

O 2

Lichtgeschwindigkeit

1. Physikalische Grundlagen

1.1 Geschichtlicher Überblick

Galileo Galilei (1564-1642) hat als erster den physikalisch richtigen Gedanken ausgesprochen, dass das Licht zum Zurücklegen eines Weges Zeit benötigen müsse. In seinem Hauptwerk über die Mechanik¹ beschreibt er einen Versuch zur Messung der Lichtgeschwindigkeit: Zwei Beobachter A und B haben je eine Laterne, deren Licht mit einem Schieber abgeblendet werden kann und stehen sich auf zwei Bergen in grösserem Abstand gegenüber. Bei Abständen von 8 bis 10 Meilen könnten Fernrohre zur gegenseitigen Beobachtung benützt werden. A gibt nun plötzlich sein Licht frei. Sobald B das Licht von A aufblitzen sieht, gibt auch er sein Licht frei. Die Zeitdifferenz, bis zu der A nach Freigabe seines Lichtes das Licht von B aufblitzen sieht, wäre die Laufzeit des Lichtes für das Durchlaufen der doppelten Strecke AB. Der Versuch war logisch vollkommen richtig durchdacht, musste aber an der ungeheuren Grösse der Lichtgeschwindigkeit scheitern.

Die erste Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit verdanken wir dem Dänen Olaf Römer (1644 - 1710). Nach jahrelangen Beobachtungen der Jupitermonde, machte er im Jahre 1676 auf der Pariser Sternwarte die entscheidenden Messungen am innersten Mond Io, dessen Umlaufszeit 42.5 h beträgt. Römer stellte fest, dass das Eintauchen des Mondes in den Schatten sich im Verlaufe eines halben Jahres immer mehr verspätete, um dann im anderen Halbjahr diese Verspätung wiederum aufzuholen. In der

Oppositionstellung der Erde E₁ betrug diese Verspätung rund 1320 s gegenüber der Konjunktionsstellung E₂. Daraus folgerte Römer, dass die Lichtgeschwindigkeit offensichtlich endlich war. Die Beobachtungen von Römer waren ziemlich spärlich, aber deren Interpretation für die damalige Zeit umso kühner. Sie fand zuerst auch grosse Gegnerschaft, bis sich Newton und Huygens positiv dafür ausgesprochen hatten.

Aus Römers Ergebnis berechnete Huygens, unter Verwendung eines Erdbahnradius von $a = 1.4 \cdot 10^{11} \text{ m}$ eine Lichtgeschwindigkeit von

$$c = \frac{2a}{\Delta t} = \frac{2 \cdot 1.4 \cdot 10^{11} \text{ m}}{1320 \text{ s}} = 2.12 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Im Jahre 1728 hatte James Bradley (1692-1762) gefunden, dass derselbe Fixstern nach einem halben Jahre um einen kleinen Winkel 2ε verschoben erscheint. Diese Messungen führte er durch, weil er nach einer schon lange vermuteten Fixsternparallaxe suchte, welche den Beweis für den Umlauf der Erde um die Sonne liefern sollte. Bei einer Fixsternparallaxe hätte diese jahresperiodische Verschiebung der Erdbewegung entgegengesetzt sein müssen, wie man sich leicht überlegen kann. Da sie jedoch in Richtung der Erdbahngeschwindigkeit \vec{v} (Fig. 2) erfolgte, konnte es sich nicht um die gesuchte Fixsternparallaxe handeln, sondern um einen als Aberration des Lichts benannten Effekt, wie man ihn auch im fahrenden Zug am Wagenfenster an den schräg fallenden Regentropfen beobachtet.

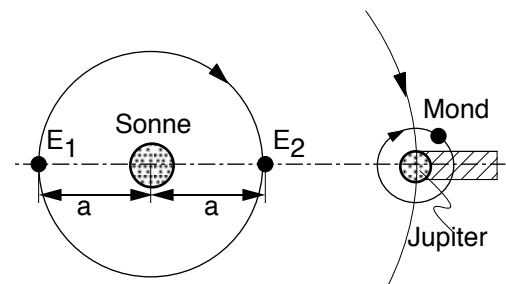


Fig. 1

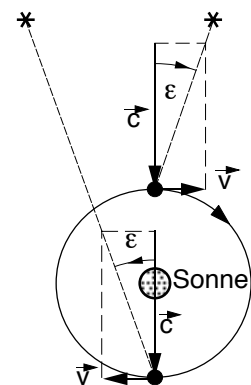


Fig. 2

¹ G. Galilei, Unterredungen und mathematische Demonstrationen über zwei neue Wissenszweige, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt 1964, Seite 39 und 40.

Bei einer Erdbahngeschwindigkeit von 29.7 km/s berechnete Bradley einen Aberrationswinkel von

$$\varepsilon \approx \tan(\varepsilon) = \frac{v}{c} = \frac{2.97 \cdot 10^4 \text{ m/s}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 9.90 \cdot 10^{-5} \text{ rad} = 20.4''$$

in Übereinstimmung mit der Beobachtung, und lieferte damit eine zweite astronomische Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit von rund 300'000 m/s. Die ersten Lichtgeschwindigkeitsmessungen auf der Erde gelangen erst um die Mitte des 19. Jahrhunderts den beiden französischen Forschern A.H. Fizeau (1819-1896) und Léon Foucault (1819-1868), die sowohl die Lichtgeschwindigkeit in Luft als auch in ruhenden und bewegten Flüssigkeiten (Wasser) bestimmt haben. Es handelt sich bei diesen Messungen um Spitzenleistungen der klassischen Experimentierkunst. Die Methode von Foucault wurde 1878 von dem amerikanischen Physiker Albert Abraham Michelson (1852-1931) verbessert, der dann später durch einen entscheidenden Versuch die Unabhängigkeit der Vakuumlichtgeschwindigkeit von der Bewegung des Bezugssystems nachgewiesen und dadurch die Grundlage für die Relativitätstheorie von Albert Einstein (1879-1955) gelegt hat. In der Relativitätstheorie spielt die Lichtgeschwindigkeit die Rolle einer unerreichbaren Unendlichkeit. Es zeigt sich, dass die Lichtgeschwindigkeit von keinem mit Ruhemasse behafteten Körper je erreicht werden kann sondern nur von Objekten mit Ruhemasse Null. Beispiele dafür sind die Lichtquanten (elektromagnetische Wellen), Gravitonen (Gravitationswellen) und ev. auch die Neutrinos (es gibt aber auch Theorien, die den Neutrinos Ruhemasse zuschreiben und dann wäre ihre Geschwindigkeit kleiner als Lichtgeschwindigkeit). In der Relativitätstheorie gilt die uns aus der alltäglichen Erfahrung gewohnte Euklidische Geometrie nicht mehr, sondern die hyperbolische Geometrie eines endlich begrenzten Geschwindigkeitsraumes. Die Relativitätstheorie bereitet deshalb unserem Vorstellungsvermögen einige Schwierigkeiten, obwohl man in ihr sehr gut denken und rechnen kann. Die Lichtgeschwindigkeit ist eine fundamentale Naturkonstante, für eine möglichst genaue Bestimmung ihres Zahlenwertes haben deshalb während über 100 Jahren zahlreiche Wissenschaftler viel Geschicklichkeit, Energie und Zeit aufgewendet.

