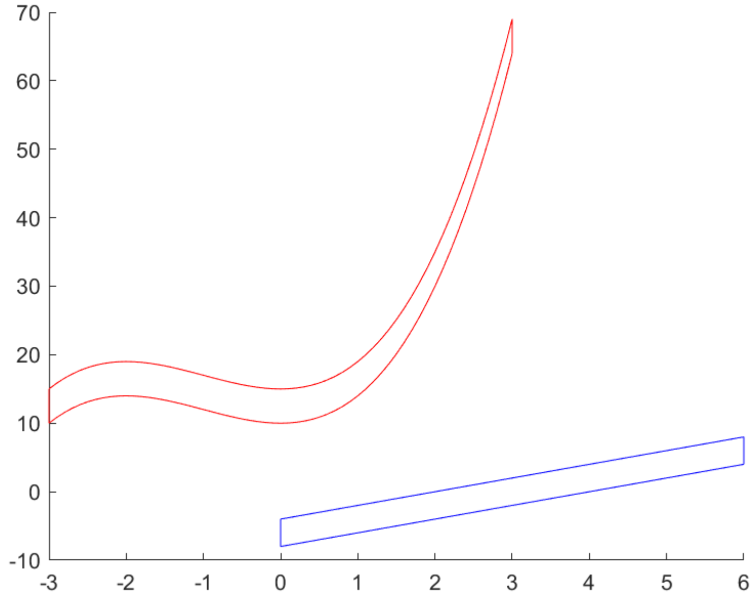
D11942011 林政均

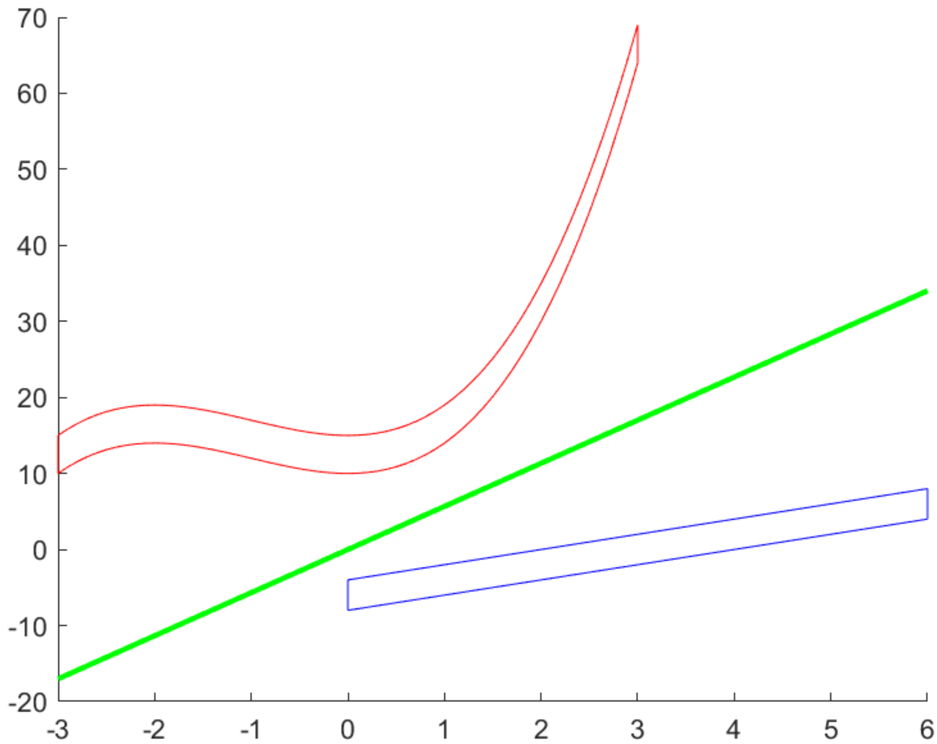
1. 下圖為輸入訊號，由兩個成分所組成，



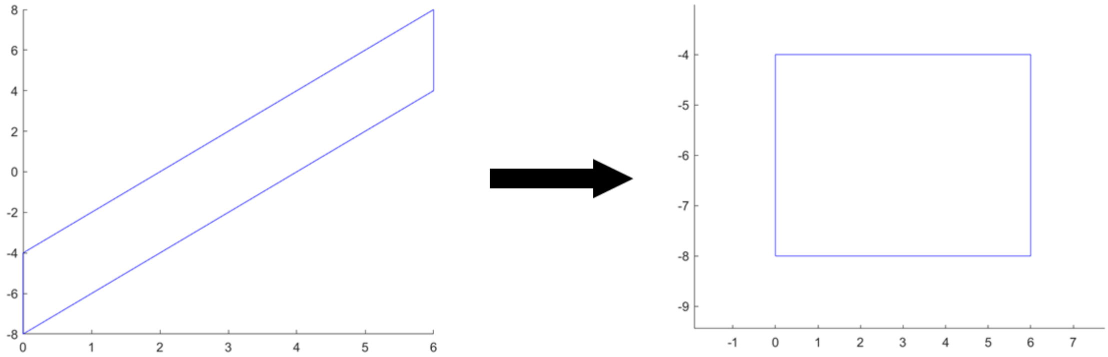
取樣點數取決於輸入訊號中，可匡列時頻域的矩形面積，該矩形面積越小，效率越好。

第一步 Analytic Signal Conversion，由於輸入訊號頻域並非對稱，因此不須進行。

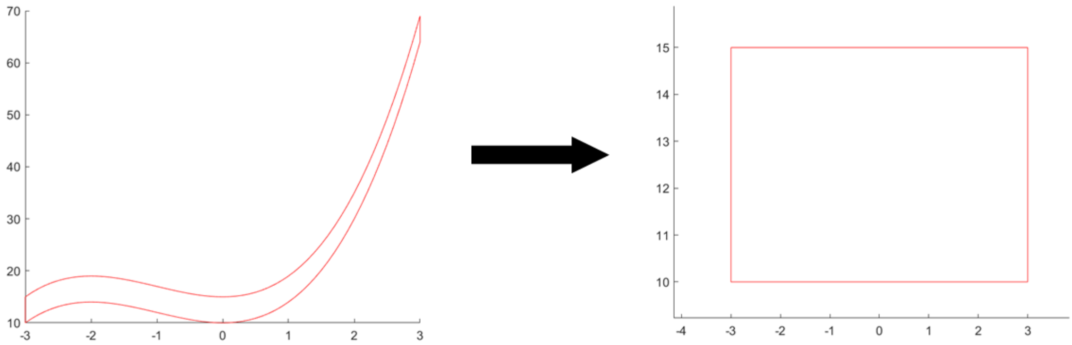
第二步 Separate the Components，對輸入訊號進行分解，$\psi = 80^\circ$ 時，可得一條分離兩訊號之 Cutoff Line。



