Séries Temporelles Multivariées

Master 2 Econométrie (EKAP)

Z. Moussa

zakaria.moussa@univ-nantes.fr

Année 2023-2024

IAE NANTES
ÉCONOMIE & MANAGEMENT

Chapitre 3 : Le modèles autorégressif vectoriel structurel (SVAR)

Plan du chapitre

on doit regarder si le rang est inf. à 2 pour savoir s'il y a une relation de cointégration.
on divise -0,3 par 0,125 et on multiplie fois .... y a une combinaison linéaire entre la matrice?

(-0.3 -0.6
 0.125 ....)

Modèle VAR(p)

De la forme reduite à la forme structurelle

Considérons le modèle VAR(1) sous sa forme réduite :

à droite on n'a que les variables retardées, ce qu'on appelle la forme réduite.

$$y_t = By_{t-1} + \varepsilon_t$$
$$\varepsilon_t \sim N(0, \Sigma_\varepsilon)$$

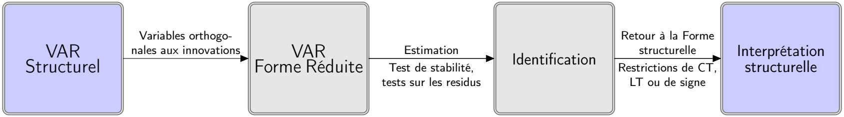
- Estimation MCO ou MVS
- La constante n'est ni la moyenne ni la valeur d'équilibre à long terme de la variable
- La corrélation des résidus reflète la relation contemporaine entre les variables.

Interprétation !

- Les VAR sous forme réduite ne nous disent rien sur la structure de l'économie.
- Nous ne pouvons pas interpréter les termes d'erreur de forme réduite (ε_t) comme des chocs structurels.
- Pour effectuer une analyse des politiques économiques, nous avons besoin :
  - Chocs orthogonaux ...
  - Avec un sens économique ...
- **D'où le besoin d'une représentation structurelle**

Modèle SVAR(p)

De la forme reduite à la forme structurelle



le point de départ est un modèle structurel que j'ai besoin d'estimer (les paramètres) mais comme il est impossible, on fait la forme réduite, et là on estime, on fait des tests et on vérifie que tout est bon, puis on peut passer à identifier le modèle, pour ensuite retourner à l'interprétation et au modèle structurel

Modèle VAR(p)

De la forme reduite à la forme structurelle

Considérons le modèle structurel SVAR(1) à 2-dimensions :

avec le var on n'a plus problème d'exogeneité car
ttes las variables sont endogènes dans les équations

$$B_0 y_t = B_1 y_{t-1} + \eta_t \tag{1}$$

Si y_t contient deux variables "taux d'intérêt" (r_t) et la "masse monétaire" (m_t).

$$r_t + b_{0,12} m_t = b_{11} r_{t-1} + b_{12} m_{t-1} + \eta_{rt}$$

$$b_{0,21} r_t + m_t = b_{21} r_{t-1} + b_{22} m_{t-1} + \eta_{mt}$$

pq on pt pas estimer avec la méthode MCO? pas de corrélation des termes d'erreur avec les v. explicatives pour pouvoir estimer des MCO. Mais ici, il y une corrélation, donc ça peut pas se faire.

- sous sa forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} 1 & b_{0,12} \\ b_{0,21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_t \\ m_t \end{bmatrix} = + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{t-1} \\ m_{t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_{rt} \\ \eta_{mt} \end{bmatrix}$$

- Les éléments de la matrice B_0 représentent les relations instantanées (à la période t) entre les taux d'intérêt et la masse monétaire
- η_{rt} et η_{mt} sont les innovations structurelles ou les chocs structurels du modèle.
- Ces innovations sont indépendantes, de moyenne nulle et ne sont pas autocorrélées.

Modèle VAR(p)

De la forme reduite à la forme structurelle

Considérons maintenant le modèle structurel SVAR(p) à k-dimensions et p retards :

$$B_0 y_t = B_1 y_{t-1} + B_2 y_{t-2} + \ldots + B_p y_{t-p} + \eta_t \tag{2}$$

pour retrouver la forme structurelle, il suffit de se débarrasser de b0. et il suffit de multiplier b0-1 partout

- Afin de permettre l'estimation du modèle structurel nous devons d'abord en déduire sa représentation sous forme réduite
- Cela revient à exprimer y_t en fonction seulement de y_t retardé.
- Il s'agit de multplier les deux côtés du VAR structurel par $\boldsymbol{B}_0^{-1}$
  $\boldsymbol{B}_0^{-1} B_0 y_t = \boldsymbol{B}_0^{-1} B_1 y_{t-1} + \boldsymbol{B}_0^{-1} B_2 y_{t-2} + \ldots + \boldsymbol{B}_0^{-1} B_p y_{t-p} + \boldsymbol{B}_0^{-1} \eta_t$

donc le même modèle peut être représenté comme suit :

$$y_t = A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + \ldots + A_p y_{t-p} + \varepsilon_t \tag{3}$$

avec $A_i = B_0^{-1} B_i$, $i = 1, \ldots, p$, et $\varepsilon_t = B_0^{-1} \eta_t$
ou encore sous sa forme MA(∞) :

$$A(L) y_t = \varepsilon_t \tag{4}$$

avec $A(L) = I_k - \sum_{i=0}^{p} A_i L^i$.

Modèle VAR(p)

De la forme reduite à la forme structurelle

Les méthodes d'estimation standards nous permettent d'obtenir des estimations précises

- des paramètres de la forme réduite A_i,
- des erreurs de la forme réduite ε_t
- et de leur matrice de variance-covariance : $E(\varepsilon_t \varepsilon_t') = \Sigma_\varepsilon$

- L'étude de la réponse de y_t aux chocs de la forme réduite (ε_t) ne nous renseignera pas sur la réponse de y_t aux chocs structurels (η_t).

$\Rightarrow$ Comment récupérer les éléments de B_0^{-1} des paramètres estimés de la forme réduite ?

- La connaissance de B_0^{-1} (ou B_0) nous permettrait de reconstruire
  - η_t à partir de $\eta_t = B_0 \varepsilon_t$
  - et B_i, $(i = 1, \ldots, p)$ à partir de $B_i = B_0 A_i$

Modèle VAR(p)

De la forme reduite à la forme structurelle

Par construction, $\varepsilon_t = B_0^{-1}\eta_t$. $\Rightarrow$ la variance de ε_t est égal à :

$$E(\varepsilon_t\varepsilon_t') = B_0^{-1}E(\eta_t\eta_t')B_0^{-1'}$$
$$\Sigma_\varepsilon = B_0^{-1}\Sigma_\eta B_0^{-1'}$$
$$\Sigma_\varepsilon = B_0^{-1}B_0^{-1'}, quand \quad \Sigma_\eta = I_k$$

- On peut considérer $\Sigma_\varepsilon = B_0^{-1}B_0^{-1'}$ comme un système d'équations dans les paramètres inconnus de B_0^{-1}.
- Σ_ε peut être estimée et est alors considérée comme connue.

$$\underbrace{\begin{bmatrix}\sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13}\\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23}\\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33}\end{bmatrix}}_{6\ valeurs} = \underbrace{\begin{bmatrix}b_{11} & b_{12} & b_{13}\\ b_{21} & b_{22} & b_{23}\\ b_{31} & b_{32} & b_{33}\end{bmatrix}^{-1}}_{9\ inconnues}\begin{bmatrix}b_{11} & b_{12} & b_{13}\\ b_{21} & b_{22} & b_{23}\\ b_{31} & b_{32} & b_{33}\end{bmatrix}^{-1'}$$

6 valeurs et 9 inconnues, besoin de 3 restrictions supplémentaires pour résoudre le problème.
nb de restrictions = k(k-1)/2.

