

## W 8                      Schallgeschwindigkeit in Gasen

### 1. Physikalische Grundlagen

#### 1.1. Schallwellen in Gasen

##### 1.1.1. Phasengeschwindigkeit von Schallwellen in Gasen

Die Theorie der elastischen Longitudinalwellen oder Schallwellen in Festkörpern, Flüssigkeiten und Gasen ist Thema des Physikunterrichts und soll als Vorbereitung repetiert und zusammengefasst werden. Gemäss Theorie ist die Schallgeschwindigkeit in idealen Gasen eine reine Funktion der Temperatur und man erhält unter Annahme isentroper Kompression/Dekompression

$$c = \sqrt{\kappa \cdot R_i \cdot T} = \sqrt{\kappa \cdot R_m / M_m \cdot T} \quad (1)$$

mit dem Isentropenexponenten  $\kappa$ , der spezifischen resp. molaren Gaskonstanten  $R_i$  resp.  $R_m$  und der Molmasse  $M_m$ . Für viele Gase ergeben sich mit der universellen Gaskonstanten  $R_m = 8.314 \text{ kJ / kmol} \cdot \text{K}$   $c$ -Werte, welche mit Messdaten sehr gut übereinstimmen. Die Isentropenexponenten  $\kappa$  können der Theorie (siehe Wärmelehre) oder Tabellen (z.B. Kuchling) entnommen werden. Da  $\kappa$  aber auch bei idealen Gasen eine Funktion der Temperatur sein kann (Stichwort „Einfrieren von Freiheitsgraden“ bei mehratomigen Gasen), sind experimentell bestimmte Werte vorzuziehen. Umgekehrt wird oft der Isentropenexponent  $\kappa$  durch Messen der Schallgeschwindigkeit bestimmt.

Interessanterweise hat schon Newton die Schallgeschwindigkeit theoretisch berechnet. Er erhielt aber für Luft einen um 20% zu kleinen Wert, da er seiner Rechnung isotherme Zustandsänderungen zugrunde legte. Wegen der kleinen thermischen Leitfähigkeit von Gasen erfolgen Kompression und Dekompression aber in guter Näherung isentrop: Ein „Unterdruckgebiet“ hat zu wenig Zeit, mit einem „Überdruckgebiet“ Wärmeenergie auszutauschen. Dies gilt unabhängig von der Frequenz, da Unter- und Überdruckgebiete bei tiefen Frequenzen wegen der grösseren Wellenlänge weiter voneinander entfernt sind.

##### 1.1.2. Schallgeschwindigkeit in einem Gasgemisch

Um die Schallgeschwindigkeit für ein Gasgemisch theoretisch zu berechnen, muss untersucht werden, was für eine Art von Mittelung zu machen ist: Wie berechnet sich der Isentropenexponent  $\kappa^*$  eines Gemischs, wie die spezifische Gaskonstante  $R_i^*$ .

Während die Berechnung von  $R_i^*$  einfach einzusehen ist, muss zum Verständnis der Formel für  $\kappa^*$  auf die grundlegende Bedeutung von  $\kappa$  ( $\kappa = \dots$ ) zurückgegriffen werden.

Damit gilt

$$c = \sqrt{\kappa^* \cdot R_i^* \cdot T} = \sqrt{\frac{\sum m_j \cdot c_{p,j}}{\sum m_j \cdot c_{v,j}} \cdot \frac{\sum m_j \cdot R_{i,j}}{\sum m_j} \cdot T} \quad (2)$$

Im Experiment wird das Gasgemisch aber nicht über die Einfüllmassen  $m_j$  sondern über die Partialdrücke  $p_j$  resp. den normierten Partialdruck  $p_{rel,j} = p_j / p_{tot}$  bestimmt. Für ideale Gase (Molmasse  $M_{m,j}$ ) gilt

