

# Wydział Studiów Strategicznych i Technicznych

Kierunek: Informatyka, rok II, semestr III (2021/2022)

# LABORATORIUM ALGORYTMY I ZŁOŻONOŚĆ OBLICZENIOWA

Prowadzący: doktor habilitowany Filip Rudziński

Zespół laboratoryjny:

Magdalena Szafrańska, nr albumu: 18345

# Spis treści

Wstęp	3
Użyte technologie	3
Zastosowana konwencja w pisaniu kodu projektu	3
Pliki źródłowe	3
Cel laboratoriów	4
Laboratorium nr 1	5
Wstęp	5
Cel laboratorium nr 1	5
Wykonanie ćwiczenia cz. I: implementacja algorytmów	5
Create, RandomFill, Print, Delete	5
Adding, Subtraction	6
Сору	7
Trans	8
Multiplication	9
Wykonanie ćwiczenia cz. II: pomiar czasów wykonywania	10
Funkcja GetTickCount()	10
Funkcja clock()	12
Laboratoria nr 2	14
Wstęp	14
Cel laboratorium nr 2	14
Wykonanie ćwiczenia cz. I: czasy wykonywania	14
Uruchomienie bazowej aplikacji	14
Pomiar czasów wykonywania	20
Wykonanie ćwiczenia cz. II: charakterystyki złożoności	21
Generowanie wyników aplikacji	21
Tworzenie wykresu dla sortowania bąbelkowego, przez wybór i przez wstawianie Tworzenie wykresu dla sortowania przez scalanie, szybkiego i przez zliczanie	22 26
Laboratoria nr 3	30
Wstęp	30
Cel laboratorium nr 3	31
Wykonanie ćwiczenia cz. I: lista jednokierunkowa	31
Implementacja listy jednokierunkowej	31
Wykonanie ćwiczenia cz. II: lista dwukierunkowa	39
Algorytm iterujący elementy na liście - wersja podstawowa	39
Algorytm iterujący elementy na liście - wersja ulepszona	43
Wnioski	53
Dot. laboratorium nr 1	53
Dot. laboratorium nr 2	53
Dot. laboratorium nr 3	53

# <u>Wstęp</u>

# Użyte technologie

- Na wszystkich laboratoriach korzystałam z następujących narzędzi:
  - o język programowania C++
  - o GIT
  - Github
  - Git Bash
  - Google Documents
- Dodatkowo specyficznie dla wybranych laboratoriów:
  - o Laboratorium nr 1 i 3:
    - Microsoft Visual Studio Community 2019 (wersja 16.11.1)
    - Arkusze Google Sheets
  - Laboratorium 2:
    - środowisko IDE Code::Blocks (wersja Release 20.03 rev 11983)
    - kompilator MinGW z kompilatorem gcc 8.1.0 Windows/unicode w wersji 64-bitowej)

# Zastosowana konwencja w pisaniu kodu projektu

Według poznanych w ubiegłym semestrze dobrych praktych programowania podzieliłam w kodzie funkcje na ich prototypy podane w deklaracji (przed funkcją main()) oraz definicje (za funkcją main()).

Podane w deklaracji nagłówki funkcji zawierające informacje o nazwie, typie zwracanym oraz typie i liczbie parametrów mają na celu ogólny pogląd co dana funkcja będzie wykonywać. Jest to wszystko, czego potrzebuje kompilator, aby sprawdzić wstępną, formalną prawidłowość ich użycia.

### Pliki źródłowe

Każde z trzech laboratoriów znajduje się w osobnym repozytorium na GitHub. Linki poniżej:

- Laboratorium nr 1
- Laboratorium nr 2
- Laboratorium nr 3
  - o cześć I lista jednokierunkowa
  - cześć II lista dwukierunkowa

Link do niniejszego sprawozdania dostępny jest tutaj.

# **Cel laboratoriów**

Celem laboratoriów było zapoznanie się z podstawowymi algorytmami struktur danych oraz analiza złożoności obliczeniowej i czasu ich wykonywania. Wykresy złożoności dogłębnie pokazały zależność pomiędzy rodzajami wybranych do implementacji algorytmów wskazując na ich słabe i mocne strony.

# Laboratorium nr 1

## Wstęp

Macierz (ang. matrix) jest tablicą dwuwymiarową, która składa się z n wierszy i m kolumn. Wiersze numerowane są kolejno od 0 do n-1, a kolumny od 0 do m-1. Fakt posiadania przez macierz n wierszy oraz m kolumn zapisujemy w sposób następujący: **A**nx m

Elementy macierzy posiadają dwa indeksy - pierwszy indeks określa numer wiersza, w którym dany element występuje, a drugi indeks określa numer kolumny. Na przykład macierz A<sub>3 x 4</sub> posiada trzy wiersze i 4 kolumny. Elementy tej macierzy są następujące:

Element  $a_{2,1}$  leży w wierszu o numerze 2 (wiersz trzeci z uwagi na strat numeracji od 0!) oraz w kolumnie o numerze 1 (kolumna druga!).

W języku C++ macierz możemy utworzyć następująco:

Pierwszy sposób jest przydatny, gdy znamy liczbę wierszy i kolumn w trakcie tworzenia tekstu programu. Do elementów tak utworzonej macierzy odwołujemy się bezpośrednio za pomocą indeksów:

A[i][j] - element w i-tym wierszu i j-tej kolumnie

Drugi sposób pozwala tworzyć dynamicznie dowolne macierze. Dostęp do elementu wykonywany jest następująco:

B[m \* i + j] - element w i-tym wierszu i j-tej kolumnie.

Pozornie wydaje się to bardziej czasochłonne niż sposób pierwszy. Jednakże te same działania wykonuje mikroprocesor również w pierwszym przypadku, tyle tylko, iż kompilator ukrywa je w zapisie A[i][j]. Dlatego kompilator musi znać wielkość wymiaru m - w przeciwnym razie nie policzyłby właściwych adresów elementów w obszarze macierzy. Jeśli m jest potęgą liczby 2, to zamiast mnożenia można wykorzystać szybkie przesunięcia bitowe w lewo. Np. dla m = 4 bedzie:

B[(i << 2) + j] - element w i-tym wierszu i j-tej kolumnie macierzy B[n][4]

Algorytmy do zaimplementowania na laboratorium 1 obejmowały utworzenie funkcji o następujących właściwościach:

- utworzenie macierzy
- wypełnienie macierzy randomowymi wartościami
- wyświetlenie macierzy w oknie konsoli
- usunięcie macierzy
- dodawanie do siebie dwóch macierzy
- odejmowanie od siebie dwóch macierzy
- transpozycja macierzy
- kopiowanie macierzy
- mnożenie macierzy

Pliki projektu znajdują się w publicznym repozytorium zdalnym Gita w Githubie. Link do niego: <a href="https://github.com/Yaviena/Matrix">https://github.com/Yaviena/Matrix</a> operations AHNS Algorithms Lab 1.

#### Cel laboratorium nr 1

Pierwsze laboratorium miało na celu zaimplementowanie algorytmów podstawowych działań na macierzach. Posłużyły one w dalszej części do mierzenia czasu wykonywania oraz ich złożoności obliczeniowej.

## Wykonanie ćwiczenia cz. I: implementacja algorytmów

- Create, RandomFill, Print, Delete
  - Rozpoczęłam od 4 bazowych metod.

W głównej funkcji main() stworzyłam pomocnicze zmienne lokalne określające ilość wierszy i kolumn oraz utworzyłam na ich podstawie pierwszą tablicę.

```
int rowCount = 5;
int colCount = 4;
double** tab1 = CreateTab(rowCount, colCount);
```

```
int main()
{
    int rowCount = 5;
    int colCount = 4;
}
```

Na stworzonej tablicy wywołałam w funkcji main() metody do wypełnienia jej wartościami, wypisania w oknie konsoli oraz usunięcia tablicy.

```
RandomTab(rowCount, colCount, tab1);
PrintTab(rowCount, colCount, tab1);
```

```
DeleteTab(rowCount, colCount, tab1);
```

Zgodnie z wcześniejszym wyjaśnieniem i przyjętą konwencją we wstępie teoretycznym, wszystkie funkcje podzieliłam na ich prototypy podane w deklaracji (przed funkcją main()) oraz definicje (za funkcją main()).

Poniżej wklejam jedynie dla ogólnego poglądu podane w deklaracji nagłówki funkcji (prototypy). Pełny kod wraz z ich definicjami znajduje się na końcu tej części laboratorium.

```
double** CreateTab(int rowCount, int colCount);
void RandomTab(int rowCount, int colCount, double** tab);
void PrintTab(int rowCount, int colCount, double** tab);
void DeleteTab(int rowCount, int colCount, double** tab);
```

Na koniec w funkcji main() usunęłam stworzoną macierz aby zwolnić pamięć.