Modèle VAR(p)

De la forme reduite à la forme structurelle

- Ce système d'équation ne peut être résolu numériquement qu'à condition que le nombre d'éléments dans B_0^{-1} ne dépasse le nombre d'équations.

$\Rightarrow$ Cela implique donc d'imposer des restrictions supplémentaires sur certains éléments de B_0^{-1} (ou d'une façon équivalente sur B_0).

- Σ_ε est une matrice $(k \times k)$ contient $k(k+1)/2$ éléments uniques. (les matrices de variance-covariance sont symétriques)
- Comme $B_0^{-1} B_0^{-1'} = \Sigma_\varepsilon$, B_0^{-1} est également une matrice $(k \times k)$ avec K^2 éléments.

$\Rightarrow$ Pour que les éléments de B_0^{-1} soient complètement identifiés, nous avons besoin de $k(k-1)/2$ restrictions d'identification.

Modèle VAR(p)

De la forme reduite à la forme structurelle

- Restrictions de court terme :
  - restrictions d'exclusion (forcer à zéro quelques éléments)
  - restrictions de proportionnalité
  - restriction d'égalité
- Restrictions de long terme : dites à la Blanchard et Quah
- Restrictions de signe
- En utilisant des variables instrumentales, variables exogènes ...

Exemple : Si nous pensons que la masse monétaire ne peut réagir aux chocs sur le taux d'intérêt qu'avec un retard d'une période, alors notre restriction d'identification serait :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{rt} \\ \varepsilon_{mt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} * & * \\ 0 & * \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_{rt} \\ \eta_{mt} \end{bmatrix}$$

la masse monétaire n'est expliquée que par son propre choque car il y a un 0 dans la matrice

Identification par restrictions de court-terme

Identification récursive

Une technique commune pour dissocier les innovations structurelles des innovations à forme réduite consiste à orthogonaliser ces dernières en appliquant la **décomposition de Cholesky**.

- Soit une matrice triangulaire inférieure $P_{k \times k}$ avec des valeurs positives sur sa diagonale tel que $PP' = \Sigma_{\varepsilon}$.

$\Rightarrow$ Il découle immédiatement de la condition $\Sigma_{\varepsilon} = B_0^{-1} B_0^{-1'}$ que $B_0^{-1} = P$ est une solution possible au problème de la récupération de η_t.

- Comme P est une matrice triangulaire, elle contient $k(k+1)/2$ éléments. Tous les éléments de P sont donc complètement identifiés.

⚠ Il est important de garder à l'esprit que l'"orthogonalisation" des résidus de forme réduite par l'application d'une décomposition de Cholesky n'est appropriée que si la structure récursive incorporée dans P peut être justifiées par des raisons économiques.

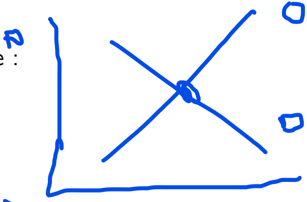
qd on met à 0 la partie inférieure à gauche de la matrice triangulaire, cela correspond à k(k-1)/2.

Identification par restrictions de court-terme

Identification récursive

Exemple 1 : Modèle DG-OG simple

- soit $y_t = (p_t, gdp_t, m_t, i_t)$ où p_t représente l'IPC en log, gdp le log de PIB réel, m_t le log de masse monétaire (M2) et i_t le taux d'intérêt sur le marché interbancaire.
- L'identification proposée est récursive de sorte que :



$$\begin{bmatrix} \varepsilon_t^p \\ \varepsilon_t^{gdp} \\ \varepsilon_t^m \\ \varepsilon_t^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ b & c & 0 & 0 \\ d & e & f & 0 \\ g & h & i & j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_t^1 \\ \eta_t^2 \\ \eta_t^3 \\ \eta_t^4 \end{bmatrix}$$

le prix dépend que de son shock.
le i (taux d'intérêt) dépend du shock de toutes les variables
le gdp que de celui du prix et de son propre shock.
m = masse monétaire, interprétée comme une demande de monnaie classique

- Chaque innovation de la forme réduite est une moyenne pondérée de celle structurelle.

  la première équation : $\varepsilon_t^p = a\eta_t^1 + 0 + 0 + 0$, la deuxième : $\varepsilon_t^{gdp} = b\eta_t^1 + c\eta_t^2 + 0 + 0$, etc.

Y

shock surprise
(qui n'a pas été anticipié)

matrice de sholinsky
si on décide de garder cette matrice, on doit raisonner ds un cas particulier comme si la courbe de l'offre était horizontale, ou la demande verticale. mais on peut pas prendre le cas générale.

Identification par restrictions de court-terme

Identification récursive

- La première et la deuxième équation peuvent être interprétées comme un modèle DG-OG (OG horizontale et DG décroissante).
  - η_t^1 fait varier le niveau des prix (IPC) et PIB réel $\Rightarrow$ un déplacement de la courbe OG.
  - η_t^2 fait varier le niveau le PIB réel uniquement $\Rightarrow$ un déplacement de la courbe DG.
- La troisième équation pourrait être interprétée comme une fonction de demande de monnaie ($MV = PY$)

  $\Rightarrow$ η_t^3 peut être considérée comme un choc de vélocité ou un choc de la demande de la monnaie.
- La quatrième équation pourrait représenter la fonction de réaction de la banque centrale.
  - La BC réagit systématiquement aux différents chocs η_t^1, η_t^2 et η_t^3
  - Toute variation du taux d'intérêt non prise en compte par cette réponse constituerait un choc exogène de politique monétaire (ou de l'offre de la monnaie)
  - Ce type de choc peut être le résultat d'un changement de l'organisation de la BC, d'un événement comme celui du 11/9.

Identification par restrictions de court-terme

Identification récursive

Limites de l'identification

- Pourquoi la demande de monnaie ne répondrait-elle pas au taux d'intérêt au cours de la période ? car c'est ce que la matrice dit.
- L'hypothèse d'une courbe d'offre horizontale. Dans quelle mesure la courbe d'offre horizontale est-elle plausible ?
  h0 très forte. Si elle est horizontale, elle dépend pas de la demande à court terme
- L'identification récursive ne peut prendre en compte que des cas particuliers : aucune structure récursive ne pourrait s'accommoder d'un modèle théorique dans lequel les courbes OG et DG ne sont ni horizontales ni verticales, mais en pente ascendante et descendante.

