

No. of Printed Pages : 9

Roll No.

2K5-AS-2

December-2016

Applied Mathematics-I

Time : 3 hrs.]

[M.M. : 100

Note :-

1. Part 'A' may be attempted in first 6 pages of Answer Sheet.

भाग 'क' के सभी उत्तर, उत्तर-पुस्तिका के प्रथम छः पृष्ठों में ही करने हैं।

2. Part 'B' in rest of the Sheets of Answer Sheet.

भाग 'ख' के उत्तर, उत्तर-पुस्तिका के अगले शेष पृष्ठों में लिखिये।

3. Answers may be given in English or Hindi.
प्रश्नों के उत्तर अंग्रेजी अथवा हिन्दी में दीजिये।

Part 'A'

भाग 'क'

- 1 Attempt any ten questions :- $10 \times 2 = 20$
किन्हीं दस प्रश्नों के उत्तर दीजिए :-

- (i) If A is a square matrix such that $|A^T| = 4$, write the value of $|A^{-1}|$.

वर्ग मैट्रिक्स A के लिये $|A^T| = 4$ है। $|A^{-1}|$ का मान ज्ञात कीजिये।

G-1510

(P.T.O.)

- (ii) If A is a square matrix of order 3 such that $|A|=2$, write the value of $|\text{adj } A|$.
कोटि 3 के वर्ग मैट्रिक्स A के लिये $|A|=2$ है। $|\text{adj } A|$ का मान ज्ञात कीजिये।

- (iii) Write the value of $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{3x-6}$.
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{3x-6}$ का मान ज्ञात कीजिये।

- (iv) Find $\frac{d}{dx}(\sin x^\circ)$.

$\frac{d}{dx}(\sin x^\circ)$ को ज्ञात कीजिये।

- (v) If \vec{a} and \vec{b} represent diagonals of a parallelogram such that $\vec{a} \times \vec{b} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$, find the area of the parallelogram.

एक समान्तर चतुर्भुज के विकर्ण \vec{a} तथा \vec{b} हैं और $\vec{a} \times \vec{b} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$ हैं, तो समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

- (vi) If $x < 0$, find $\frac{d}{dx}(3x + |x|)$.

यदि $x < 0$ है, तो $\frac{d}{dx}(3x + |x|)$ को ज्ञात कीजिये।

- (vii) If $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \lambda\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ are orthogonal vectors, find λ .

(3)

2K5-AS-2

यदि $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \lambda\hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ ऑर्थोगोनल है, तो λ को ज्ञात कीजिये।

(viii) If the area of the circle $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 24 = 0$ is $k\pi$ square units, find the value of k .

वृत्त $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 24 = 0$ का क्षेत्रफल $k\pi$ है। k का मान ज्ञात कीजिये।

(ix) If the lengths of latusrecta of the parabolas $x^2 = 12y$ and $y^2 = -kx$, $k > 0$ are equal, find k .

परवलयों $x^2 = 12y$ तथा $y^2 = -kx$ के नाभिलम्ब एक बराबर हैं तथा $k > 0$ है, तो k को ज्ञात कीजिये।

(x) Find the area of the triangle formed by the line $3x + 4y = 12$ with the coordinate axes.

निर्देशांक अक्षों तथा रेखा $3x + 4y = 12$ से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

(xi) If \vec{a} is a unit vector such that $(\vec{x} - \vec{a}) \cdot (\vec{x} + \vec{a}) = 15$, find $|\vec{x}|$.

इकाई सदिश \vec{a} के लिये $(\vec{x} - \vec{a}) \cdot (\vec{x} + \vec{a}) = 15$ है, $|\vec{x}|$ को ज्ञात कीजिये।

(xii) Find the length of the latusrectum of the ellipse $16x^2 + 9y^2 = 144$.

दीर्घवृत्त $16x^2 + 9y^2 = 144$ के नाभिलम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिये।

(xiii) Find the eccentricity of the hyperbola $9x^2 - 16y^2 = 144$.

अतिपरवलय $9x^2 - 16y^2 = 144$ की उत्केन्द्रता ज्ञात कीजिये।

- (xiv) Write the equation $\sqrt{3}x + y - 12 = 0$ in the normal form and hence the values of α and p . (iv)

समीकरण $\sqrt{3}x + y - 12 = 0$ को लम्बरूप में व्यक्त कर, α तथा p के मान ज्ञात कीजिये।

2

Attempt any five questions :-

5×4=20

किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए :-

- (i) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 7 \end{bmatrix}$ and $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, then find k so that $A^2 = 8A + kI$.

यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 7 \end{bmatrix}$ तथा $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ हैं, तो k का

मान ज्ञात कीजिये, जबकि $A^2 = 8A + kI$.

- (ii) Evaluate :-

हल कीजिये :-

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$$

- (iii) If two vectors \vec{a} and \vec{b} are such that $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$ and $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$, find $|\vec{a} + \vec{b}|$ and $|\vec{a} - \vec{b}|$.

$C4 a - b - C$

सदिशों \vec{a} तथा \vec{b} के लिये $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 2$ तथा $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$ हैं, तो $|\vec{a} + \vec{b}|$ एवं $|\vec{a} - \vec{b}|$ को ज्ञात कीजिये।

- (iv) Show that the product of perpendiculars on the line $\frac{x}{a} \cos \theta + \frac{y}{b} \sin \theta = 1$ from the points $(\pm \sqrt{a^2 - b^2}, 0)$ is b^2 .