$$m_j \sim p_j \cdot M_{m,j} \sim p_{rel,j} \cdot M_{m,j}$$

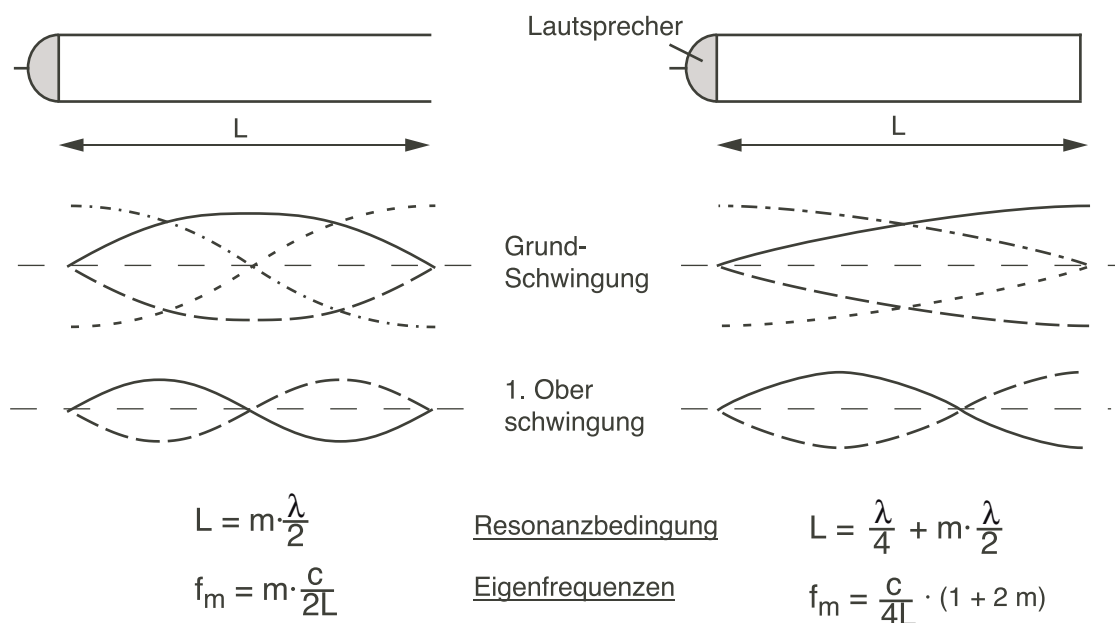
womit die Massen  $m_j$  in der Formel für  $c$  ersetzt werden können (Bei einem Gemisch von zwei Gasen gilt ferner  $p_{rel,2} = 1 - p_{rel,1}$ ).

### 1.1.3. Stehende Schallwellen in einem Rohr

In einem allseitig begrenzten Medium wie Saite, Stab oder der Luftsäule in einem Rohr werden Wellen an den Begrenzungen mehrfach hin- und herreflektiert. Die Randbedingungen (Übergang „hart -> weich“ oder „weich -> hart“ und damit „Bauch oder Knoten an der Begrenzung“) haben zur Folge, dass nur Wellen mit ganz bestimmten Wellenlängen  $\lambda$  bzw. Frequenzen  $f$  konstruktiv interferieren, d.h. eine stehende Welle aufbauen. Andere Wellen löschen sich durch mehrfache Interferenz aus resp. geben die vom Erreger eingespiesene Energie wieder an den Erreger ab.

Die möglichen stehenden Wellen heissen EIGENSCHWINGUNGEN des Systems, die zugehörigen Frequenzen EIGENFREQUENZEN, das System selbst ist ein RESONATOR.

Die Amplitude dieser Eigenschwingungen ist abhängig von der Dämpfung (Abstrahlungsverluste + innere Reibung), d.h. der Güte  $Q$  des Resonators, welche definiert ist als Verhältnis zwischen Anregungsamplitude und Resonanzamplitude. Bei guten Resonatoren kann diese grösser als 100 sein.



In den Figuren bedeuten:

—	Druck
- - -	Schnelle

## **2. Apparatives**

### **2.1. Allgemeiner Aufbau der Messapparatur**

Siehe Figur 2.1: Im Innern des doppelwandigen Messingrohres R befindet sich ein Lautsprecher und ein durch das Handrad H verschiebbarer Kolben K. Auf diesem ist ein Kondensatormikrophon und ein Thermoelement TE angebracht. Durch Drehen des Handrades kann der Abstand zwischen Lautsprecher und Kolben in einem Bereich von ca. 1 m beliebig eingestellt werden.