Zusammenstellung der wichtigsten Lichtgeschwindigkeits-Messungen

- 1638 Galileo Galilei versucht mit abdeckbaren Laternen die Lichtgeschwindigkeit zu messen. Er findet keinen Laufzeiteffekt.
- 1676 Ole Römer beobachtet den Jupitermond Io, speziell die Zeitpunkte seines Eintritts in den Schatten des Jupiters. Im November 1676 tritt diese Verfinsterung um 10 Min. später ein, als auf Grund der im August gemessenen Umlaufperiode zu erwarten wäre. Römer deutet diese Verspätung als Folge der endlichen Laufzeit des Lichtes über die jetzt grössere Entfernung. (einzige wissenschaftliche Publikation Römers)
 $c = 214\,000 \text{ km/s}$
- 1728 James Bradley stösst bei der Suche nach Sternparallaxen auf die Aberration des Lichtes. Aus dem gemessenen Aberrationswinkel (siehe Fig. 2) erhält er
 $c = 295\,000 \text{ km/s}$
- 1849 Armand Fizeau: Erste terrestrische Messung mit seiner Zahnradmethode über eine Basisstrecke von 8633 m. Ergebnis:
 $c = 315\,300 \text{ km/s}$
- 1850 Léon Foucault erfindet die wesentlich empfindlichere Drehspiegelmethode, welche viel kürzere Messstrecken und Messungen in andern Medien erlaubt. Für Luft erhält er:
 $c = 300\,900 \text{ km/s}$
- 1878 - 1927 Albert Abraham Michelson verbessert die Drehspiegelmethode und misst über sehr lange, genau vermessene Basisstrecken (umgerechnet auf Vakuum):
 $c_0 = (299\,796 \pm 4) \text{ km/s}$
- 1950 Essen, Hansen und Bol messen die Phasengeschwindigkeit von elektromagnetischen Wellen nach der Gleichung $c = \lambda \cdot f$, wobei die Wellenlänge mittels Hohlraumresonatoren bestimmt wird. Im Vakuum erhalten sie
 $c_0 = (299\,793 \pm 1) \text{ km/s}$
- 1972 National Bureau of Standards (NBS), Washington D.C.: Messung mit Laser nach $c = \lambda \cdot f$ (im Vak. gemessen, Genauigkeit begrenzt durch die Meterdef.!):
 $c_0 = (299\,792\,456.2 \pm 1.1) \text{ m/s}$

Über die **Entwicklung der Genauigkeit der Lichtgeschwindigkeits-Messungen im 20. Jahrhundert** orientiert die nachfolgende Zusammenstellung (H.E. Bates, Am.Journ.Phys. 56, 683 (1988))

| Veröffentlichung Monat/Jahr | Autor/Methode | Lichtgeschwindigkeit km/s | Unsicherheit km/s |
|--------------------------------|--|------------------------------|----------------------|
| 12/1927 | Michelson at Mt.Wilson | 299 798.9 | 4 |
| 1/1935 | Michelson et al. at Santa Ana | 299 774 | 1.1 |
| 2/1949 | Bergstrand, geodimeter | 299 796 | 2 |
| 4/1950 | Essen, NPL radar measurements | 299 792 | 2.4 |
| 3/1950 | Bergstrand, geodimeter | 299 792.700 | 0.25 |
| 6/1950 | Essen, NPL rf cavity | 299 792.500 | 3.0 |
| 2/1951 | Bergstrand, geodimeter | 299 793.100 | 0.2 |
| 10/1952 | Rank et al., spectral method | 299 776 | 6 |
| 2/1955 | Plyler, spectral method | 299 792 | 6 |
| 11/1955 | Rank et al., spectral method | 299 791.9 | 2.2 |
| 3/1958 | Froome, millimeter wave | 299 792.5 | 0.1 |
| 7/1972 | Bay et al., diff. freq. method | 299 792.462 | 0.018 |
| 2/1973 | Evanson et al., direct freq. | 299 792.4562 | 0.0011 |
| 2/1973 | Baird et al., wavelength meas. | 299 792.458 | 0.002 |
| 9/1974 | Blaney et al., direct freq. meas. | 299 792.459 | 0.0008 |
| 1/1977 | Blaney et al., direct freq. meas. | 299 792.459 | 0.0006 |
| 7/1977 | Monchalin et al., direct freq. meas. | 299 792.4576 | 0.0022 |
| 4/1978 | Woods et al., direct freq. meas. | 299 792.4588 | 0.0002 |
| 1/1987 | Jennings et al., direct freq. meas. visible light | 299 792.4586 | 0.0003 |

1.2 Messung der Lichtgeschwindigkeit nach Fizeau (1849)²

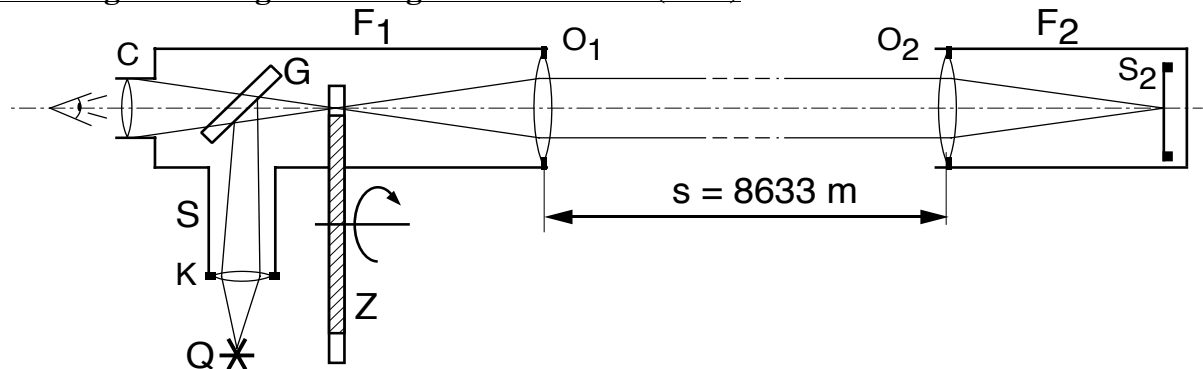


Fig. 3

In Fig. 3 sind F₁ und F₂ zwei einander zugekehrte, auf Unendlich eingestellte Fernrohre. F₁ hat einen Seitenansatz S mit einer planparallelen Platte G unter 45° zur Fernrohrachse und einem Kondensor K, während F₂ in der Brennebene des Objektivs O₂ einen senkrecht zur Achse angebrachten Spiegel S₂ hat. Im Fernrohr F₁ befindet sich in der Brennebene des Objektivs O₁ der Zahnkranz eines Zahnrades mit 720 Zähnen, das sehr schnell rotieren kann. Die Lichtstrahlen einer hellen Lichtquelle Q werden an G gespiegelt und gelangen als paralleles Licht aus F₁ in F₂, wo sie auf S₂ vereinigt und wieder zurückreflektiert werden. Mit dem Okular C wird dann durch die durchsichtige Platte G das Bild der Lichtquelle als ferner Lichtfleck gesehen. Wird die Drehzahl des Zahnrades auf 12.6 Umdrehungen

² Carl Ramsauer, Grundversuche der Physik in historischer Darstellung, Seite 65 ff.

pro Sekunde gesteigert, so verschwindet das Bild, weil in der Zeit, die das Licht für das Zurücklegen der Strecke $2s = 2.8633 \text{ m}$ benötigt, auf eine Zahnücke gerade der nächste Zahn folgt und das Licht abdeckt. Daraus berechnete Fizeau für die Lichtgeschwindigkeit :

$$c = \frac{2s}{\Delta t} = \frac{2.8633 \text{ m}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{720} \cdot \frac{1}{12.6} \text{ s}} = 3.14 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Dieser Versuch ist 1873 und 1875 mit einigen Verbesserungen wiederholt worden und ergab bei Distanzen von $10'310 \text{ m}$ und $23'000 \text{ m}$ Lichtgeschwindigkeiten von $298'000$ und $300'400 \text{ km/s}$.