Zbudowałam i skompilowałam projekt. Wszystko przebiegło pomyślnie w wyniku czego została utworzona macierz o wymiarze 5x4, wypełniona przykładowymi wartościami liczb zmiennoprzecinkowych, wypisana w oknie konsoli oraz usunięta z programu.

```
Microsoft Visual Studio Debug Console

0.41, 0.85, 0.72, 0.38

0.80, 0.69, 0.65, 0.68

0.96, 0.22, 0.49, 0.67

0.51, 0.61, 0.63, 0.87

0.66, 0.24, 0.80, 0.83
```

### 2. Adding, Subtraction

Po upewnieniu się, że wszystko kompiluje się poprawnie i wszelkie zmiany są umieszczane w repozytorium zdalnym na Github, analogicznie zajęłam się operacjami dodawania i odejmowania dwóch macierzy.

W funkcji main() stworzyłam dwie kolejne tablice. Jedną z nich wypełniłam przykładowymi wartościami (tab2), a ostatnia posłuży do przechowywania wyniku działań na macierzach.

```
double** tab2 = CreateTab(rowCount, colCount);
double** tab3 = CreateTab(rowCount, colCount);  // to keep the result
```

Utworzyłam prototypy funkcji dodawania i odejmowania podane w deklaracji.

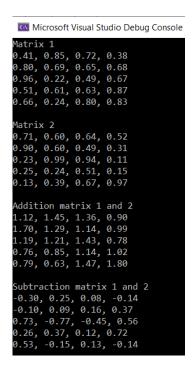
```
void AddTab(int rowCount, int colCount, double** tab1, double** tab2, double**
tab3);
void SubtractTab(int rowCount, int colCount, double** tab1, double** tab2, double**
tab3);
```

Wywołałam funkcje dodawania i odejmowania na tablicach tab1 i tab2 przechowując za każdym razem wynik operacji w tab3.

```
cout << endl << "Addition matrix 1 and 2" << endl;
AddTab(rowCount, colCount, tab1, tab2, tab3);
PrintTab(rowCount, colCount, tab3);

cout << endl << "Subtraction matrix 1 and 2" << endl;
SubtractTab(rowCount, colCount, tab1, tab2, tab3);
PrintTab(rowCount, colCount, tab3);</pre>
```

Na koniec w funkcji main() usunęłam stworzone kolejne macierze dla zwolnienia pamięci. Kompilacja projektu przebiegła pomyślnie.



# 3. Copy

Kolejnym krokiem było kopiowanie macierzy.

W funkcji main() stworzyłam kolejną tablicę, która będzie przechowywać skopiowane wartości z innej tablicy.

```
double** tab4 = CreateTab(colCount, colCount);
```

Utworzyłam prototyp funkcji kopiującej podany w deklaracji.

```
void CopyTab(int rowCount, int colCount, double** tab1, double** tab2);
```

Ciało metody jak zwykle umieściłam w definicji za funkcją main().

Wywołałam funkcję przechowując wynik operacji kopiowania macierzy tab1 w tab4.

```
cout << endl << "Copied matrix 1 to empty matrix" << endl;
CopyTab(rowCount, colCount, tab1, tab4);
PrintTab(rowCount, colCount, tab4);</pre>
```

Na koniec w funkcji main() zwolniłam pamięć i pomyślnie skompilowałam projekt.

#### 4. Trans

Transpozycja macierzy jest nieco bardziej wymagająca skupienia. Należy tu pamiętać o zamianie ilości wierszy i kolumn transponowanej macierzy oraz macierzy wynikowej.

W funkcji main() stworzyłam tablicę, która będzie przechowywać przetransponowaną macierz.

```
double** transTab = CreateTab(colCount, rowCount);
```

Utworzyłam prototyp funkcji kopiującej podany w deklaracji.

```
void TransTab(int rowCount, int colCount, double** tab, double** temp_tab);
```

Ciało metody jak zwykle umieściłam w definicji za funkcją main().

Wywołałam funkcję przechowując wynik operacji transponowania macierzy tab1 w transTab i wyświetliłam wynikową przetransponowaną macierz transTab w oknie konsoli.

```
cout << endl << "Transposition of matrix 1" << endl;
TransTab(rowCount, colCount, tab1, transTab);
PrintTab(colCount, rowCount, transTab);</pre>
```

Na koniec w funkcji main() zwolniłam pamięć i z powodzeniem skompilowałam projekt.

Microsoft Visual Studio Debug Console

Matrix 1
0.41, 0.85, 0.72, 0.38
0.80, 0.69, 0.65, 0.68
0.96, 0.22, 0.49, 0.67
0.51, 0.61, 0.63, 0.87
0.66, 0.24, 0.80, 0.83

Transposition of matrix 1
0.41, 0.80, 0.96, 0.51, 0.66
0.85, 0.69, 0.22, 0.61, 0.24
0.72, 0.65, 0.49, 0.63, 0.80
0.38, 0.68, 0.67, 0.87, 0.83

### 5. Multiplication

Aby pomnożyć dwie macierze muszą one spełniać warunek, iż ilość kolumn pierwszej macierzy jest równa ilości wierszy drugiej. Macierzą wynikową będzie macierz o ilości rzędów takiej jak pierwsza z mnożonych macierzy oraz z ilością kolumn taką samą jak druga mnożona macierz.

```
\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 6 & 8 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 7 & 2 & 1 \\ 8 & 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 54 & 29 & 12 \\ 106 & 52 & 22 \\ 23 & 12 & 5 \end{bmatrix}
3 \times 2^{\text{These should be equal}} 2 \times 3
These are the dimensions of the resulting matrix
```

W projekcie wykorzystam tablicę tab1 oraz stworzę kolejną tablicę (tab5) o odpowiednich wymiarach.

W funkcji main() stworzyłam pomocniczą zmienną lokalną przechowującą ilość kolumn drugiej z mnożonych macierzy.

```
int colCount2 = 3;
```

Stworzyłam także dwie tablice: jedną o konkretnym wymiarze do pomnożenia (tab5) oraz drugą (tabMultiplication), która będzie przechowywać rezultat mnożenia macierzy tab1 oraz tab5.

```
double** tab5 = CreateTab(colCount, colCount2);
double** tabMultiplication = CreateTab(rowCount, colCount2);
```

Utworzyłam prototyp funkcji mnożącej macierze podany w deklaracji.

```
void MulTab(int rowCount, int colCount, int colCount2, double** tab1, double** tab2,
double** tab3);
```

Ciało metody jak zwykle umieściłam w definicji za funkcją main().

Wypełniłam przykładowymi wartościami i wyświetliłam tab5 aby móc sprawdzić w następnym kroku poprawność działania mnożenia na obu tablicach.

```
cout << endl << "Matrix 5 to multiplication" << endl;
RandomTab(colCount, colCount2, tab5);
PrintTab(colCount, colCount2, tab5);</pre>
```

Wywołałam funkcję podając za argumenty kolejno zgodnie z definicją:

- ilość wierszy pierwszej macierzy
- ilość kolumn pierwszej macierzy
- ilość kolumn drugiej macierzy
- pierwsza macierz (tab1) do mnożenia
- druga macierz (tab5) do mnożenia
- -macierz wynikową (tabMultiplication) przechowująca wynik operacji mnożenia Następnie wyświetliłam wynikową macierz w oknie konsoli.

```
cout << endl << "Multiplication of matrix 1 and 5" << endl;
MulTab(rowCount, colCount, tab1, tab5, tabMultiplication);
PrintTab(rowCount, colCount2, tabMultiplication);</pre>
```

Na koniec w funkcji main() zwolniłam pamięć i z powodzeniem skompilowałam projekt.

Microsoft Visual Studio Debug Console Matrix 1 0.41, 0.85, 0.72, 0.38 0.80, 0.69, 0.65, 0.68 0.96, 0.22, 0.49, 0.67 0.51, 0.61, 0.63, 0.87 0.66, 0.24, 0.80, 0.83 Matrix 5 to multiplication 0.71, 0.60, 0.64 0.52, 0.90, 0.60 0.49, 0.31, 0.23 0.99, 0.94, 0.11 Multiplication of matrix 1 and 5 1.46, 1.59, 0.98 1.92, 1.94, 1.15 ..70, 1.56, 0.93 1.85, 1.87, 0.93 1.81, 1.64, 0.84

# Wykonanie ćwiczenia cz. II: pomiar czasów wykonywania

Drugą część laboratoriów stanowił pomiar czasów wykonywania zaimplementowanych algorytmów. Dzisiejsze komputery oferują ogromną moc obliczeniową w krótkim czasie. Wykonanie operacji dodawania czy odejmowania na macierzy o wymiarach chociażby 5x4 jest tak szybkie, że procesor postrzega ten czas jako bliski zeru.

Czas wykonywania algorytmów wyznaczyłam na II sposoby, gdyż pierwszy nie dawał rezultatów przy mniejszych macierzach a zastosowanie innej metody pokazało dużą rozbieżność.

# 1. Funkcja GetTickCount()

W pierwszej kolejności użyłam GetTickCount(). Zwraca ona typ całkowity (int) jako liczbę milisekund, która upłynęła pomiędzy dwoma wydarzeniami. Wymaga użycia biblioteki windows.h. Biorąc pod uwagę fakt, iż mój system operacyjny jest 64-bitowy, dla prawidłowego funkcjonowania użyję odmiany GetTickCount64() tej funkcji.