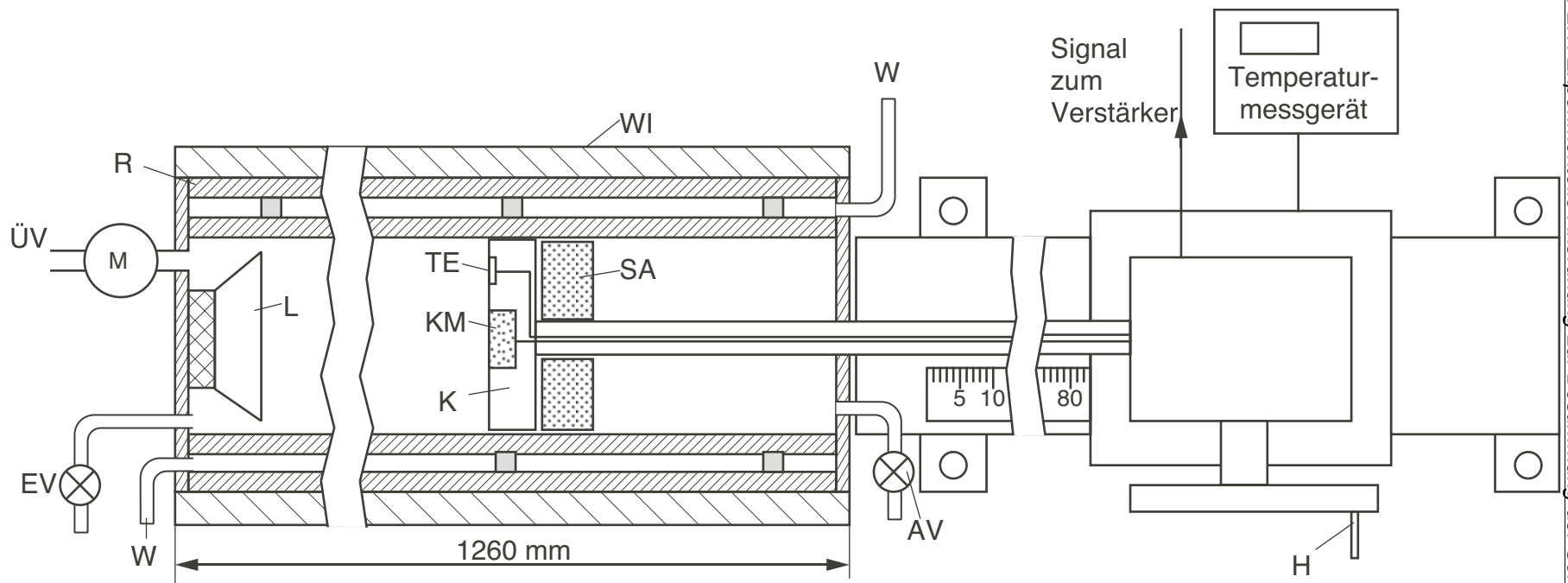
#### Temperaturmessung

Die im Gasraum mit einem Chromel-Alumel-Thermoelement gemessene Temperatur wird direkt angezeigt. Von Zeit zu Zeit soll die Gleichmässigkeit der Temperatur durch Verschieben des Kolbens kontrolliert werden. Dies ist besonders dann wichtig, wenn nicht bei Zimmertemperatur gearbeitet wird.

#### Gaswechsel

Die Gasflasche wird über ein normales Reduzierventil mit einem Schlauch an das Einfüllventil EV angeschlossen. Der Gasdruck wird vorher mit dem Druckreduzierventil so eingestellt, dass der Schlauch mit dem Finger leicht zugehalten werden kann. Nun wird das Rohr mit Hilfe der Vakuumpumpe auf ca.  $-0.8$  bar Überdruck (d.h.  $0.2$  bar absolut) evakuiert und anschliessend mit dem Gas auf ca.  $0.3$  bar Überdruck geflutet. Überlegen Sie sich, wie oft Sie diesen Prozess repetieren müssen, um die gewünschte Gasreinheit zu erreichen.