1.3. Messung der Lichtgeschwindigkeit nach Foucault (1850)³

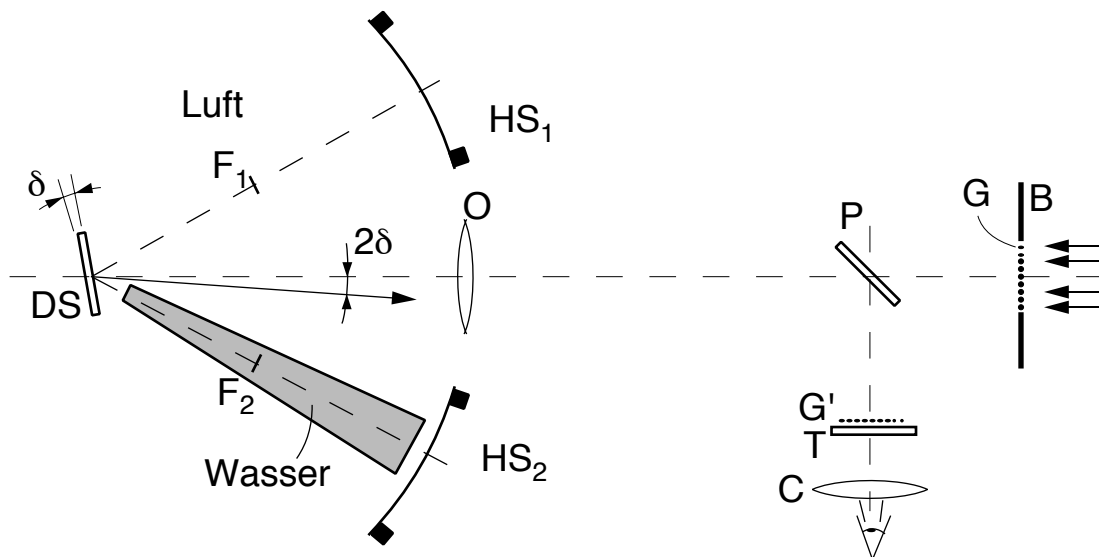


Fig. 4

In Fig.4 ist G ein Gitter von 11 parallelen, dünnen Platindrähten mit $1/11 \text{ mm}$ Abstand. Darauf fällt das von der Blende B begrenzte Licht einer Lampe. Das gut achromatische Objektiv O erzeugt auf dem Hohlspiegel ES_1 - nachdem die Strahlen an einem Drehspiegel DS reflektiert worden sind - ein vergrößertes Bild des Gitters. Durch Rückabbildung entsteht am Ort von G ein gleichgroßes Bild. Um es zu beobachten, wird ein Teil des Lichtes durch die planparallele Platte P (Strahlteiler) seitlich ausgelenkt und erzeugt so das Bild G'. Dieses wird mit dem Okularmikrometer C mit einer Strichteilung T von $1/10 \text{ mm}$ beobachtet. G' und T wirken zusammen als Nonius, so dass eine Ablesegenauigkeit von $1/100 \text{ mm}$ erzielt wird. Damit kein Lichtverlust entsteht, befindet sich der Drehspiegel DS im Krümmungsmittelpunkt des Hohlspiegels, das von DS ausgehende Licht wird dann in sich zurückgeworfen. Wird nun der Drehspiegel DS in schnelle Rotation versetzt, so findet das vom Hohlspiegel HS_1 zurückreflektierte Licht den Drehspiegel um einen kleinen Winkel δ verdreht und wird an diesem um den Winkel 2δ gegenüber der ursprünglichen Lichttrichtung abgelenkt, sodass das Bild G' um einen kleinen Betrag seitlich verschoben erscheint. Auf diese Weise hat Foucault eine Lichtgeschwindigkeit von $298'000 \text{ km/s}$ gemessen. Der Vorteil seiner Methode war, dass man mit viel kleineren Lichtwegen auskommt als bei Fizeau und deshalb auch die Lichtgeschwindigkeit in anderen Medien als Luft messen kann. Zwischen Drehspiegel DS und einem zweiten Hohlspiegel HS_2 brachte Foucault eine konische Säule mit Wasser und fand durch Vergleich mit der Lichtgeschwindigkeit in Luft ein Verhältnis von $3/4$ entsprechend dem Brechungsindex von Wasser von $n = 4/3$.

³ Carl Ramsauer, Grundversuche der Physik in historischer Darstellung, Seite 67 ff

1.4 Die Lichtgeschwindigkeit heute

Im Jahre 1983 hat die Internationale Konferenz für Mass und Gewicht (ICPM) den Meter durch Festlegung des Zahlenwertes für die Lichtgeschwindigkeit neu definiert. So gilt heute exakt:

$$\text{Lichtgeschwindigkeit im Vakuum : } c_0 = 299'792'458 \text{ m/s}$$

Was hat denn heutzutage die Messung der Lichtgeschwindigkeit für einen Sinn ?

Unser Experiment, welches die in 1.5 beschriebene Methode von Michelson verwendet, soll den Studierenden primär das Erlebnis der Endlichkeit und ungeheuren Grössen der Lichtgeschwindigkeit vermitteln. Es soll sodann zeigen, dass auch mit einer relativ einfachen Apparatur und relativ kurzer Basisstrecke bei sorgfältigem Arbeiten ein Ergebnis erhalten wird, welches im Rahmen der Messunsicherheit mit dem wahren Wert übereinstimmt.

Eine Superpräzisionsmessung von c müsste heute als (wohl unnötige) Verbesserung der Meterdefinition angesehen werden.

Die **Lichtgeschwindigkeit in einem Medium** erhält man bekanntlich mit Hilfe des gemessenen Brechungsindex $\rightarrow c = c_0 / n$. In einem Gas, z.B. in der Luft, ist n proportional zur Dichte und wird noch vom Wassergehalt (Luftfeuchte) leicht beeinflusst. Nach internationaler Vereinbarung gilt folgende Formel (siehe $\rightarrow F. Kohlrausch, Praktische Physik, Bd.1, Seite 461 (23. Aufl. 1885)$):

Brechungsindex der Luft:

$$(n - 1) = (n_n - 1) \cdot \frac{p \cdot T_n}{p_n \cdot T} - \left(\beta - \frac{\gamma}{\lambda_o^2} \right) \cdot p_w$$

Darin bedeuten:

n_n : Normbrechungsindex für trockene Luft (siehe unten aus $F. Kohlrausch, Prakt. Physik, Bd.3$, Seite 111 (23. Aufl. 1986)

