Fachhochschule Nordwestschweiz
Hochschule für Technik

Report System Control Laboratory

Noah Huesser
Yohannes Measho

May 22, 2016

1 Regression

Für eine gegebene Gesetzmässigkeit $f(x, a_0, a_1, \ldots)$ werden hierzu Messwertpaare (x_i, y_i) gemessen und die Parameter $(a_0, a_1, \ldots)$ so angepasst, bis die Summe der quadratischen Abweichungen minimal werden.

$$\chi^2(a_1, a_2, \ldots) = \sum_{i=1}^{N} \frac{(y_i - f(x_i, a_1, a_2, \ldots))^2}{\sigma_i^2} \rightarrow min \tag{1}$$

Wobei σ_i die Standardabweichung der Einzelmessungen ist. In vielen praktischen Fällen ist σ_i **konstant – aber unbekannt**. In diesen Fällen kann sie mit folgender Formel nach der Regression berechnet werden.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i - f(x_i, a_1, a_2, \ldots))^2}{N - m}} \tag{2}$$

1.1 Lineare Regression

Es sei die lineare Funktion $\bar{y} = b\bar{x} + a$ für die Messpaare (x_i, y_i) gesucht.

$$\sum_{i=1}^{N}(y_i - (a + bx_i))^2 \rightarrow min \tag{3}$$

b lässt sich mit der folgenden Formel errechnen:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2} \tag{4}$$

a kann danach direkt durch Auflösen der Funktion $\bar{y} = b\bar{x} + a$ berechnet werden, oder sonst über die erste Ableitung der Formel 3 berechnet werden:

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2 \sum_{i=1}^{N} y_i - \sum_{i=1}^{N} x_i \sum_{i=1}^{N} x_i y_i}{N \sum_{i=1}^{N} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{N} x_i)^2} \tag{5}$$