**Achtung:** Damit – wenn schon – etwas Gas ausströmt und nicht im Gegenteil, ungewünscht Luft in die Apparatur einströmt, belassen wir die letzte Füllung bei  $0.3$  bar Überdruck und lassen den Gasschlauch angeschlosse. Sollte der Überdruck während dem Experiment langsam absinken, füllen wir bei  $0.2$  bar wieder auf  $0.3$  bar auf. Die Schallgeschwindigkeit ist zwar unabhängig vom Druck, Lautsprecher und Mikrofon zeigen aber eine leichte p-Abhängigkeit.



AV: Auslassventil

EV: Einlassventil

H: Handrad zum Verschieben des Kolbens

K: verschiebbarer Kolben

KM: Kondensatormikrophon

L: Lautsprecher

M: Manometer

R: Doppelwandiges Messingrohr

SA: Schallabsorber

TE: Chromel-Alumel-Thermoelement

ÜV: Überdruckventil

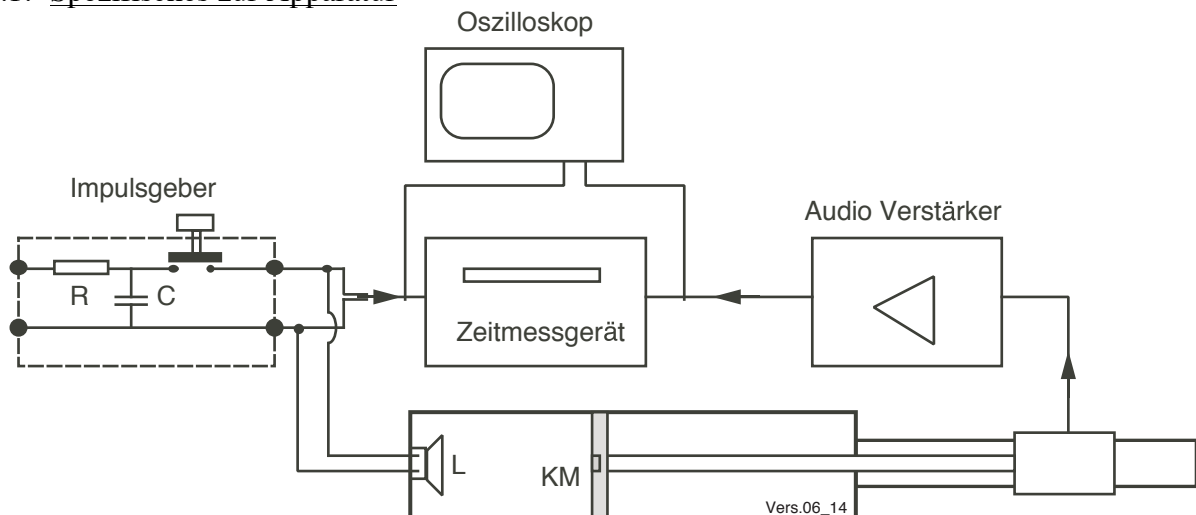
W: Anschlüsse für Wasser

WI: Wärmeisolation

Figur 2.1: Experimentelle Anordnung zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Gasen