第三步可進行 Shearing 或 Rotation，將訊號修正成最接近矩形的樣子，對藍色訊號進行 Shearing，乘上 Chirp Function $e^{j\pi\frac{t^2}{2}}$，可變為矩形



紅色訊號做 Generalized Shearing，即乘上$e^{j\varphi(t)}$，$\varphi(t) = 2\pi(\frac{t^4}{4} + t^3)$，其頻率轉為$f - \frac{1}{2\pi} \times \frac{d\varphi}{dt}$，即可變為矩形



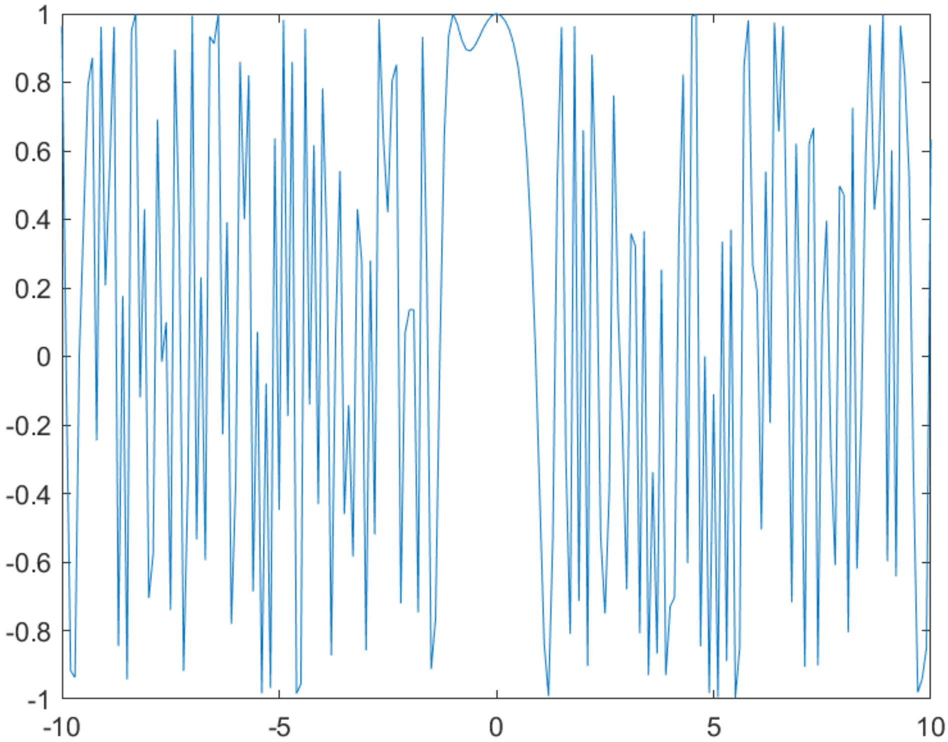
2.