Identification par restrictions de court-terme

Identification récursive

Exemple 2 : Modèle pour le marché mondial du pétrole brut

- soit $y_t = (\Delta prod_t, grea_t, rpoil_t)$ où $\Delta prod_t$ représente la variation en pourcentage de la production mondiale de pétrole brut, $grea_t$ une mesure de l'activité économique réelle mondiale et $rpoil_t$ est le prix réel du pétrole (log).

$$
\begin{array}{l}
\text{production} \\
\text{demande globale} \\
\text{prix,}
\end{array}
\begin{bmatrix} \varepsilon_t^{\Delta prod_t} \\ \varepsilon_t^{grea_t} \\ \varepsilon_t^{rpoil_t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ b & c & 0 \\ d & e & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_t^{offre} \\ \eta_t^{demande1} \\ \eta_t^{demande2} \end{bmatrix}
$$

c ce qui représente le marché de pétrole mondial

- Une courbe d'offre de pétrole vertical et une courbe de demande décroissante courbe verticale: elle dépend pas du prix
- Deux chocs de demande sont identifiés séparément, le deuxième peut impacter le prix du pétrole mais sans ralentir l'activité économique réelle mondiale au cours du même mois.

la fréquence des données (trimestrielles, etc) joue aussi sur l'acceptation de l'h0 que l'offre ne dépend pas de la demande, ainsi que la théorie derrière l'OPEC etc, si on est ds un cadre monopolistique ou autre, le cadre de l'étude. Une fréquence élevée (mensuelle) peut faire qu'on l'accepte car pas assez de temps pour réagir à la demande.

Identification par restrictions de court-terme

Identification récursive

Limites de l'identification

- Comme pour $\eta_t^{demande2}$, on pourrait s'attendre à ce que la hausse des prix du pétrole déclenchée par un choc d'offre ne ralentiraient pas l'activité mondiale au cours de la même période
- Cela revient à imposer $b = 0$.
- On peut aussi se demander si la courbe d'offre à court terme est vraiment verticale. Cela requiert une connaissance institutionnelle des marchés de pétrole afin de savoir si les producteurs de pétrole ne réagissent pas aux chocs de demande à court terme, même dans un environnement concurrentiel.

Identification par restrictions de court-terme

Identification récursive

Exemple 3 : Modèle semi-structurel ou partiellement identifié (politique monétaire)

- À l'inverse des modèles VAR où chaque choc structurel est identifié, on peut se contenter d'identifier qu'une partie voire qu'un un seul choc structurel.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_t^{\Delta gdp} \\ \varepsilon_t^{\pi} \\ \varepsilon_t^{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ b & c & 0 \\ d & e & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_t^1 \\ \eta_t^2 \\ \eta_t^3 \end{bmatrix}$$

- $y_t = (\Delta gdp_t, \pi_t, i_t)$ avec Δgdp_t désigne le taux de croissance du PIB, π_t le taux de l'inflation et i_t un proxi du taux d'intérêt directeur.
- La dernière équation s'interprète comme la fonction de réaction de la banque centrale.
- En plaçant ε_t^i en dernier, la BC réagit instantanément (durant la même période) aux variations de Δgdp_t et π_t.
- Le reliquat après prise en compte de l'ensemble de la variation endogène du taux d'intérêt (η_t^3) s'interprète comme le choc exogène de la politique monétaire.
- η_t^3 est le seul choc structurel d'intérêt pour ce modèle.
- Ce choc reflète les déviations par rapport aux réponses anticipées de la politique monétaire. (changement de la composition de la BC, une décision discrétionnaire à un événement majeur ...)

Identification par restrictions de court-terme

Identification récursive

Limites de l'identification

- Cette identification ignore l'effet *feed-back* de η_t^3 à Δgdp_t et π_t (remplacer le PIB par la production industrielle ?)
- La banque centrale réagit à d'autres variables autre que la croissance économique et l'inflation (prix de l'immobilier, les prix des actions, les prix des matières premières)

$\Rightarrow$ Auquel cas, le troisième choc est mal identifié (les estimations de d et e sont biaisées)

$\Rightarrow$ Introduire davantage de variables dans le VAR ? (FAVAR)

Identification par restrictions de court-terme

Identification récursive

Exemple 4 : Le modèle de revenu permanent pour la consommation

- Le modèle de revenu permanent implique que la consommation réelle et le revenu réel (en log) sont cointégrés de sorte que le ratio consommation-revenu est stationnaire.
- Ce modèle prévoit également que si le revenu change de façon inattendue (choc) sans changement correspondant dans la consommation, les consommateurs considéreront le choc du revenu comme ayant des effets purement transitoires sur le revenu.

⇒ Une identification récursive à la Cholesky permet de distinguer les chocs transitoires des chocs permanents et de quantifier leurs effets sur la consommation et le revenu.

on a besoin d'une restriction pour identifier le système. cmt ce nombre est determiné? k(k-1)/2

c = consommation
gnp = revenu
où la conso ne dépend que du revenu permanent
le deuxième shock est transitoire

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_t^c \\ \varepsilon_t^{gnp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 \\ b & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_t^{perm} \\ \eta_t^{trans} \end{bmatrix}$$

on pt avoir plus de restrictions que nécessaire mais pas moins car on ne pourra pas résoudre le problème.

- Selon cette identification, la consommation ne dépend que des chocs permanents alors que le revenu dépend de deux type de chocs.
- Cette méthodologie reste muette sur l'interprétation économique des chocs permanents et transitoires :

  Ces chocs se rapportent-ils à des chocs d'offre ou de demande ou à des chocs de préférence, de politique économique ou à des chocs technologiques ?

Identification par restrictions de court-terme

Identification non-récursive

- Tous les modèles VAR structurels n'ont pas une structure récursive.

⇒ La décomposition de Cholesky ne permet pas d'identifier les vrais chocs structurels

Exemple : chocs de politique fiscale (Blanchard et Perotti (2002))

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_t^{tax} \\ \varepsilon_t^{gov} \\ \varepsilon_t^{gdp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{a}\varepsilon_t^{gdp} + \boldsymbol{b}\eta_t^{gov} + \eta_t^{tax} \\ \boldsymbol{c}\varepsilon_t^{gdp} + \boldsymbol{d}\eta_t^{tax} + \eta_t^{gov} \\ \boldsymbol{e}\varepsilon_t^{tax} + \boldsymbol{f}\varepsilon_t^{gov} + \eta_t^{gdp} \end{pmatrix}$$

- $y_t = (tax_t, gov_t, gdp_t)$ avec tax_t désigne les revenus réels des taxes, gov_t les dépenses gouvernementales réelles et gdp_t le PIB réel.
- Restrictions (3) : k = 3 so 3x(3-1)/2 = 3
  - Argument institutionnel : $\boldsymbol{c} = 0$ afin de supprimer l'effet *feed-back* instantané (au court du même trimestre) du PIB réel aux dépenses publiques.
  - Estimation de l'élasticité des taxes à l'activité économique à l'aide d'un autre modèle économétrique et imposer $\boldsymbol{a} = 2.08$.
  - L'endogénéité potentielle entre les taxes et les dépenses publiques peut être prise en compte en imposant $\boldsymbol{d} = 0$ ou $\boldsymbol{b} = 0$.
  - Les paramètres $\boldsymbol{e}$ et $\boldsymbol{f}$ sont sans restriction particulière.

