M1

Noah Huesser <yatekii@yatekii.ch>

November 9, 2016

Contents

1 Arbeitsgrundlagen

Im Versuch M1 geht es darum die Geschwindigkeit einer Pistolenkugel auf verschiedene Arten zu bestimmen. Dabei gibt es noch verschiedene Arten von Geschwindigkeiten.

1.1 Flugzeitmethode

Die **mittlere Geschwindigkeit** eines Objektes kann durch 1 berechnet werden.

$$\overline{v} = \frac{s}{t} \tag{1}$$

Wenn also die Abschusszeit und die Aufprallzeit, sowie die Flugstrecke bekannt sind, so kann die Zeitdifferenz und somit die mittlere Fluggeschwindigkeit des Geschosses ermittelt werden.

1.2 Ballistische Methode

Der Impuls p ist gegeben durch die Gleichung in 2. Dieser Impuls kann beim Aufprall der Pistolenkugel auf ein ballistisches Pendel gemessen werden. Durch den erheblichen Massenunterschied der Kugel und des Pendels bleibt die Kugel stecken. Ein inelastischer Stoss resultiert. Aus diesem Grund wird die komplette kinetische Energie in Wärme umgewandelt. Der Energieerhaltungssatz ist hier also schwierig anwendbar.

$$p = mv = (m + M) \cdot u \tag{2}$$

Die verbleibende kinetische Energie wird beim Ausschlagen des Pendels in potentielle Hubenergie umgewandelt. Mithilfe des Energiesatzes wird die Geschwindigkeit u durch die Hubhöhe h mit Gleichung 3 ersetzt.

$$u = \sqrt{2gh} \tag{3}$$

Aus Grafik **??** können die Gleichungen 4 und 5 bestimmt werden.

$$h = l \cdot (1 - cos\varphi) \tag{4}$$

$$\cos\varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + x^2}} \tag{5}$$

Da der Schwerpunkt und somit die Länge l des Pendels nur ungenau ermittelt werden können, wird ein Umweg über die Schwingungsdauer T ersichtlich in 6 gewählt.

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \tag{6}$$

Daraus resultiert die Gleichung 1.2.

$$u = \frac{g}{2\pi} \cdot T \cdot \sqrt{2 \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{x}{a})^2}}\right)} \tag{7}$$

Mit je einer Taylorentwicklung kann die Gleichung auf Gleichung angenähert werden.

$$u = \frac{g}{2\pi} \cdot \frac{M + m}{m} \cdot T \cdot \frac{x}{a} \cdot \left[1 - \frac{3}{8} \cdot \left(\frac{x}{a}\right)^2\right] \tag{8}$$

Da die Taylorreihe nur bis zum Grad 2 entwickelt wurde, wäre der nächste Term der Grässenordnung 10^{-4}. Es ergibt sich also ein sehr genauer Wert.

Somit sind während des Experimentes die Grössen m,x und T zu bestimmen.

