Problèmes du Marathon d'inégalité

Daniel Cortild

November 2, 2018

Problème 2 (Test Animath Février 2018)
Déterminer la valeur maximale de $\sqrt{x} + \sqrt{2y+2} + \sqrt{3z+6}$ lorsque x, y, z sont des nombres réels strictement positifs vérifiant $x + y + z = 3$

Problème 2
Soient $a, b, c > 0$ tels que $a + b + c = abc$. Prouver que $max(a, b, c) \geq \sqrt{3}$

Problème 4 (test de mi-Stage Valbonne 2018, groupe B)
Soit a, b, c des réels tels que $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Montrer que

$$\frac{1}{1+ab} + \frac{1}{1+bc} + \frac{1}{1+ca} \geq \frac{3}{2}$$

Je trouve que c'est une chouette idée ce marathon. Normalement, les inégalités devraient être dans le marathon d'algèbre je crois, mais vu qu'il y a aussi un marathon d'équations fonctionnelles, c'était logique d'en faire un pour les inégalités .

Problème 5
Soit $a, b, c > 0$ Montrer que : $\frac{a+b+c}{\sqrt[3]{abc}} + \frac{8abc}{(a+b)(b+c)(c+a)} \geq 4$

Problème 6
Soient a, b, c des réels positifs. Montrer que

$$a^5b + b^5c + c^5a \geq a^3b^2c + b^3c^2a + c^3a^2b.$$

Problème mis
a jour Pb numéro 7 Montre que pour tout $a, b, c \in \mathbb{R}_0^+$

$$\frac{a}{2a+b} + \frac{b}{2b+c} + \frac{c}{2c+a} \leq 1.$$

"

Problème 8
Soit $(x_1, x_2, ..x_n, y_1, .., y_n) \in \mathbb{R}^+$. Montrer que :

$$\sqrt[n]{x_1..x_n} + \sqrt[n]{y_1..y_n} \leq \sqrt[n]{(x_1+y_1)..(x_n+y_n)}$$