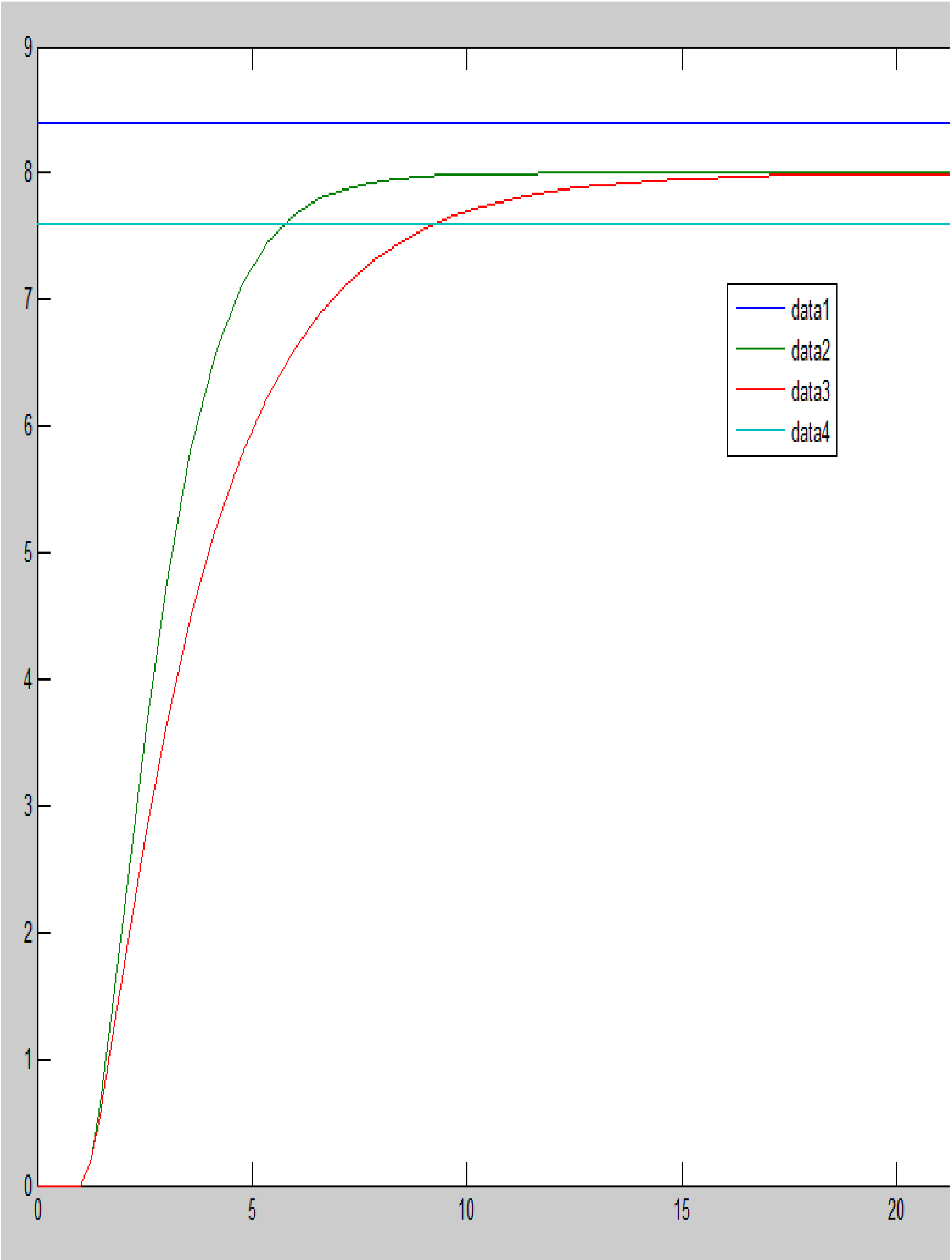
On a D (pratique) =0% et D (théorique) = 0%.



B/ deuxième cas : m >= 1 :

Pour les différentes valeurs de m = 1 et 1.5.




9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
0
5
10
15
20
data1
data2
data3
data4

2/

on vérifie d'après la traçage de la réponse indicielle du système pour les différentes valeurs de m que en régime permanent on a un valeur de 8 qu'est égale à KUo.

3/

Temps de montée :

On note que :

*T1= 0.1 y(∞), T2 = 0.9 y(∞)

*le temps de montée Tm = T2-T1

Pour le système de coefficient d'amortissement (m =1)

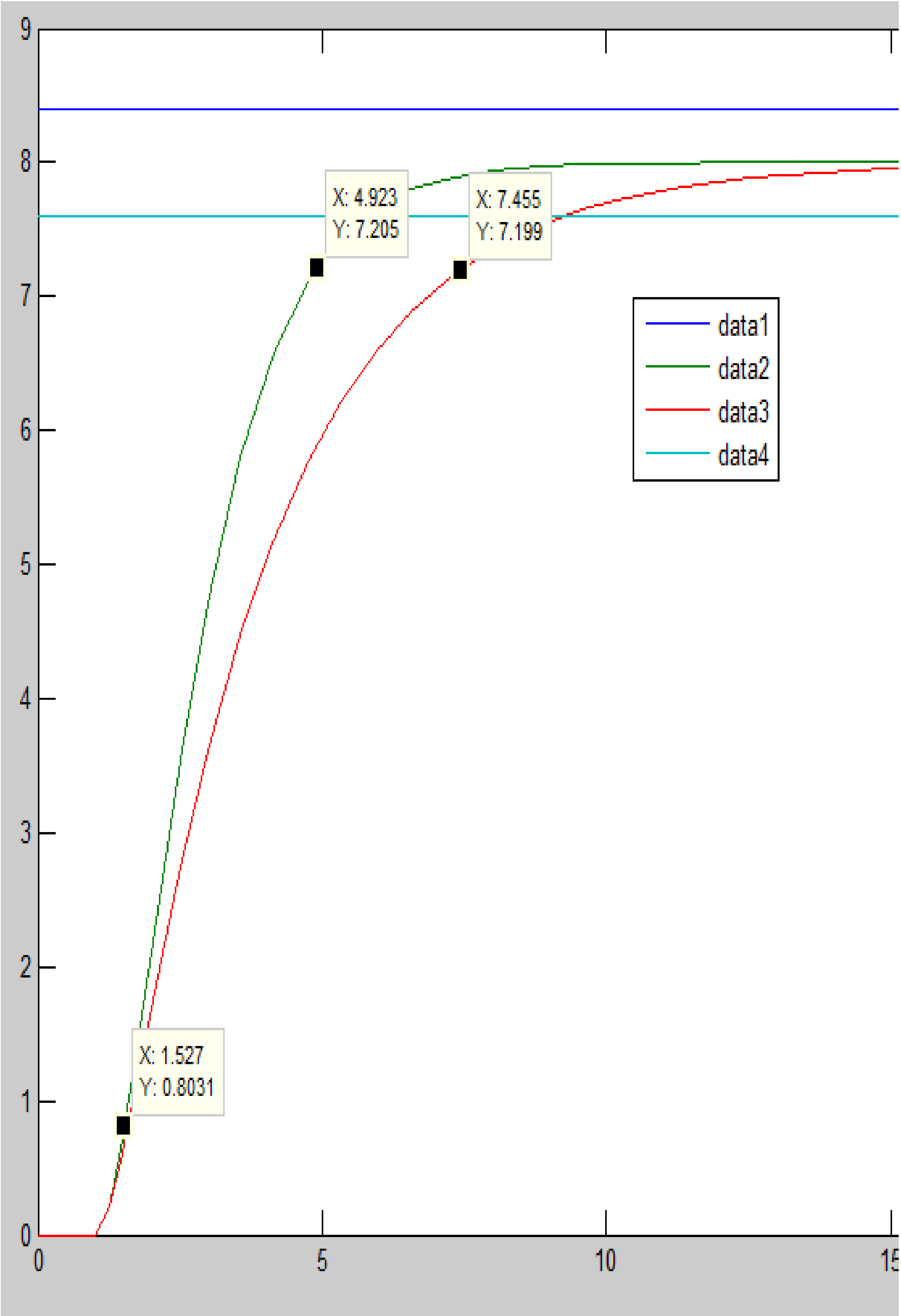
On a T2 = 4.923 ; T1= 1.527

Tm = 4.923 – 1.527 = 3.396.

Pour le système de coefficient d'amortissement (m =1.5)

On a T2= 7.455 ; T1= 1.527

Tm = 7.455 – 1.527 = 5.928.


9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
0
5
10
15
X: 4.923
Y: 7.205
X: 7.455
Y: 7.199
X: 1.527
Y: 0.8031
data1
data2
data3
data4

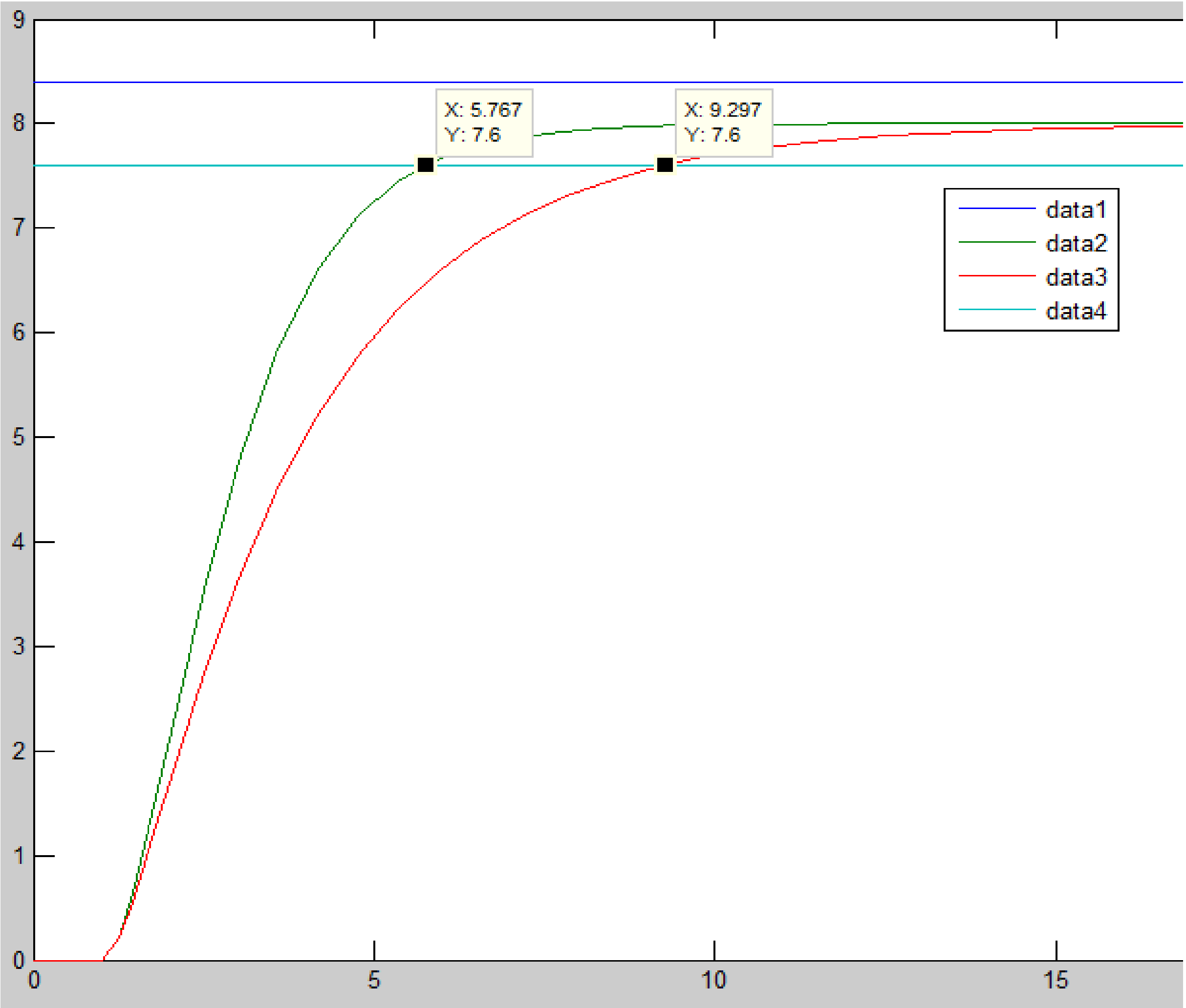
Le temps de réponse Tr :