सिद्ध कीजिये कि बिन्दुओं $(\pm \sqrt{a^2 - b^2}, 0)$ से रेखा $\frac{x}{a} \cos \theta + \frac{y}{b} \sin \theta = 1$ पर डाले गये लम्बवर्तों का गुणनफल b^2 है ?

- (v) Evaluate :—

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} \text{ का मान ज्ञात कीजिये।}$$

- (vi) If $x^y = e^{x-y}$, prove that :—

$x^y = e^{x-y}$ के लिये सिद्ध कीजिये :—

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1 + \log x)^2}$$

- (vii) Find the equation of the circle of radius 10 units whose two diameters are $2x + y = 6$ and $3x + 2y = 4$.

$$\text{Ans } x = 1 - 2\sqrt{2} \frac{x}{2}$$

(6)
 2KS AS 2
 10 इकाई बिज्या के उस घुत का समीकरण
 कीजिये जिसके दो व्यास $2x+y=6$ तथा $3x+2y=4$
 हैं।

(viii) If $2x+y+p=0$ is a focal chord of the parabola $y^2=-8x$, find the value of p . Also, write the length of the latusrectum and the coordinates of its end-points.

यदि परवलय $y^2=-8x$ की फोकल जीवा $2x+y+p=0$ है, तो p का मान ज्ञात कीजिये। नाभिलम्ब की लम्बाई तथा उसके सिरो के निदेशांक ज्ञात कीजिये।

Part 'B'

भाग 'ख'

Attempt any 3 questions :— $3 \times 20 = 60$

किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए :—

3 (a) If $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, show that $A^2 - 5A + 7I_2 = 0$ and hence, find A^{-1} .

$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ के लिये सिद्ध कीजिये;

$A^2 - 5A + 7I_2 = 0$ तदनुसार A^{-1} को ज्ञात कीजिये।

(b) Show that :-
सिद्ध कीजिये :-

$$\begin{vmatrix} 1+a^2-b^2 & 2ab & -2b \\ 2ab & 1-a^2+b^2 & 2a \\ 2b & -2a & 1-a^2-b^2 \end{vmatrix}$$

$$4a^2 - b^2 - 2ab$$

$$b(4a^2 - b^2)$$

(a) If $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ are three mutually perpendicular vectors of equal magnitude, prove that $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ is equally inclined with vectors \vec{a}, \vec{b} and \vec{c} . Also find $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$.

समान माप के तीन परस्पर लम्बवत् सदिश $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ के लिये सिद्ध कीजिये $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$, सदिशों \vec{a}, \vec{b} तथा \vec{c} पर समान रूप से अवनत हैं। $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ को भी ज्ञात कीजिये।

(b) If \vec{p} and \vec{q} are unit vectors forming an angle of 30° , find the area of the parallelogram having $\vec{a} = \vec{p} + 2\vec{q}$ and $\vec{b} = 2\vec{p} + \vec{q}$ as its diagonals.

इकाई सदिश \vec{p} व \vec{q} के बीच 30° का कोण है; तो $\vec{a} = \vec{p} + 2\vec{q}$ एवं $\vec{b} = 2\vec{p} + \vec{q}$ विकर्णों से बने समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

5 (a) Evaluate the following limits :- मान ज्ञात कीजिये :-

(i) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{\sqrt{3+2x} - (\sqrt{2}+1)}{x^2 - 2}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{\sqrt{1+x} - 1}$

(b) If $x \sin(a+y) + \sin a \cos(a+y) = 0$, prove that :-

$x \sin(a+y) + \sin a \cos(a+y) = 0$ के लिये सिद्ध कीजिये :-

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sin^2(a+y)}{\sin a}$$

6 (a) If $x^m y^n = (x+y)^{m+n}$, prove that :-

$x^m y^n = (x+y)^{m+n}$ के लिये सिद्ध कीजिये :-

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$$

(b) Find the equation of the ellipse if its foci are $(\pm 2, 0)$ and the length of the latusrectum is

$$\frac{10}{3}$$

$(ae, 0)$ $ae = 2$

$(\pm 2, 0)$ नाभियों तथा $\frac{10}{3}$ लम्बाई के नाभिलम्ब के दीर्घवृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिये।

$3 \times e = 2$

$$x \frac{dy}{dx}$$

$$19$$

(9)

$$14 \frac{dy}{dx}$$

2K5-AS-2

(a) Find the equation of the hyperbola whose

foci are $(8, 3)$, $(0, 3)$ and eccentricity is $\frac{4}{3}$

$(8, 3)$ तथा $(0, 3)$ नाभियों तथा $\frac{4}{3}$ उत्केन्द्रता के

अतिपरवलय का समीकरण ज्ञात कीजिये।

(b) Prove that the lengths of perpendiculars from points $P (m^2, 2m)$, $Q (mn, m+n)$ and $R (n^2, 2n)$ to the line $x \cos^2\theta + y \sin\theta \cos\theta + \sin^2\theta = 0$ are in G.P.

सिद्ध कीजिये कि रेखा $x \cos^2\theta + y \sin\theta \cos\theta + \sin^2\theta = 0$ पर बिन्दुओं $P (m^2, 2m)$, $Q (mn, m+n)$ तथा $R (n^2, 2n)$ से डाले गये अभिलम्बों की लम्बाई ग.प. श्रे. में है।