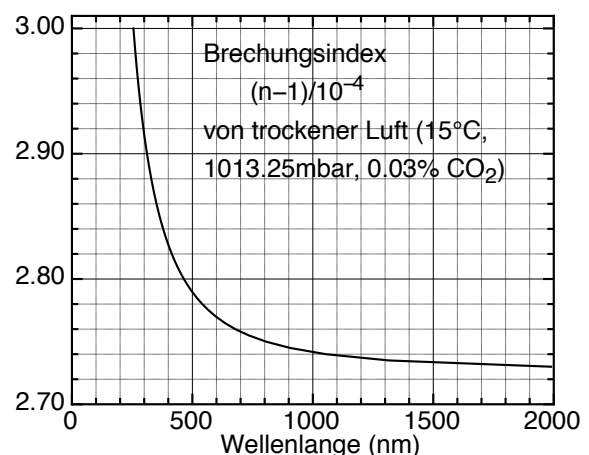
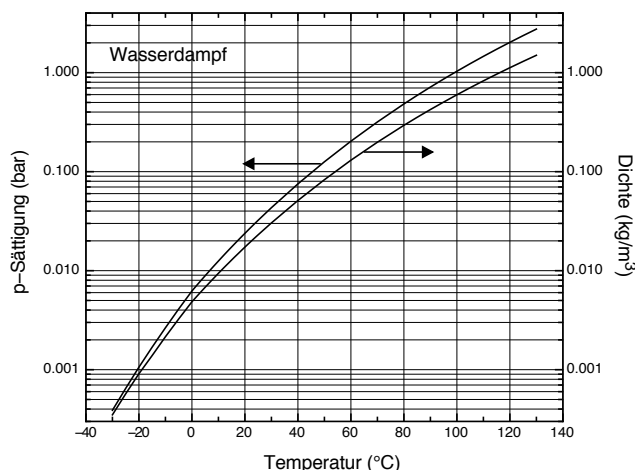
Der 2. Term ist die Wasserdampfkorrektur mit

$$\beta = 4.292 \cdot 10^{-8} \text{ mbar}^{-1}, \gamma = 3.43 \cdot 10^{-2} (\text{nm})^2 \text{mbar}^{-1}$$

λ_o : Vakuum-Wellenlänge, sie ist nur unmerklich verschieden von der Luftwellenlänge

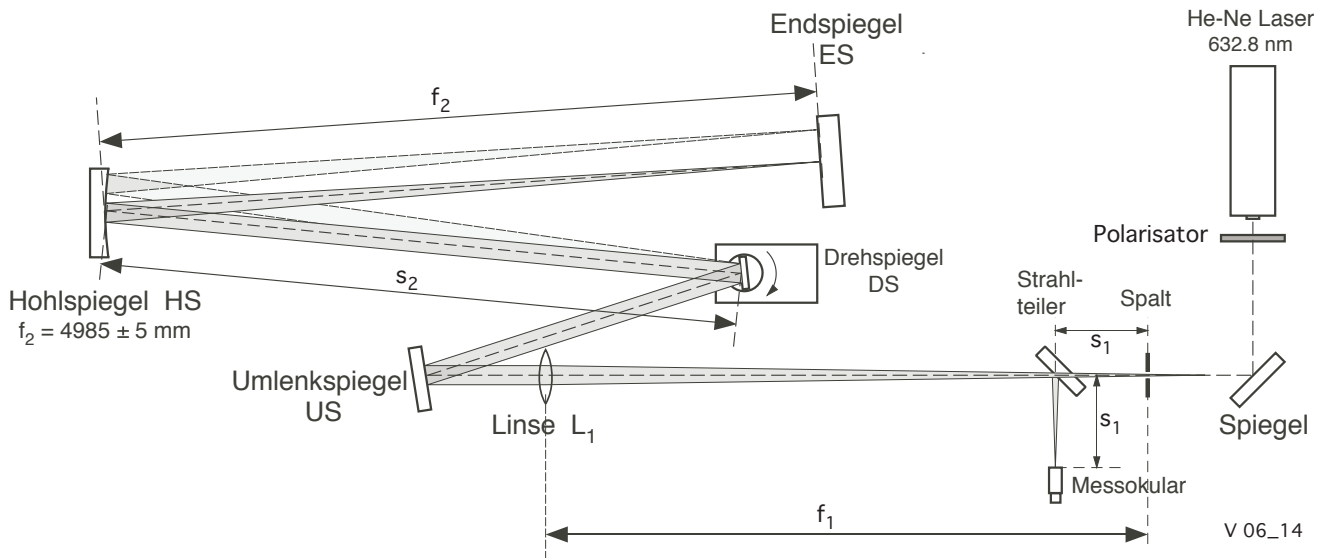
$$\lambda = 632.8 \text{ nm}$$

p_w : aktueller Wasserdampfpartialdruck in mbar (\rightarrow Luftfeuchte !) Diesen erhalten Sie aus der relativen Feuchte und dem unten dargestellten Sättigungsdampfdruck.



1.5 Messung der Lichtgeschwindigkeit nach Michelson

Michelsons Messanordnung von 1878 ist eine Variante der Foucaultschen. Er vereinigt die beiden Funktionen Abbildung (Objektiv O in Fig.4) und Kollimation (Hohlspiegel HS in Fig.4) in einer langbrennweitigen Linse. Dadurch wird die Abbildungsqualität verbessert und er gewinnt eine gewisse Freiheit in der Wahl der Basisstrecke. In unserem Versuch verwenden wir eine langbrennweitige Linse L_1 und einen parabolischen Hohlspiegel als Abbildungselement, was die Abbildungsqualität weiter verbessert. In der nachfolgenden Fig. 5 ist der Versuchsaufbau dargestellt.



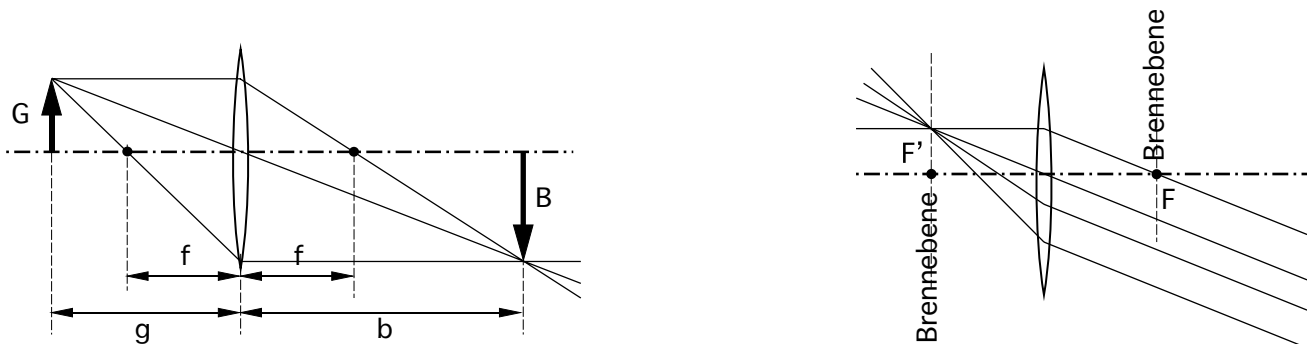
Figur 5: Versuchsanordnung

"Optiktheorie"

Für das Verständnis des Strahlenganges benötigen wir die Abbildungsgleichung und den Abbildungsmaßstab β für dünne Linsen

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad \text{und} \quad \beta = \frac{B}{G} = \frac{b}{g},$$

wobei f die Brennweite, g die Gegenstandsweite (Abstand Linse - Gegenstand), b die Bildweite, B die Bildgröße und G die Gegenstandsgröße bezeichnen. Setzen wir beispielsweise die Gegenstandsweite gleich der Brennweite, so wird $b = \infty$.

