

W8

Noah Huesser <yatekii@yatekii.ch>

January 11, 2017

# Contents

<b>1</b>	<b>Arbeitsgrundlagen</b>	<b>2</b>
1.1	Phasengeschwindigkeit von Schallwellen in Gasen . . . . .	2
1.2	Schallgeschwindigkeit in einem Gasgemisch . . . . .	2
1.3	Stehende Wellen in einem Rohr . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Durchführung</b>	<b>4</b>
2.1	Laufzeitmessung . . . . .	5
2.2	Resonanzmethode . . . . .	6
2.3	Gasgemische . . . . .	6
2.4	Konstanten . . . . .	7
2.5	Verwendete Messgeräte . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>8</b>
3.1	Laufzeitmethode . . . . .	8
3.2	Resonanzmethode . . . . .	11
3.3	Gasgemische . . . . .	14
<b>4</b>	<b>Fehlerrechnung</b>	<b>16</b>
4.1	Resonanzmethode . . . . .	16
4.2	Gasgemische . . . . .	16
<b>5</b>	<b>Resultate und Diskussion</b>	<b>17</b>
5.1	Reine Gase . . . . .	17
5.2	Gasgemische . . . . .	17

# 1 Arbeitsgrundlagen

In diesem Versuch soll die Schallgeschwindigkeit in Gasen mittels Laufzeitmessung sowie Bestimmung der Resonanzfrequenz des Schalls bestimmt werden. Es werden ausschliesslich Longitudinalwellen am einen Ende des Mediums in welchem gemessen wird ausgesandt und am anderen Ende aufgefangen.

## 1.1 Phasengeschwindigkeit von Schallwellen in Gasen

Die Schallgeschwindigkeit  $c$  in idealen Gasen ist eine Funktion die nur von der Temperatur abhängig ist. Unter Annahme der isentropen Kompression und Dekompression mit dem Koeffizienten  $\kappa$ , der molaren Gaskonstante  $R_m$  und der Molmasse  $M_m$  erhält man die Formel 1

$$c = \sqrt{\kappa \frac{R}{M} T} \quad (1)$$

$R_m$  ist dabei immer  $8.314 \frac{kJ}{kmol \cdot K}$ . Mit  $R_m$  lässt sich für viele Gase die Schallgeschwindigkeit berechnen, welche mit den Messwerten gut übereinstimmt. Den Isentropenkoeffizienten  $\kappa$  kann der Theorie des Dozenten oder Tabellen entnommen werden.  $\kappa$  kann jedoch auch von der Temperatur abhängen, weswegen experimentelle Daten vorzuziehen sind.

## 1.2 Schallgeschwindigkeit in einem Gasgemisch

Um die spezifische Schallgeschwindigkeit in einem Gasgemisch zu bestimmen, müssen  $\kappa$  und  $R_i$  umgerechnet werden. Hier geht man von den Definitionen 2 und 1 aus.

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} \quad (2)$$

Dies führt zu 3.

$$c = \sqrt{\kappa^* R_i^* T} = \sqrt{\frac{\sum m_j \cdot c_{p,j} \cdot \sum m_j \cdot R_{i,j}}{\sum m_j \cdot c_{v,j} \cdot \sum m_j} T} \quad (3)$$

Im Experiment wird das Gasgemisch jedoch nicht über die Einfüllmassen  $m_j$  sondern den jeweiligen Partialdruck  $p_j$  beziehungsweise über den relativen Partialdruck  $p_{rel,j} = \frac{p_j}{p_{tot}}$  bestimmt. Somit gilt für ideale Gase die Relation in 4.

$$m_j \propto p_j \cdot M_{m,j} \propto p_{rel,j} \cdot M_{m,j} \quad (4)$$

Und natürlich gilt für jedes Gasgemisch die Relation  $p_{rel,2} = 1 - p_{rel,1}$ .

## 1.3 Stehende Wellen in einem Rohr

Durch das Begrenzen einer Welle in einem Medium, in diesem Versuch sind das Schallwellen in Gasen in einem Zylinder, werden Reflexionen hervorgerufen. Wenn die Randbedingungen, sprich die Länge des Rohres, bzw die passenden Frequenzen des Schalls dazu, gut gewählt werden, dann entsteht konstruktive Interferenz. Natürlich kann dabei auch destruktive Interferenz ausgelöst werden, so dass die Wellen ganz verschwinden. Wenn konstruktive Interferenz herrscht, so spricht man von einer stehenden Welle. Die Amplitude dieser Stehwelle ist abhängig von der Dämpfung, beziehungsweise der Güte  $Q$  des Resonators, welche das Verhältnis zwischen Anregeamplitude und Resonanzamplitude darstellt.

Für ein offenes Rohr gelten die in 5 und 5 ersichtlichen Formeln.

$$L = n \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (5)$$

$$f_n = n \cdot \frac{c}{2L} \quad (6)$$

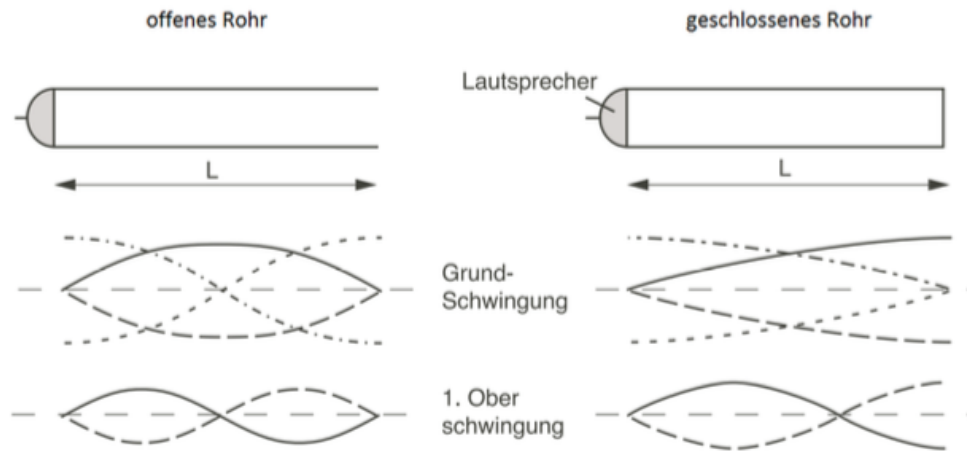


Figure 1: Stehende Wellen

Für ein geschlossenes Rohr gelten die in 7 und 8 ersichtlichen Formeln.

$$L = \frac{\lambda}{4} + n \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (7)$$

$$f_n = \frac{c}{4L}(1 + 2n) \quad (8)$$

Wobei  $L$  die Länge des Rohres,  $f_n$  die Eigenfrequenz,  $c$  die Schallgeschwindigkeit  $\lambda$  die Wellenlänge und  $n$  ein ganzzahliger Faktor sind.

