Eliminatoires coupe Animath 2015 Questionnaire collégiens

Les exercices ne sont pas classés par ordre de difficulté.

Exercice 1. Soient x et y deux nombres réels vérifiant y - x = 1 et $y^2 = x^2 + 6$. Déterminer la valeur de x + y.

Exercice 2. Calculer
$$\frac{\sqrt{2^{999} + 2^{998} + 2^{998}}}{2^{498}}$$
.

Exercice 3. Calculer $\frac{8^{1345}}{4^{2015}}$.

Exercice 4. Un joueur dispose de quatre cartes distinctes. De combien de manières peut-il les ordonner ?

Exercice 5. Une grille est formée de 5 droites horizontales et 6 droites verticales. Déterminer le nombre de rectangles dont chacun des côtés est inclus dans l'une de ces droites.

Exercice 6. Les mots de la langue aayyaa sont les successions de 1 à 10 caractères qui sont soit des "a", soit des "y". Déterminer le nombre de mots de cette langue.

Exercice 7. Le nombre 6 a 4 diviseurs : 1, 2, 3 et 6. Le plus grand diviseur de 6 qui est différent de 6 est 3. Déterminer le plus grand diviseur de 2015 qui est différent de 2015.

Exercice 8. Déterminer la somme de nombres compris entre 1200 et 1300 qui sont divisibles par 5 et par 9.

Exercice 9. Soit n le nombre entier tel que $2^5 \times 3^8 \times 4^9 \times 5^{10} \times 6^{11}$ soit divisible par 2^n mais pas par 2^{n+1} . Déterminer n.

Exercice 10. Soit ABCDE un pentagone régulier. On suppose que tous ses sommets sont situés sur un cercle de centre O. Déterminer la valeur en degrés de l'angle \widehat{OAB} .

Exercice 11. Soit $A_1A_2A_3\cdots A_{120}$ un polygone régulier. Déterminer la valeur en degrés de l'angle $\widehat{A_1A_3A_5}$.

Exercice 12. Soit ABCD un losange tel que BD = 50 et AC = 100. Soit M le milieu de [BC] et N le milieu de [AD]. Déterminer l'aire du quadrilatère ABMN.