Na przykładzie macierzy 1 (tab1) omówię mierzenie czasu wypełniania jej wartościami i wyświetlenia na ekranie.

Tworzę w funkcji main() zmienne lokalne do rozpoczęcia i zakończenia pomiaru.

```
int startT1, stopT1;
```

Utworzyłam prototyp funkcji obliczającej czas wykonywania pierwszą metodą podany w deklaracji.

```
void ExecutionTimeByGetTickCount64(int startTime, int stopTime);
```

Ciało metody jak zwykle umieściłam w definicji za funkcją main(). Dla lepszej widoczności wyniku zmieniłam kolor wyświetlanego wewnatrz komunikatu na żółty.

Bezpośrednio przed wywołaniem funkcji wypełniającej tablicę oraz bezpośrednio po funkcji wypisującej dane na ekran wywołuję funkcję GetTickCount64() na zmiennych lokalnych i zapisuję w nich wynik (zmierzony czas).

```
startT1 = (int)GetTickCount64();
stopT1 = (int)GetTickCount64();
```

Aby uzyskać czas wykonywania wywołałam funkcję podając jako argumenty powyższe zmienne przechowujące czasy.

```
ExecutionTimeByGetTickCount64(startT1, stopT1);
```

Kompilacja przebiegła pomyślnie a przykładowy wynik jaki otrzymałam na konsoli dla tab1 o wymiarach 50x10 to 47 milisekund. Poniżej kluczowy wycinek z komunikatem.

```
Microsoft Visual Studio Debug Console

0.16, 0.05, 0.09, 0.21, 0.13, 0.26, 0.39, 0.59, 0.69, 0.10

0.42, 0.04, 0.13, 0.80, 0.34, 0.42, 1.00, 0.44, 0.32, 0.70

0.15, 0.32, 0.08, 0.83, 0.10, 0.23, 0.73, 0.08, 0.53, 0.07

0.21, 0.10, 0.52, 0.14, 0.82, 0.28, 0.24, 0.33, 0.94, 0.59

0.04, 0.17, 0.73, 0.53, 0.85, 0.31, 1.00, 0.74, 0.74, 0.12

0.72, 0.38, 0.34, 0.14, 0.22, 0.53, 0.00, 0.30, 0.95, 0.03

Execution time with GetTickCount64() function: 63 miliseconds.
```

Po przykładowych 7 kompilacjach okazało się, że czas wykonywania wynosił kolejno:

- o 47 ms
- o 62 ms
- o 47 ms
- o 63 ms
- 47 ms
- o 62 ms
- o 46 ms

#### a więc średnio 53.43 ms.

Zastosowanie tego samego sposobu analogicznie przy mnożeniu macierzy dało poniższe wyniki przy 7 próbach:

- o 62 ms
- o 78 ms
- o 47 ms
- o 62 ms
- o 31 ms
- o 47 ms
- o 47 ms

a wiec średnio 53.43 ms.

Przy zwiększeniu wymiarów mnożonych macierzy do 500x100 i 100x3, czas wykonywania przy 7 próbach przedstawiał się następująco:

- o 328 ms
- o 344 ms
- o 328 ms
- o 329 ms
- o 328 ms
- o 343 ms
- o 359 ms

a więc średnio 337 ms.

```
Microsoft Visual Studio Debug Console

21.77, 22.78, 24.29

22.34, 23.81, 23.14

23.20, 22.97, 24.35

21.68, 20.85, 22.04

22.52, 22.87, 21.38

21.18, 20.50, 21.17

Execution time with GetTickCount64() function: 328 miliseconds.
```

Stosując opisany przebieg mierząc wyłącznie czas tworzenia macierzy i jej wypełnienia (bez wypisywania danych na ekran), czas wynosił 0 ms nawet dla bardzo dużych macierzy. Oznacza to, że to procesor oblicza i wykonuje polecenia bardzo szybko a to jedynie wypisanie danych na ekran zajmuje jakikolwiek czas dostrzegalny "gołym okiem".

Przez wzgląd na prostotę i złożoność pozostałych funkcji, jedyną interesującą funkcją pod względem czasu wykonywania algorytmu jest jeszcze transpozycja. Implementacja pomiaru czasu wykonywania na macierzy poddanej transpozycji znajduje się w finalnym kompletnym kodzie na końcu tej części sprawozdania.

## 2. Funkcja clock()

Jako drugiej użyłam funkcji clock(). Zwraca ona typ zmiennoprzecinkowy (double) jako liczbę sekund tym razem, jaka upłynęła pomiędzy dwoma wydarzeniami.

analogicznie do pierwszej metody wykonałam pomiar za pomocą clock() na przykładzie macierzy 1 (tab1).

Deklaruję zmienne lokalne do rozpoczęcia i zakończenia pomiaru. Obie zmienne reprezentują liczbę cykli procesora w momencie startu i zakończenia odliczania

```
clock_t startT2, stopT2;
```

Utworzyłam prototyp funkcji obliczającej czas wykonywania pierwszą metodą podany w deklaracji.

```
void ExecutionTimeByClock(int startTime, int stopTime);
```

Ciało metody jak zwykle umieściłam w definicji za funkcją main(). Dla lepszej widoczności wyniku zmieniłam kolor wyświetlanego wewnątrz komunikatu na niebieski.

Bezpośrednio przed wywołaniem funkcji wypełniającej tablicę oraz bezpośrednio po wypisaniu danych na ekran wywołuję funkcję GetTickCount64() na zmiennych lokalnych i zapisuję w nich wynik (zmierzony czas).

```
startT2 = clock();
stopT2 = clock();
```

Aby uzyskać czas wykonywania wywołałam funkcję podając jako argumenty powyższe zmienne przechowujące czasy.

```
ExecutionTimeByClock(startT2, stopT2);
```

Kompilacja przebiegła pomyślnie a przykładowy wynik jaki otrzymałam w oknie konsoli dla tab1 o wymiarach 50x10 to 0.048 sekund. Poniżej kluczowy wycinek z wynikami obu metod.

```
Microsoft Visual Studio Debug Console

0.16, 0.05, 0.09, 0.21, 0.13, 0.26, 0.39, 0.59, 0.69, 0.10

0.42, 0.04, 0.13, 0.80, 0.34, 0.42, 1.00, 0.44, 0.32, 0.70

0.15, 0.32, 0.08, 0.83, 0.10, 0.23, 0.73, 0.08, 0.53, 0.07

0.21, 0.10, 0.52, 0.14, 0.82, 0.28, 0.24, 0.33, 0.94, 0.59

0.04, 0.17, 0.73, 0.53, 0.85, 0.31, 1.00, 0.74, 0.74, 0.12

0.72, 0.38, 0.34, 0.14, 0.22, 0.53, 0.00, 0.30, 0.95, 0.03

Execution time with GetTickCount64(): 47 miliseconds.

Execution time with clock(): 0.048 seconds.
```

Powyższą metodę zaimplementowałam analogicznie do dwóch pozostałych kluczowych algorytmów: mnożenia oraz transpozycji macierzy.

Kompletne wnioski znajdują się na końcu sprawozdania w sekcji Wnioski.

# Laboratoria nr 2

## Wstęp

#### Cel laboratorium nr 2

Na podstawie wyników czasów wykonywania sześciu algorytmów należy zbudować charakterystyki złożoności obliczeniowej (na jednym wspólnym rysunku na całej stronie A4) dla wszystkich algorytmów podanych w programie będącym materiałem do laboratorium. Dopuszczalne jest rozłożenie charakterystyk na 2 wykresy dla lepszej czytelności wzrostu tempa czasów ich wykonywania.

Wszystkie pliki projektu znajdują się w publicznym repozytorium zdalnym Gita w Githubie. Link do niego:

https://github.com/Yaviena/Algorithms Lab 2 Fuctions graphs Magda Szafranska

# Wykonanie ćwiczenia cz. I: czasy wykonywania

Uruchomienie bazowej aplikacji

Dla swobodnej pracy utworzyłam nowy projekt w środowisku Code::Blocks. Umieściłam w nim skopiowany kod z otrzymanego od Wykładowcy pliku "main.cpp".

#### • Prześledzenie działania programu.

Cały kod programu wkleiłam na końcu tej części ćwiczenia.

Program składał się z zaimplementowanych 6 podstawowych rodzajów sortowania:

- Sortowanie bąbelkowe (ang. bubble sort)
- Sortowanie przez wybór (ang. selection sort)
- Sortowanie przez wstawianie (ang.insertion sort)
- Sortowanie przez scalanie (ang. merge sort)
- Sortowanie szybkie (ang. quick sort)
- Sortowanie przez zliczanie (ang. counting sort)

W programie znajdowało się również kilka funkcji pomocniczych powiązanych z powyższymi algorytmami.

Dla poprawności działania bibliotek, z których program korzystał, zmieniłam funkcję

```
T[i] = random(N);
```

na

```
T[i] = rand()%N;
```

#### Analiza funkcji głównej main() programu.

Wewnątrz funkcji main() znalazły się wywołania poszczególnych funkcji algorytmów sortowania pokazujące czas ich wykonywania dla określonej wielkości tablicy. Tablica tworzona jest na początku na podstawie wymiaru podanego przez użytkownika przy uruchamianiu aplikacji. Podawany parametr N określa długość naszej tablicy. Jej zawartość jest losowana i wyświetlana (maksymalnie do 30 znaków).