## 2 Durchführung

Die Versuchumgebung besteht aus einem doppelwandigen, luftdicht verschlossenen Messingrohr R. Auf einer Seite des Rohres ist im Inneren ein Lautsprecher L und gegenüberliegend ein Kondensatormikrofon KM montiert. Um die Schallgeschwindigkeiten bei verschiedenen Distanzen bestimmen zu können, kann die Wand, an welcher das KM angebracht ist, per Handkurbel verstellt werden. Die Temperatur im Inneren kann durch ein Chromel-Alumel-Thermoelement bestimmt werden. Zudem gibt es natürlich ein Einlassventil sowie ein Ablassventil.

Die genaue Versuchsanordng kann der nachstehenden Illustration entnommen werden.

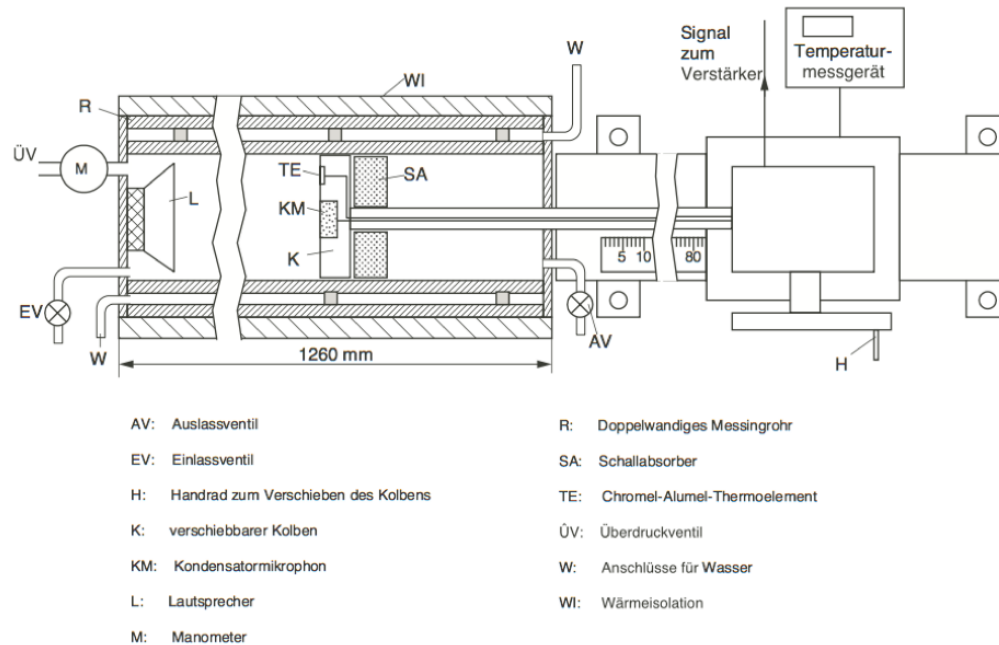


Figure 2: Versuchsanordnung

## 2.1 Laufzeitmessung

Die Versuchsanordnung zur bestimmung der Schallgeschwindigkeit mithilfe der Laufzeitmethode kann der folgenden Abbildung entnommen werden.

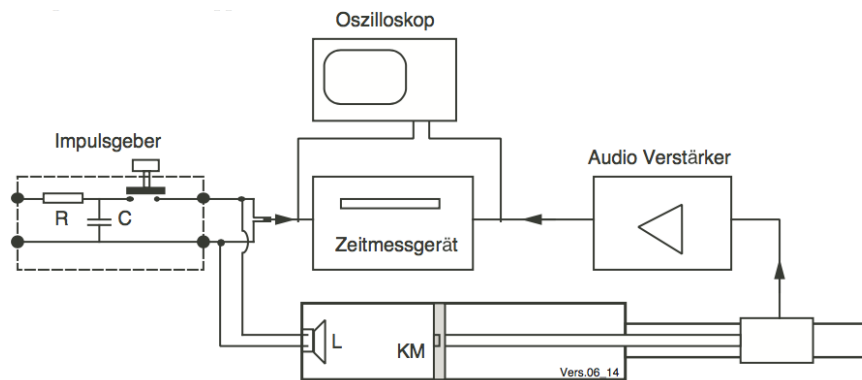


Figure 3: Versuchsanordnung zur Laufzeitbestimmung

Um kurze, steile Schallimpulse zu erzeugen, wird ein Kondensator  $C$  per Drucktaster über dem Lautsprecher  $L$  entladen. Zeitgleich wird dem Zeitmesser signalisiert dass er die Zeitmessung starten soll. Das Kondensatormikrofon wird dann nach einiger Zeit und genügend Verstärkung im Audioverstärker den Impuls aufnehmen und dem Zeitmesser das Signal die Zeit zu stoppen geben.

Zur Kontrolle der Funktionalität steht ein Oszilloskop bereit auf welchem die Impulse beobachtet werden können. Diese sollten in etwa wie in folgender Abbildung aussehen.