Pour le système de coefficient d'amortissement (m =1)

On a Tr = 5.767

Pour le système de coefficient d'amortissement (m =1.5)

On a Tr = 9.297

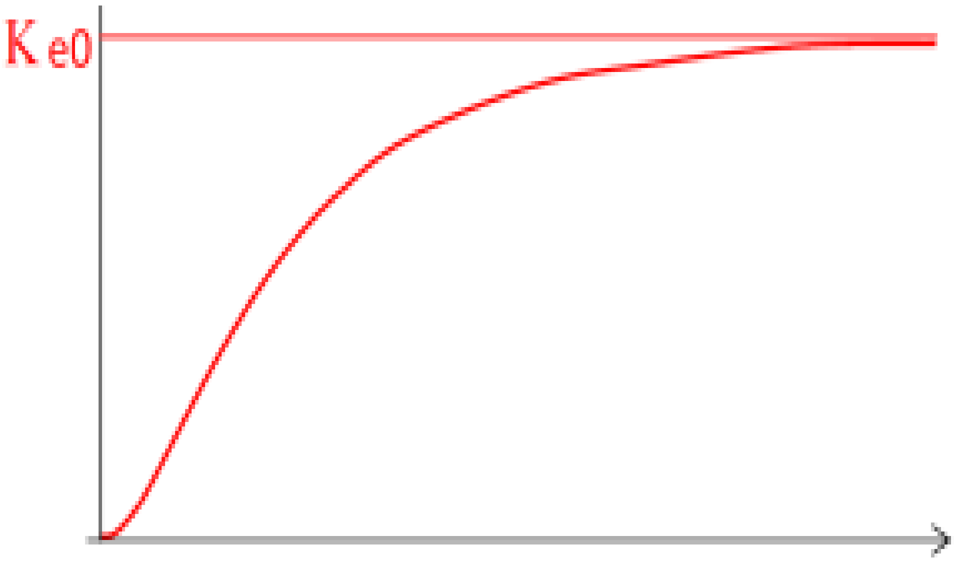


4/ le courbe ne présente pas un dépassement pour les deux systèmes.

Conclusion :

L'allure de la réponse obtenue est :

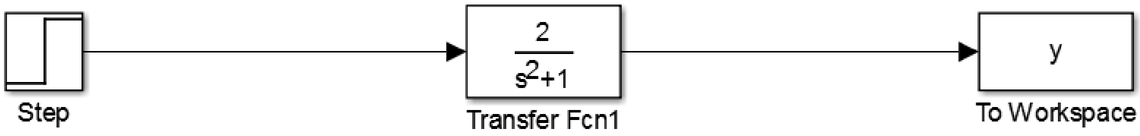
- similaire à celle d'un premier ordre lorsque t tend vers l'infini
- de pente à l'origine nulle, contrairement à celle du premier ordre

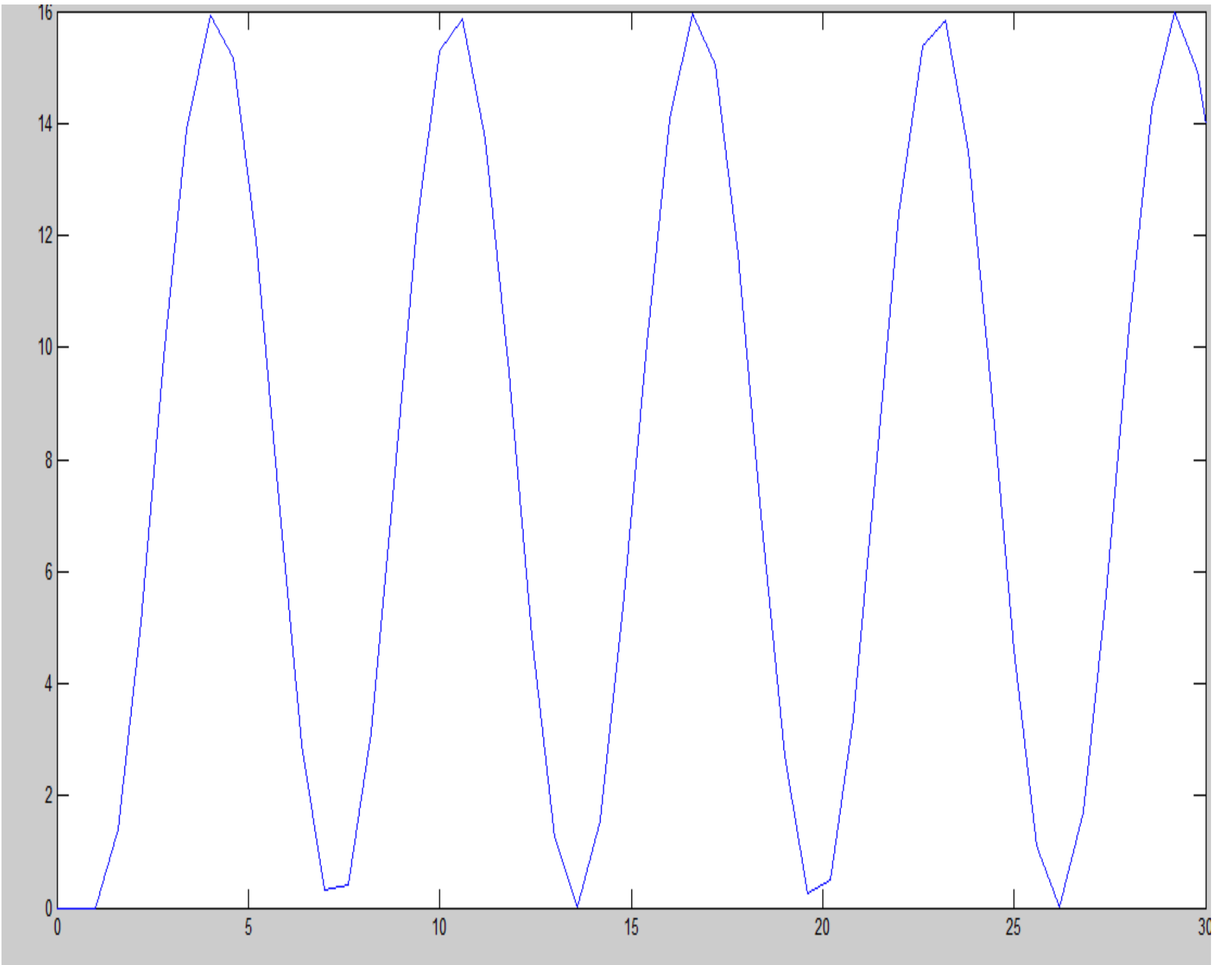


Pour m = 1 on obtient un amortissement critique.

Et pour m = 1.5 on obtient un système hyper amorti

C/ troisième cas : m = 0 :

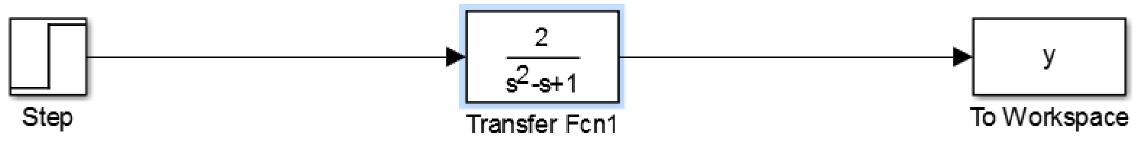


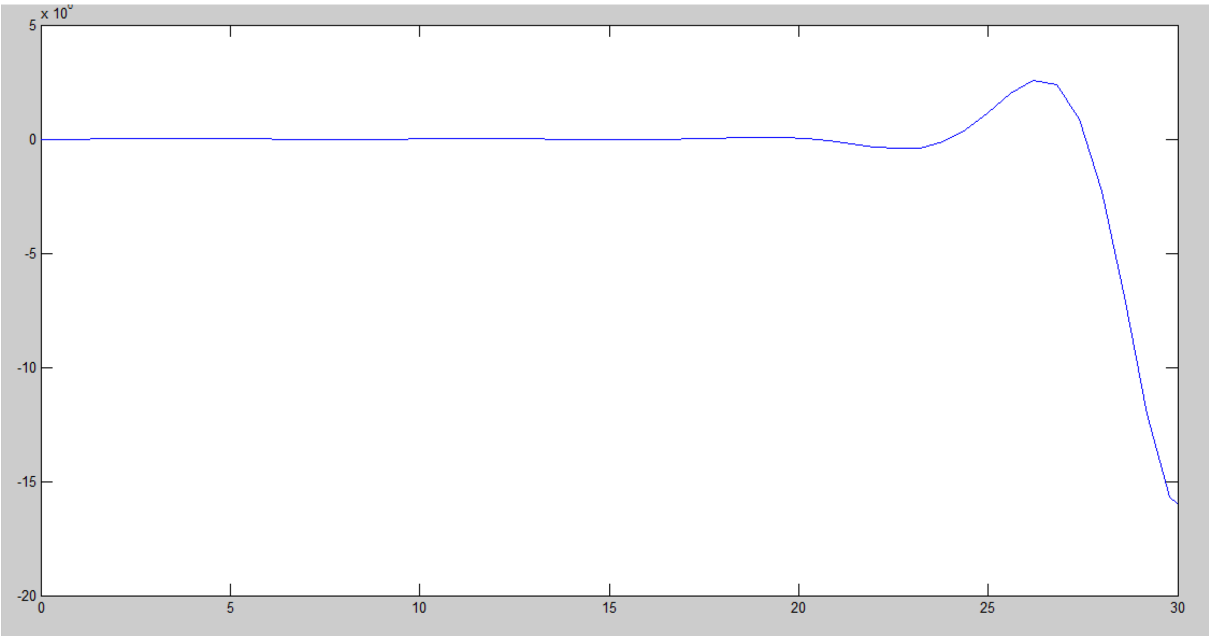


Conclusion :

On obtient un système juste oscillant.

