Mathraining 13 juillet 2024

Problème #4252

Soit K un nombre entier. On définit la suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par $a_0=0, a_1=K$ et

$$a_{n+2} = K^2 a_{n+1} - a_n$$
 pour $n \in \mathbb{N}$.

Prouver que $a_n a_{n+1} + 1$ divise $a_n^2 + a_{n+1}^2$ pour chaque $n \in \mathbb{N}$.