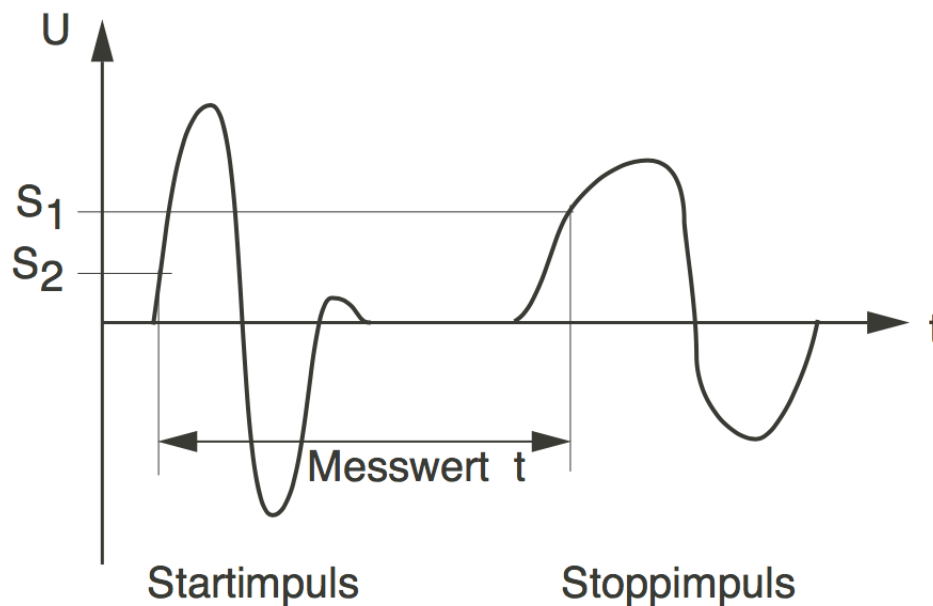


Figure 4: Oszilloskop mit Impulsen

## 2.2 Resonanzmethode

Nachfolgend ist die Versuchsanordnung zur Resonanzbestimmung zu sehen.

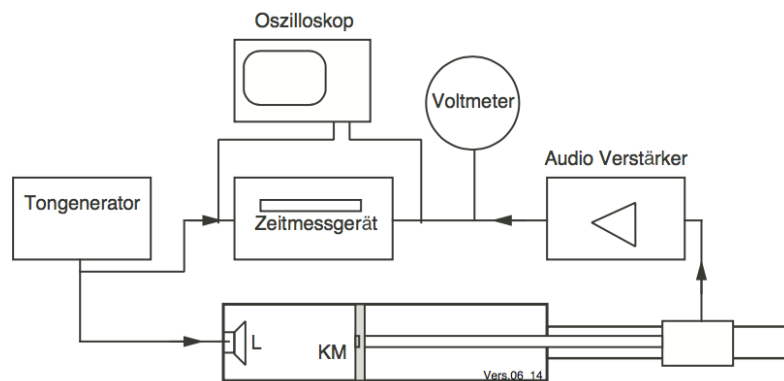


Figure 5: Versuchsanordnung zur Resonanzbestimmung

Zur bestimmung der Resonanz wird der Impulsgeber aus der Laufzeitmessung durch einen Sinusgenerator ersetzt. Nun sendet der Lautsprecher kontinuierlich Wellen in das Rohr. Auf dem Oszilloskop wird das ausgesendete Signal mit dem empfangenen Signal im XY-Modus in Relation gestellt. Logischerweise müsste bei Resonanz die Verstärkung des Resonators linear sein und auf dem Oszilloskop eine Linie zu sehen sein. Ist noch eine Ellipse sichtbar, so herrscht noch hysteresis und es ist noch keine vollkommen konstruktive Interferenz. Nun kann mithilfe der Handkurbel die Distanz des Mikrofons zum Lautsprecher verstellt werden. Dadurch kann die Distanz zwischen zwei Wellenbergen gemessen werden.

## 2.3 Gasgemische

Beide Methodiken wurden mit reiner Luft und je Helium und SF<sub>6</sub> angewandt. Zudem wurden dann die Gase Helium und SF<sub>6</sub> in 20% schritten vermischt und gemessen. Der Anteil konnte einfach über den Druck im Behälter eingestellt werden, da dieser wie in 4 dargestellt direkt proportional zu den Molekülen des Gases ist.

## 2.4 Konstanten

Die nachfolgenden Konstanten sind alle in Horst Kuchlings Taschenbuch der Physik zu finden.

Gas	$M_m[\frac{g}{mol}]$	$R_i[\frac{J}{kgK}]$	$c_p[\frac{kJ}{kgK}]$	$c_v[\frac{kJ}{kgK}]$	$K$	$c_0[\frac{m}{s}]$
Luft	28.95	287	1.01	0.72	1.63	971
Helium	4.0	2078	5.23	3.21	1.4	344
SF6	146.06	56.92	0.665	0.657	1.012	129

Table 1: Kennwerte und Konstanten der verwendeten Gase.

## 2.5 Verwendete Messgeräte

Funktion	Hersteller	Gerätename
Oszilloskop	LeCroy	9631 Dual 300MHz Oscilloscope 2.5 GS/s
Zeitmesser	Keithley	775 Programmable Counter/Timer
Funktionsgenerator	HP	33120A 15MHz Waveform Generator
Verstärker	WicTronic	Zweikanalverstärker
Vakuumpumpe	Pfeiffer	Vacuum
Netzgerät		
Temperaturmessgerät		

Table 2: Verwendete Gerätschaften



### 3 Auswertung

Bei allen Versuchen wurde im Behälter ein Unterdruck von -0.8 Bar erzeugt. Anschließend wurde das Rohr bis 0.3 Bar mit Gas gefüllt. Dies wurde jeweils zweimal gemacht um Rückstände des vorherigen Gases zu entfernen.

#### 3.1 Laufzeitmethode

Bei der Laufzeitmethode wurde die Laufzeit vom Lautsprecher bis zum Mikrofon bei verschiedenen Distanzen gemessen. Mit einer Linearen Regression konnte dann die Schallgeschwindigkeit bestimmt werden. systematische Fehler wie die Wahl der Triggerschwelle, die Position des Mikrofons oder der Position des Lautsprechers sind im y-Achsenabschnitt  $t_0$  enthalten und müssen somit nicht mehr berücksichtigt werden.