#### Funkcje obliczające czasy sortowania.

W funkcji main() mamy następnie dwie bardzo istotne, skojarzone ze sobą kluczowe funkcje:

- QueryPerformanceFrequency((LARGE\_INTEGER\*)&F); zwraca częstotliwość pracy procesora
- QueryPerformanceCounter((LARGE\_INTEGER\*)&T1); zwraca liczbę cykli wykonanych przez procesor od momentu uruchomienia komputera.

Obie te funkcje służą do wyznaczania czasu pracy procesora. Mogą być użyte do aproksymacji czasu pracy danego algorytmu - co posłużyło mi w drugiej części laboratorium.

Przeanalizuje ich zależność na przykładzie sortowania babelkowego jak poniżej:

```
__int64 T1, T2, F;
QueryPerformanceFrequency((LARGE_INTEGER*)&F);

printf("Sortowanie bibelkowe (ang. bubble sort)...", N);
RandomTab(N, T);
QueryPerformanceCounter((LARGE_INTEGER*)&T1);
BubbleSort(N, T);
QueryPerformanceCounter((LARGE_INTEGER*)&T2);
printf("\t\tCzas [s] = %G\n", (T2 - T1) / (float)F);
```

Liczba cykli wykonywanych przez procesor zwracana jest do zmiennej całkowitej 64-bitowej T1. Jeżeli odczytamy taki parametr (T1) tuż przed uruchomieniem danego algorytmu oraz tuż po jego wykonaniu (T2), to następnie różnica tych dwóch wielkości (T2-T1) da nam liczbę taktów procesora, które były potrzebne do wykonania danego algorytmu. Jeśli podzielimy tę liczbę taktów przez częstotliwość, którą wcześniej odczytaliśmy, otrzymamy czas przetwarzania danego algorytmu w sekundach.

Proces ten powtarza się w programie dla wszystkich sześciu algorytmów sortujących. Każdy z tych czasów jest wyświetlany.

#### Implementacja zapisu pomiarów do pliku

Aby zebrać dane potrzebne do sporządzania wykresów, dodałam funkcje zapisu do plików z biblioteki *fstream*. Dla wygody późniejszego kopiowania danych do arkuszu Google Sheets, pomiary czasów dla każdego z algorytmów zapisywałam w osobnym pliku (z opcją nadpisywania). Poniżej adekwatny wycinek kodu.

```
163
                   / writing to the text file - a separate file to each of an algorithm
                 fstream fileN1, fileN2, fileBubble, fileSelection, fileInsertion, fileMerge, fileQuick, fileCounting;
164
                 fileNl.open("N1.txt", ios::out | ios::app);
fileN2.open("N2.txt", ios::out | ios::app);
fileBubble.open("BubbleSort.txt", ios::out | ios::app);
165
167
                fileSelection.open("SelectionSort.txt", ios::out | ios::app);
fileInsertion.open("SelectionSort.txt", ios::out | ios::app);
fileMerge.open("MergeSort.txt", ios::out | ios::app);
fileQuick.open("QuickSort.txt", ios::out | ios::app);
168
169
170
171
172
                fileCounting.open("CountingSort.txt", ios::out | ios::app);
173
174
175
                int* T = new int[N];
176
                RandomTab(N, T);
                printf("T = "); WriteTab(MIN(N, 30), T);
177
                 fileN1 << N << endl;
                 fileN2 << N << endl;
```

#### Zbudowanie aplikacji

Po analizie kodu zbudowałam i skompilowałam program generując tym samym plik wykonywalny .exe. Do kompilacji użyłam kompilatora C++ MinGW zawierającego się w moim środowisku programistycznym Code::Blocks.

#### Kod programu

Poniżej znajduje się cały kod programu. Jest do pobrania również w zdalnym repozytorium razem z całym projektem. Link do niego na początku sekcji Laboratorium nr 2.

```
// Autor: Magda Szafranska, nr indeksu AHNS: 18345
// Informatyka NST, rok 2, sem. 3
// Algorytmy, laboratoria nr 2
using namespace std;
//-----
#include <tchar.h>
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <windows.h>
#include <random>
#include <fstream>
int MIN(int A, int B)
   return A < B ? A : B;
//----
void SWAP(int& A, int& B)
   int T = A;
   A = B;
   B = T;
void RandomTab(int N, int* T)
{
   srand(0);
   for (int i = 0; i < N; ++i) T[i] = rand() % N;
void WriteTab(int N, int* T)
   printf("%i", T[0]);
```

```
for (int i = 1; i < N; ++i) printf(", %i", T[i]);
}
int MaxOfTab(int N, int* T)
   int M = T[0];
   for (int i = 1; i < N; ++i) if (M < T[i]) M = T[i];
}
void BubbleSort(int N, int* T)
   bool Changed;
   do {
       Changed = false;
        for (int i = N - 2; i >= 0; --i)
               if (T[i] > T[i + 1]) {
                      SWAP(T[i], T[i + 1]);
                      Changed = true;
               }
    } while (Changed);
}
void InsertionSort(int N, int* T)
   for (int i = 1; i < N; ++i) {
       int j = i;
       int V = T[i];
        while ((T[j-1] > V) \&\& (j > 0)) T[j--] = T[j-1];
        T[j] = V;
void SelectionSort(int N, int* T)
{
   for (int i = 0; i < N - 1; ++i) {
       int m = i;
        for (int j = i + 1; j < N; ++j) if (T[j] < T[m]) m = j;
        SWAP(T[m], T[i]);
void QS(int I1, int I2, int* T)
   int i = I1;
   int j = I2;
   int V = T[(I1 + I2) / 2];
   do
        while (T[i] < V) i++;
        while (V < T[j]) j--;
        if (i <= j) SWAP(T[i++], T[j--]);
    } while (i <= j);
   if (I1 < j) QS(I1, j, T);
   if (i < I2) QS(i, I2, T);
}
void QuickSort(int N, int* T)
   QS(0, N - 1, T);
void CountingSort(int N, int* T)
```

```
int M = MaxOfTab(N, T);
    int* P = new int[M];
    for (int i = 0; i < M; ++i) P[i] = 0;
    for (int i = 0; i < N; ++i) ++P[T[i]];
    for (int i = 0, j = 0; (i < N) && (j < M);)
        if (P[j] > 0) {
               T[i++] = j;
               P[j]--;
        }
        else j++;
    delete[] P;
void MM(int I1, int K, int I2, int* T, int* P)
    for (int i = I1; i \le I2; ++i) P[i] = T[i];
    int i = I1;
    int j = K + 1;
    int q = I1;
    while ((i <= K) && (j <= I2)) {
       if (P[i] < P[j]) T[q++] = P[i++];
       else T[q++] = P[j++];
   while (i <= K) T[q++] = P[i++];
}
void MS(int I1, int I2, int* T, int* P)
    if (I1 < I2) {
        int k = (I1 + I2) / 2;
        MS(I1, k, T, P);
        MS(k + 1, I2, T, P);
        MM(I1, k, I2, T, P);
    }
}
void MergeSort(int N, int* T)
    int* P = new int[N];
   MS(0, N - 1, T, P);
    delete[] P;
int main(int argc, char* argv[])
{
    printf("<<< Test algorytmów sortowania tablcy liczb ca³kowitych >>>\n");
    if (argc != 2) {
        printf("Schemat wywo³ania programu: sort tab size\n");
        printf(" tab size - rozmiar tablicy\n");
        return 0;
    }
    int N = atoi(argv[1]);
    printf("N = %i\n", N);
    if (N \le 0) {
       printf("Nieprawid3owy rozmiar tablicy!\n");
        return 0;
    }
    // writing to the text file - a separate file to each of an algorithm
    fstream fileN1, fileN2, fileBubble, fileSelection, fileInsertion, fileMerge, fileQuick,
fileCounting:
    fileN1.open("N1.txt", ios::out | ios::app);
    fileN2.open("N2.txt", ios::out | ios::app);
    fileBubble.open("BubbleSort.txt", ios::out | ios::app);
```

