

1.

```

%% Step 1:  $f_3[n] = f_1[n] + jf_2[n]$ 
z = x + y *  $j$ ;

%% Step 2:  $F_3[m] = \text{DFT}\{f_3[n]\}$ 
N = length(x);
Fz = zeros(size(x));
for m = 1:N
    for n = 1:N
        Fz(m) = Fz(m) + z(n) * exp( $-j \cdot 2\pi / N \cdot (m-1) \cdot (n-1)$ );
    end
end
Fz_star = conj(circshift(fliplr(Fz),[0 1])); %  $F[m] = F^*[N-m]$  左右翻轉後取共軛複數

%% Step 3:  $F_1[m] = (F_3[m] + F_3^*[N-m]) / 2$ ,  $F_2[m] = (F_3[m] - F_3^*[N-m]) / 2j$ 

Fx = (Fz + Fz_star) / 2;
Fy = (Fz - Fz_star) / 2i;

```

2.

- (1). 計算複雜度較低
- (2). 固定的 FFT 長度 (Fixed hardware)

3.

- (a). 不適合。Walsh Transform 並無如 Fourier Transform，在所有卷積當中，經過轉換後都會變為相乘的性質，僅在邏輯卷積 (Logical Convolution) 存在該性質。
- (b). 不適合。Walsh Transform 在 Zero-crossing 的部分較為方正，而自然影像大多區域較為平滑，在壓縮上較不如 DCT 的效果。
- (c). 適合。Stair-like 的訊號變化迅速，Walsh Transform 在劇烈變化的區域響應較大。

4.

(a).

16-point Walsh Transform 需要 $16 \times 3 = 48$ 個加法

(b).

16-point Haar Transform 需要 $2 \times (16 - 1) = 30$ 個加法

5.

(1). 各通道正交時，訊號不會互相干擾

(2). 形式與離散傅立葉轉換相同，因此可以使用快速演算法

6.

(a).

CDMA Orthogonal Type:

①. 將資料的 0 轉為 1

data 1 = [1 1 -1]

```
data 2 = [-1 1 1]
```

data 3 = [1 -1 1]

②. 利用對應的 row 對資料進行調變

data 1 與 channel 1 得到

$$[1, \\ 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1]$$

data 2 與 channel 6 得到

$$[-1, -1, 1, 1, 1, 1, -1, -1, 1, 1, -1, -1, -1, -1, 1, 1, 1, 1, -1, -1, -1, -1, 1, 1, -1, -1, 1, 1, -1, -1, 1, 1, -1, -1, -1, -1, 1, 1, -1, -1, 1, 1, 1, 1, -1, -1]$$

data 3 與 channel 12 得到

$$[1, -1, -1, 1, -1, 1, 1, -1, 1, -1, -1, 1, -1, 1, 1, -1, -1, 1, 1, -1, 1, -1, -1, 1, 1, -1, 1, 1, -1, 1, -1, -1, 1, -1, 1, 1, -1, 1, -1, -1, 1, 1, -1, 1, 1, -1]$$

③. 加總

加總後得到

[1, -1, 1, 3, 1, 3, 1, -1, 3, 1, -1, 1, -1, 1, 3, 1, 1, 3, 1, -1, 1, -1,
1, 3, -1, 1, 3, 1, 3, 1, -1, 1, 1, -1, -3, -1, -3, -1, 1, -1, -1, -3, -1,
1, -1, 1, -1, -3]

(b).

第 8 個和第 15 個資料遺失，調變後資料為

[1, -1, 1, 3, 1, 3, 1, 0, 3, 1, -1, 1, -1, 1, 0, 1, 1, 3, 1, -1, 1, -1, 1, 3,
-1, 1, 3, 1, 3, 1, -1, 1, 1, -1, -3, -1, -3, -1, 1, -1, -1, -3, -1, 1, -1, 1,
-1, -3]

取前 16 位，分別用 channel 1、channel 2 及 channel 3 進行正

射影長，得到 $0.875 > 0 \rightarrow 1$ 、 $-0.75 < 0 \rightarrow 0 \rightarrow -1$ 及 0.75

$> 0 \rightarrow 1$

7.

(a).

$$3^1 \pmod{11} = 3$$

$$3^2 \pmod{11} = 9$$

$$3^3 \pmod{11} = 5$$

$$3^4 \pmod{11} = 4$$

$$3^5 \pmod{11} = 1$$

$$3^6 \pmod{11} = 3$$

$$3^7 \pmod{11} = 9$$

由上規律可看出每 5 次方餘數為一次循環， $2049 \div 5 = 409 \dots$

4，因此 $3^{2049} \pmod{11} = 4$

(b).

$N \pmod{23} = 12$, $N \pmod{47} = 8$ ，設 $N = 12 + 23k$

當 $k = 0$ 時， $12 + 23k \pmod{47} = 12$

當 $k = 2$ 時， $12 + 23k \pmod{47} = 11$

當 $k = 4$ 時， $12 + 23k \pmod{47} = 10$

因此當 $k = 8$ 時， $12 + 23k \pmod{47} = 8$ ， N 的最小值為 $12 +$

$$23 \times 8 = 196$$

8.

(1). 存在正逆轉換

(2). 正交性

(3). 對稱性

9.

(a).

$2+11i$ 可轉為 $2^2 + 11^2 = 125$ ， $125 \pmod{31} = 1$ ，因此在單位圓上。

$5+10i$ 可轉為 $5^2 + 10^2 = 125$ ， $125 \pmod{31} = 1$ ，因此在單位圓上。

(b).

$(2+11i)(5+10i) = -100+75i$ ，可轉乘 $(-100)^2 + 75^2 = 15625$ ，

$15625 \pmod{31} = 1$ ，因此在單位圓上。

(c).

當 $a = 10$ 時， $10+bi$ 可轉為 $10^2 + b^2 = 100+b^2$ ，由於 $100 \pmod{31} = 7$ ， $100+b^2 \pmod{31}$ 可簡化為 $7+b^2 \pmod{31}$ ，而 b 為 1 到 30 的數，在 15-16 的位置會有一個相反的順序，因為 $b = 5$ 時， $100+b^2 \pmod{31} = 1$ ，所以在 $b = 30 - 5 + 1 = 26$ 的位置也滿足 $100+b^2 \pmod{31} = 1$ 。(Ans: $b = 5, 26$)

Extra:

$$3306 \times 225 \pmod{11}$$

$$3306 = 300 \times 11 + 6, 225 = 20 \times 11 + 5$$

$$a \times b \pmod{M} = [a \pmod{M} \times b \pmod{M}] \pmod{M}$$

$$3306 \times 225 \pmod{11}$$

$$= [3306 \pmod{11} \times 225 \pmod{11}] \pmod{11}$$

$$= 6 \times 5 \pmod{11}$$

$$= 8$$