D/ quatrième cas : m = -0.5 :

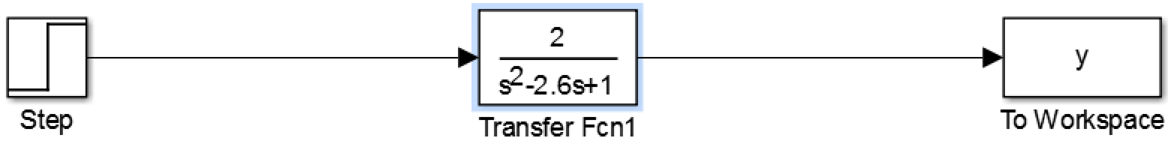


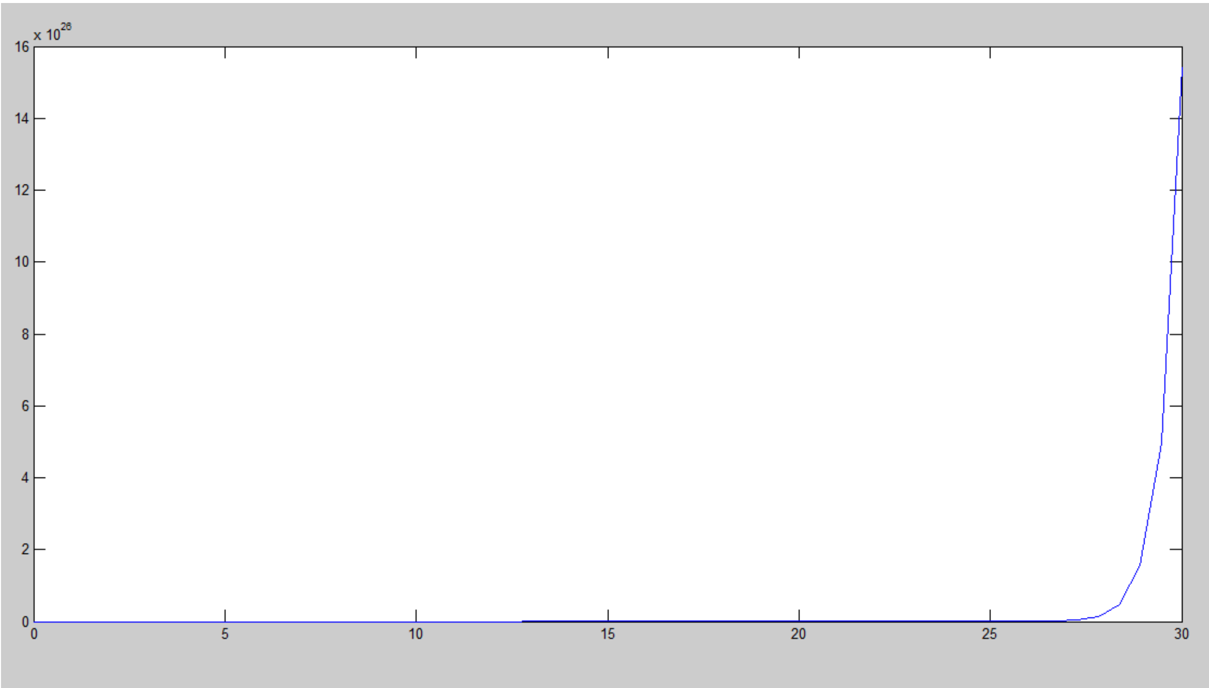


Conclusion :

- le système est égal à 0
- lorsque t tend vers l'infini le système décroit d'une pente négative

E/ cinquième cas : m = -1.3 :





Conclusion :

- le système est égal à 0

- lorsque t tend vers l'infini le système croit d’une pente positive vers l’infini.

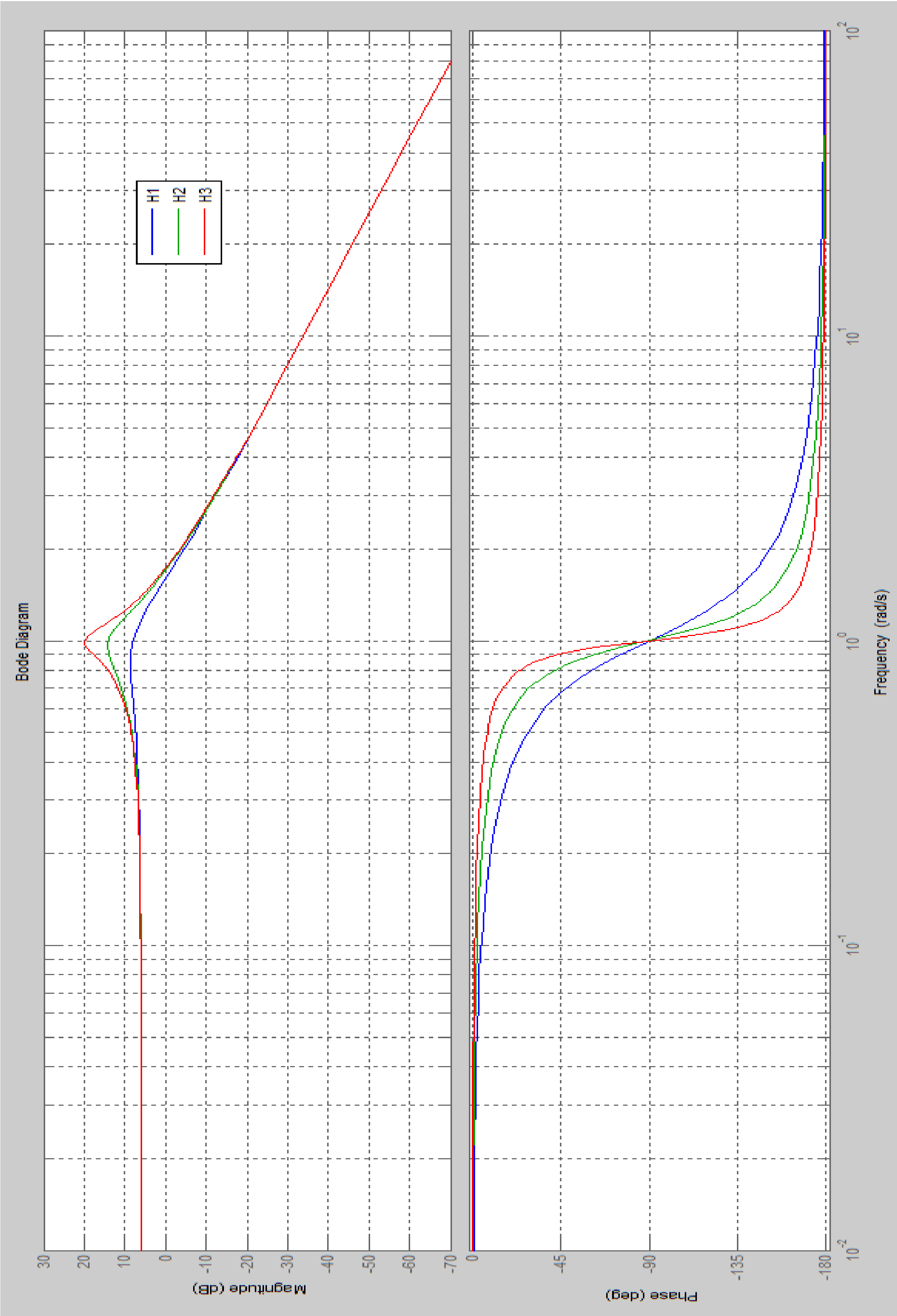
4-Etude de la réponse fréquentielle d'un système du deuxième ordre :

A/ premier cas : 0 < m < 0.7:

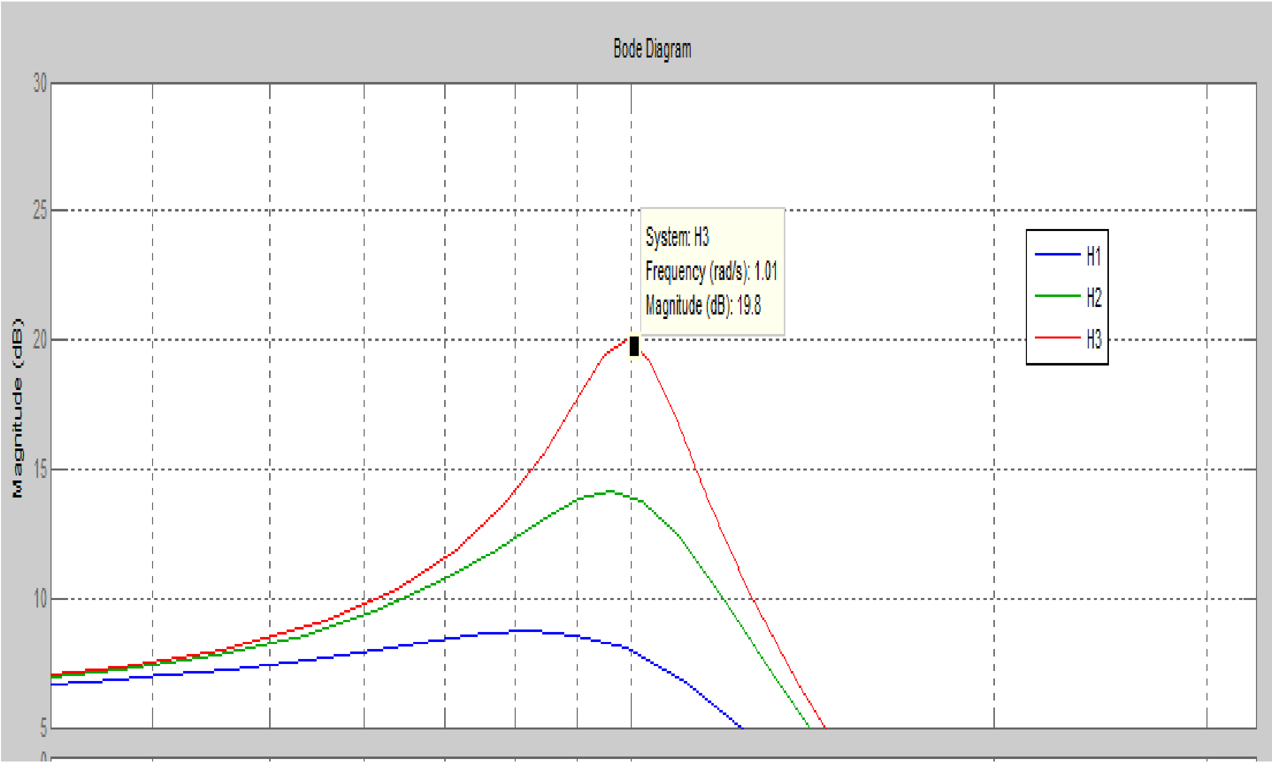
Pour les valeurs de m = 0.4, 0.2 et 0.1.

