REGLAS DE INFERENCIA Y DEMOSTRACIÓN.

Modus Ponendo Ponens (PP)

Método (Modus) que, afirma (Ponens) el consecuente, afirmando (Ponendo) el antecedente.

La regla de inferencia Modus Ponendo Ponens permite demostrar q a partir de p → q y p.

La conclusión es consecuencia lógica de las premisas, es decir, siempre que las premisas son ciertas, la conclusión es también cierta.

Premisa 1. Si él esta en el partido de fútbol, entonces él está en el estadio.
Premisa 2. Él esta en el partido de fútbol
Conclusión. Él está en el estadio.

Simbólicamente el ejemplo se expresa así:

Sea:
p= él esta en el partido de fútbol.
q= él está en el estadio.
entonces:
Premisa 1. p → q
Premisa 2. <u>p</u>
Conclusión. q

Ejemplo: Se quiere probar la proposición p, a partir de las premisas q → r, r → p, q.

(1)	q → r	Premisa
(2)	r → p	Premisa
(3)	q	Premisa
(4)	r	PP (1)(3)
(5)	p	PP (2)(4)

Doble Negación (DN)

Permite pasar de una premisa única a la conclusión. Un ejemplo es el de una negación de negación.

Ejemplo:
No ocurre que Ana no es una estudiante.
¿Qué conclusión se puede sacar de esta premisa?
Evidentemente se puede decir:
Ana es una estudiante

También se puede tener:
Juan toma el autobús para ir a la escuela.
Se puede concluir la negación de su negación:
No ocurre que Juan no toma el autobús para ir a la escuela.

Simbología:

$$\frac{(p)}{\neg\neg(p)} \quad \text{y} \quad \frac{\neg\neg(p)}{(p)}$$

Ejemplo:

(1)	r	Premisa
(2)	¬¬ r	DN (1)

Ejemplo haciendo uso de las dos reglas de inferencia hasta ahora vistas.
Demostrar $\neg\neg q$ a partir de las premisas $p \rightarrow q$, p

(1) $p \rightarrow q$ Premisa
(2) p Premisa
(3) q PP (1) (2)
(4) $\neg\neg q$ DN (3)

Extensión de la definición de negación:

p es la negación de $\neg p$

Modus Tollendo Tollens (TT)
Método (Modus) que, negando (Tollendo) el consecuente, se puede negar (Tollens) el antecedente de la condicional.

Premisa 1. Si tiene luz propia, entonces el astro es una estrella.
Premisa 2. El astro no es una estrella.
Conclusión. Por tanto no tiene luz propia.

Simbólicamente el ejemplo se expresa así:

Sea:
p: tiene luz propia.
q: el astro es una estrella.
entonces:
$p \rightarrow q$
$\neg q$
$\neg p$

Ejemplo: (Utilizando las reglas de inferencias utilizadas hasta ahora)
Demostrar $\neg\neg r$ a partir de las premisas $p \rightarrow q$, $\neg q$, $\neg p \rightarrow r$

(1) $p \rightarrow q$ Premisa
(2) $\neg q$ Premisa
(3) $\neg p \rightarrow r$ Premisa
(4) $\neg p$ TT (1) (2)
(5) r PP (3) (4)
(6) $\neg\neg r$ DN (5)

Adjunción (A)
Se suponen dadas dos proposiciones como premisas
Premisa 1. Jorge es adulto
Premisa 2. María es adolescente

Si ambas proposiciones son verdaderas, entonces se podrían juntar en una proposición molecular utilizando el conectivo "y" obteniendo una proposición verdadera

Jorge es adulto y María es adolescente.

Simbólicamente se puede ilustrar:

Premisa 1. p
Premisa 2. $\underline{q\quad\quad}$
Se puede concluir $p \wedge q$
O se puede concluir $q \wedge p$

Simplificación (S)

Si se tiene una premisa que dice:
El cumpleaños de María es el viernes y el mío es el sábado.

De esta premisa se puede deducir dos proposiciones:
Una conclusión El cumpleaños de María es el viernes
Y la otra conclusión El mío es el sábado

Si la premisa es cierta, cada una de las conclusiones es también cierta.

Simbólicamente tendríamos:

De la premisa $\underline{p \wedge q}$
Se puede concluir p
O se puede concluir q

Modus Tollendo Ponens (TP)

Método (Modus) que, negando (Tollendo) un miembro de la disyunción se afirma (Ponens) el otro miembro.

Simbólicamente se tiene:

De la premisa $p \vee q$
Y la premisa $\underline{\neg p \quad\quad}$
Se puede concluir q

O También

De la premisa $p \vee q$
Y la premisa $\underline{\neg q \quad\quad}$
Se puede concluir p

Ejemplo: Suponiendo que se tiene:

Premisa 1. O esta sustancia contiene hidrógeno o contiene oxígeno
Premisa 2. Esta sustancia no contiene hidrógeno
Por medio del TP se puede concluir
Conclusión. Esta sustancia contiene oxigeno.