Identification par restrictions de court-terme

Identification non-récursive

Exemple 1 : Modèle macroéconomique alternatif

- soit $y_t = (p_t, gdp_t, m_t, i_t)$ où p_t représente l'IPC en log, gdp le log de PIB réel, m_t le log de masse monétaire (M2) et i_t le taux d'intérêt sur le marché interbancaire.
- L'identification proposée est non-récursive de sorte que :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_t^p \\ \varepsilon_t^{gdp} \\ \varepsilon_t^i \\ \varepsilon_t^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta_t^{OG} \\ \boldsymbol{a}\varepsilon_t^p + \boldsymbol{b}\varepsilon_t^i + \boldsymbol{c}\varepsilon_t^m + \eta_t^{IS} \\ \boldsymbol{d}\varepsilon_t^m + \eta_t^{OM} \\ \boldsymbol{e}(\varepsilon_t^{gdp} + \varepsilon_t^p) + \boldsymbol{f}\varepsilon_t^i + \eta_t^{DM} \end{pmatrix}$$

qd on utilise cholensky,
l'ordre de variables compte,
mais pas pour un modèle cmme celui-ci, récursif

- La première équation représente toujours une courbe d'offre globale horizontale.
- Mais la deuxième équation peut désormais être interprétée comme une courbe IS, permettant à l'activité économique de réagir à toutes les autres variables.
- La troisième équation représente une fonction d'offre de monnaie selon laquelle la BC ajuste son taux d'intérêt en fonction du stock de monnaie
- La quatrième équation est une fonction de demande de monnaie : la demande de monnaie est fonction de revenu nominal $(\varepsilon_t^{gdp} + \varepsilon_t^p)$ et **du taux d'intérêt** (à la différence avec l'identification récursive).

Identification par restrictions de long-terme

Identification à la Blanchard et Quah (1989)

l'augmentation de la masse monétaire n'augmente que le prix à long terme et pas la demande de monnaie

- Une autre possibilité d'identification est d'imposer des restrictions sur les réponses de long terme aux chocs.
- L'objectif de cet approche est de se focaliser sur les propriétés à long terme des modèles sur lesquels la plupart des économistes peuvent plus facilement s'entendre

Considérons le modèle VAR structurel suivant :

$$\text{SVAR} : \quad B(L)y_t = \eta_t$$

$$\text{MA}(\infty) : y_t = B(L)^{-1}\eta_t = \Theta(L)\eta_t$$

Considérons également la forme réduite :

$$\text{VAR} : \quad A(L)y_t = \varepsilon_t$$

$$\text{MA}(\infty) : y_t = A(L)^{-1}\varepsilon_t = \Phi(L)\varepsilon_t$$

Identification par restrictions de long terme

Identification à la Blanchard et Quah (1989)

- Nous avons $\varepsilon_t = B_0^{-1}\eta_t$ et $\Sigma_\varepsilon = B_0^{-1}B_0^{-1'}$, quand $\Sigma_\eta = I_k$
- Nous avons également démontré que : $A(L) = B_0^{-1}B(L) \Rightarrow B_0^{-1} = A(L)B(L)^{-1}$

$\Rightarrow$ Pour L = 1, $\boldsymbol{B_0^{-1} = A(1)B(1)^{-1}}$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \Sigma_\varepsilon &= B_0^{-1}B_0^{-1'}\\ &= \left[A(1)B(1)^{-1}\right]\underbrace{\left[A(1)B(1)^{-1}\right]'}_{\left[B(1)^{-1}\right]'A(1)'}\end{aligned}$$

- En pre-multipliant par $A(1)^{-1}$ et post-multipliant par $\left[A(1)^{-1}\right]' = [A(1)']^{-1}$

$$\begin{aligned}\Rightarrow A(1)^{-1}\Sigma_\varepsilon\left[A(1)^{-1}\right]' &= A(1)^{-1}A(1)B(1)^{-1}\left[B(1)^{-1}\right]'A(1)'\left[A(1)'\right]^{-1}\\ &= \left[B(1)^{-1}\right]\left[B(1)^{-1}\right]'\\ \Phi(1)\Sigma_\varepsilon\Phi(1)' &= \Theta(1)\Theta(1)'\end{aligned}$$

Identification par restrictions de long terme

Identification à la Blanchard et Quah (1989)

- Afin de résoudre ce système d'équation, des restriction sur $\Theta(1)$ sont nécessaires .
- La partie gauche de l'équation est estimée à partir de la forme réduite et représente une matrice variance-covariance,

$\Rightarrow$ On a donc besoin de $k(k-1)/2$ restrictions sur $\Theta(1)$ pour une identification complète.

- On a $\Theta(1) = B(1)^{-1}$: représente la somme cumulée des coefficients structurels de la fonction des réponses.

$\Rightarrow$ Ces élément mesurent les effets de long terme de tout choc structurel (j) sur toute variable (i)

$\Rightarrow$ Imposer par exemple $\Theta_{ij}(1) = 0$, revient à imposer un effet nul à long terme du choc (i) sur la variable (j).

- Une fois les $k(k-1)/2$ restrictions sont choisies, (1) les éléments de $A(1)$ sont estimés et (2) ceux de B_0^{-1} sont déterminés à partir d'une identification de court-terme

$\Rightarrow$ les éléments restants de $\Theta_{ij}(1)$ peuvent être déterminés à partir de $B_0^{-1} = A(1)\Theta(1)$

Identification par restrictions de long terme

Identification à la Blanchard et Quah (1989)

Exemple : Demande agrégée et offre agrégée (Blanchard et Quah (1989))

Considérons ce SVAR bivarié : $y_t = \begin{pmatrix} \Delta gdp_t \\ unr_t \end{pmatrix}$

- où gdp_t représente le PIB réel en logarithme ($gdp_t \sim I(1)$), unr_t, le taux de chômage en niveau (avec $unr_t \sim I(0)$)

$\Rightarrow$ Par hypothèse, $y_t \sim I(0)$, et Σ_η est diagonale. Nous avons donc :

ce sont les chocs d'offre qui créent des effets permanents sur la production
les chocs de demande c'est que transitoire

$$B(1)y_t = \eta_t$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -b_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta gdp_t \\ unr_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta_t^{OG} \\ \eta_t^{DG} \end{pmatrix}$$

il faut qu'on ait au moins une variable stationnaire
en niveau pour utiliser le Blancherd et Quah

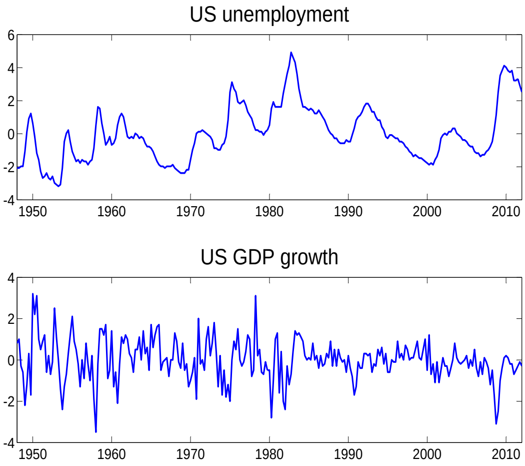
$$\begin{pmatrix} \Delta gdp_t \\ unr_t \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -a_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \eta_t^{OG} \\ \eta_t^{DG} \end{pmatrix}$$

$$y_t = \Theta(1)\eta_t$$

- Cette restriction implique l'absence d'effet de long-terme des chocs de demande agrégée sur le niveau de PIB réel, les seuls effets de log-terme proviennent de chocs d'offre.
- Le choc d'offre est interprété comme un choc permanent de productivité.

