D11942011 林政均

(1)

優點：可使用快速傅立葉轉換演算法，大幅降低運算量

缺點：window function 須固定，無法動態調整

(2)

$\sin(4\pi(t+1)) = -\frac{i}{2}(e^{i4\pi(t+1)} - e^{-i4\pi(t+1)})$

$W_x(t,f)$

$= \int_{-\infty}^{\infty}[-\frac{i}{2}\left(e^{i4\pi\left(t+1+\frac{\tau}{2}\right)} - e^{-i4\pi\left(t+1+\frac{\tau}{2}\right)}\right)][-\frac{i}{2}\left(e^{i4\pi\left(t+1-\frac{\tau}{2}\right)} - e^{-i4\pi\left(t+1-\frac{\tau}{2}\right)}\right)]^{-1}e^{-i2\pi\tau f}\mathrm{d}\tau$

$= \int_{-\infty}^{\infty}[\left(e^{2i4\pi(t+1)} - e^{i4\pi(-2\tau)} - e^{i4\pi(2\tau)} + e^{-2i4\pi(t+1)}\right)e^{-i2\pi\tau f}\mathrm{d}\tau$

$= \int_{-\infty}^{\infty}[\left(e^{2i4\pi(t+1)} - e^{i4\pi(-2\tau)} - e^{i4\pi(2\tau)} + e^{-2i4\pi(t+1)}\right)e^{-i2\pi\tau f}\mathrm{d}\tau$

$= [\int_{-\infty}^{\infty}[\left(e^{2i4\pi(t+1)} + e^{-2i4\pi(t+1)}\right)e^{-i2\pi\tau f}\mathrm{d}\tau - \delta(4+f) - \delta(4-f)]$

(3)

(a) $e^{-\pi t^2}$ 瞬時頻率為-t，為一次函數，因此無 cross term

(b) $\cos(-\pi t^2)$ 瞬時頻率為-t，為一次函數，因此無 cross term

(c) $e^{-\pi t^3}$ 瞬時頻率為$\frac{3t^2}{2}$，為二次函數，有 cross term

(d) $e^{j\pi t^4}$ 瞬時頻率為 $2t^3$，為三次函數，有 cross term

(e) 音樂訊號通常混合兩種以上訊號，因此有 cross term

(4)

(a) 因 cross term 會發生在$\pm t_d$，距離原點較遠，而 Cohen's class distribution 可以設計一低通濾波器，接近原點為 1，遠離原點

為 0，即可保留 auto term，並濾除 cross term

(b) 多項式 WDF 可轉為多項相乘，變為 auto correlation，即可濾除二階以上造成的 cross term

(c) 由於 Gabor 可濾除 cross term，而後與 WDF 相乘，其結果便不會出現 cross term problem

(5)

(a) 增加一個 window 後，只有限制範圍內有數值，可降低運算時間

(b) Window w(τ) 在 time domain 的共軛需與自己相等

(c) 為 one-to-one，添加 window function 後，性質則變為 window function

(6)

```
function y =recSTFT(x,t,f,B)
dt = t(2) - t(1);
df = f(2) - f(1);

N = round(1/(dt*df));
n = round(t./dt);
t_len = length(n);

m = round(f./df);
f_len = length(m);

Q = round(B/dt);

X = zeros(t_len,f_len);
t_s = zeros(1,t_len);
f_s = zeros(1,f_len);
```

```
x = [x,0];

zeropad= zeros(1, N-2*Q-1);
q = [0:2*Q];

for a = 1:t_len
    P = round(n(a) - Q + q);
    P(P < 1) = t_len + 1;
    P(P > t_len) = t_len + 1;

    x1 = [x(P),zeropad];
    X1 = fft(x1, N);

    for b = 1:f_len
        m_temp = mod(m(b),N)+1;
        X2(a,b) = X1(1,m_temp) * exp(i * 2 * pi * (Q-n(a)) * m(b) / N) * dt;
    end
end

t_s(1,:) = n * dt;
f_s(1,:) = m * df;
y = X2';

image(t_s, f_s, abs(y)/max(max(abs(y)))*400);
colormap(gray(256));
set(gca, 'Ydir', 'normal');
```

(extra)

$\mathrm{Q} = \frac{B}{\Delta t}, \ \Delta t = 0.05$

$\mathrm{B} = 0.5$ 時，$\mathrm{Q} = \frac{0.5}{0.05} = 10$

$\mathrm{B} = 2$ 時，$\mathrm{Q} = \frac{2}{0.05} = 40$