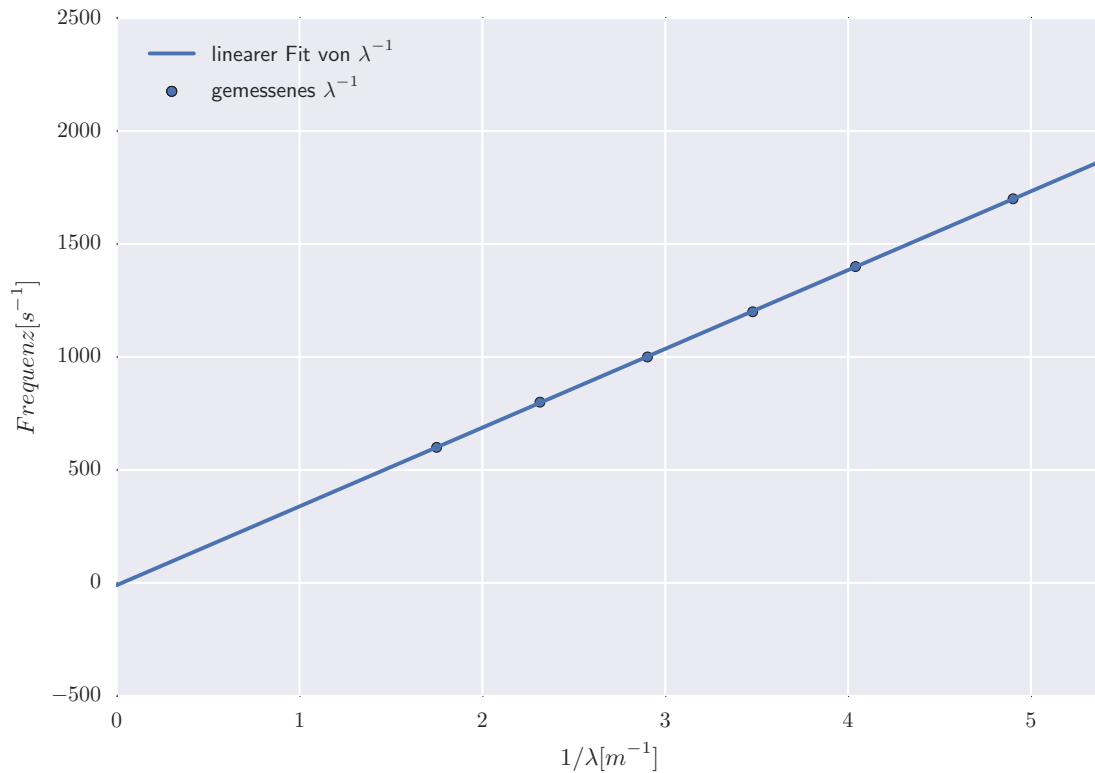


Figure 6: Laufzeiten in Luft. Dazu einen linearen Fit um die Mittlere Geschwindigkeit zu bestimmen.

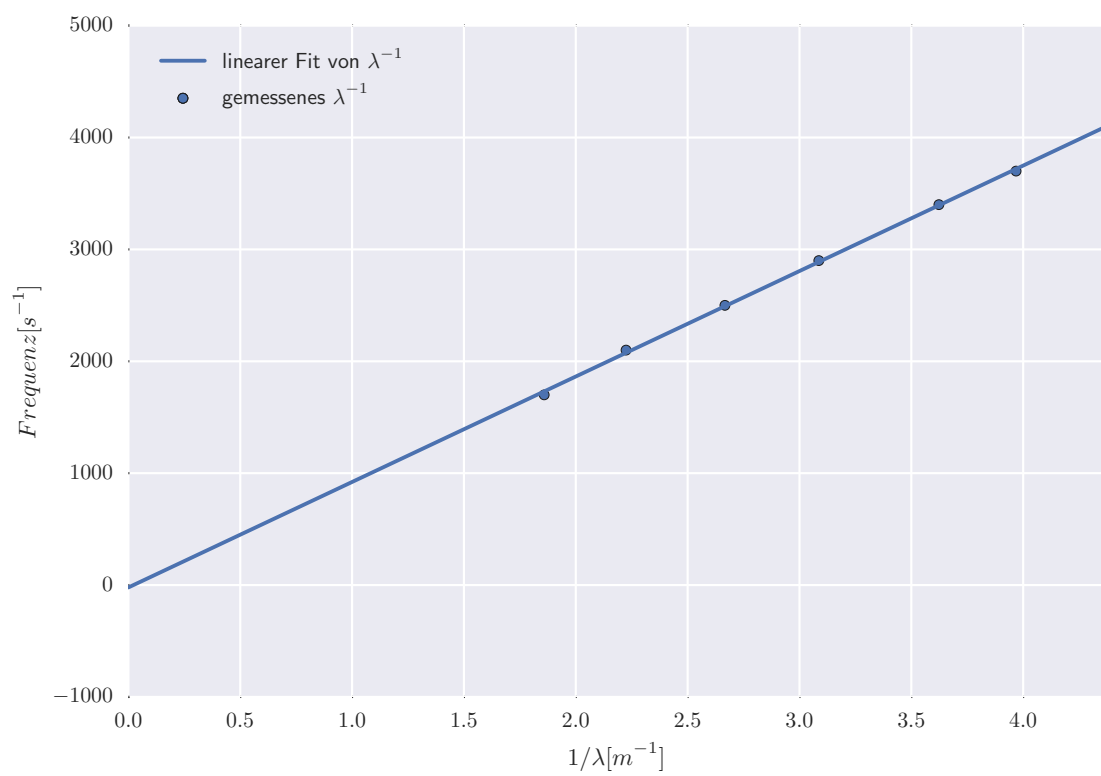


Figure 7: Laufzeiten in Helium. Dazu einen linearen Fit um die Mittlere Geschwindigkeit zu bestimmen.