a/

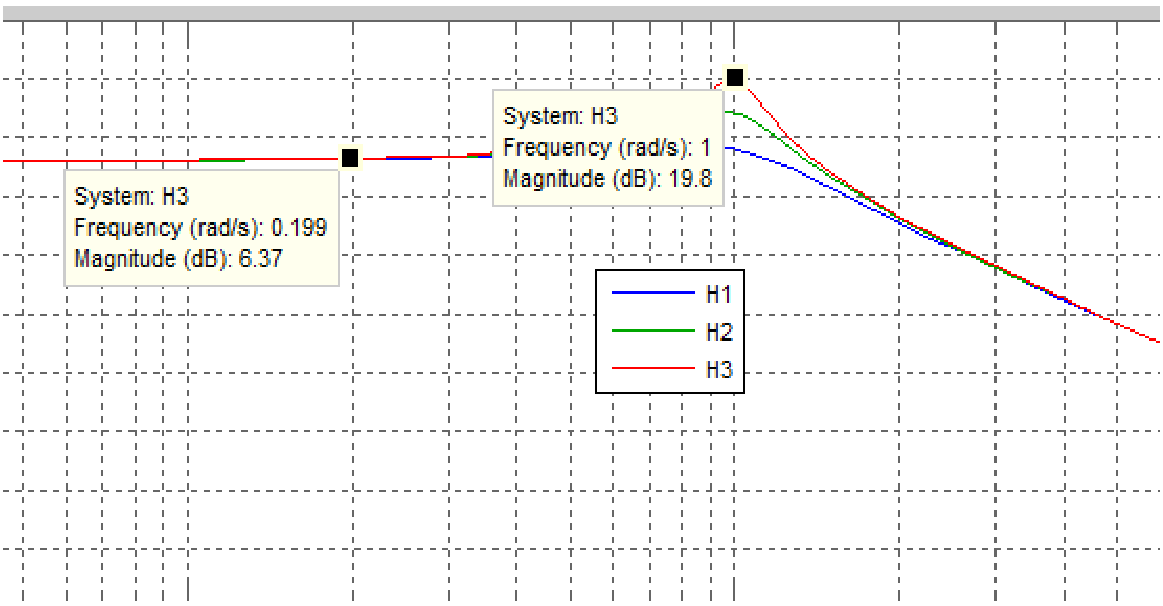
```
H1 = tf( [2] , [1 0.8 1])
H2 = tf ( [2] , [1 0.4 1])
H3 = tf ( [2] , [1 0.2 1])
 bode ( H1,H2,H3 );grid
```


Bode Diagram
Magnitude (dB)
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
-70
Phase (deg)
0
-45
-90
-135
-180
Frequency (rad/s)
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
H1
H2
H3

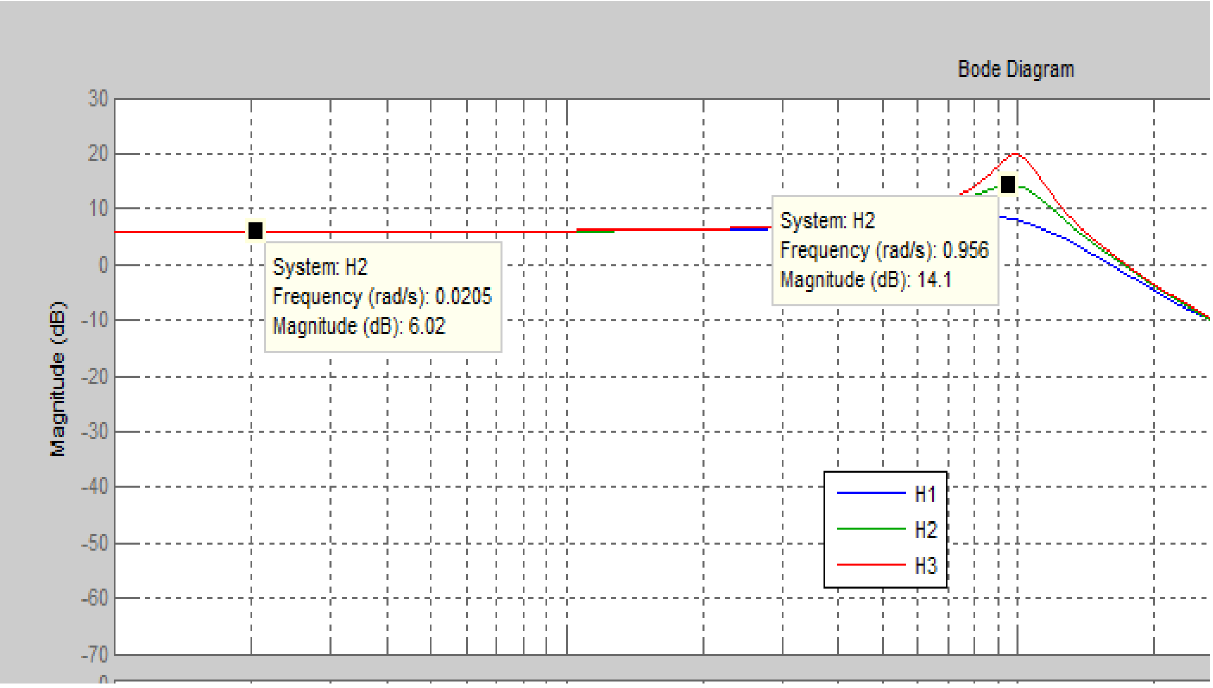
b/ on constate que la courbe de bode d'amplitude présente une résonance pour le système H3 (m=0.1)



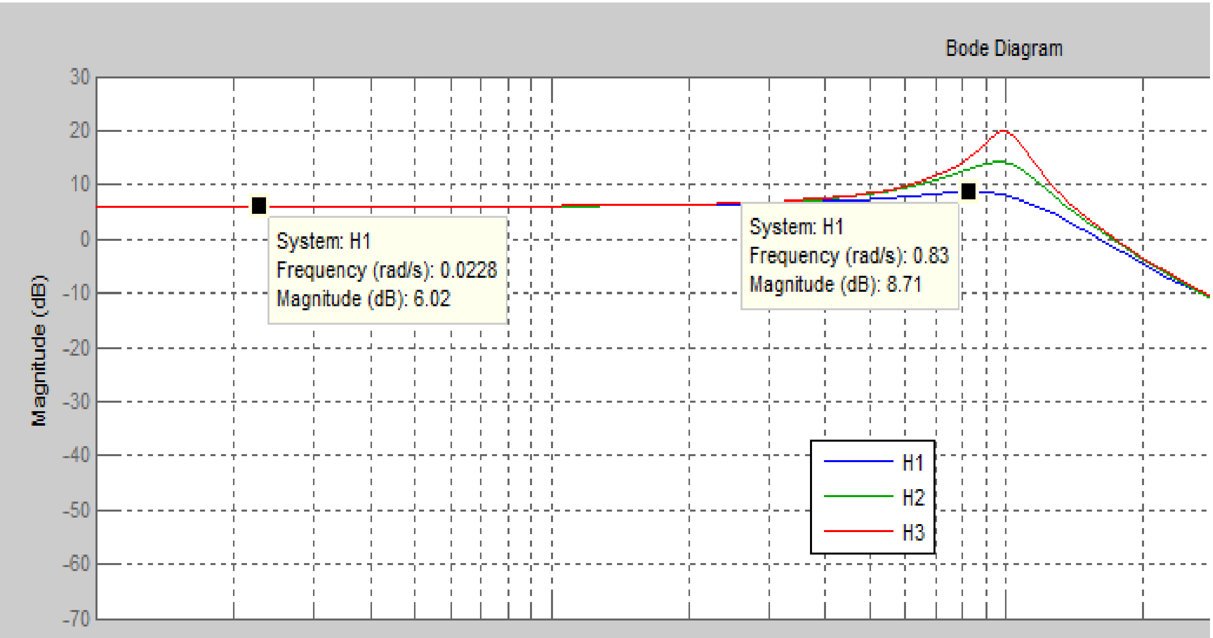
Facteur de résonnance (pour m=0.1) : | H(j Wr) | / |H(0)| = 19.8 / 6.02 =2.82



Facteur de résonnance (pour m=0.2) : | H(j Wr) | / |H(0)| = 14.1 / 6.02 = 2.34

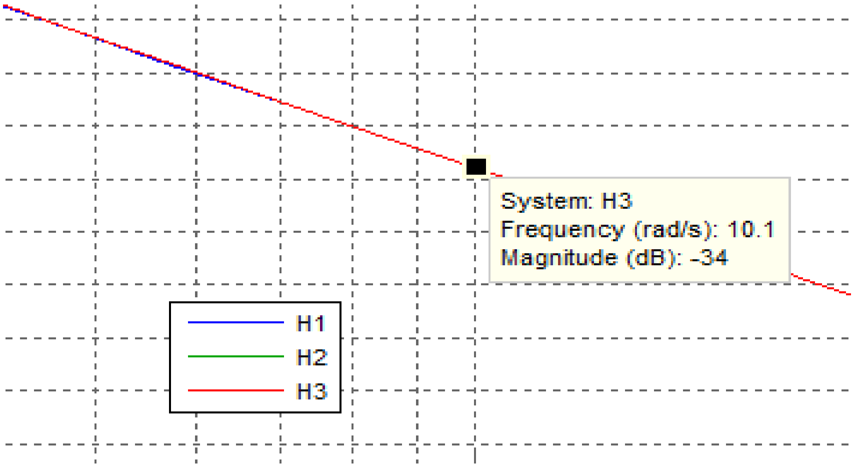


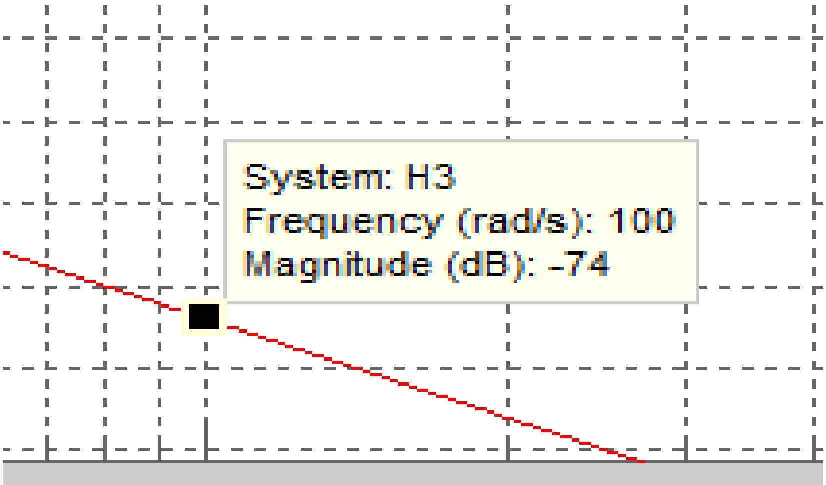
Facteur de résonnance (pour m=0.4) : | H(j Wr) | / |H(0)| = 8.71 / 6.02 = 1.44



C/

Pour W > Wn =1 rad/s, on choisit ces deux points :