Identification par restrictions de long terme

Identification à la Blanchard et Quah (1989)



stationnaire en niveau, n'a pas eu de transformation

Identification par restrictions de long terme

Identification à la Blanchard et Quah (1989)

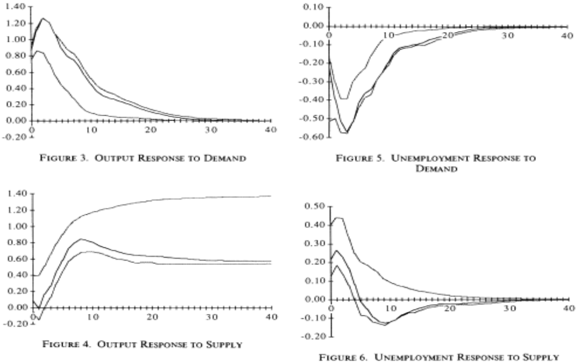


FIGURE 3. OUTPUT RESPONSE TO DEMAND

FIGURE 5. UNEMPLOYMENT RESPONSE TO DEMAND

FIGURE 4. OUTPUT RESPONSE TO SUPPLY

FIGURE 6. UNEMPLOYMENT RESPONSE TO SUPPLY

ici, on a une réponse à long terme car pas de retour à l'équilibre. choc 'offre

Source: The Dynamic Effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances, (AER) Blanchard and Quah (1989):

Identification par restrictions de long terme

Implémentation sur R

- Restriction de court terme

```
data(Canada)
var.2c <- VAR(Canada, p = 2, type = "const")
amat <- diag(4)
diag(amat) <- NA
amat[2, 1] <- NA
amat[4, 1] <- NA

## Estimation method scoring
SVAR(x = var.2c, estmethod = "scoring", Amat = amat, Bmat = NULL,
max.iter = 100, maxls = 1000, conv.crit = 1.0e-8)
## Estimation method direct
SVAR(x = var.2c, estmethod = "direct", Amat = amat, Bmat = NULL,
hessian = TRUE, method="BFGS")
# }
```

NULL car on ne met que des restriction de long terme

si on vt des restrictions de court-terme il faut définir la matrice avec ces restrictions et dans Bmat mettre le nom de la matrice

- Restriction de long terme

```
data(Canada)
var.2c <- VAR(Canada, p = 2, type = "const")
BQ(var.2c)
```

Identification par restrictions de signe

Reprenons l'exemple 2 en remplaçant les restriction de court-terme par des restrictions de signe :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_t^{\Delta prod_t} \\ \varepsilon_t^{grea_t} \\ \varepsilon_t^{rpoil_t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - & + & + \\ - & + & - \\ + & + & + \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_t^{offre} \\ \eta_t^{demande1} \\ \eta_t^{demande2} \end{bmatrix}$$

- Le choc d'offre est normalisé de sorte qu'il représente une rupture d'approvisionnement
- Un choc d'offre négatif a un impact négatif sur la production et l'activité économique mais positif sur le prix
- Le choc de demande un impact positif sur les trois variables.
- Le choc d'autre demande (demande2) qui peut représenter une augmentation de demande d'approvisionnement pour motif de précaution (stock), a un effet positif sur la production et le prix mais négatif sur l'activité économique.

Identification par restrictions de signe

- A la différence des méthodes de restriction récursive, la matrice B_0^{-1} n'est plus identifiée par des valeurs précises mais par un ensemble de valeurs possibles limité par le signe
- D'où la difficulté d'obtenir des estimations numériques du modèle structurel lorsque seules des informations qualitatives sont disponibles sur la structure du modèle.

à partir de 6 000 obs on calcule la médiane

Procédure d'estimation :

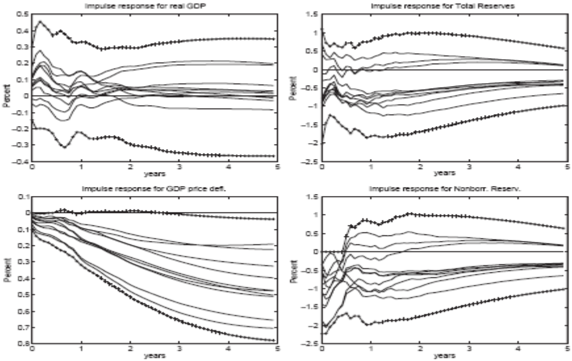
- Soit P une matrice triangulaire inférieure à la Cholesky tel que $\Sigma_\varepsilon = PP'$, alors pour toute matrice orthogonale $Q_{k\times k}$, $B_0^{-1} = PQ$ satisfait $\Sigma_\varepsilon = B_0^{-1} B_0^{-1'}$
- A la différence de P, PQ est une matrice non-récursive $\Rightarrow$ plusieurs solutions possible !

1. construire une matrice $L_{k\times k}$ tirée aléatoirement, puis décomposer L tel que $L = D.R$ et $DD' = I_k$
2. Soit $Q = D'$. Calculer les fonctions d'impulsion en utilisant l'orthogonalisation $B_0^{-1} = PQ$. Si les fonctions de réponse respectent les restrictions de signe on retient Q, sinon on la rejette.
3. Répéter les étapes (1) et (2) un nombre important de fois en gardant les matrices Q et les fonctions de réponse correspondant satisfaisant les restrictions d'identification.

Quel est le modèle le plus probable ? (économétrie bayésienne ?)

Identification par restrictions de signe

a partir de tout ça on calcule la médiane qui nous donne une ligne un peu moyenne



Source: What are the effects of a monetary policy shock... JME H. Uhlig (2006)

Identification par restrictions de signe

Implémentation sur R

```
set.seed(12345)
library(VARsignR)
data(uhligdata)
```

- La base de données contient des données mensuelles pour les États-Unis sur le PIB réel (y), le déflateur du PIB (yd), l'indice des prix des matières premières (p), le taux d'intérêt de la FED (i), les réserves non empruntées (rnb) et les réserves totales (rt), de 1965 :1 - 2003 :12.
- Uhlig (2005) utilise quatre restrictions au total pour identifier un choc de politique monétaire. La première et la sixième variables du modèle (PIB réel et réserves totales) restent libres. Suite à une innovation non-anticipée du taux directeur de la FED :
  - Le taux d'intérêt (i) ne baisse pas pendant quelques mois
  - L'inflation (yd) et le prix des matières première (p) n'augmentent pas (pas d'énigme de prix)
  - Les réserves non empruntées (rnb) n'augmentent pas

Identification par restrictions de signe

Implémentation sur R

- $Y_t = (y, yd, p, i, rnb, rt)$

ici in impose les signes à respecter dans l'équation

```
constr <- c(+4,-3,-2,-5)
model1 <- uhlig.reject(Y=uhligdata, nlags=12, draws=200,
           subdraws=200, nkeep=1000, KMIN=1,
           KMAX=6, constrained=constr, constant=FALSE, steps=60)
uhlig.reject. summary(model1)
```

il faut retenir mil réactions qui respectent?