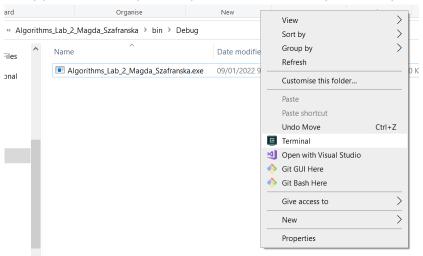
```
fileSelection.open("SelectionSort.txt", ios::out | ios::app);
fileInsertion.open("InsertionSort.txt", ios::out | ios::app);
fileMerge.open("MergeSort.txt", ios::out | ios::app);
fileQuick.open("QuickSort.txt", ios::out | ios::app);
fileCounting.open("CountingSort.txt", ios::out | ios::app);
int* T = new int[N];
RandomTab(N, T);
printf("T = "); WriteTab(MIN(N, 30), T);
fileN1 << N << endl;
fileN2 << N << endl;
 int64 T1, T2, F;
QueryPerformanceFrequency((LARGE INTEGER*)&F);
printf("Sortowanie b¹belkowe (ang. bubble sort)...", N);
RandomTab(N, T);
QueryPerformanceCounter((LARGE INTEGER*)&T1);
BubbleSort(N, T);
QueryPerformanceCounter((LARGE INTEGER*)&T2);
printf("\t\tCzas [s] = \G\n", (T2 - T1) / (float)F);
fileBubble << (T2 - T1) / (float)F << endl;</pre>
printf("Sortowanie przez wybór (ang. selection sort)...", N);
RandomTab(N, T);
QueryPerformanceCounter((LARGE INTEGER*)&T1);
SelectionSort(N, T);
QueryPerformanceCounter((LARGE INTEGER*)&T2);
printf("\t\tCzas [s] = \G\n", (T2 - T1) / (float)F);
fileSelection << (T2 - T1) / (float)F << endl;</pre>
printf("Sortowanie przez wstawianie (ang.insertion sort)...", N);
RandomTab(N, T);
QueryPerformanceCounter((LARGE_INTEGER*)&T1);
InsertionSort(N, T);
QueryPerformanceCounter((LARGE INTEGER*)&T2);
printf("\tCzas [s] = \G\n", (T2 - T1) / (float)F);
fileInsertion << (T2 - T1) / (float)F << endl;
printf("Sortowanie przez scalanie (ang. merge sort)...", N);
RandomTab(N, T);
QueryPerformanceCounter((LARGE INTEGER*)&T1);
MergeSort(N, T);
QueryPerformanceCounter((LARGE INTEGER*)&T2);
printf("\t\tCzas [s] = \G\n", (T2 - T1) / (float)F);
fileMerge << (T2 - T1) / (float)F << endl;</pre>
printf("Sortowanie szybkie (ang. quick sort)...", N);
RandomTab(N, T);
QueryPerformanceCounter((LARGE INTEGER*)&T1);
OuickSort(N, T);
QueryPerformanceCounter((LARGE INTEGER*)&T2);
printf("\t\t\tCzas [s] = \G\n", (T2 - T1) / (float)F);
fileQuick << (T2 - T1) / (float)F << endl;</pre>
printf("Sortowanie przez zliczanie (ang. counting sort)...", N);
RandomTab(N, T);
QueryPerformanceCounter((LARGE INTEGER*)&T1);
CountingSort(N, T);
QueryPerformanceCounter((LARGE INTEGER*)&T2);
printf("\tCzas [s] = \G\n", (T2 - T1) / (float)F);
fileCounting << (T2 - T1) / (float)F << endl;
printf("T = "); WriteTab(MIN(N, 30), T);
```

### Pomiar czasów wykonywania

#### Uruchomienie aplikacji

Aby uruchomić plik .exe przeszłam do folderu "*Debug*", w którym się on znajdował: C:\..\Algorithms\_Lab\_2\_Graphs\_of\_sorting\_complex\Algorithms\_Lab\_2\_Magda\_Szafranska\bin \Debug

Klikając PPM otworzyłam w tym folderze terminal jak poniżej.



W terminalu uruchomiłam plik wykonywalny "Algorithms\_Lab\_2\_Magda\_Szafranska.exe" podając po odstępie po nazwie pliku przykładowy parametr 1000 określający wielkość tablicy do posortowania.

Kolejne pomiary znajdują się poniżej w drugiej części zadania.

# Wykonanie ćwiczenia cz. II: charakterystyki złożoności

### Generowanie wyników aplikacji

Jedno uruchomienie algorytmu to jeden punkt na charakterystyce złożoności. Zadanie polegało na wyznaczenie kilkudziesięciu takich punktów dla różnych N. Zaczęłam gromadzenie wyników dla zbudowania charakterystyk od dużych wartości N takich, aby czas dla sortowania bąbelkowego (dla niego będzie najdłuższy) był stosunkowo długi, do około 1 minuty.

Pierwszy pomiar dla N = 1000 elementów okazał się za mały dlatego ponownie wywołałam program używając za każdym razem innej wielkości N uzależnionej od otrzymywanego czasu wykonywania dla algorytmu sortowania bąbelkowego.

Poniżej zrzuty ekranu kilku przykładowych wyników:

dla N = 120 000, czas (sortowania bąbelkowego) =~ 65 s

dla N = 115 000, czas =~ 60 s

dla N = 110 000, czas =~ 54 s

```
C:\Users\Modify\Downloads\All\Algorytmy\Algorithms_Lab_2_Graphs_of_sorting_complex\Algorithms_Lab_2_Magda_Szafranska\bin\Debug" — \ \times \ \ \times \ \tim
```

Tworzenie wykresu dla sortowania bąbelkowego, przez wybór i przez wstawianie

#### Założenia wstępne.

Według zaleceń Pana Profesora, rysunek powinien być zbudowany na jednej kartce A4 (jednym wspólnym wykresie) zorientowanej pionowo, a więc oś N będzie na krótszym boku a oś czasu na krótszym.

Dążyłam do uzyskania jak najlepszej widoczności wykresu, niemniej już przy pierwszych uruchomieniach programu widać było wyraźną rozbieżność wyników poszczególnych algorytmów. Szczególnie dla trzech ostatnich ciężko byłoby wyznaczyć charakterystyki na jednym wspólnym wykresie z trzema pierwszymi tak, aby zachować czytelność. Idąc za sugestią Pana Profesora pokusiłam się o dwa osobne rysunki:

- jeden rysunek dla trzech pierwszych rodzajów sortowania:
- sortowanie bąbelkowe (ang. bubble sort)
- sortowanie przez wybór (ang. selection sort)
- o sortowanie przez wstawianie (ang.insertion sort)
- drugi dla trzech kolejnych (przez scalanie, szybkie, przez zliczanie)
- sortowanie przez scalanie (ang. merge sort)
- sortowanie szybkie (ang. quick sort)
- sortowanie przez zliczanie (ang. counting sort)

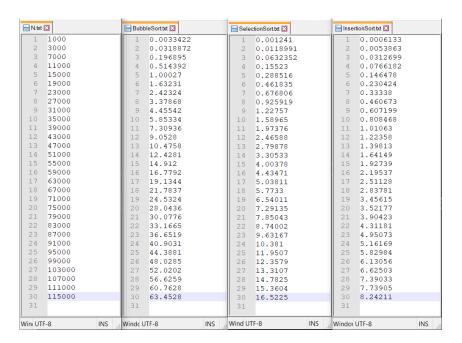
#### Dopasowanie skali osi.

Maksymalna wartość na osi czasu to ok. 60 sekund. N, czyli ilość elementów sortowanej tablicy, dla którego czas wykonywania algorytmu bąbelkowego będzie najbardziej zbliżony do czasu 60 sekund, będzie tym samym moją maksymalną wartością na osi poziomej.

Spośród wszystkich poprzednich eksperymentalnych uruchomień programu wynika, że dla N=115000 czas wykonywania to ok. 60 sekund a więc je właśnie przyjęłam za moje skrajne wartości na obu osiach. Następnie oś czasu podzieliłam proporcjonalnie według skali liniowej na odcinki czasowe (co 1 cm) po czym uruchamiałam program dobierając za każdym razem taki parametr N, jaki wynika z podziału tej osi poziomej. Wykonałam kilkanaście takich punktów pomiarowych (uruchomień programu) dla każdego algorytmu.

Charakterystyka złożoności dla pierwszych trzech algorytmów

Poniżej prezentuję wyniki zapisywane do plików przy 30 kolejnych uruchomieniach programu. Każdy plik to czas wykonywania innego algorytmu (adekwatnie do nazwy pliku). Przy pierwszym uruchomieniu programu podałam N=1000 i za każdym razem zwiększałam ten parametr o 4000.



Uzyskane w wyniku zapisu do plików pomiary skopiowałam do odpowiednich kolumn w arkuszu Google Sheets.