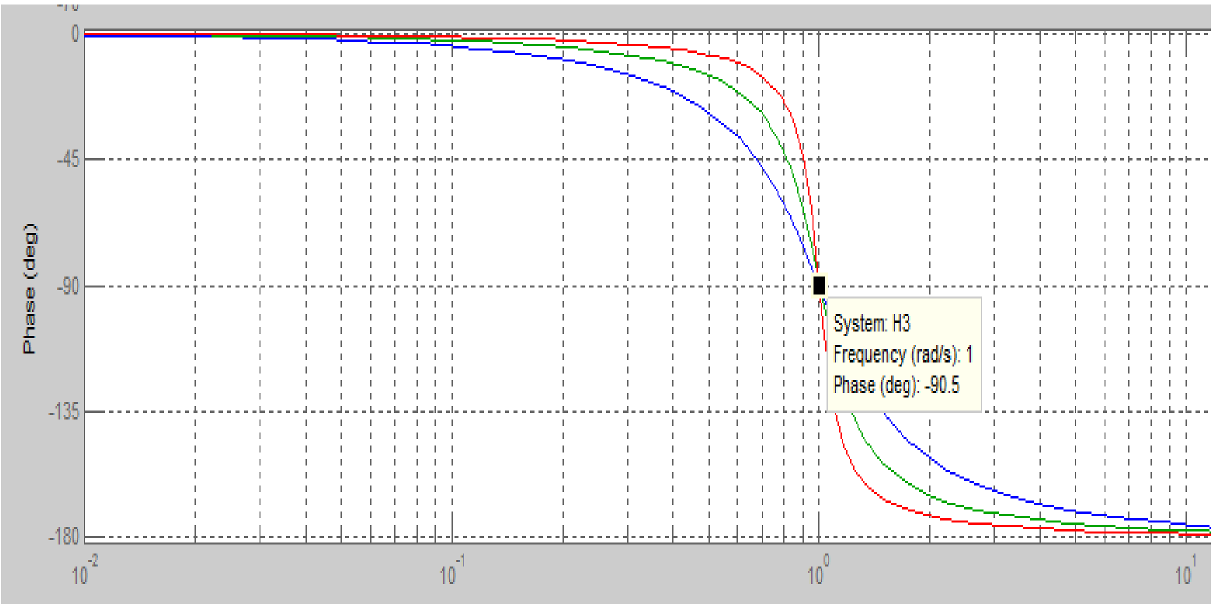




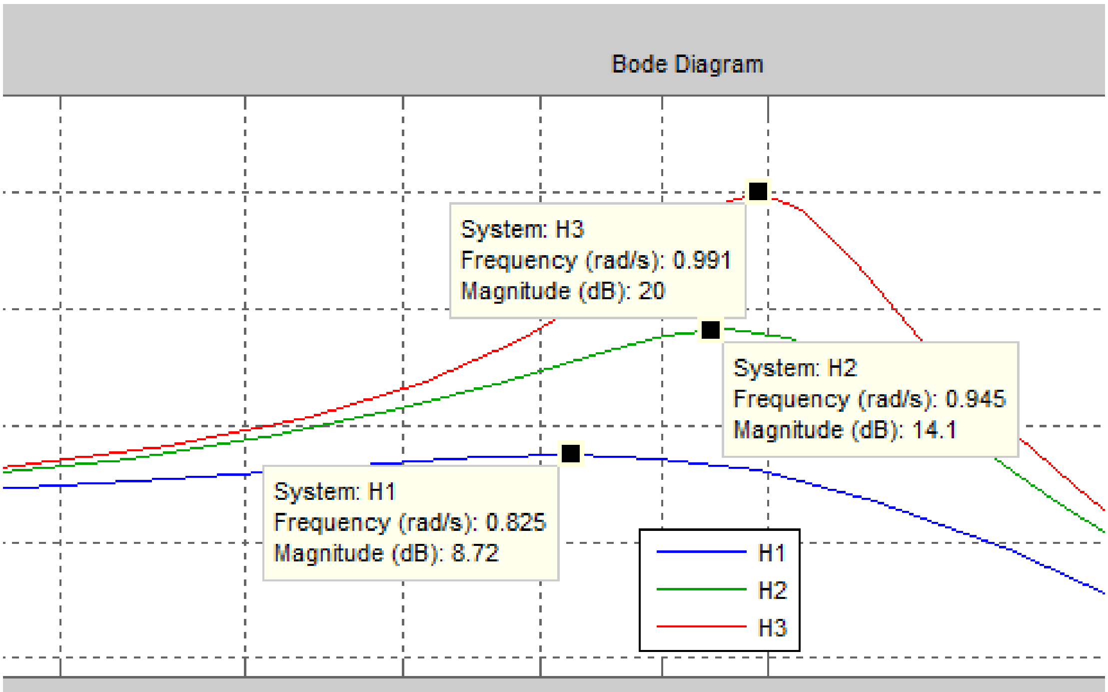
On a donc : (y2-y1) / (x2-x1) =

((-74) – (-34)) / Log(100) – log(10) = -40 dB.

d/

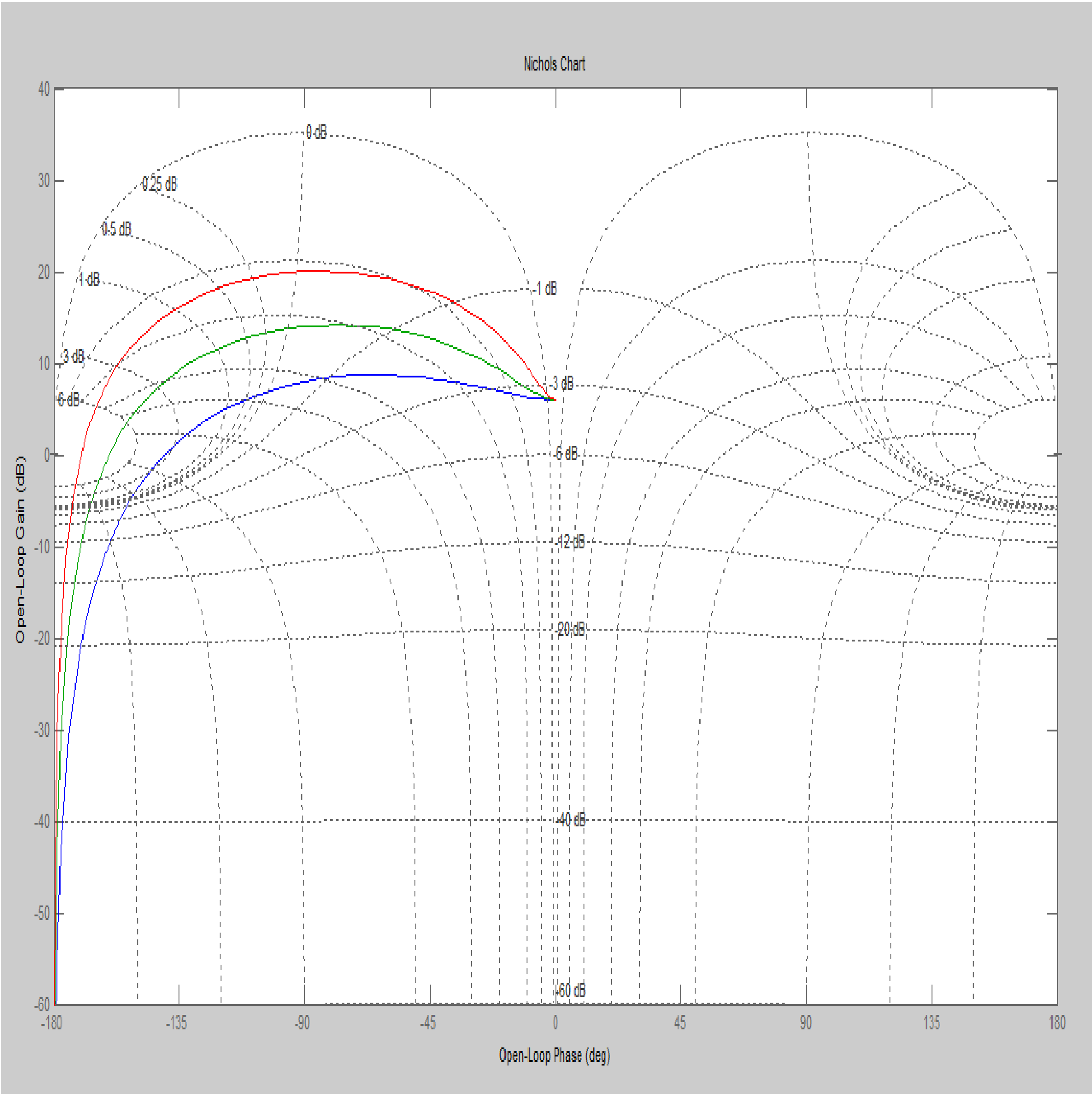


On conclure d’apres la courbe que plus que m est plus faible, le facteur de résonnance devient plus fort d’où une résonnance plus importante.

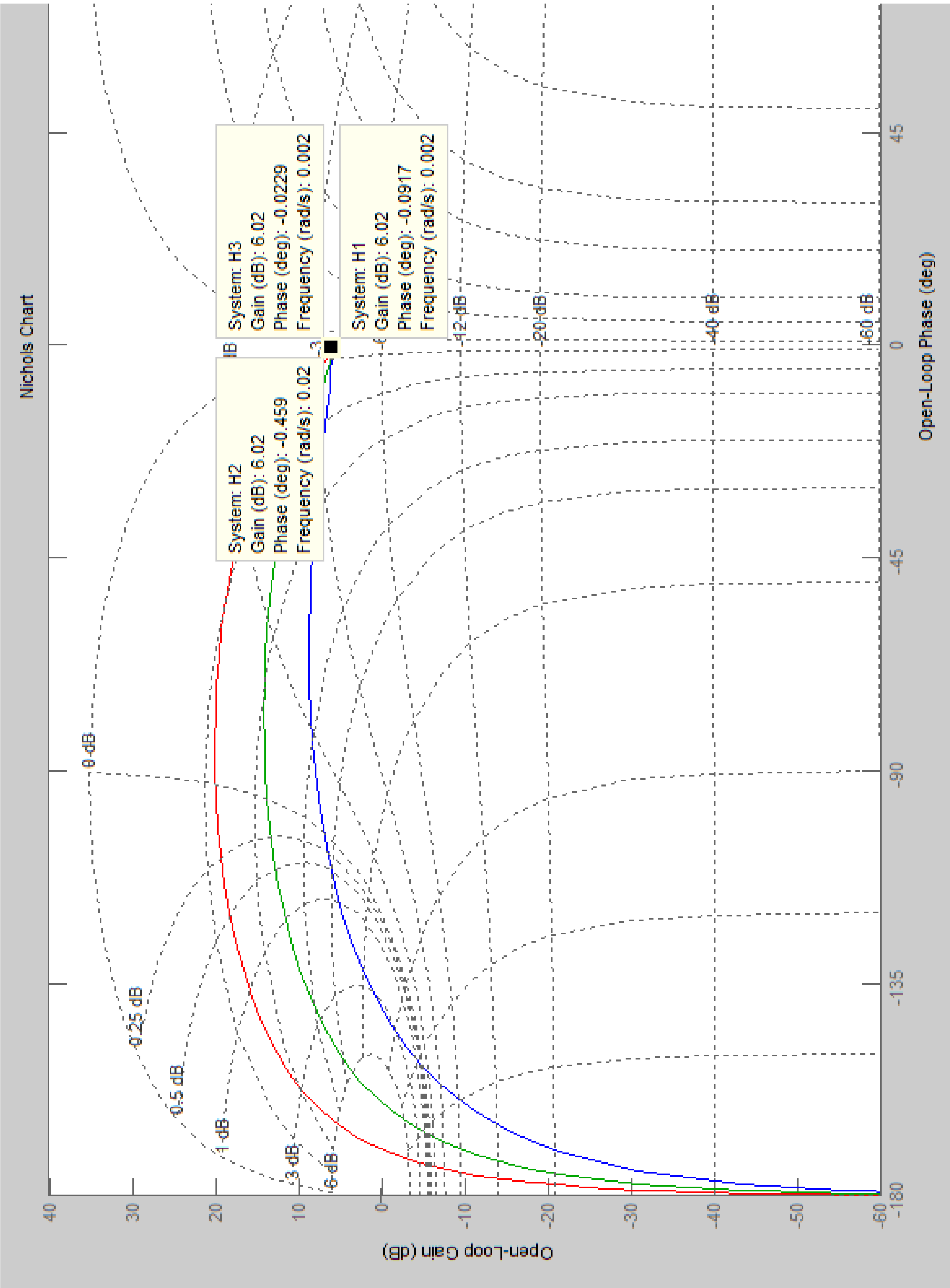


e/

```
H1 = tf( [2] , [1 0.8 1])
H2 = tf ( [2] , [1 0.4 1])
H3 = tf ( [2] , [1 0.2 1])
 nichols ( H1,H2,H3 );grid
```