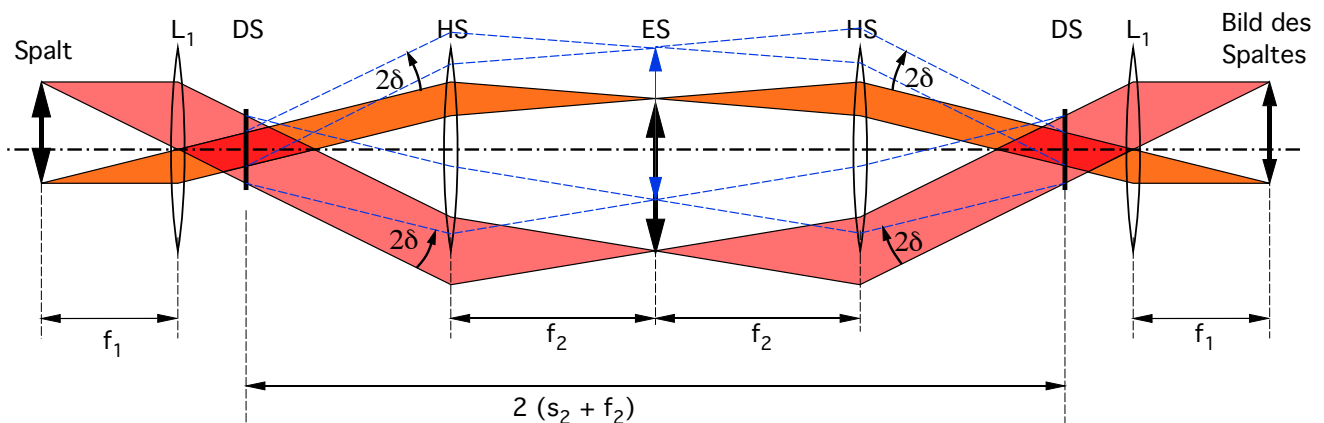


Für die Konstruktionen gilt, dass ein Strahlenbündel mit Schnittpunkt in der Brennebene zu einem Parallelbündel wird (und umgekehrt) und dass ein Strahl durch das Zentrum der Linse ungebrochen durch die Linse hindurch geht. Bei weitergehendem Interesse finden Sie eine gute Zusammenfassung im Kuchling.

Strahlengang

Als Messmarke benutzen wir anstelle des Gitters G_1 von Fig.4 einen einstellbaren, vertikalen Spalt. Das vom Spalt leicht divergent auslaufende Lichtbündel durchquert den Strahlteiler ST und fällt über die Linse L_1 und den Umlenkspiegel US auf den Drehspiegel DS. Die Distanz $\text{Spalt} \leftrightarrow L_1$ wird möglichst genau auf die Brennweite f_1 eingestellt. DS wird zur Justierung so orientiert, dass das Licht auf die Mitte des Hohlspiegels HS trifft. Dieser bildet den Spalt in seine Brennebene ab, wo sich der Endspiegel ES befindet. Der Endspiegel ist so justiert, dass das Lichtbündel in seinem Zentrum auftrifft und in sich zurückreflektiert wird. Diese Anordnung gewährleistet, dass die Rückreflektion auch bei Verdrehung des Drehspiegels wieder auf den Drehspiegel auftrifft (sofern das Lichtbündel überhaupt auf den Hohlspiegel auftrifft = fein gestrichelt gezeichnetes Bündel). Mit Hilfe des Strahlteilers wird sodann das rückreflektierte Bild des Spaltes im Messokular sichtbar gemacht.

Die optische Abbildung ist am besten ersichtlich aus der äquivalenten Linsenkonfiguration, wobei der Spalt bewusst nicht sauber zentriert gezeichnet ist:



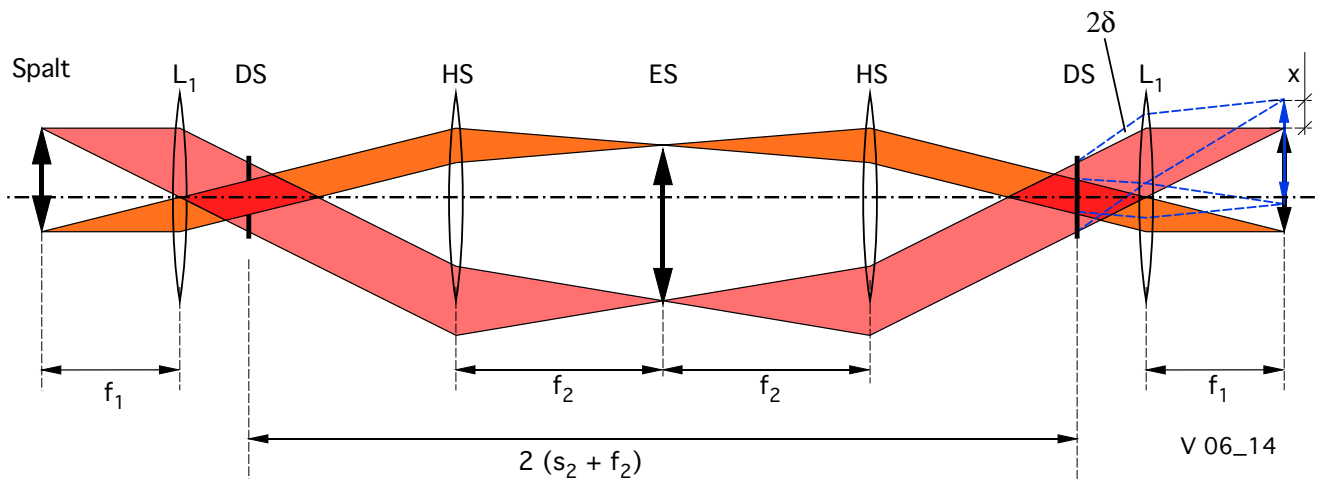
Figur 6: Strahlengang bei zwei verschiedenen, fixen Drehspiegelorientierungen.

Der Spalt wird somit mittels der Linse L_1 ins Unendliche und durch den Hohlspiegel (= Linse HS) in dessen Brennebene abgebildet. Dort ist der Endspiegel welcher eine Rückabbildung auf den Gegenstand bewirkt. Wenn der nicht rotierende Drehspiegel etwas verdreht ist (blau gestrichelt), werden die Parallelbündel am Spiegelort um 2δ rotiert und sie treffen nicht mehr im Zentrum des Hohlspiegels auf; auch das Bild des Spaltes auf dem Endspiegel ist seitlich verschoben. Sofern sich der Drehspiegel in der zweiten Brennebene des Hohlspiegels befindet, treffen die zurückkehrenden Bündel wieder genau auf den Drehspiegel, wie aus der Figur ersichtlich. Bei nichtrotierendem Drehspiegel wird die "Verdrehung" damit vollständig kompensiert und das schlussendliche Bild entsteht am selben Ort wie beim "unverdrehen" Spiegel. Es ist zu bemerken, dass die Strecke Hohlspiegel-Endspiegel, wegen der optischen Abbildung, genau eingestellt werden muss, während die Distanz Drehspiegel-Hohlspiegel unkritisch ist: Das Bild im Messokular wird einfach lichtschwächer.