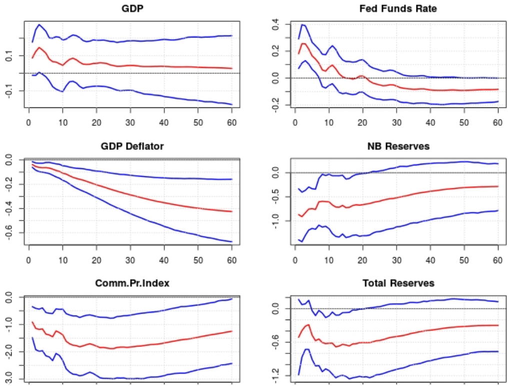
- **Estimation des fonctions d'impulsion** :

```
irfs1 <- model1$IRFS

vl <- c("GDP","GDP Deflator","Comm.Pr.Index","Fed Funds Rate",
       "NB Reserves", "Total Reserves")

irfplot(irfdraws=irfs1, type="median", labels=vl,
       save=FALSE, bands=c(0.16, 0.84),
       grid=TRUE, bw=FALSE)
```

Identification par restrictions de signe

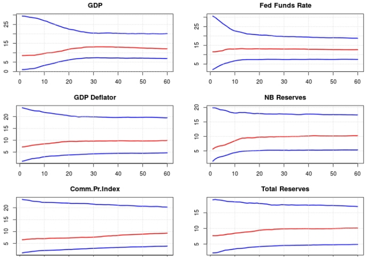


Identification par restrictions de signe

Implémentation sur R

- **Estimation de la décomposition de la variance** :

```
fevd1 <- model1$FEVDS
fevdplot(fevd1, label=vl, save=FALSE, bands=c(0.16, 0.84),
         grid=TRUE, bw=FALSE, table=FALSE, periods=NULL)
fevd.table <- fevdplot(fevd1, table=TRUE, label=vl,
                periods=c(1,10,20,30,40,50,60))
print(fevd.table)
```



Modèle SVAR(p)

Les étapes d'estimation du SVAR

1. Observation données (toujours utile...)
2. Détermination de nombre de retard optimal sur le VAR
3. Estimation de la forme réduite
4. Choix de restriction d'identification pour spécifier B_0^{-1}

Modèle SVAR(p)

Sources de restrictions d'identification

Sources de la justification des restrictions dans B_0 et Φ.

1. Argument économique : Imposer une structure fournie par un modèle économique spécifique. Les résultats empiriques ne concerneront que le modèle théorique sous-jacent.
2. Délais d'information : L'information peut ne pas être disponible instantanément parce que les données ne sont divulguées que peu fréquemment, ce qui nous permet d'écarter la possibilité d'une rétroaction instantanée.
3. Contraintes physiques : Par exemple, une entreprise peut décider d'investir, mais il faut du temps pour que cette décision soit prise et que le nouvel équipement soit installé, de sorte que l'investissement physique mesuré répond avec un retard.
4. Connaissances institutionnelles : Par exemple, nous pouvons disposer d'informations sur l'incapacité des fournisseurs à répondre aux chocs de demande à court terme en raison des coûts d'ajustement, ce qui revient à imposer une pente verticale sur la courbe de l'offre.

Modèle SVAR(p)

Sources de restrictions d'identification (suite)

5. Hypothèses sur la structure du marché : Une hypothèse courante dans les travaux empiriques est qu'il n'y a pas de rétroaction d'une petite économie ouverte au reste du monde. (traiter le taux d'intérêt américain comme étant exogène (instantanément) par rapport aux agrégats macroéconomiques des petites économies ouvertes).
6. Estimations externe de paramètres : Sur la base d'informations extérieures provenant d'autres études, on peut imposer des valeurs non nulles pour certaines valeurs structurelles dans B_0.

⚠ La question de savoir si une restriction d'exclusion particulière est convaincante ou non dépend souvent de la fréquence des données.

Identification par restrictions de court terme

- Considérons le VECM sous sa forme réduite.
- Nous supposons que les relations de cointégration ont été correctement identifiées lors de la première étape du schéma d'identification (de long terme).

$$\Delta Y_t = \hat{\alpha}\hat{\beta}^{c'} Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta Y_{t-i} + \Phi D_t + \varepsilon_t \tag{5}$$

avec $\varepsilon \sim N(0, \Sigma_\varepsilon)$

- Afin de revenir à la forme structurelle, nous pré-multiplions la forme réduite par $B_{0(k\times k)}$

$$B_0 \Delta Y_t = B_0 \hat{\alpha}\hat{\beta}^{c'} Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} B_0 \Gamma_i \Delta Y_{t-i} + B_0 \Phi D_t + B_0 \varepsilon_t \tag{6}$$

qui peut s'écrire :

$$B_0 \Delta Y_t = b\hat{\beta}^{c'} Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} B_{1i} \Delta Y_{t-i} + B_2 D_t + \eta_t \tag{7}$$

avec $\eta \sim N(0, \Sigma_\eta)$

Identification par restrictions de court terme

- En multipliant le VAR par B_0, nous introduisons $k \times (k-1)$ nouveaux paramètres.
- Nous avons donc besoin d'imposer $k \times (k-1)$ restrictions d'identification pour obtenir des estimations uniques des paramètres.
- Le VECM structurel (7) peut être écrit sous une forme plus compacte :

$$B'Y_t = B_2 D_t + \eta_t \tag{8}$$

avec $B' = (B_0, -B_{1i}, -b)$ et $Y_t' = (\Delta Y_t', \Delta Y_{t-1}, \ldots, \Delta Y_{t-p}, Y_{t-1}'\beta^c)$

- Nous pouvons remarquer que l'équation (8) ressemble à la structure de la relation de cointégration ($\beta' y_t = \beta_0 + u_t$).

⇒ Nous pouvons donc utiliser la même méthode d'identification pour A' (condition de rang)

⇒ Pour savoir si les restrictions qui définissent le modèle sont identifiables, on peut vérifier les conditions de rang pour certaines valeurs de paramètres.

Identification par restrictions de court terme

- A partir de l'équation (7), la variation des données peut être décomposée en une partie systématique (anticipée) et une partie non systématique (non-anticipée).
- La partie anticipée explique la variation de $(t-1)$ à t des variables du système suite à
  - Changements (anticipés) instantanés $(\Delta Y_{j,t}, j \neq i)$ dans les variables du système $\Delta Y_{i,t}, i = 1, \ldots, k$
  - Changements passés des variables du système, $\Delta Y_{i,t_m}, i = 1, \ldots, k$, $m = 1, \ldots, p-1$
  - Déviations par rapport aux états d'équilibre à long terme antérieurs, $\beta_i' Y_{t-1}, i = 1, \ldots, r$
  - Des événements extraordinaires, ΦD_t, comme les réformes ou les interventions.