## 2.2. Laufzeitmessung

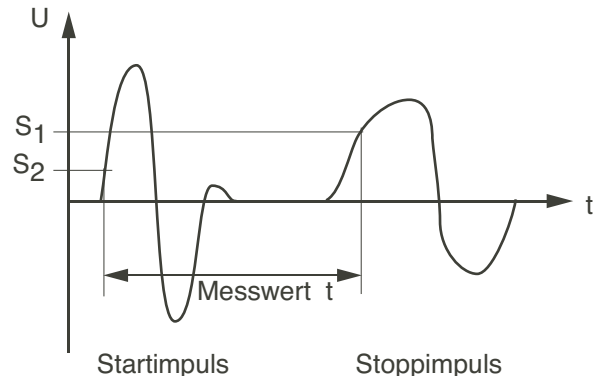
### 2.2.1. Spezifisches zur Apparatur



Figur 2.2: Experimentelle Anordnung für Laufzeitmessungen

Die experimentelle Anordnung für Laufzeitmessungen ist in obiger Figur dargestellt. Zur Erzeugung scharfer Schallimpulse wird ein Kondensator C durch Betätigen eines Druckschalters über den Lautsprecher L entladen. Gleichzeitig erhält das Zeitmessgerät ein Startsignal. Der beim Kondensatormikrophon KM eintreffende Schallimpuls wird in ein elektrisches Signal umgewandelt und nach genügender Verstärkung als Stoppsignal an das Zeitmessgerät weitergeleitet. Die so gemessene "Laufzeit" enthält einen systematischen Fehler, der durch die unterschiedliche Flankensteilheit von Start- und Stoppsignal bedingt ist. Er hängt ab von der Verstärkung im Stopppkanal und der Lage der Triggerschwellen  $S_1$  und  $S_2$  des Zeitmessgerätes (Figur 2.3 ).

Da aber die Schallgeschwindigkeit aus der Steigung der Regressionsgeraden an die Messpunkte  $t(s)$  bestimmt wird, fällt dieser praktisch heraus, sofern alle Bedingungen konstant gehalten werden. Während einer Messreihe dürfen also weder die Ansprechschwellen noch die Verstärkung verändert werden. Ferner wächst der Schalldruckimpuls im Rohr mit dem Gasdruck, was zu merklichen Laufzeitfehlern führen kann. Deshalb muss der Gasdruck überwacht und während einer Messreihe möglichst konstant gehalten werden.



Figur 2.3: El. Signale bei der Laufzeitmessung

Als Kontrolle dient das Oszilloskop, an dem die Signale direkt beobachtet werden können.

### 2.2.2. Geräteeinstellungen

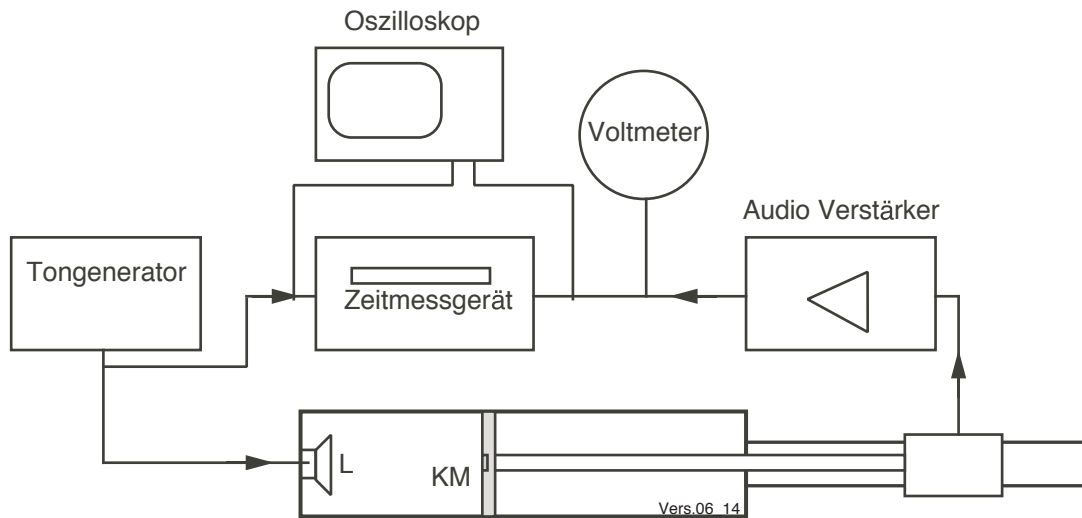
Bestimmen Sie mit Hilfe des Oszilloskops passende Triggerschwellen  $S_1$  und  $S_2$  kontrollieren Sie, dass das Zeitmessgerät bei entsprechenden Triggersettings auch das erwartete Ergebnis anzeigt.