Bei rotierendem Spiegel findet das vom Endspiegel zurückkehrende Licht den Drehspiegel wegen der endlichen Laufzeit um einen kleinen Winkel δ gedreht

$$\delta = \omega \cdot \Delta t = \omega \cdot \frac{2(s_2 + f_2)}{c},$$

wobei ω die Kreisfrequenz des Drehspiegels und Δt die Laufzeit des Lichtes vom Drehspiegel zum Endspiegel und zurück bezeichnen. Diese Drehung des Spiegels hat eine Richtungsänderung der Bündelachse um den Winkel 2δ und damit eine seitliche Verschiebung x des Bildes des Spaltes zur Folge.



Figur 7.: Bildverschiebung bei rotierendem Spiegel

Da die Kleinwinkelnäherung ($\sin \varphi = \tan \varphi = \varphi$ etc.) in unserem Falle sicher zulässig ist, gilt:

$$2 \delta = x / f_1$$

und damit

$$c = 4 \omega \cdot \frac{(s_2 + f_2) f_1}{x}$$

Überlegungen zur Messgenauigkeit und zur Optimierung der Messanordnung

Zunächst liegt es auf der Hand, dass die Winkelgeschwindigkeit des Drehspiegels möglichst gross sein sollte. Sie ist verständlicherweise begrenzt durch die mechanische Festigkeit, Lagerprobleme (Unwuchten, welche zu Vibrationen führen) und den Luftwiderstand. Je kleiner die drehende Masse, desto grösser die erreichbare Drehfrequenz, sie liegt bei unserem Spiegel bei etwa $80'000 \text{ min}^{-1}$. Wie oben erwähnt, ist die Bildverschiebung x die kritische Messgrösse. Ihre Messgenauigkeit wird bestimmt durch das Verhältnis von Bildunschärfe zur Grösse der Verschiebung. Massgebend für die Abbildungsqualität sind einmal die Güte der Spiegel und dann vor allem auch die Luftunruhe (Schlieren = Inhomogenitäten des Brechungsindex). Deren Einfluss nimmt proportional mit dem Lichtweg zu und beschränkt ihn schliesslich.

Auch bei perfekter geometrisch-optischer Abbildung ist die Schärfe des Bildes der Spaltes begrenzt durch die Beugung der Lichtwelle am Drehspiegel. Seine Abmessungen begrenzen den Durchmesser des abbildenden Lichtbündels, wobei nur die Breite eine Rolle spielt. Wegen der geringen Divergenz des Laserbündels dürfen wir annehmen, dass die Lichtwelle eben ist. Beim Zurücklaufen wird sie am Drehspiegel gebeugt, im Okular beobachtet man das zugehörige Beugungsbild. Die Beugungstheorie liefert für die Breite des Hauptmaximums $2\varphi_1 \cdot f_1 = 2 f_1 \cdot \lambda / b$. Für unsere Messanordnung mit der Spiegelbreite $b \approx 7 \text{ mm}$, $f_1 \approx 1 \text{ m}$ und $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ ergibt sich ein Wert von 0.2 mm . Einer Verbreiterung des Drehspiegels steht jedoch die anzustrebende hohe Drehfrequenz entgegen. Man kommt also nicht darum herum, einen vernünftigen Kompromiss zu suchen.

Die Wahl der Laufstrecke $2(s_2 + f_2) \approx 4f_2$ unterliegt verschiedenen Beschränkungen. Es ist offensichtlich, dass die Brennweite des Hohlspiegels möglichst gross sein sollte. Langbrennweitige Spiegel sind aber schwieriger herzustellen und entsprechend teuer, man muss mit einigen Metern zufrieden sein. Ferner sollte der Spiegel dann auch entsprechend gross sein, weil sonst das Bild lichtschwach wird.

Ein unschöner Punkt in unserer Anordnung ist noch die Verwendung der Linse L_1 , mit welcher sich die Distanz Spalt – Linsenebene nur auf ein paar Millimeter genau bestimmen lässt. Mit einem weiteren 5m-Spiegel ginge dies genauer. Im Prinzip könnte die Funktion der Linse L_1 auch vom schon vorhandenen Hohlspiegel übernommen werden. Das Licht würde dann 4 mal über diesen Spiegel gehen. Der Nachteil dieser Konfiguration liegt aber im schwierigen Justieren.

2. Durchführung des Experimentes

2.1 Apparatives

Die Komponenten zur Versuchsanordnung von Fig. 5 sind im Optiklabor aufgestellt und grob justiert (= Bestandteile ungefähr am richtigen Ort). Die Spiegel besitzen Oberflächenbeläge und sind mit Abdeckvorrichtungen versehen. An der Halterung ist jeweils eine Strichmarke angebracht, welche die Lage der Spiegeloberfläche bezeichnet.

Beim Justieren der optischen Komponenten ist zu beachten:

Optische Oberflächen von Spiegeln, Strahlteiler etc. dürfen nicht mit Fingern oder Gegenständen berührt werden! Auch ohne haptische Kontrolle können die wichtigen Distanzen, experimentelles Geschick vorausgesetzt, mit guter Genauigkeit bestimmt werden. Notieren Sie diese auf dem Versuchsprotokoll mit von Ihnen geschätzten Unsicherheiten. Vor der Messung lassen Sie die Anordnung durch den Dozenten prüfen, um Fehlmessungen zu vermeiden.

Die **PASCO-Drehspiegeleinheit** ist auf einer Grundplatte montiert und durch ein Kabel mit dem Steuerkasten verbunden. Der Drehspiegel wird von einem Gleichstrommotor über eine Riemenscheibe angetrieben. Die Drehfrequenz wird von einer Lichtschranke an der Spiegelachse abgenommen und mit Hilfe des Pasco-**Steuerkastens** (Fig. 8) gemessen.

Die darin eingebaute Motorspeisung ist unterdimensioniert, weshalb wir sie durch ein Labornetzgerät ersetzen, welches an die Buchsen "Motorspeisung" angeschlossen wird. Die Polung dieses Anschlusses bestimmt dabei die Drehrichtung des Gleichstrommotors – der Schalter am Steuerkasten ist ausser Betrieb.

Inbetriebnahme:

- **Spannungsregler am Netzgerät auf Null drehen** und Netzgerät und Steuerkasten einschalten.
- Spannung für einen ersten Test kontrolliert erhöhen unter Beobachtung der Spiegel-Drehfrequenz - die maximal zulässige Frequenz beträgt 1100 Hz.