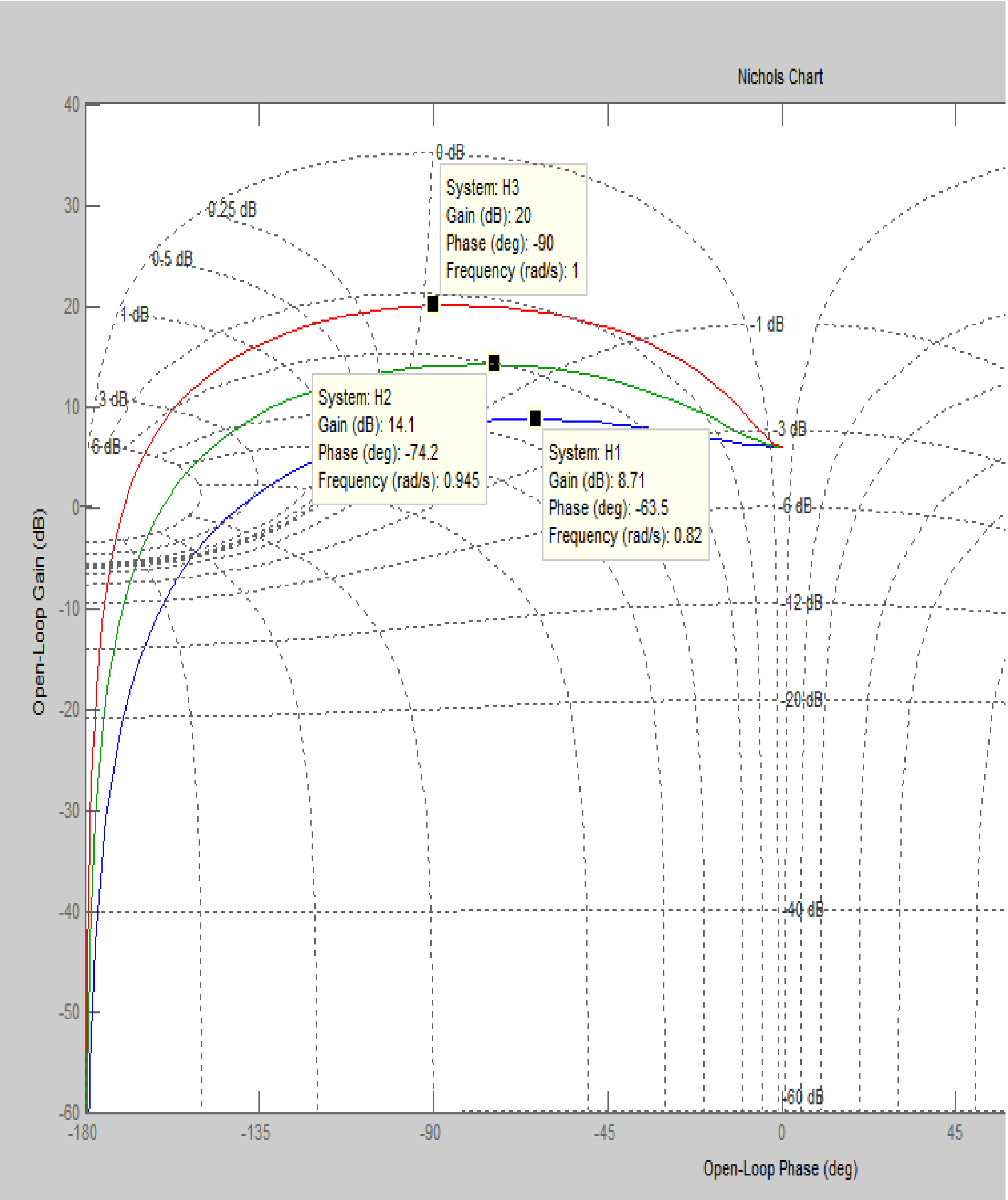
W = 0


Nichols Chart
System: H3
Gain (dB): 6.02
Phase (deg): -0.0229
Frequency (rad/s): 0.002
System: H1
Gain (dB): 6.02
Phase (deg): -0.0917
Frequency (rad/s): 0.002
System: H2
Gain (dB): 6.02
Phase (deg): -0.459
Frequency (rad/s): 0.02
0 dB
0.25 dB
0.5 dB
1 dB
3 dB
6 dB
-12 dB
-20 dB
-40 dB
-60 dB
Open-Loop Phase (deg)
Open-Loop Gain (dB)
45
0
-45
-90
-135
-180
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60

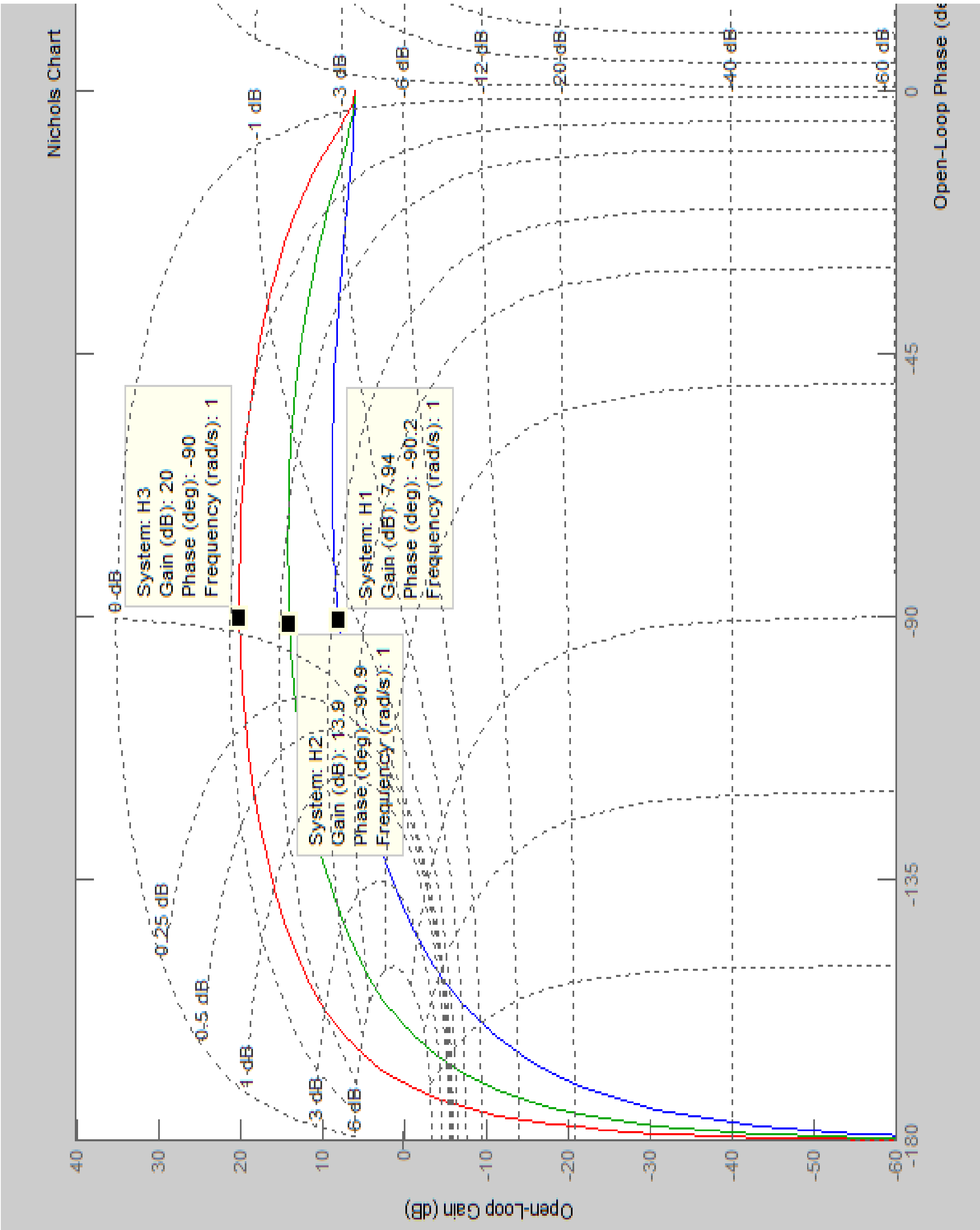
Pour m = 0.4, Wr = 0.825

Pour m = 0.2, Wr = 0.945

Pour m = 0.1 , Wr = 1



Wn = 1

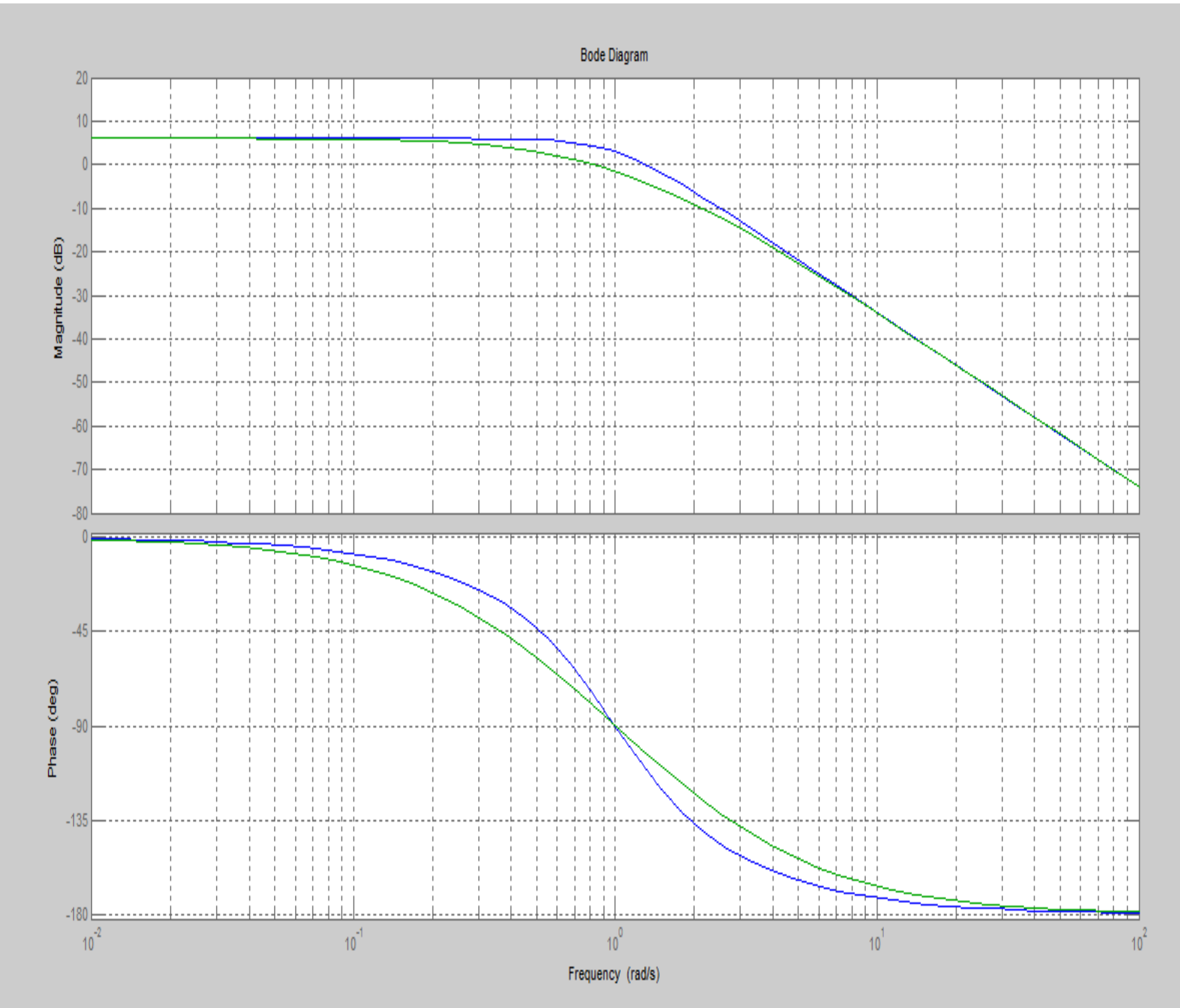


Nichols Chart
System: H3
Gain (dB): 20
Phase (deg): -90
Frequency (rad/s): 1
System: H1
Gain (dB): 7.94
Phase (deg): -90.2
Frequency (rad/s): 1
System: H2
Gain (dB): 13.9
Phase (deg): -90.9
Frequency (rad/s): 1
Open-Loop Gain (dB)
Open-Loop Phase (de

