

Problème #4227

La suite $(a_i)_{i \in \mathbb{N}}$ satisfait $a_{m+n} + a_{m-n} = \frac{1}{2}(a_{2m} + a_{2n})$ pour tous $m, n \in \mathbb{N}$ avec $m \geq n$. Si $a_1 = 1$, déterminer les valeurs que peut prendre a_{1995} .

On change la formule en :

$$2a_{m+n} + 2a_{m-n} = a_{2m} + a_{2n}$$

Pour $n = m$:

$$2a_m + 2a_m = a_{2m} \iff \boxed{a_{2m} = 4a_m}$$

Pour $n = 0$, $n = 1$ et $n = 2$:

$$2a_{2m} + 2a_0 = a_{2m} + a_{2m} \iff \boxed{a_0 = 0}$$

$$2a_{m+1} + 2a_1 = a_{2m} + a_2 \iff 2a_{m+1} + 2 = 4a_m + 4a_1 \iff \boxed{a_{m+1} = 2a_m + 2}$$

$$2a_{m+2} + 2a_2 = a_{2m} + a_4 \iff 2a_{m+2} + 8 = 4a_m + 4a_2 \iff \boxed{a_{m+2} = 2a_m + 8}$$

...