### 2.2.3. Messvorgang

Für verschiedene Laufstrecken (Einstellungen am Massstab) wird die Laufzeit durch Betätigen des Impulsgebers je einige Male gemessen und der Mittelwert notiert. Bei richtig eingestellter Apparatur beträgt die Streuung höchstens  $2 - 3 \mu s$ . Die Temperatur soll auf  $0.1 K$  genau gemessen werden. Achtung: Der Thermostat soll bei der Messung ausgeschaltet sein, da der ins Rohr eingekoppelte Lärm die Messung wesentlich verschlechtert. Die Raumtemperaturmessung erfolgt am besten vor dem Einschalten des Thermostats bei der aktuellen Umgebungstemperatur.

### 2.3. Resonanzmethode

### 2.3.1. Spezifisches zur Resonanzmethode

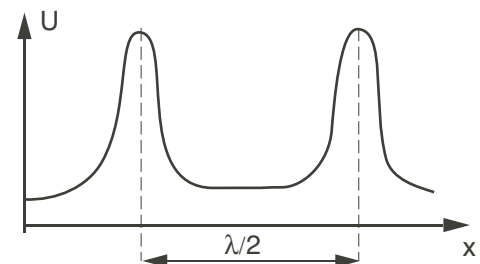


*Figur 2.4: Blockschema zur Resonanzmethode*

Der Frequenzgenerator wird direkt an den Lautsprecher angeschlossen. Beobachten Sie das Signal am Oszilloskop und stellen Sie die Amplitude so ein, dass weder Kondensatormikrophon noch Verstärker bei Resonanz übersteuert sind. Beobachten Sie, dass die Resonanzmaximas wesentlich schärfer sind als die Minimas und folglich die Maximas für die Messung verwendet werden sollen (Fig. 2.5).

### 2.3.2. Messvorgang

Mit dem Mikrophon werden bei fester Frequenz die Resonanzpositionen ermittelt. Der zu untersuchende Frequenzbereich soll so gewählt werden, dass bei der tiefsten Frequenz 3 Maximas detektiert werden können und andererseits dass bei der höchsten Frequenz der Abstand zwischen den Maximas ca. 10 cm beträgt. Bei zu dicht beieinanderliegenden Resonanzstellen werden diese unscharf. Ferner soll nicht zu nahe beim Lautsprecher begonnen werden, da dort die Resonanzstellen durch die Bauform des Lautsprechers verfälscht werden (ca. 20 cm sollte ausreichen).



Figur 2.5: Signalamplitude bei der Resonanzmethode

Eine genauere Methode zur Bestimmung der Resonanzpositionen besteht darin, die Phase zwischen der Lautsprecher-Spannung und dem Mikrophonsignal zu beobachten. Bei Resonanz sind die beiden Signale in Phase, d.h. am Oszilloskop sollte in X-Y-Darstellung schräg stehender Strich resultieren. Bei Verlängerung des Resonatorrohres wird daraus eine Ellipse und nach  $\lambda/2$  wieder ein Strich, welcher bei gleichen Signalamplituden um  $180^\circ$  gegenüber dem letzten verdreht ist. (Die Phase ist in Resonanzexperimenten meistens empfindlicher als die Amplitude).

## 2.4. Messung der Temperaturabhängigkeit mit Hilfe der Laufzeitmethode

### Experimentelle Hinweise:

- Beginnen Sie bei tiefen Temperaturen, da der Umlaufthermostat schneller heizt als kühlt. Ferner lohnt es sich, die Abkühlung von Raumtemperatur durch Zugabe von Eis zu beschleunigen.
- Nach Erreichen der Solltemperatur fahren Sie jeweils mit dem Kolben einige Male hin und her, um eine möglichst gleichmässige Temperaturverteilung im Gasraum zu erreichen.
- Während der Messung ist der Thermostat abzuschalten, da die Motorgeräusche über das Wasser gut ins Messrohr eingekoppelt werden und wesentlich stören.

### **3. Aufgaben und Durchführung der Versuche**

(Umfang der Arbeit gemäss vorgängiger Absprache mit dem Dozenten)

#### **3.1. Schallgeschwindigkeit bei Raumtemperatur**

##### 3.1.1. Laufzeitmethode

Die Laufzeit von Schallimpulsen soll für mindestens 10 verschiedene Wegstrecken  $s$  bestimmt werden. In jeder Position wird diese mehrfach gemessen und das „von Auge gemittelte Resultat“ notiert.