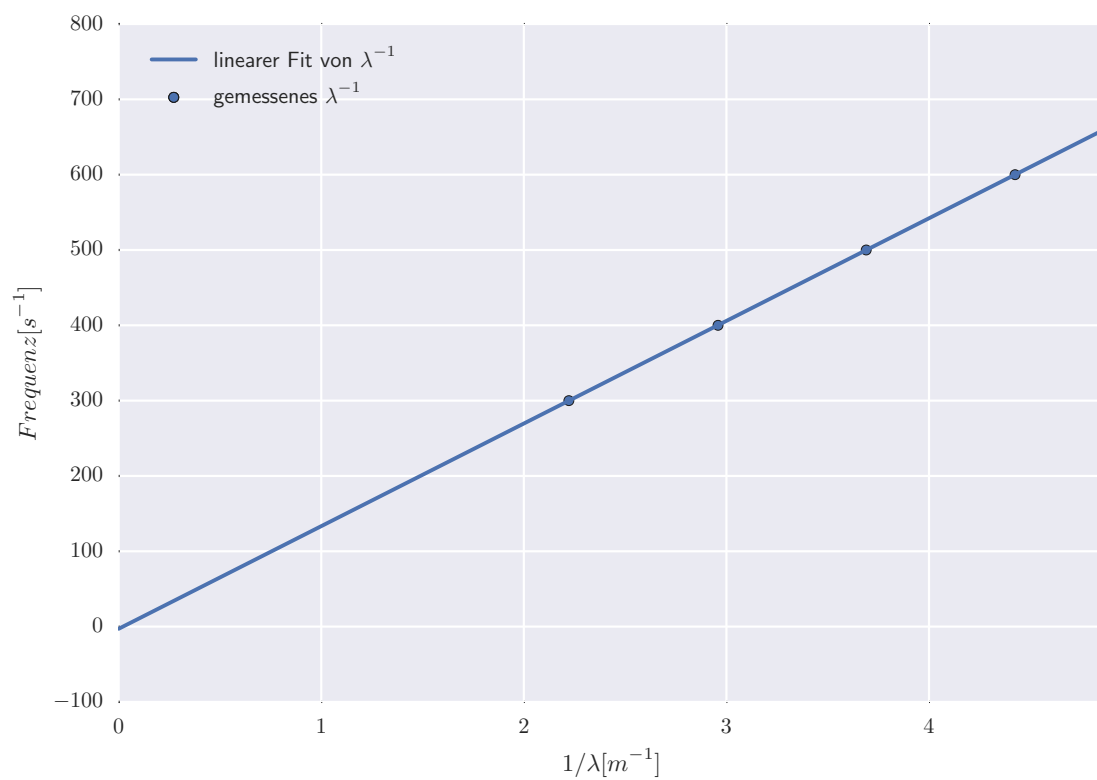


Figure 8: Laufzeiten in Sf6. Dazu einen linearen Fit um die Mittlere Geschwindigkeit zu bestimmen.

### 3.2 Resonanzmethode

Um eine anständige Messung zu kriegen, wurde zuerst eine Anfangsfrequenz bestimmt, bei welcher mindestens 3 konstruktive Interferenzen über die Messdistanz von einem Meter gemessen wurden. Da wurde dann eine Messung durchgeführt, sowie bei 5 weiteren, höheren Frequenzen.

Mit einem linearen Fit konnte dann vorzüglich die Schallgeschwindigkeit berechnet werden. Hierbei wurde die Formel in 6 verwendet.

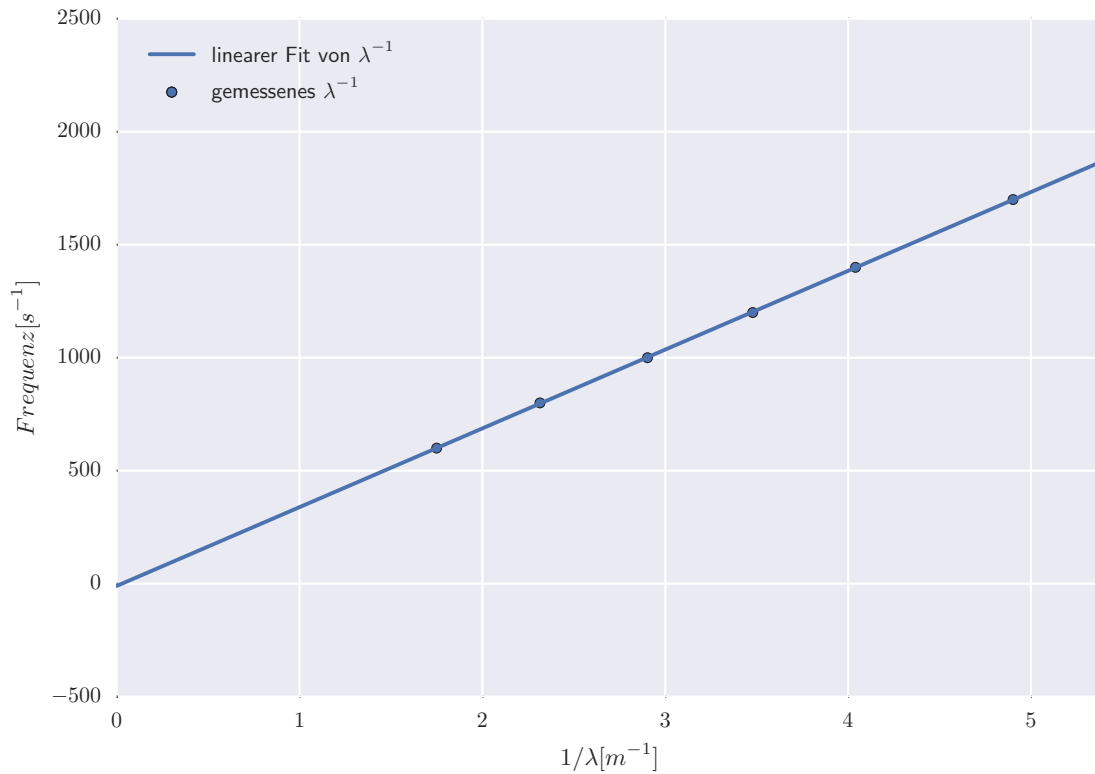


Figure 9: Abstände der Maxima bei resonanten Frequenzen in Luft. Dazu einen linearen Fit um die Mittlere Geschwindigkeit zu bestimmen.