Wielkość tablicy N	Sortowanie bąbelkowe	Sortowanie przez wybór	Sortowanie przez wstawianie
N .	czas [s]	czas [s]	czas [s]
1000	0,0033422	0,001241	0,0006133
3000	0,0318872	0,0118991	0,0053863
7000	0,196895	0,0632352	0,0312699
11000	0,514392	0,15523	0,0766182
15000	1,00027	0,288516	0,146478
19000	1,63231	0,461835	0,230424
23000	2,42324	0,676806	0,33338
27000	3,37868	0,925919	0,460673
31000	4,45542	1,22757	0,607199
35000	5,85334	1,58965	0,808468
39000	7,30936	1,97376	1,01063
43000	9,0528	2,46588	1,22358
47000	10,4758	2,79878	1,39813
51000	12,4281	3,30533	1,64149
55000	14,912	4,00378	1,92739
59000	16,7792	4,43471	2,19537
63000	19,1344	5,03811	2,51128

67000	21,7837	5,7733	2,83781
71000	24,5324	6,54011	3,45615
75000	28,0436	7,29135	3,52177
79000	30,0776	7,85043	3,90423
83000	33,1665	8,74002	4,31181
87000	36,6519	9,63167	4,95073
91000	40,9031	10,381	5,16169
95000	44,3881	11,9507	5,82984
99000	48,0285	12,3579	6,13056
103000	52,0202	13,3107	6,62503
107000	56,6259	14,7825	7,39033
111000	60,7628	15,3604	7,73905
115000	63,4528	16,5225	8,24211

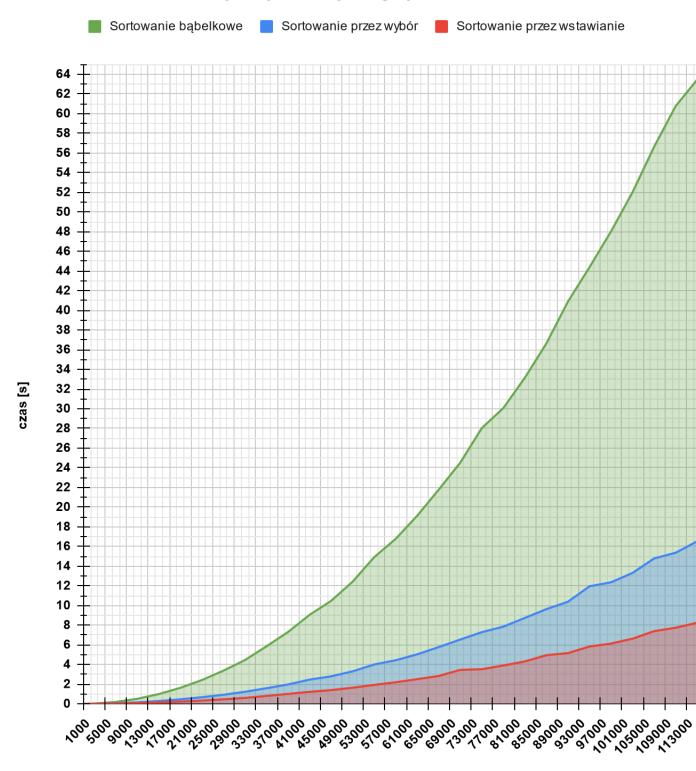
Na podstawie uzyskanych pomiarów stworzyłam wykres charakterystyki złożoności wybranych algorytmów (poniżej).

Na osi poziomej oznaczyłam N, czyli długość tablicy - parametr podawany podczas wywoływania programu.

Oś pionowa to czas, w jakim sortowana jest tablica, czyli wygenerowane wyniki w sekundach wyświetlane w oknie konsoli po zadaniu wielkości tablicy.

# Charakterystyki złożoności obliczeniowej

dla wybranych rodzajów algorytmów sortowań

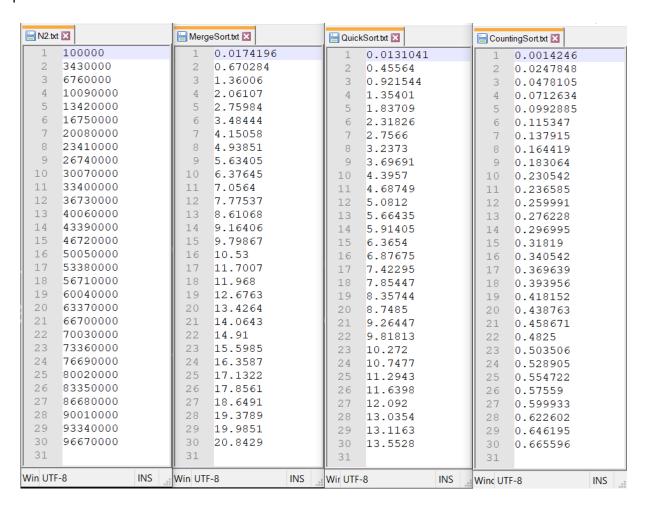


Tworzenie wykresu dla sortowania przez scalanie, szybkiego i przez zliczanie

Charakterystyka złożoności dla kolejnych trzech algorytmów

Aby uzyskać większą czytelność drugiego rysunku i zmienność czasu od ilości elementów tablicy, dobrałam inne zakresy osi (dużo większe N). W tym celu opatrzyłam komentarzem poszczególne linijki w funkcji main() odnoszące się do obliczeń trzech pierwszych algorytmów aby nie musieć czekać długo na wyniki.

Poniżej prezentuję wyniki zapisywane do plików przy 30 kolejnych uruchomieniach programu. Każdy plik to czas wykonywania innego algorytmu (adekwatnie do nazwy pliku). Przy pierwszym uruchomieniu programu podałam N=100000 i za każdym razem zwiększałam ten parametr o 3330000 aż do 96670000.



#### Pomiary użyte do wykresu.

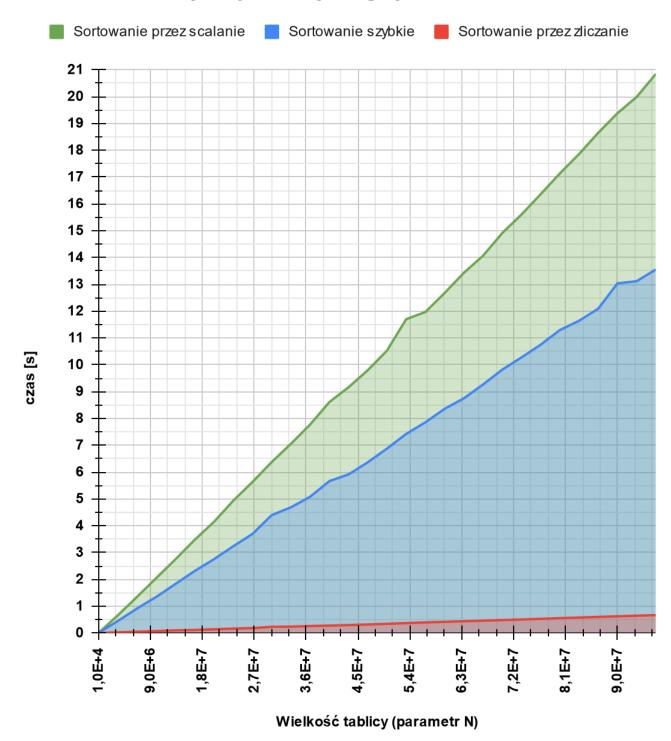
Uzyskane w wyniku zapisu do plików pomiary skopiowałam do odpowiednich kolumn w arkuszu Google Sheets.

Wielkość tablicy	Sortowanie przez scalanie	Sortowanie szybkie	Sortowanie przez zliczanie
N	czas [s]	czas [s]	czas [s]
100000	0,0174196	0,0131041	0,0014246
3430000	0,670284	0,45564	0,0247848
6760000	1,36006	0,921544	0,0478105
10090000	2,06107	1,35401	0,0712634
13420000	2,75984	1,83709	0,0992885
16750000	3,48444	2,31826	0,115347
20080000	4,15058	2,7566	0,137915
23410000	4,93851	3,2373	0,164419
26740000	5,63405	3,69691	0,183064
30070000	6,37645	4,3957	0,230542
33400000	7,0564	4,68749	0,236585
36730000	7,77537	5,0812	0,259991
40060000	8,61068	5,66435	0,276228
43390000	9,16406	5,91405	0,296995
46720000	9,79867	6,3654	0,31819
50050000	10,53	6,87675	0,340542
53380000	11,7007	7,42295	0,369639
56710000	11,968	7,85447	0,393956
60040000	12,6763	8,35744	0,418152
63370000	13,4264	8,7485	0,438763
66700000	14,0643	9,26447	0,458671
70030000	14,91	9,81813	0,4825
73360000	15,5985	10,272	0,503506
76690000	16,3587	10,7477	0,528905
80020000	17,1322	11,2943	0,554722
83350000	17,8561	11,6398	0,57559
86680000	18,6491	12,092	0,599933
90010000	19,3789	13,0354	0,622602
93340000	19,9851	13,1163	0,646195
96670000	20,8429	13,5528	0,665596

Na podstawie uzyskanych pomiarów stworzyłam podobnie jak w poprzednim przypadku wykres charakterystyki złożoności wybranych algorytmów (poniżej).

# Charakterystyki złożoności obliczeniowej

dla wybranych rodzajów algorytmów sortowań



#### Podsumowanie.

Najszybszy ze wszystkich okazał się algorytm sortowania przez zliczanie, a najwolniejsze sortowanie bąbelkowe.

Dostępne złożoności czasowe w notacji dużego O dla analizowanych algorytmów potwierdzają moje wyniki:

- Sortowanie bąbelkowe: O(n²)
- Sortowanie przez wybór: O(n²)
- Sortowanie przez wstawianie: O(n²)
- Sortowanie przez scalanie: O(n·log n)
- Sortowanie szybkie: **O(n·log n)**
- Sortowanie przez zliczanie (ang. counting sort): **O(n)**

Kompletne wnioski po przeanalizowaniu charakterystyk znajdują się na końcu sprawozdania w sekcji <u>Wnioski</u>.