$\Rightarrow$ Le VECM tient compte de la *possibilité* que le changement observé dans le comportement des agents par rapport à la période précédente était le résultat de :

1. une correction d'équilibre vers un état d'équilibre durable à long terme
2. une réaction temporaire aux changements passés et actuels des variables.
3. une réaction aux événements extraordinaires.

Identification par restrictions de court terme

Décomposition de Cholesky

- Nous pouvons considérer B_0 comme une matrice triangulaire supérieure avec $B_0 = \hat{\Sigma}_{\varepsilon}^{-1/2}$ tel que $\hat{\Sigma}_{\varepsilon} = \hat{\Sigma}_{\varepsilon}^{-1/2}\hat{\Sigma}_{\varepsilon}^{-1/2'}$. l'équation (7) devient :

$$\underbrace{\hat{\Sigma}_{\varepsilon}^{-1/2}}_{B_0}\Delta Y_t = \underbrace{\hat{\Sigma}_{\varepsilon}^{-1/2}\alpha}_{b}\beta^{c'} Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1}\underbrace{\hat{\Sigma}_{\varepsilon}^{-1/2}\Gamma_i}_{B_{1i}}\Delta Y_{t-i} + \underbrace{\hat{\Sigma}_{\varepsilon}^{-1/2}\Phi}_{B_2} D_t + \underbrace{\hat{\Sigma}_{\varepsilon}^{-1/2}\eta_t}_{\eta_t} \tag{9}$$

Avec

$$E(\eta_t\eta_t') = \hat{\Sigma}_{\varepsilon}^{-1/2} Cov(\varepsilon_t\varepsilon_t')\hat{\Sigma}_{\varepsilon}^{-1/2} = \hat{\Sigma}_{\varepsilon}^{-1/2}\hat{\Sigma}_{\varepsilon}^{-1/2}\hat{\Sigma}_{\varepsilon}^{-1/2'}\hat{\Sigma}_{\varepsilon}^{-1/2'} = I$$

- L'orthogonalisation en utilisant la décomposition de Cholesky garantit la juste identification des équations du VAR.
- **Mais** au prix d'hypothèses sur la chaîne causale entre les variables (ordre de variables)

Identification par restrictions de long terme

Chocs permanents et chocs transitoires

Considérons un VAR(2) sans les paramètres de la tendance.La représentation MA(∞) est donnée par :

$$Y_t = C\sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i + C^*(L)\varepsilon_t + \tilde{Y_0} \tag{10}$$

Démonstration :

$$\begin{aligned} Y_t &= \Pi Y_{t-1} + \Pi_2 Y_{t-2} + \varepsilon_t \\ \Pi(L)Y_t = (I - \Pi_1 L - \Pi_2 L^2)Y_t &= \varepsilon_t \end{aligned}$$

Comme $|\Pi(z)| = |I - \Pi_1 z - \Pi_2 z^2|$ contient une racine unitaire pour $z = 1$, $\Pi(z)$ n'est pas inversible. Nous pouvons donc utiliser $\Pi(z) = (1 - z)\Pi^*(z)$, avec $\Pi^*(z)$ n'ayant pas de racine unitaire et donc inversible.

$$\begin{aligned} \Rightarrow (1 - L)Y_t &= [\Pi^*(L)]^{-1}\varepsilon_t \\ &= C(L)\varepsilon_t \\ &= (C_0 + C_1 L + C_2 L^2 + \ldots)\varepsilon_t \end{aligned}$$

Identification par restrictions de long terme

Chocs permanents et chocs transitoires

$C(L)$ peut être écrit : $C(L) = C + C^*(L)(1-L)$, avec $C = C(1)$, comme $C^*(1)(1-1) = 0$

$$\Rightarrow (1-L)Y_t = [C + C^*(L)(1-L)]\,\varepsilon_t$$

Cette équation peut être écrite comme suit :

$$\begin{aligned} Y_i &= Y_{i-1} + C\varepsilon_i + C^*(L)(\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}) \\ &= Y_{i-1} + C\varepsilon_i + X_i - X_{i-1} \end{aligned}$$

avec $X_i = C^*(L)\varepsilon_i$. En sommant de $i = 1, 2, \ldots, t$, on obtient :

$$\begin{aligned} Y_t &= C\sum_{i=1}^{t}\varepsilon_i + C^*(L)\varepsilon_t + Y_0 - C^*(L)\varepsilon_0 \\ &= \boldsymbol{C\sum_{i=1}^{t}\varepsilon_i + C^*(L)\varepsilon_t + \tilde{Y}_0} \end{aligned}$$

avec $\tilde{Y}_0$ contient à la fois la valeur initiale, Y_0, du processus Y_t et la dynamique de court terme $C^*(L)\varepsilon_0$.
La représentation moyenne mobile donnée par l'équation (10) montre que Y_t peut être décrit par un trend stochastique, $C\sum_{i=1}^{t}\varepsilon_i$, une composante stochastique stationnaire, $C^*(L)\varepsilon_t$, et des valeurs initiales.

Identification par restrictions de long terme

Chocs permanents et chocs transitoires

Considérons un VAR(1) sans les paramètres de la tendance

$$\Delta Y_t = \Gamma_i \sum_{i=1}^{p} \Delta Y_{t-i} + \alpha \bar{\beta}' \tilde{Y}_{t-1} + \varepsilon_t \tag{11}$$

avec $\bar{\beta}' = [\beta', \beta_0']$, $\tilde{Y}_t = [Y_t', 1]$ et $\varepsilon_t \sim N(0, \Sigma_\varepsilon)$ La forme structurelle est donnée par l'équation suivante :

$$B_0 \Delta Y_t = B_0 \hat{\alpha} \hat{\beta}^{c'} Y_{t-1} + B_0 \Gamma_i \Delta Y_{t-1} + \eta_t \tag{12}$$

avec $\varepsilon_t = B_0 \eta_t$
En remplaçant ε_t par sa valeur dans la représentation MA (10) nous obtenons :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{Y_t} &= \boldsymbol{C B_0^{-1}} \sum_{i=1}^{t} \boldsymbol{\eta_i} + \boldsymbol{C^*(L) B_0^{-1} \eta_t} + \boldsymbol{\tilde{Y}_0} \\ &= \boldsymbol{\tilde{C}} \sum_{i=1}^{t} \boldsymbol{\eta_i} + \boldsymbol{\tilde{C}^*(L) \eta_t} + \boldsymbol{\tilde{Y}_0} \end{aligned} \tag{13}$$

Identification par restrictions de long terme

Chocs permanents et chocs transitoires

La matrice C et désormais définie par $\tilde{C} = CB_0^{-1}$ et les fonctions de réponse $C^*(L)$ par $C^*(L)B_0^{-1}$.

- Cette représentation structurelle de la forme MA(∞) du VECM nous permet de distinguer entre des choc structurels permanents $(k - r)$ et des chocs transitoires (r) en imposant $(k - r) \times r$ restrictions
  - un choc transitoire est choisi en imposant une colonne de zéros dans la matrice $\tilde{C}$, de sorte qu'un choc transitoire n'a par construction aucun impact à long terme sur les variables du système.
  - un choc permanent est choisi en imposant une colonne de uns dans la matrice $\tilde{C}$, de manière à ce qu'un choc permanent doit avoir un impact significatif à long terme sur au moins une des variables du système.