(a) 可用於分析無法使用傅立葉轉換的函數成分，如趨勢函數 y = at，且避免複雜的數學分析。

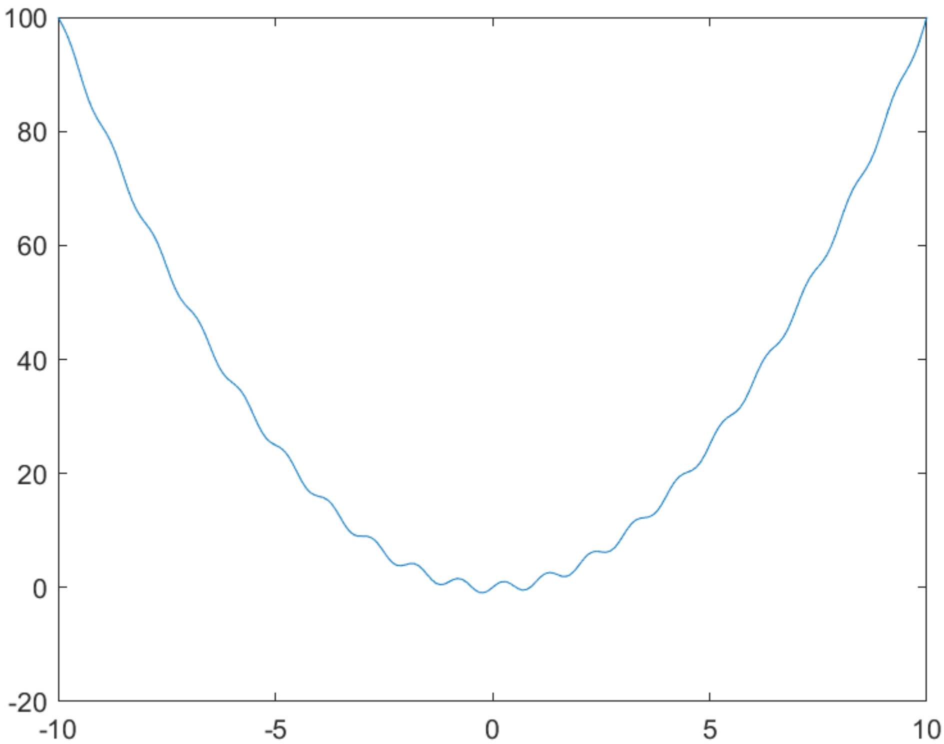
(b) 相似：Local Minimum 與 Local Maximum 之間必須有一 Zero Crossing
不同：週期、震幅不需要固定

(c)

(i) $\cos(t^4 + t)$：Local Minimum 與 Local Maximum 之間皆有一個 Zero Crossing，符合 intrinsic mode function



(ii) $t^2 + \sin(2\pi t)$：Local Minimum 與 Local Maximum 之間並無 Zero Crossing，不符合 intrinsic mode function



3.

(i) $x(3t)$僅改變粗細，因此為 white noise

(ii) $\exp(j\pi t^2)x(t)$，期望值會隨時間改變，非 white noise

(iii) $\exp(j\pi t^2) * x(t)$，對 $x(t)$做 shearing，仍為 white noise

(iv) $\mathrm{sinc}(t) * x(t)$，對 $x(t)$做低通濾波，雜訊屬高頻成分，因此低通濾波會抑制雜訊，非 white noise

4.

(a) Haar Transform 過程僅需使用加減法，且大多為 0，運算量非常小，運算速度非常快，且多用於高頻，因此適合用於影像、影片等高維資料。

(b) $H_{2N} = \begin{bmatrix} H_N \otimes [1,1] \\ I_N \otimes [1,-1] \end{bmatrix}$，若 2N = 32，N = 16，第 12 列即為上半部 H16 的第 12 列每一個數重覆一次，即

[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, -1, -1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

5.

(a) 用來表示高/低頻的成分，值越大越接近高頻

(b) 設 $y(x) = xe^{-|x|}$

$m_0 = \int_{-\infty}^{\infty} x^0 y(x)dx$為奇函數，因此 $m_0 = 0$

$m_1 = \int_{-\infty}^{\infty} x^1 y(x)dx = 2\int_0^{\infty} x^2 e^{-x}dx = -e^{-x}x^2 + 2(-e^{-x}x - e^{-x})\Big|_0^{\infty} = 2$

vanish moment = 1

6.

(a) Image denoise 由於屬於二維資料，使用其他時頻分析維度會變為四維，但 wavelet transform 仍為二維運算，因此 wavelet transform 最適合

(b) Climate data analysis 由於資料維度較大，因此 wavelet transform 最適合

(c) Tone analysis 具有如中文中的一二三四及輕聲的腔調，除了分析訊號頻率外，亦須分析聲調趨勢，因此 HHT 最適合