# Laboratoria nr 3

# Wstęp

Struktury danych to zaawansowane pojemniki na dane, które gromadzą je i układają w odpowiedni sposób, inaczej mówiąc: zarządzają danymi. Na strukturach danych operują algorytmy. Przykładami struktur są:

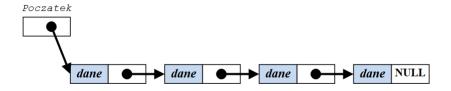
- stos.
- kolejka,
- kopiec,
- drzewo,
- tablica,
- graf
- listy.

Każda struktura danych ma charakterystyczne dla siebie właściwości. Na przykład dodanie elementu na początek tablicy ma złożoność obliczeniową O(n). Ta sama operacja dla listy wiązanej ma złożoność O(1). Te właściwości sprawiają, że użycie konkretnej struktury może uprościć rozwiązanie niektórych problemów. Możemy powiedzieć, że czasami lepiej jest użyć tablicy a w innym przypadku lista wiązana jest lepszym rozwiązaniem. Wszystko zależy od problemu, który próbujemy rozwiązać. Strukturę danych dopasowuje się do problemu. Lista jest strukturą danych służącą do przechowywania nieznanej z góry ilości informacji tego samego typu. Składa się z węzłów (ang. nodes), które zawierają dane przechowywane w liście oraz wskaźnik do kolejnego lub dodatkowo także do poprzedniego elementu.

#### • Lista jednokierunkowa

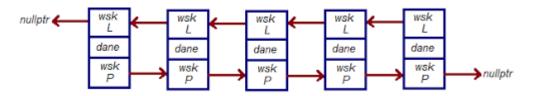
Lista jednokierunkowa jest strukturą pozwalającą na zapamiętanie danych w postaci uporządkowanej, a także na bardzo szybkie wstawianie i usuwanie elementów do i z listy. Pamiętana jest w postaci "pojemników" zawierających porcję danych oraz wskaźnik (adres) następnego "pojemnika". W ten sposób wystarczy pamiętać wskaźnik do pierwszego elementu listy, by pamiętać całą listę.

Aby zaimplementować listę jednokierunkową w języku C/C++ trzeba zdefiniować strukturę pełniącą rolę węzłów stanowiących kolejne elementy listy. Taka struktura składa się z dwóch części: pola (lub kilku pól), w którym pamiętane są przechowywane elementy (dane użytkowe) oraz pola wskaźnikowego, w którym będzie pamiętany wskazanie do następnego węzła. Dostęp do całej listy wymaga utworzenia zmiennej wskaźnikowej, zawierającej wskazanie na pierwszy węzeł listy lub wartość NULL jeśli lista list pusta (tzn. nie zawiera żadnych węzłów).



#### Lista dwukierunkowa

Dwukierunkowa lista wiązana od listy jednokierunkowej różni się tym, że każdy z węzłów zawiera wskaźnik na poprzedni i następny element. Sama lista zawiera też atrybuty wskazujące pierwszy i ostatni węzeł w liście. Implementacja tej metody polega na przechodzeniu po wszystkich elementach od początku do żądanego indeksu. W przypadku listy dwukierunkowej węzły zawierają dwa wskaźniki. Operacje modyfikujące taką listę wymagają przepięcia każdego z tych wskaźników.



Rys. Lista dwukierunkowa zawierająca

Takie połączenie elementów umożliwia przeglądanie listy w obu kierunkach oraz daje możliwość dopisywania kolejnego elementu w dowolnym miejscu listy. Należy pamiętać aby pierwszy element listy pokazywał z lewej strony kolejki na wskaźnik pusty oraz ostatni element kolejki wskazywał z prawej strony na wskaźnik pusty. Takie rozwiązania jest zabezpieczeniem (wartownikiem) przed przekroczeniem zakresu przeglądania listy z lewej i prawej strony.

#### Cel laboratorium nr 3

Celem laboratorium jest sprawdzenie czasu pracy oraz złożoności obliczeniowej operacji na liście jednokierunkowej i dwukierunkowej (m.in. dodawanie, usuwanie, pobieranie elementów do list). Na podstawie wyników czasów generowania list należy zbudować charakterystyki złożoności obliczeniowej.

Wszystkie pliki projektu znajdują się w publicznym repozytorium zdalnym Gita na moim koncie na Githubie. Link do niego:

https://github.com/Yaviena/Algorithms Lab 3 part 1 Magda Szafranska

# Wykonanie ćwiczenia cz. I: lista jednokierunkowa

### Implementacja listy jednokierunkowej

Zaimplementowałam kod obsługujący działanie listy jednokierunkowej. Zawiera on podstawowe funkcje operacji na listach takie jak: dodawanie elementu do listy, usuwanie z niej czy przeszukiwanie. Istotną rolę pełnią wskaźniki na pierwszy i ostatni element listy.

Cały kod programu znajduje się na końcu tego laboratorium. Dostępny jest także w repozytorium zdalnym (link powyżej).

#### Funkcje obliczające czasy wykonywania.

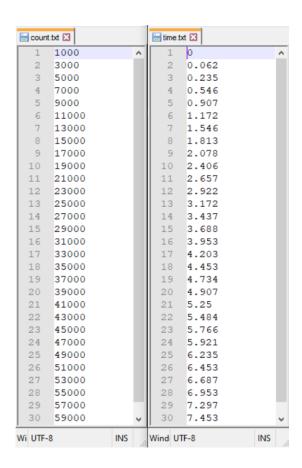
Do pomiaru czasów wykonywania użyłam podobnie jak przy laboratorium nr 1 funkcji GetTickCount64(). Zwraca ona typ całkowity (int) jako liczbę milisekund, która upłynęła pomiędzy dwoma wydarzeniami. Aby uzyskać lepszą czytelność wynik pomnożyłam przez 0.001 pokazując go tym samym w sekundach.

Bezpośrednio przed wywołaniem w funkcji main() kluczowej pętli "while" z funkcją oraz bezpośrednio po pętli wywoływałam funkcję GetTickCount64() na zmiennych lokalnych i zapisywałam w nich za każdym razem bieżące wyniki. Proces powtarzał się przez 30 iteracji zwiększając za każdym razem wielkość licznika o 2000 (od 1000 do 59000). Poniżej zrzut ekranu z uzyskanymi pomiarami.

```
Microsoft Visual Studio Debug Console
  Count: 1000
                    Time: 0 second(s).
  Count:
          3000
                    Time: 0.062 second(s).
                    Time: 0.235 second(s).
3. Count:
          5000
                    Time: 0.546 second(s).
Time: 0.907 second(s).
  Count:
          7000
  Count:
          9000
  Count: 11000
                     Time: 1.172 second(s)
                     Time: 1.546 second(s)
 . Count:
 . Count: 15000
                     Time: 1.813 second(s)
  Count: 17000
                     Time: 2.078 second(s)
10. Count: 19000
                      Time: 2.406 second(s)
                      Time: 2.657 second(s)
11. Count: 21000
                      Time: 2.922 second(s)
12. Count: 23000
13. Count: 25000
                      Time: 3.172 second(s
14. Count:
           27000
                      Time:
                            3.437
                                   second(s
15. Count: 29000
                      Time: 3.688 second(s)
16. Count: 31000
                      Time: 3.953 second(s)
                      Time: 4.203 second(s)
17. Count: 33000
                      Time: 4.453 second(s)
18. Count: 35000
                      Time: 4.734 second(s)
19. Count: 37000
20. Count: 39000
                      Time: 4.907 second(s)
21. Count: 41000
                      Time: 5.25 second(s)
                      Time: 5.484 second(s)
22. Count: 43000
   Count: 45000
                      Time:
                            5.766 second(s)
24. Count: 47000
                      Time: 5.921 second(s)
   Count: 49000
                      Time: 6.235 second(s)
26. Count: 51000
                      Time: 6.453 second(s)
    Count: 53000
                      Time: 6.687 second(s)
    Count:
           55000
                      Time:
                            6.953 second(s).
    Count: 57000
                            7.297 second(s).
                      Time:
    Count: 59000
                      Time: 7.453 second(s).
```

#### Implementacja zapisu pomiarów do plików

Aby zebrać dane potrzebne do sporządzania wykresów, dodałam funkcje zapisu do plików z biblioteki *fstream*. Dla wygody późniejszego kopiowania danych do arkusza Google Sheets, pomiary czasów oraz adekwatne dla nich wartości zmiennej "Count" zapisałam w osobnym pliku (z parametrem nadpisywania). Poniżej screen zapisów z pliku.



#### Dane do wykresu charakterystyki złożoności.

Zapisane w plikach tekstowych pomiary skopiowałam do dokumentu Google Sheets. Posłużyły mi one do wygenerowania charakterystyki złożoności obliczeniowej.

Count	Time [s]
1000	0
3000	0.062
5000	0.235
7000	0.546
9000	0.907
11000	1.172
13000	1.546
15000	1.813
17000	2.078
19000	2.406
21000	2.657
23000	2.922
25000	3.172
27000	3.437
29000	3.688
31000	3.953

33000	4.203
35000	4.453
37000	4.734
39000	4.907
41000	5.25
43000	5.484
45000	5.766
47000	5.921
49000	6.235
51000	6.453
53000	6.687
55000	6.953
57000	7.297
59000	7.453

#### Dopasowanie skali osi.

Maksymalna wartość na osi czasu to 8 sekund. Liczba dodawanych elementów do list (Count) waha się w moich pomiarach od 1000 do 59000 (z krokiem co 2000), które są jednocześnie moimi skrajnymi wartościami. Oś czasu podzieliłam adekwatnie do powyższego proporcjonalnie według skali liniowej na odcinki czasowe co 0.3 s.