Identification par restrictions de long terme

Chocs permanents et chocs transitoires

Exemple : $y_t = (m_t, \Delta p_t, R_t, PIB_t, R_{lt})$. Les variables sont respectivement, le log de masse monétaire (M2) l'inflation, le taux d'intérêt sur le marché interbancaire, le PIB réel et le taux d'intérêt de long terme.

- Une conséquence de la définition des erreurs structurelles par (13) est que nous avons ajouté $k \times k$ (25) paramètres supplémentaires au modèle VAR non restreint, de sorte que nous devons imposer exactement le même nombre de restrictions sur les paramètres du modèle afin d'atteindre la juste l'identification.
- si B_0^{-1} est triangulaire inférieure (supérieure), (k(k+1)/2) restrictions sont imposées soit 15 (des 1 sur la diagonale).
- La séparation entre chocs permanents et chocs transitoires introduit $(k - r) \times r = 6$ restrictions supplémentaires (avec $r = 3$).
  - les trois premiers chocs sont définis comme chocs transitoires : choc de politique monétaire, choc d'anticipation d'inflation et choc de demande de monnaie.(trois colonnes de zéros sur $\tilde{C}$)
  - les deux derniers chocs sont considérés comme choc permanents, avec le derniers n'ayant pas d'effet permanent sur le PIB réel (le coefficient du PIB = zéro)

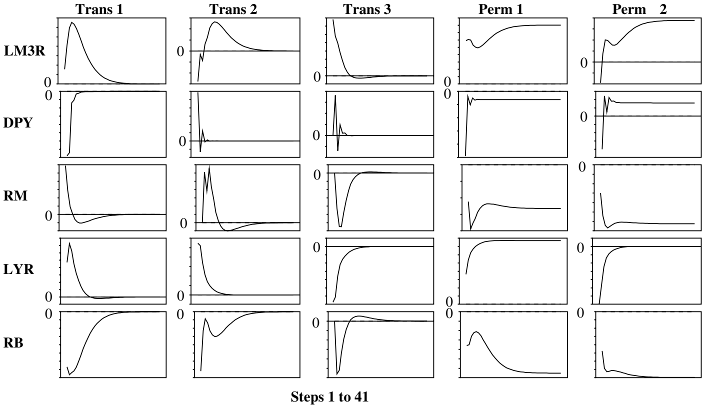
Identification par restrictions de long terme

Chocs permanents et chocs transitoires

- Quatre restrictions d'exclusion sont imposées
  - un choc nominal ne peut avoir un impact à long terme sur le revenu réel
  - le taux d'intérêt à court terme réagit immédiatement à un choc de "politique monétaire", mais seulement avec un décalage par rapport aux autres chocs transitoires ;
  - le taux d'inflation réagit immédiatement à un choc de "politique monétaire" et à un choc d'" anticipations d'inflation", mais seulement avec un décalage par rapport au troisième choc transitoire ;
  - un choc de " demande de monnaie " peut avoir un effet immédiat sur toutes les variables, à l'exception du taux d'intérêt à court terme et du taux d'inflation.

Identification par restrictions de long terme

Chocs permanents et chocs transitoires



Source : Katarina Juselius - The Cointegrated VAR Model Methodology and Applications (Advanced Texts in Econometrics)

Identification par restrictions de long terme

Implémentation sur R

```
data("Canada")
dim(Canada) #84observations x 4 variables
VARselect(Canada) # since in small samples, AIC>BIC; VAR(3) is chosen.
##-------------------------------------------------------
Canada <- as.data.frame(Canada)
head(Canada)
##-----------------
# Ajouter une colonne de dates
row.names(Canada) <- paste(sort(rep(seq(1980, 2000, 1), 4) ),
rep(seq(1, 4, 1), 20), sep = ".")
# Insert lexiographic "date" column to the dataframe.
#This is necessary for creating intervention dummies.
# dataset with obs dates in a column
DCanada <- data.frame(date=row.names(Canada),Canada)
head(DCanada)
         date        e     prod       rw    U
1980.1 1980.1 929.6105 405.3665 386.1361 7.53
1980.2 1980.2 929.8040 404.6398 388.1358 7.70
```

Identification par restrictions de long terme

Implémentation sur R

```
# Effectuer le test de stationnarité de Narayan-Popp 2010
#[H0: "(avec 2  breaks ) les series n'est pas stationnaire";
#H1: "(avec 2 breaks) la serie est stationnaire";
#"stat du test  > valeur critique " => "on retient H0";
#"stat du test < valeur critique" => "on retient H1"]

library(causfinder)
narayanpopp(DCanada[,2]) # pour e
narayanpopp(DCanada[,3])  # pour prod
narayanpopp(DCanada[,4])  # pour rw
narayanpopp(DCanada[,5])  # pour U
```

Identification par restrictions de long terme

Implémentation sur R

```
print(roots(vec2var(ca.jo(mydata, type="trace", ecdet="zamanda2yk", K=3, spec="
dumvar=dummymatrix2SB[,c(-1,-2,-3)]),r=1), modulus=TRUE))
  print(normality.test(VAR(mydata, p=3, "both", exogen=cbind(zyDt[drop=FALSE],
  Dt[drop=FALSE], OnTheFlyIndicator)), multivariate=TRUE))

  # Test de normalité

library(normtest)
for (i in as.integer(1:4)){  # there are 4 variables
print(skewness.norm.test(resid(VAR(mydata, p=3, "both",
exogen=cbind(zyDt[drop=FALSE],
Dt[drop=FALSE], OnTheFlyIndicator)))[,i]))

print(kurtosis.norm.test(resid(VAR(mydata, p=3, "both",
exogen=cbind(zyDt[drop=FALSE],
Dt[drop=FALSE], OnTheFlyIndicator)))[,i]))

print(jb.norm.test(resid(VAR(mydata, p=3, "both",
exogen=cbind(zyDt[drop=FALSE],
Dt[drop=FALSE], OnTheFlyIndicator)))[,i]))
}
```

Identification par restrictions de long terme

Implémentation sur R

```
# HOMOSCEDASTICITY of VAR residuals test:
print(arch.test(VAR(mydata, p=3, "both", exogen=cbind(zyDt[drop=FALSE],
Dt[drop=FALSE], OnTheFlyIndicator))), lags.multi=6, multivariate.only=TRUE)

# Test d'autocorrélation
for (j in as.integer(1:5)){
print(paste("VAR's lag no:", j))
print(serial.test(VAR(mydata, p=j, "both", exogen=cbind(zyDt[drop=FALSE],
Dt[drop=FALSE], OnTheFlyIndicator)), lags.bg=4, type= c("ES")))
# lags.bg: AR order of VAR residuals
}
#test de stabilité

plot(stability(VAR(mydata, p=3, "both", exogen=cbind(zyDt[drop=FALSE],
Dt[drop=FALSE], OnTheFlyIndicator)), type="OLS-CUSUM"))
```