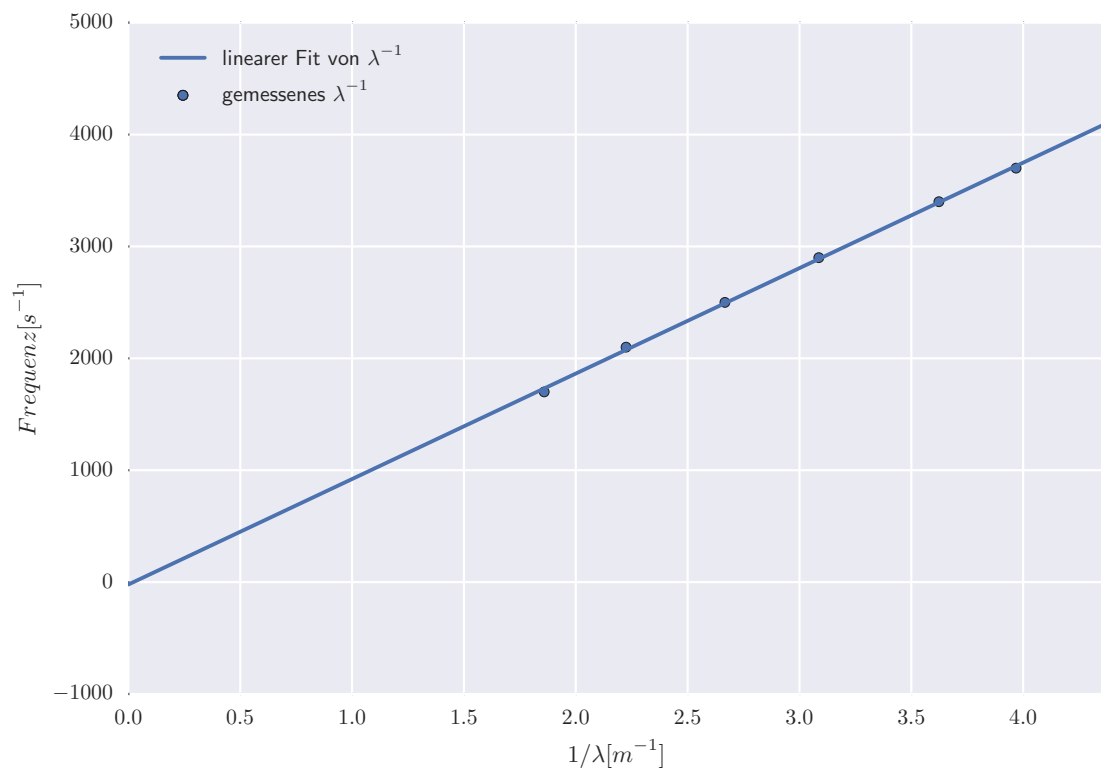


Figure 10: Abstände der Maxima bei resonanten Frequenzen in Helium. Dazu einen linearen Fit um die Mittlere Geschwindigkeit zu bestimmen.

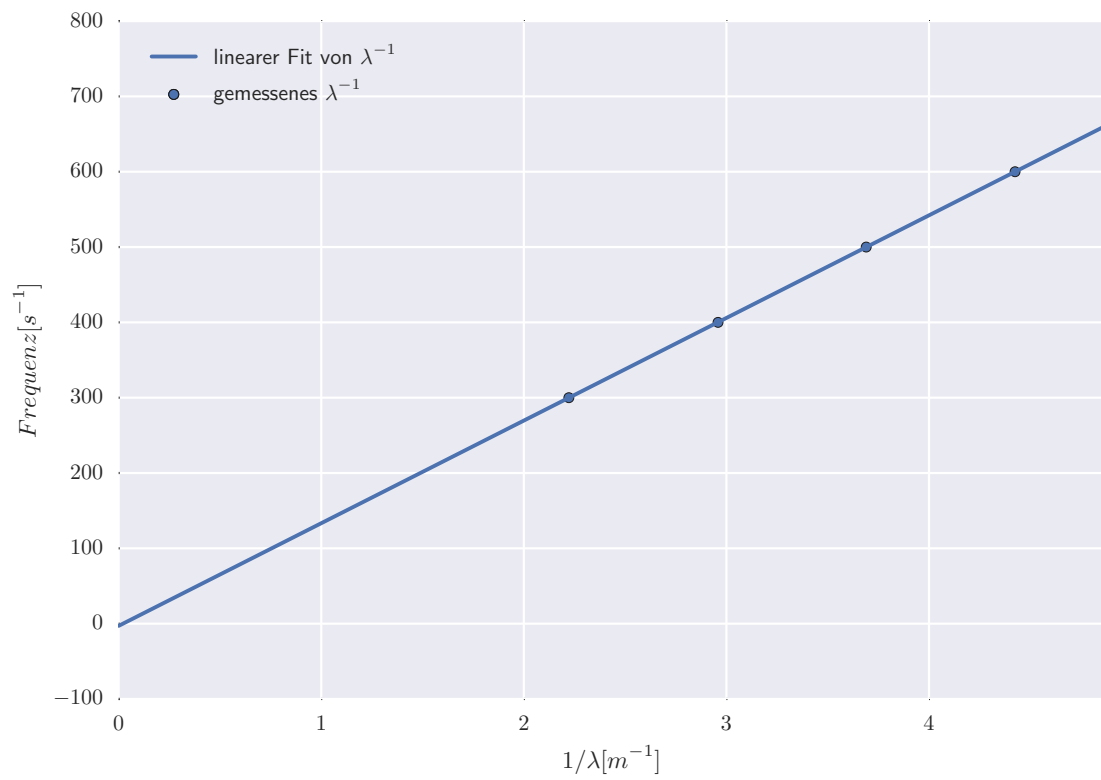


Figure 11: Abstände der Maxima bei resonanten Frequenzen in Sf6. Dazu einen linearen Fit um die Mittlere Geschwindigkeit zu bestimmen.