Das Messergebnis ist in einem Diagramm  $t(s)$  darzustellen und die Schallgeschwindigkeit  $c$  aus der reziproken Steigung der Ausgleichsgeraden (mit Fehler) zu berechnen. In der Fehlerabschätzung ist auf mögliche systematische Fehler einzugehen.

##### 3.1.2. Resonanzmethode

Die Resonanzpositionen  $s_i$  des Kolbens werden für 4-5 verschiedene Frequenzen bestimmt. Der experimentell zugängliche Frequenzbereich ist abhängig vom gewählten Gas und soll als erstes bestimmt werden (siehe S.6).

Die experimentell bestimmten Resonanzstellen  $s_i$  sind für jede Frequenz in Funktion des Resonanzindex  $i$  darzustellen ( $i$  auf Abszisse,  $s_i$  auf Ordinate). Mittels linearer Regression kann daraus die Wellenlänge und schlussendlich mit der bekannten Frequenz die Schallgeschwindigkeit berechnet werden. (Die Strecke zwischen zwei Resonanzstellen beträgt ja ..., folglich ist die Steigung der gefitteten Geraden gerade ...).

#### **3.2. Temperaturabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit**

Es werden die Laufzeiten für 3 fest gewählte Strecken bei verschiedenen Temperaturen (ca. 10° C bis 50° C) gemessen. Drei Messpunkte pro Temperatur sollten ausreichen, da die Linearität schon bei Raumtemperatur verifiziert worden ist.

Durch Anpassen der theoretischen Funktion (1) an die Messwerte  $c(T)$  ermitteln Sie den Wert von  $a = \kappa \cdot R_i$  und vergleichen diesen mit dem Produkt der entsprechenden Literaturwerte.

#### **3.3. Gasgemische**

Sofern die Schallgeschwindigkeiten zweier Gase wesentlich verschieden sind (z.B. He, H<sub>2</sub>, ...  $\leftrightarrow$  CO<sub>2</sub>, SF<sub>6</sub>, ....), kann deren Mischverhältnis durch eine Schallgeschwindigkeitsmessung bestimmt werden. Bei vergleichbaren Schallgeschwindigkeiten ist diese Methode verständlicherweise nicht angebracht. Die Tauglichkeit dieser Methode soll in diesem Experiment untersucht werden.

Die Schallgeschwindigkeit in Funktion des Mischverhältnisses ist mit Hilfe der Laufzeitmethode (drei Messpunkte pro Gemisch) für mindestens vier Gemische (+reine Gase) zu bestimmen. Das Messrohr soll in diesem Versuch nur auf Umgebungsdruck aufgefüllt werden, um das Gemisch präziser präparieren zu können. Das Mischverhältnis selbst wird über den Einfülldruck eingestellt (Partialdruckgesetz). Damit die beiden Gase gut gemischt sind, fahren Sie mit dem Kolben vor der Messung einige Male hin und her.

Die Ergebnisse sind mit Fehlerbalken mit der theoretisch erwarteten Abhängigkeit **in einem Diagramm** zu vergleichen, wobei zur Berechnung der theoretischen Kurve Literaturwerte für  $c_v$ ,  $c_p$  etc. zu verwenden sind. Schätzen Sie aus Ihren Daten ab, wie genau das Mischverhältnis aufgrund einer Schallgeschwindigkeitsmessung ermittelt werden kann.

#### **3.4. Generelles zur Auswertung**

Die experimentell ermittelten Werte werden sowohl mit "direkten" Literaturwerten als auch mit den theoretisch nach Gleichung (1) berechneten Werten verglichen (numerische und graphische Darstellung!). Dabei ist es am sinnvollsten, alle Werte unter Annahme einer  $\sqrt{T}$ -Abhängigkeit auf eine gemeinsame Temperatur, z.B. 0°C, umzurechnen.

Die für Glg. (1), (2) benötigten Materialkonstanten sowie Schallgeschwindigkeits-Literaturwerte finden Sie in :

- American Institute Physics Handbook
- Kuchling, Taschenbuch der Physik
- Internet