Sofern die Strombegrenzung zu tief eingestellt ist, erreichen Sie die 1100 Hz nicht => Strombegrenzung kontrolliert aufdrehen, bis das Netzgerät wieder spannungsbegrenzt operiert

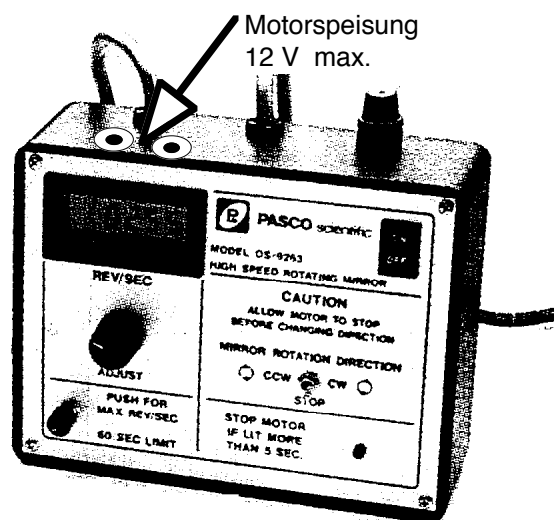


Fig. 8

Achten Sie im Betrieb auf folgende Punkte:

- Die Drehzahl wird mit dem **Spannungsregler** eingestellt.
- **Motor stets langsam hochfahren.**
- **Vor jedem Einschalten und vor jedem Umkehren der Drehrichtung die Spannung auf Null stellen.** (Einschalten mit voller Spannung oder direktes Umschalten der Drehrichtung im Laufen kann zur Zerstörung des Motors führen!)
- **Maximale Drehfrequenz: 1100 Hz.** Sie wird bei etwa 15 V erreicht.

2.2 Messvorbereitungen

Vorbemerkungen:

Der nicht abgeschwächte und nicht aufgeweitete Laserstrahl kann bei direkter Betrachtung das Auge verletzen. Experimentieren Sie deshalb mit der gebührenden Vorsicht: Sofern der Strahl nicht abgeschwächt ist, soll man die Augen nie in die Ebene des Laserstrahls bringen.

Einstellen der Höhe des Laserstrahls: Das Feinjustieren des Laserstrahls wird wesentlich vereinfacht, wenn er horizontal geführt wird. Auf dem Lasertisch kann dies mit einem Massstab relativ einfach kontrolliert und eingestellt werden (± 1 mm Genauigkeit reicht). Der Hohlspiegel hingegen befindet sich auf einem anderen Tisch und seine Höhe kann nicht verstellt werden. Wir bemerken aber, dass seine Höhe nicht kritisch ist: Ein Höhenunterschied von 10 cm ergibt auf eine Distanz von 5 m eine um 1 mm grössere Weglänge (= Pythagoras). Wenn die Höhe des Laserstrahls auf dem Lasertisch deshalb innerhalb 2 - 3 cm mit der Höhe des Hohlspiegelzentrums übereinstimmt, ist der entsprechende Fehler vernachlässigbar klein ($< 0.1\%$). Ferner soll der Laserstrahl wenn möglich parallel zu den Gewindeloch-Reihen auf dem Lasertisch geführt werden.

- Schutzhüllen von optischen Komponenten und Abdeckhauben der Spiegel abnehmen.
- Linearverschiebungen, auf denen das Messokular montiert ist, in Mittelstellung bringen, damit es am Schluss feinjustiert werden kann.
- Linse, Strahlteiler und Spalt aus dem Strahlengang entfernen um die Spiegel grob justiert platzieren zu können. Den Umlenkspiegel stellen wir möglichst am Tische auf, damit der gespiegelte Strahl später neben der Linse L_1 "vorbeikommt".
- Laserstrahl auf die Mitte des Drehspiegels bringen und Drehspiegel durch sorgsames Drehen an der Riemenscheibe so ausrichten, dass der austretende Strahl auf die Mitte des Hohlspiegels trifft - dann Hohlspiegel so ausrichten dass Achtung: Es gibt auch Reflexe vom Schutzglas vor dem Drehspiegel, die man ev. mit dem vom Spiegel reflektierten Strahl verwechselt.
- Offenen Spalt positionieren: Damit die Strecken s_1 durch Feinjustierung des Okulars identisch gemacht werden können, darf er weder zu weit hinten noch zu weit vorne montiert werden.
- Linse L_1 in korrekter Distanz zum Spalt in den Strahlengang einfügen: Wenn der Laserstrahl mit und ohne Linse am selben Ort auf den Drehspiegel auftrifft, geht der Laserstrahl genau durch die Mitte der Linse.
- Strahlteiler in den Strahlengang einbringen und justieren.
- Spalt schliessen, bis der zentrale Fleck des Beugungsmusters gerade gleich gross ist wie der Drehspiegel (ev. muss der Spalt seitlich noch etwas verschoben werden).

Nun sollte alles grob justiert sein und das Bild des Spaltes kann im Okular kontrolliert werden.

Achtung: Der Laserstrahl muss für diese Kontrolle mit Hilfe des Polarisators abgeschwächt werden! (= Helligkeit eines Laserpointers oder weniger)

- Nach dieser Kontrolle werden die einzustellenden Distanzen fein eingestellt resp. die für die Auswertung benötigten Distanzen vermessen.
- Beugungsmuster im Okular nochmals kontrollieren.
- Stellen Sie nun eine Drehspiegelfrequenz von 300-400 Hz ein und drehen Sie den Polarisator auf minimale Abschwächung. Nun sollte das Beugungsmuster leicht verschoben sichtbar sein. Verändern Sie langsam, unter gleichzeitigem Blick ins Okular, die Drehzahl des Drehspiegels (**maximale Drehzahl beachten**). → Es ist sehr eindrücklich, zu beobachten, wie sich das Bild schon bei relativ niedrigen Drehzahlen verschiebt!
- Lassen Sie schliesslich den **Motor bei etwa 600 Hz während ca. 3 Minuten warm laufen** und kontrollieren Sie ev. noch einmal die zentralen Distanzen der Messanordnung (Werte mit geschätzten Unsicherheiten notieren!).
- Nun rufen Sie Ihren betreuenden Dozenten zur Kontrolle der Apparatur - sie ist jetzt messbereit.

2.3 Messvorgang

- Drehspiegel langsam auf die gewünschte Drehfrequenz hochfahren.
- Okular-Strichmarke auf markante Stelle vom Bild einstellen und **Mikrometerschraube** ablesen
→ x.
- Nach Abschluss der Messungen: Netzgerät, Steuerkasten und Laser ausschalten, alle Spiegel und den Strahlteiler wieder mit ihren Schutzvorrichtungen versehen.
- Temperatur, Barometerstand, Luftfeuchte?

3. Aufgaben und Auswertung

Einen wesentlichen Teil dieses Versuches bildet das korrekte Aufstellen des Experimentes, wobei gewisse Grössen für die Versuchsauswertung zwingend benötigt werden. Erstellen Sie deshalb eine Skizze des Aufbaus mit sauberer Vermassung aller, für die Auswertung benötigten Strecken sowie etwaigen "Spezialitäten". Geschätzte Unsicherheiten sind auch in der Skizze einzutragen.

Bestimmen Sie nun die Lichtgeschwindigkeit c in Luft wie unten beschrieben und vergleichen Sie die Messwerte mit dem für die vorliegenden atmosphärischen Bedingungen berechneten Wert.

1. Messen Sie die Bildposition x in Abhängigkeit der Drehfrequenz f des Drehspiegels für beide Drehrichtungen (Vorzeichen von f !) bis ca. 1000 Hz.
2. Führen Sie eine zweite Messung mit vertauschten Rollen durch (Chefin \leftrightarrow Assistentin), um die Genauigkeit zu steigern und um die "persönliche" Messgenauigkeit etwas auszuloten (präzisere Messungen sollten kleinere Fehler im Fit ergeben – wer gewinnt?).