### 3.3 Gasgemische

Bei diesem Versuch wurden Helium und SF<sub>6</sub> mit  $\frac{1}{5}$  Anteilen kombiniert. Dafür wurde jeweils erst ein Gas bis einem Druck proportional zum jeweiligen Anteil eingelassen und darauf hin das zweite Gas. Wie in 4 erklärt ist dies möglich.

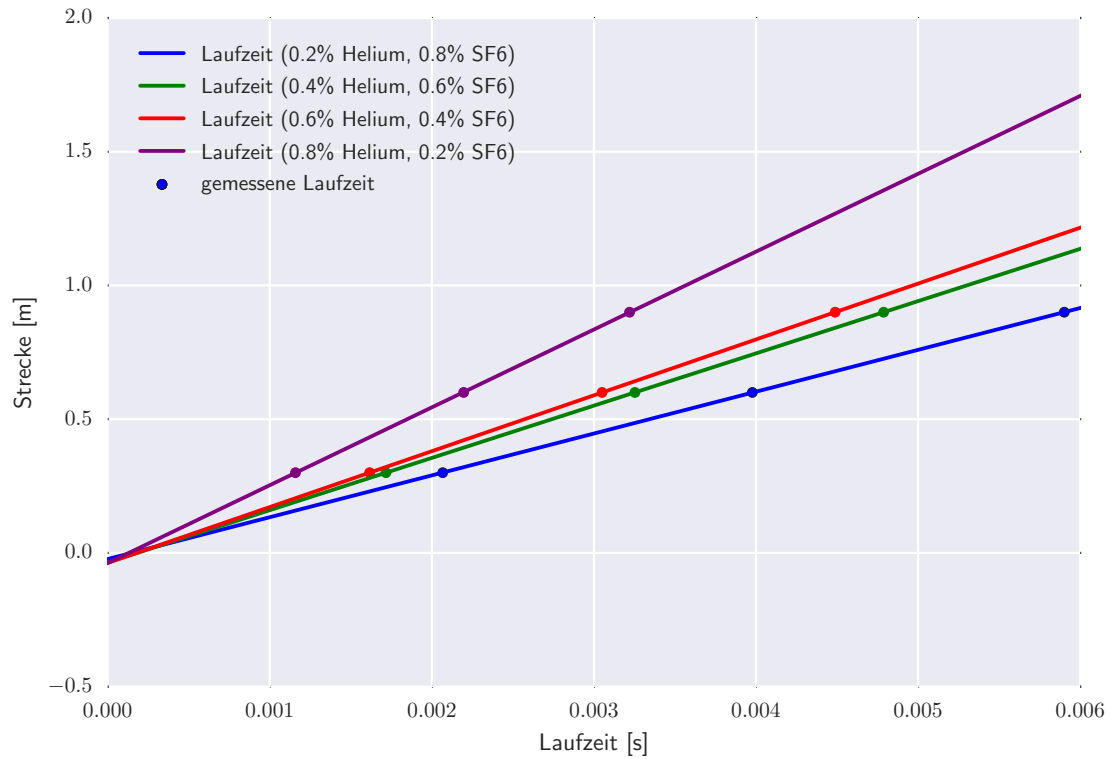


Figure 12: Laufzeiten in verschiedenen Helium/SF<sub>6</sub>-Gemischen. Dazu lineare Regression um die Mittlere Geschwindigkeit zu bestimmen.

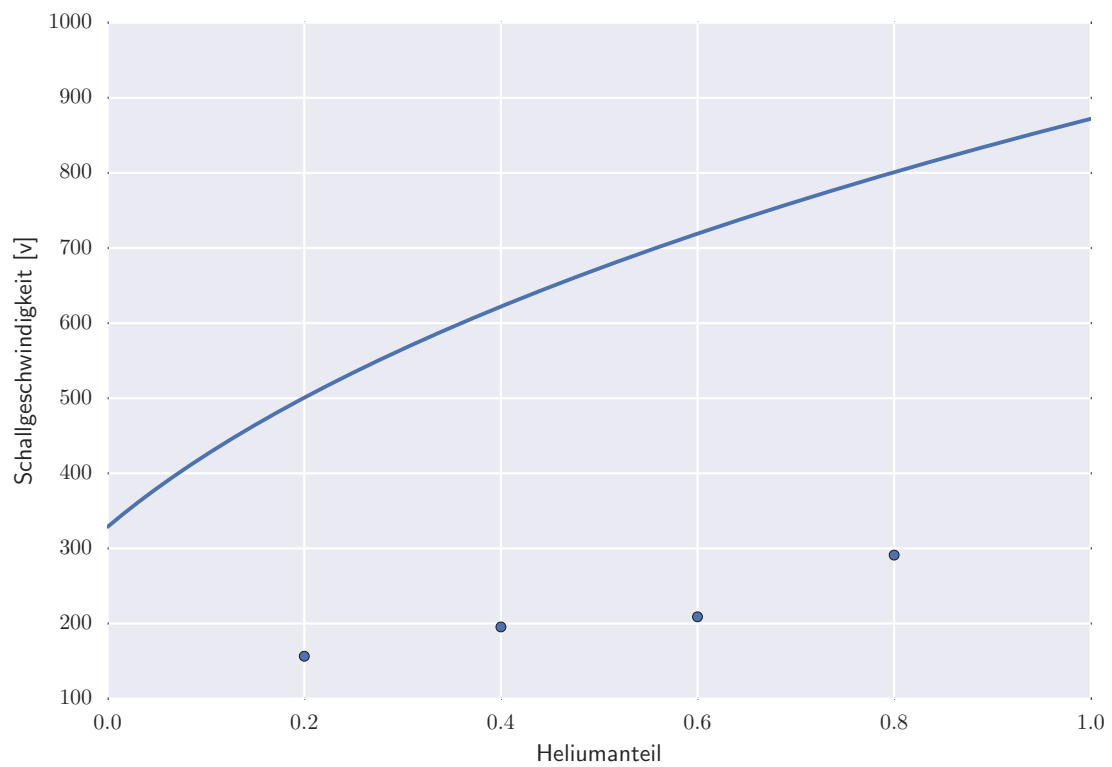


Figure 13: Laufzeiten in Helium/SF6-Gemischen. Experimentelle Werte verglichen mit den berechneten.