B/ deuxième cas : m >= 0.7:

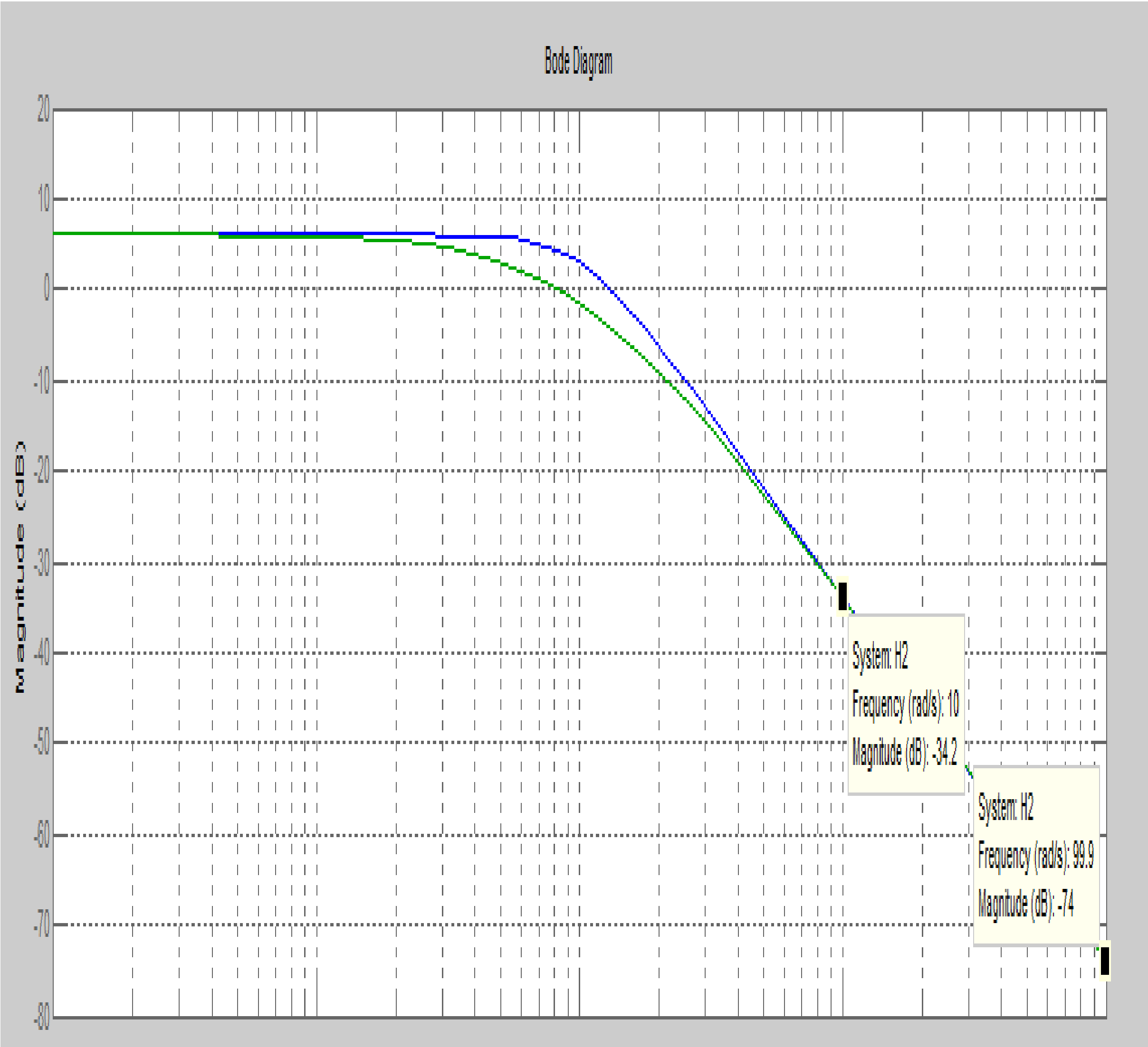
Pour les valeurs m = 0.707 et 1.2

```
H1 = tf( [2] , [1 1.414 1])
H2 = tf ( [2] , [1 2.4 1])

 bode ( H1,H2 );grid

```



c/

Pour W > Wn =1 rad/s, on choisit ces deux points :

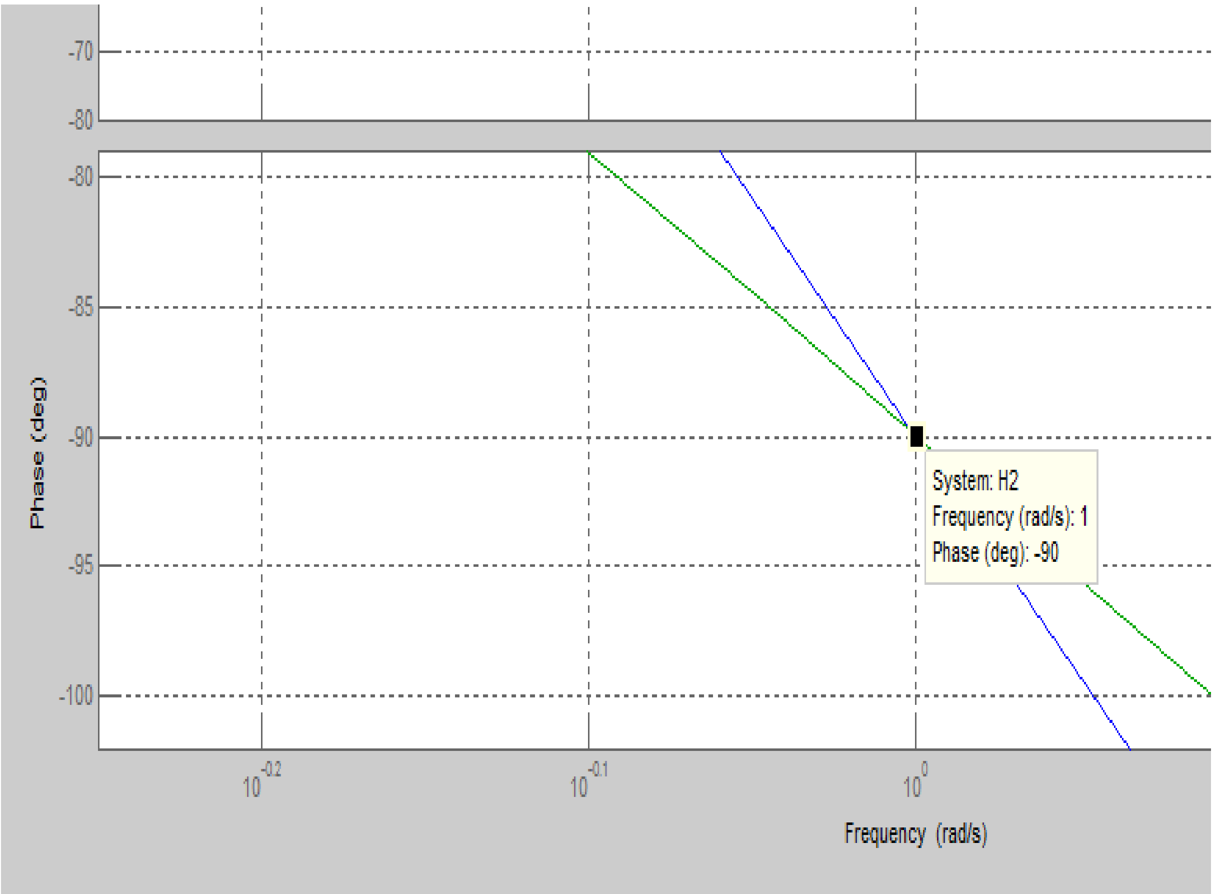


On a donc : (y2-y1) / (x2-x1) =

((-74) – (-34.2)) / Log(100) – log(10) = -40 dB.