Auswertung: Die Lichtgeschwindigkeit erhalten wir mit Hilfe eines linearen Fits an die Messdaten (Stellgrösse f , Messgrösse x). Dabei beachten wir, dass unsere Mikrometerschraube einen unbekannten Offset hat. Dies bedeutet, dass wir die Formel für die Lichtgeschwindigkeit nach der Messgrösse auflösen und noch einen Offset einführen: $x = 1/c \cdot \dots + x_0$ (Achtung: Die Stellgrösse muss in Qti-Plot x genannt werden - das hier verwendete x und jenes in der Qti-Plot-Formel sind also nicht dasselbe!!).

Wie üblich, müssen in der Fehlerrechnung noch die systematischen Fehler berücksichtigt werden. Die Formel, welche partiell abgeleitet wird ist nun aber nicht die Formel S. 8 sondern die entsprechende Formel mit Offset

$$c = 4 \omega \cdot \frac{(s_2 + f_2) f_1}{x - x_0},$$

wobei die statistischen Fehler von ω und x vom Fit erfasst wurden. In den partiellen Ableitungen benötigen wir aber Zahlenwerte für ω , x und x_0 . Da $(x - x_0)$ direkt proportional zu ω ist (+Rauschen), können wir für ω und x irgendein Messwertepaar wählen (z.B. die höchste, gemessene Frequenz und die dazugehörige Verschiebung), zusammen mit dem im Fit gefundenen Offset x_0 .

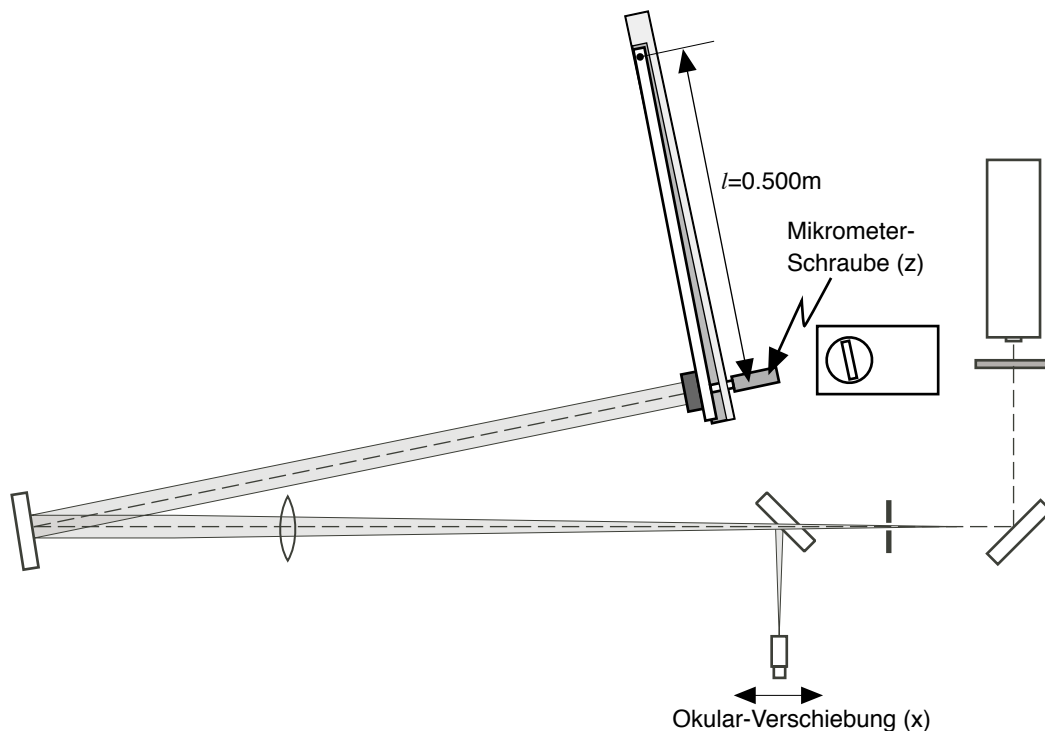
3. Berechnen Sie zum Vergleich die Lichtgeschwindigkeit in Luft mit Fehlergrenzen für die vorliegenden atmosphärischen Bedingungen: Temperatur, Luftdruck, relative Luftfeuchte nach der internationalen Formel gemäss Abschnitt 1.4.
4. Führen Sie, gemäss Absprache mit dem Dozenten/der Dozentin, die nachfolgend beschriebene Kalibrationsmessung durch.

4. Zusatzaufgabe: Kalibration der Messanordnung

Der grösste Beitrag zur Unsicherheit unserer Messung stammt von der Brennweite f_1 resp. der Einstellung von f_1 (= Einstellung von identischen Strecken s_1). Aus diesem Grunde wurde eine Vorrichtung gebaut, mit der die Verschiebung des Okulars in Funktion des Winkels, um den der rückkehrende Laserstrahl verdreht ist, kalibriert werden kann:

Auf einem Arm der Länge $l_{\text{Arm}} = 0.50000$ (5) m ist ein planer Spiegel montiert. Mit Hilfe einer Mikrometerschraube wird der Arm und damit der Spiegel kontrolliert um die entsprechende Achse verdreht. Bei einer Verstellung der Mikrometerschraube um z resultiert damit ein Winkel

$$\varphi_{\text{Spiegel}} = \arctan(z/l) \approx z/l.$$



Aufgabenstellung:

Erstellen Sie eine Kalibrationskennlinie $x(z)$ für die beobachtete Verschiebung x des Beugungsmusters im Messokular. Der Verschiebungsbereich, den wir mit der Kennlinie abdecken, soll rund doppelt so gross sein, wie im Lichtgeschwindigkeitsexperiment beobachtet, d.h. ± 1 mm. Verstellen Sie deshalb die Mikrometerschraube so, dass sich das Beugungsmuster um $x = 1$ mm verschiebt und erstellen Sie dann eine Kennlinie mit rund 10 Datenpunkten. Sofern die Zeit reicht, sollen beide Versuchsteilnehmer je eine Kennlinie erfassen.

Achtung: Wegen mechanischem Spiel muss die Mikrometerschraube immer von derselben Seite her auf den gewünschten Wert gesetzt werden (Mikrometerschraube hineindreihen, d.h. Balken wegstossen).

Auswertung:

Die Mikrometerablesung z rechnen wir mittels

$$\delta = z/l$$

in einen "Verdrehwinkel" δ um und fitten eine Gerade an die Kalibrations-Messwerte $x(\delta)$

$$x = a \cdot \delta + x_{01}$$

Andererseits haben wir eine Gerade an die Messwerte der Lichtgeschwindigkeitsmessung $x(f)$ gefittet:

$$x = b \cdot f + x_{02}$$

Damit erhalten wir

$$\delta = \frac{x - x_{01}}{a} = \frac{b \cdot f + x_{02} - x_{01}}{a} = \frac{b}{a} \cdot f + \frac{x_{02} - x_{01}}{a}$$

Andererseits gilt gemäss Theorie (für ω schreiben wir $2\pi f$):

$$\delta = 4\pi f \cdot \frac{s_2 + f_2}{c} + \delta_0$$

und folglich

$$\frac{b}{a} \cdot f = 4\pi \cdot f \cdot \frac{s_2 + f_2}{c}$$

oder

$$c = 4 \frac{a}{b} \cdot \pi \cdot (s_2 + f_2)$$

Damit haben wir die **geschätzte**, systematische Unsicherheit von f_1 raus werfen können – sie wurde ersetzt durch die zusätzliche statistisch **berechnete** Unsicherheit der Steigung a .