## 4 Fehlerrechnung

Wie in der nachfolgenden Sektion ersichtlich ist, hält sich der statistische Fehler sehr in Grenzen. Der systematische Fehler sollte durch die Lineare Regression ebenfalls durch den Offset kompensiert werden.

### 4.1 Resonanzmethode

Hier wurde nur eine Distanz zwischen den Maximas gemessen. Besser wäre drei oder gar vier zu messen und dann zwischen den Werten ebenfalls noch eine lineare Regression anzustellen. Würde man den Versuch noch einmal durchführen, so müsste man das sicher tun. Das von Auge ablesen am Oszilloskop erache ich als eher wenig kritisch, da das Bild relativ gut gezoomt werden kann und man schon kleinste Änderungen bemerkt.

### 4.2 Gasgemische

Bei den Gasgemischen gibt es natürlich die sehr hohe Fehlerquelle des Abmischens. Das Behältnis muss jedes Mal komplett geleert werden und dann wieder befüllt. Das Ablesen am Manometer ist nicht unbedingt das genaueste Pozedere. Jedoch schätze ich es so ein dass man die Gemische auf ein Prozent genau abmischen kann. Jedoch wird dieses eine Prozent unter der Wurzel verrechnet was dann den Fehler noch vergrößert. Hier müsste man eine Fehlerkorrektur machen. Aus diese wurde hier aber verzichtet, da wie im nächsten Abschnitt erläutert wahrscheinlich sowieso ein Messfehler vorliegt und man deshalb die Daten noch einmal erheben müsste.

## 5 Resultate und Diskussion

### 5.1 Reine Gase

Wie Tabelle 3 entnommen werden kann fallen die Resultate äusserst zufriedenstellend aus. Bei der Laufzeitmethode sowie der Resonanzmethode in der Luft gibt es praktisch keine Abweichung ( $< 1\%$ ) von Literaturwerten. Bei SF6 sieht es ähnlich aus. Beim Helium gibt es auf den Ersten Blick krassere Unterschiede. Wenn man aber genauer hinschaut, merkt man, dass die Werte insgesamt um Faktor 3 grösser sind als bei der Luftmessung und somit auch der Relative Fehler. Er wird zwar ein wenig grösser, bleibt aber immernoch  $< 5\%$ .

Spannend finde ich die Tatsache, dass die Resonanzmethode näher am Literaturwert liegt, da diese der Annahme nach ungenauer sein müsste. Bei Luft und SF6 war dies auch tatsächlich der Fall.

Wert	Laufzeitmethode $v_L$	stat. Fehler	Resonanzmethode $v_R$	stat. Fehler	berechnet	Literatur
Luft	$344.46 \frac{m}{s}$	$1.00 \frac{m}{s}$	$348.65 \frac{m}{s}$	$1.00 \frac{m}{s}$	$344.21 \frac{m}{s}$	$343.00 \frac{m}{s}$
Helium	$934.63 \frac{m}{s}$	$1.00 \frac{m}{s}$	$942.59 \frac{m}{s}$	$1.00 \frac{m}{s}$	$998.67 \frac{m}{s}$	$971.00 \frac{m}{s}$
SF6	$135.74 \frac{m}{s}$	$1.00 \frac{m}{s}$	$136.26 \frac{m}{s}$	$1.00 \frac{m}{s}$	$130.24 \frac{m}{s}$	$129.00 \frac{m}{s}$

Table 3: Resultate aus den Versuchen mit reinen Gasen.

### 5.2 Gasgemische

In der Tabelle 4 kann einfach erkannt werden, dass die experimentell bestimmten Werte absolut nicht übereinstimmen mit den berechneten Werten. Beide Resultatreihen würden einzeln aber plausibel aussehen, wobei die berechnete Reihe in Anbetracht der Konstanten von SF6 und Helium stimmen müsste. Helium hat viel Grössere Werte für  $c_v$ ,  $c_p$ ,  $R_i$  und zwar um jeweils etwa eine Grössenordnung. Somit fallen sie in der verwendeten Formel 3 viel stärker ins Gewicht, weshalb die Schallgeschwindigkeiten näher bei Helium liegen müssten als bei SF6. Leider lag es nicht im Zeitlichen Rahmen und dem des Praktikums, die Messung noch einmal zu machen. Jedoch müsste diese noch einmal durchgeführt werden und verifiziert werden, dass diese tatsächlich stimmt. Erst dann kann man den Fehler in der Mathematik suchen. Da die Werte mit exakt derselben Formel für die Laufzeit berechnet wurden wie bei den reinen Gasen und da die Werte stimmten, ist anzunehmen dass tatsächlich ein Messfehler vorliegt. Die Form der errechneten Kurve stimmt auch definitiv mit der von  $y = \sqrt{x}$  überein.

Helium / SF6	mit Laufzeitmethode $v_L$	statistischer Fehler	berechnet
20% / 80%	$156.46 \frac{m}{s}$	$1.00 \frac{m}{s}$	$500.73 \frac{m}{s}$
40% / 60%	$195.42 \frac{m}{s}$	$1.00 \frac{m}{s}$	$622.07 \frac{m}{s}$
60% / 40%	$208.91 \frac{m}{s}$	$1.00 \frac{m}{s}$	$719.13 \frac{m}{s}$
80% / 20%	$291.10 \frac{m}{s}$	$1.00 \frac{m}{s}$	$800.97 \frac{m}{s}$

Table 4: Resultate aus dem Versuch mit den Gasgemischen.