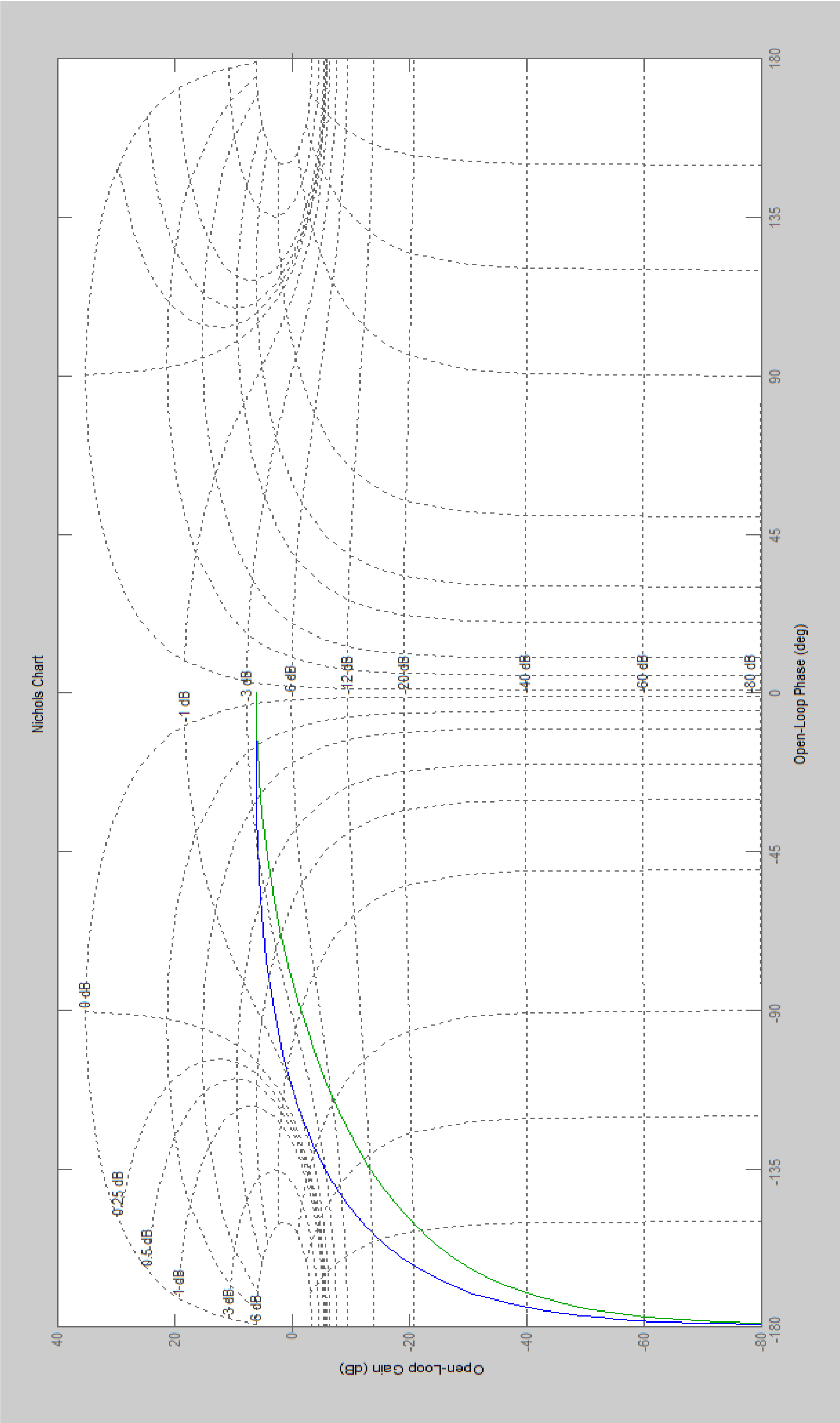
d/

pour W=Wn = 1

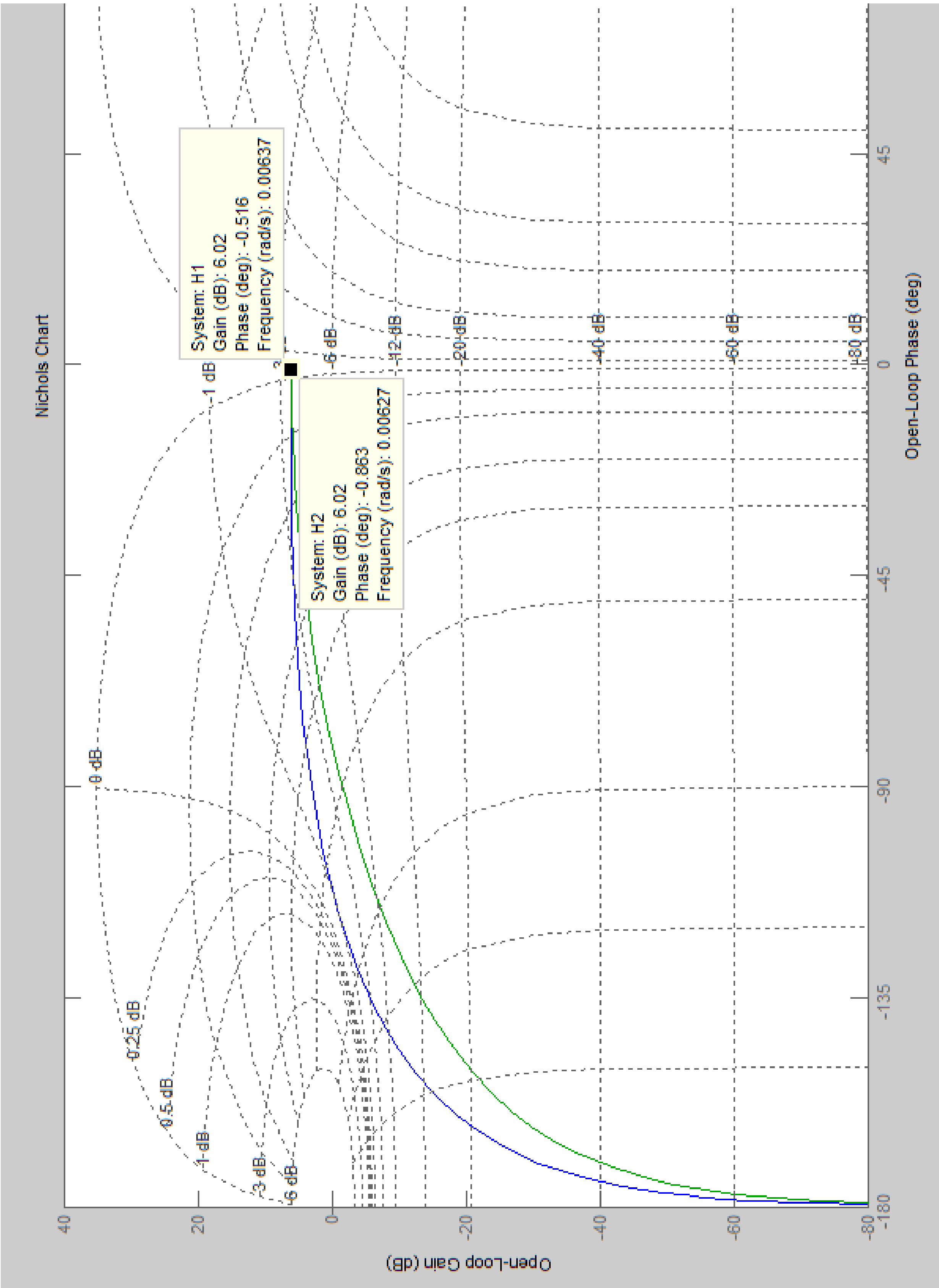


e/

```
H1 = tf( [2] , [1 1.414 1])
H2 = tf ( [2] , [1 2.4 1])

nichols ( H1,H2 );grid
```


Nichols Chart
Open-Loop Phase (deg)
Open-Loop Gain (dB)
0 dB
0.25 dB
0.5 dB
1 dB
3 dB
6 dB
-1 dB
-3 dB
-6 dB
-12 dB
-20 dB
-40 dB
-60 dB
-80 dB
-180
-135
-90
-45
0
45
90
135
180
40
20
0
-20
-40
-60
-80

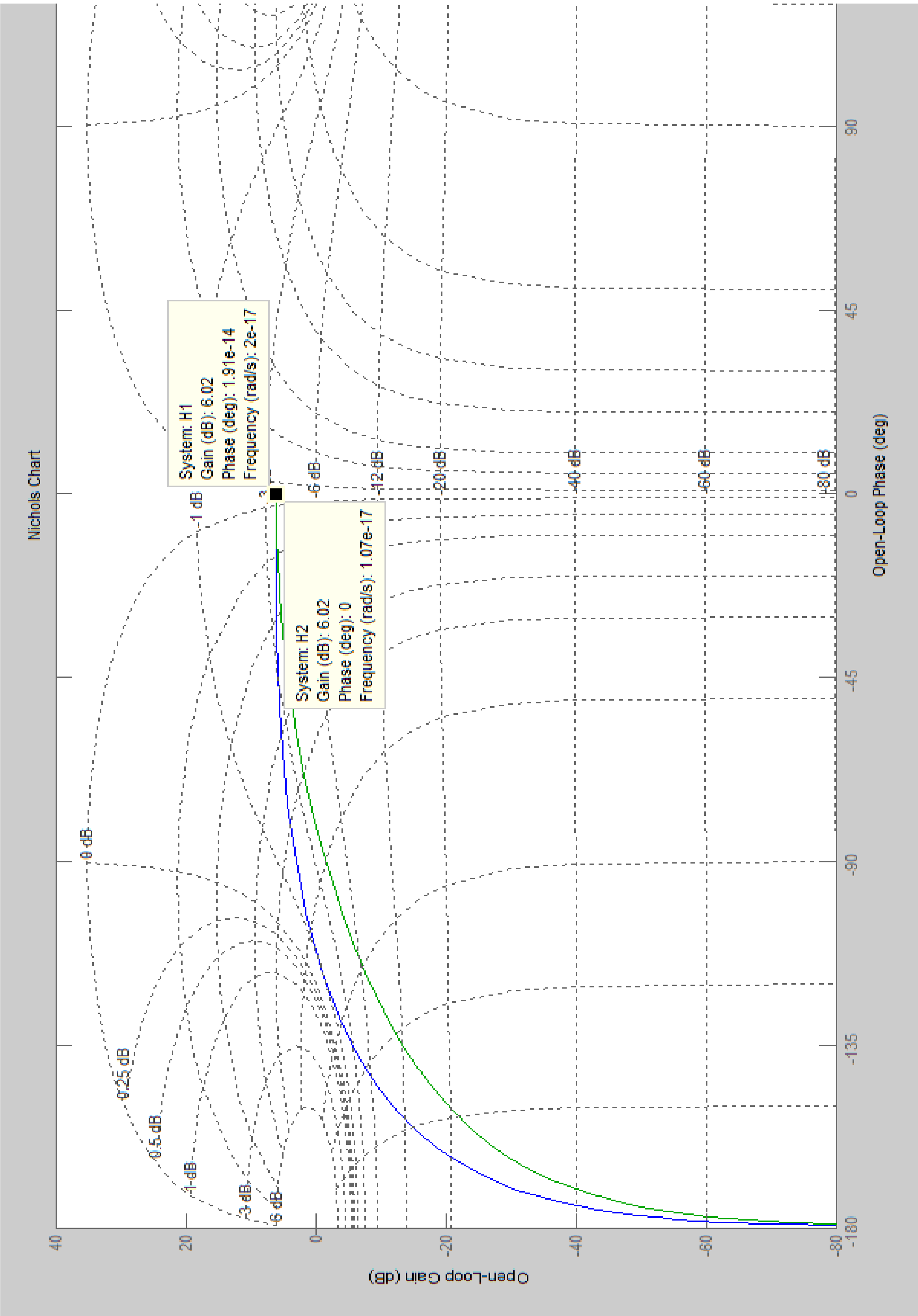
Pour W=0



Nichols Chart
System: H1
Gain (dB): 6.02
Phase (deg): -0.516
Frequency (rad/s): 0.00637
System: H2
Gain (dB): 6.02
Phase (deg): -0.863
Frequency (rad/s): 0.00627
Open-Loop Phase (deg)
Open-Loop Gain (dB)

Pour Wn = 1 rad/s

On ne peut pas atteindre Wn



Le logiciel Matlab

MATLAB (« matrix laboratory ») est un langage de script[2] émulé par un environnement de développement du même nom ; il est utilisé à des fins de calcul numérique. Développé par la société The MathWorks, MATLAB permet de manipuler des matrices, d'afficher des courbes et des données, de mettre en œuvre des algorithmes, de créer des interfaces utilisateurs, et peut s'interfacer avec d'autres langages comme le C, C++, Java, et Fortran. Les utilisateurs de MATLAB (environ 4 millions en 2019[3]) sont de milieux très différents comme l'ingénierie, les sciences et l'économie dans un contexte aussi bien industriel que pour la recherche. Matlab peut s'utiliser seul ou bien avec des toolboxes (« boîte à outils »).

N.B : tous ce travail est de notre réduction et les images dans ce compte-rendu est des captures d'écran de notre travaille sur Matlab