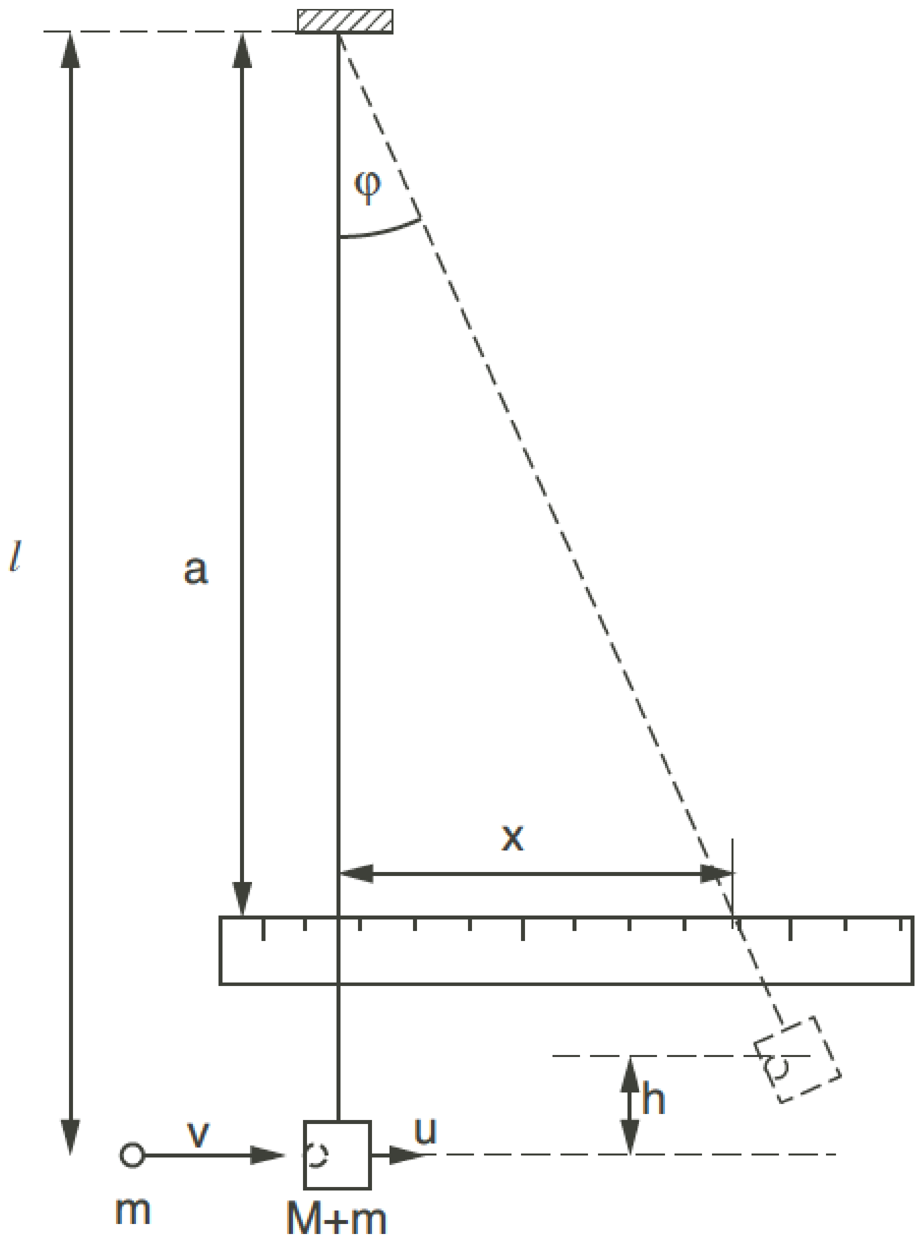

Figure 1: Ballistische Methode

1.3 Drehstossmethode

Bei dieser Methode wird ein Geschoss wie in Abbildung **??** gezeigt ein Geschoss auf eine um eine starre Achse frei drehbar gelagerte Hantel abgeschossen.

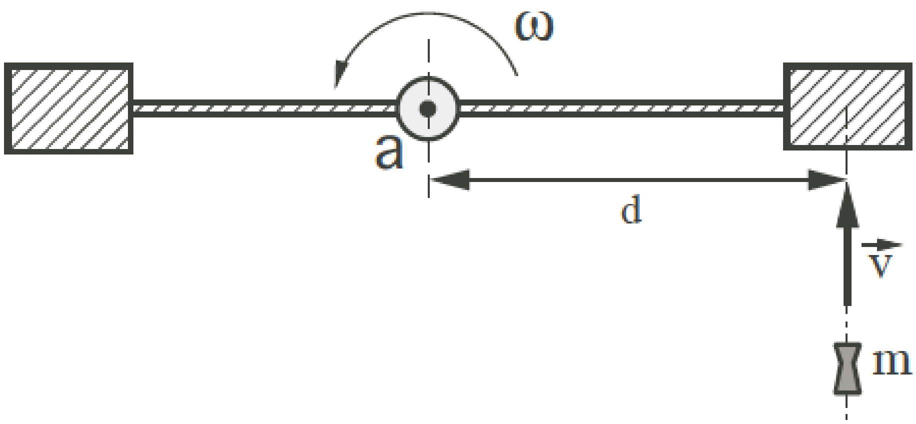

Figure 2: Drehstossmethode

Für eine mit v geradlinig bewegte Punktmasse m kann der Drehimpuls bezüglich der Drehachse a mit Gleichung 9 bestimmt werden.

$$\vec{L}_a = \vec{r} \times \vec{p} = m \cdot (\vec{r} \times \vec{v}) \tag{9}$$

Ferner ist bekannt, dass wie in Gleichung 10 beschrieben, der Gesamtdrehimpuls des Systems erhalten bleibt.

$$L_a = L_{a,Kugel} + L_{a,Hantel} = const. \tag{10}$$

Daraus folgt, dass für die anfänglich ruhende Hantel Gleichung 11 gilt welche dann gleichzusetzen ist mit der Gleichung 12 der bewegten Hantel nach dem Aufprall.

$$L_a = m \cdot d \cdot v + 0 \tag{11}$$

$$L_a = \omega \cdot (I_{a,H} + m \cdot d^2) \tag{12}$$

Daraus abgeleitet ergibt sich für die Geschwindigkeit der Pistolenkugel beim Aufprall die Gleichung 13, wobei $I_{a,H}$ dem Inneren Moment der Hantel bezüglich a und ω der Winkelgeschwingikeit der Hantel um die Achse a entspricht.

$$v = \omega \cdot \left(\frac{I_{a,H}}{m \cdot d} + d \right) \tag{13}$$

1.4 Einfluss des Luftwiderstandes auf die Geschossgeschwindigkeit

Bisher wurde gezeigt wie die mittlere, sowie die Aufprallgeschwindigkeit ermittelt werden können. Interessant ist aber auch die Mündungsgeschwindigkeit des Geschosses.

Diese kann man sehr gut über den wirkenden Luftwiderstand bestimmen. Der Luftwiderstand ist gegeben durch die Beziehung in 14, wobei v die Momentangeschwidigkeit des Geschosses, A die Querschnittfläche jenes Geschosses, ρ_L die Luftdichte und c_w der Widerstandsbeiwert des Projektils sind.

$$F_L = \frac{1}{2} c_\omega \cdot A \cdot \rho_L \cdot v^2 \tag{14}$$

Das Projektil verliert ebensoviel Kinetische Energie wie der Luftwiderstand Bremsarbeit verrichtet. Dies is mit Gleichungen 15 und 16 ersichtlich.

$$dE_{kin} = -F_L ds \tag{15}$$

$$m \cdot v \cdot dv = -\frac{1}{2} c_\omega \cdot A \cdot \rho_L \cdot v^2 \cdot ds \tag{16}$$

Daraus kann die Differenzengleichung 17 gebildet werden. Mit den Anfangsbedingungen s = 0 und v = v_0 wird Gleichung 18 erhalten. Diese kann für sehr kleine $k \cdot s$ mit 19 angenähert werden.

$$\frac{dv}{v} = -k \cdot ds \tag{17}$$

$$v = v_0 \cdot e^{-k \cdot s} \tag{18}$$

$$v = v_0 \cdot (1 - k \cdot s) \tag{19}$$

k ist in allen diesen Gleichungen mit dem Term $k = \frac{c_\omega \cdot A \cdot \rho_L}{2m}$ zu beziffern.