Simbólicamente tendríamos

p: Esta sustancia contiene hidrógeno.
q: Esta sustancia contiene oxigeno.

La demostración de la conclusión es:
(1) $p \vee q$ Premisa
(2) $\neg p$ Premisa
(3) q TP (1)(2)

Ley de Adición (LA)

Si se tiene una proposición que es cierta, entonces la disyunción de aquella proposición y otra cualquiera ha de ser también es cierta.

Ejemplo:
Premisa dada como cierta: Esta libro es azul
Entonces se sabe que la proposición siguiente ha de ser cierta:
O este libro es azul o es rojo.

Simbólicamente se puede tener: pvq, pvr, pvt, pvs y así sucesivamente
Ejemplo:
(1) q   Premisa
(1) qv s   LA (1)

Ley del Silogismo Hipotético (SH)
La conclusión es una proposición condicional.
Ejemplo:
(1). Si hace calor, entonces Juana va a nadar.
(2). Si Juana va a nadar, entonces arregla la casa después de comer.
Se puede concluir:
(3) S hace calor, entonces arregla la casa después de comer.

Simbolización:
p: Hace calor.
q: Juana va a nadar
r: Arregla la casa después de comer.

(1) $p \to q$ Premisa
(2) $q \to r$ Premisa
(3) $p \to r$ SH (1)(2)

Ley del Silogismo Disyuntivo (SD)
Empieza con una disyunción y dos condicionales.
Ejemplo:
O llueve o el campo está seco
Si llueve, entonces jugaremos dentro.
Si el campo esta seco, entonces jugaremos a baloncesto.

La conclusión sería otra disyunción:
O jugaremos dentro o jugaremos baloncesto.

Simbolización:
p: Llueve
q: El campo está seco
r: Jugaremos dentro
s: Jugaremos baloncesto

(1) pvq   Premisa
(2) $p \to r$ Premisa
(3) $q \to s$ Premisa
(4) rvs   SD (1)(2)(3)

Se puede deducir rvs
O se puede deducir   svr

Ley de Simplificación Disyuntiva (SimpD)

Si alguien dice "Magallanes ganará" o "Magallanes ganará", se quiere decir que simplemente opina que "Magallanes ganará". En forma simbólica el razonamiento es:

$$s \vee s$$

por tanto

$$s$$

Ejemplos:

(1) $\neg q \vee \neg q$ Premisas

(2) $\neg q$ SimpD (1)

En el caso de la disyunción las dos proposiciones deben ser exactamente la misma. Aplicación importante de la simplificación disyuntiva cunado el silogismo disyuntivo tiene la forma:

$p \vee q$

$p \rightarrow q$

$q \rightarrow r$

Por tanto $r \vee r$

En este caso se puede simplificar la conclusión $r \vee r$ reduciéndola a r. Pues si $r \vee r$ es cierta, entonces r ha de ser cierta.

Leyes Conmutativas (LC).

Se aplica a las conjunciones y disyunciones; es decir, el cambio del orden de los miembros de las conjunciones o disyunciones no altera su significado.

Ejemplo:

Conjunción.

La adición es una operación binaria y la multiplicación es una operación binaria.

Por tanto, la multiplicación es una operación binaria y la adición es una operación binaria

Disyunción.

O una fuerza actúa sobre un cuerpo o la velocidad del cuerpo no varía.

Por tanto, o la velocidad del cuerpo no varía o una fuerza actúa sobre un cuerpo.

Simbólicamente:

$p \wedge q$ es igual a $q \wedge p$

$p \vee q$ es igual a $q \vee p$

Las Leyes de Morgan (LM)

En el lenguaje corriente ocurre a veces que hay proposiciones enunciadas de manera distintas que tienen el mismo significado.

Ejemplo:

(1) No llueve y no hace sol,

Se puede también expresar, en forma algo reforzada, diciendo:

(2) No ocurre que llueva o que haga sol.

De allí se puede concluir simbólicamente lo siguiente:

Para la conjunción se tiene $\neg (p \wedge q)$ siendo equivalente a $(\neg p \vee \neg q)$

Para la disyunción se tiene $\neg (p \vee q)$ siendo equivalente a $(\neg p \wedge \neg q)$

Ley del Bicondicional (LB)

Una proposición bicondicional se parece extraordinariamente a dos proposiciones condicionales.

Ejemplo:
Estos campos se inundan si y solo si el agua alcanza esta altura.
Donde:
p: Estos campos se inundan
q: el agua alcanza esta altura
Simbología: $p \leftrightarrow q$

La proposición bicondicional $p \leftrightarrow q$ tiene la misma fuerza que dos proposiciones condicionales; primera $p \rightarrow q$ y segunda $q \rightarrow p$.

Se puede concluir simbólicamente lo siguiente:
$(p \leftrightarrow q)$ es equivalente a $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$