#### Wykres charakterystyki złożoności dla listy jednokierunkowej

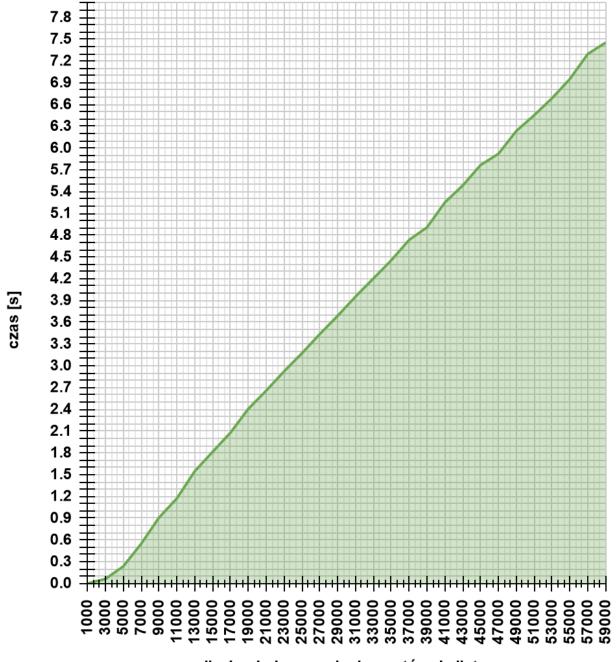
Na podstawie uzyskanych pomiarów stworzyłam wykres charakterystyki złożoności czasowej dodawania niepowtarzających się wartości do listy.

Na osi poziomej oznaczyłam liczbę dodawanych elementów do list. Oś pionowa to czas, w jakim są one dodawane.

# Charakterystyka złożoności obliczeniowej

dla operacji na liście jednokierunkowej

czas dodawania niepowtarzających się wartości do listy



liczba dodawanych elementów do list

Kod programu.

Poniżej znajduje się cały kod programu. Jest do pobrania również w zdalnym repozytorium razem z całym projektem. Link do niego na początku sekcji Laboratorium nr 3.

```
// Autor: Magda Szafranska, nr indeksu AHNS: 18345
// Informatyka NST, rok 2, sem. 3
// Algorytmy, laboratoria nr 3 - part I
#include <iostream>
#include <Windows.h>
#include <fstream>
using namespace std;
class TItem
public: int FData;
     TItem* FNext;
public:
   TItem(TItem* ANext, int AData)
       FData = AData;
       FNext = ANext;
   ~TItem()
   }
};
class TList
private:
  TItem* FFirst;
public:
   TList(void);
   ~TList(void);
   int Pop(void);
   void Push(int AData);
   bool IsExist(int AData);
} ;
TList::TList(void)
   FFirst = NULL;
TList::~TList(void)
   while (FFirst) Pop();
}
void TList::Push(int AData)
   FFirst = new TItem(FFirst, AData);
```

```
int TList::Pop(void)
    int AData = FFirst -> FData;
    TItem* AItem = FFirst;
   FFirst = FFirst -> FNext;
    delete AItem;
   return AData;
bool TList::IsExist(int AData)
   TItem* Item = FFirst;
   while (Item)
       if (Item -> FData == AData) return true;
       else Item = Item = Item -> FNext;
   return false;
}
int main()
   TList list;
   list.Push(1);
   list.Push(2);
   list.Push(5);
   int x1 = list.Pop();
    int x2 = list.Pop();
   int x3 = list.Pop();
   cout << "x1 = " << x1 << endl;
   cout << "x2 = " << x2 << endl;
    cout << "x3 = " << x3 << endl << endl;
    // writing to the text file
   fstream fTime, fCount;
    fTime.open("time.txt", ios::out | ios::app);
    fCount.open("count.txt", ios::out | ios::app);
    int T1, T2;
    int Count = 1000;
   int b = 2000;
    for (int j = 1; j \le 30; j++)
       fCount << Count << endl;
       cout << j << ". Count: " << Count;
       T1 = (int)GetTickCount64();
       while (--Count)
              int Value = rand();
              if (!list.IsExist(Value))
                     list.Push(Value);
       T2 = (int)GetTickCount64();
       cout << " | Time: " << (T2 - T1) * 0.001 << " second(s)." << endl;
       fTime << (T2 - T1) * 0.001 << endl;
```

```
Count = 1000 + b;
b += 2000;
}

fTime.close();
fCount.close();
}

fTime.close();
fCount.close();
```

# Wykonanie ćwiczenia cz. II: lista dwukierunkowa

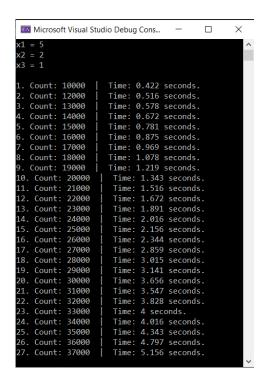
W drugiej części zajęć zajęliśmy się algorytmem dodającym elementy do listy dwukierunkowej i sumującym je. Celem było sprawdzenie jak szybko elementy te są iterowane, czas pracy algorytmu oraz jego złożoność czasowa.

Następnie należało wprowadzić pewne poprawki, aby poprawić tę złożoność.

Algorytm sumujący elementy na liście - wersja podstawowa

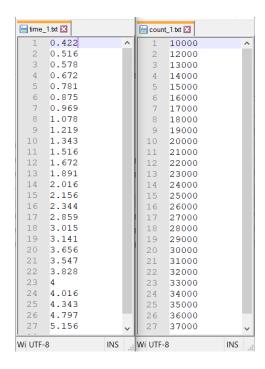
## Obliczenie czasu wykonywania.

Do pomiarów i stworzenia charakterystyki przyjęłam za punkt startowy 10000 elementów tworzonych i sumowanych na liście. Następnie za każdym kolejnym razem zwiększałam ich ilość o 1000 mierząc czas. Poniżej screen z liczbą tworzonych na liście i sumowanych elementów oraz czasem wykonywania tych operacji na listach.



## Implementacja zapisu pomiarów do plików

Tak jak uprzednio, zapisałam do plików pomiary czasów i adekwatne dla nich wartości zmiennej "Count".



## Dane do wykresu charakterystyki złożoności.

Zapisane w plikach tekstowych pomiary skopiowałam do dokumentu Google Sheets. Posłużyły mi one do wygenerowania charakterystyki złożoności obliczeniowej.

Count	Time [s] - before
10000	0.422
12000	0.516
13000	0.578
14000	0.672
15000	0.781
16000	0.875
17000	0.969
18000	1.078
19000	1.219
20000	1.343
21000	1.516
22000	1.672
23000	1.891
24000	2.016
25000	2.156
26000	2.344
27000	2.859
28000	3.015
29000	3.141

30000	3.656
31000	3.547
32000	3.828
33000	4
34000	4.016
35000	4.343
36000	4.797
37000	5.156

## Dopasowanie skali osi.

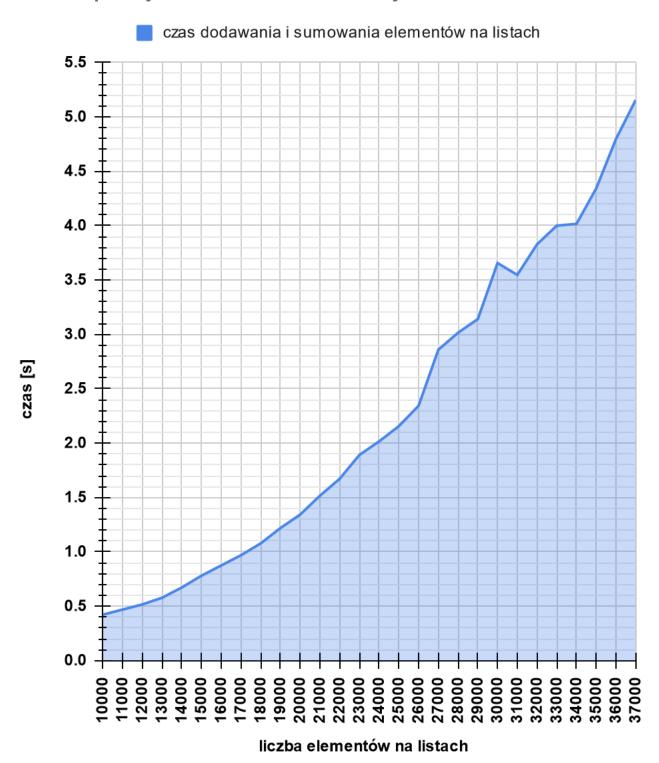
Maksymalna wartość na osi czasu to 5.5 sekund. Podzieliłam ją proporcjonalnie według skali liniowej na odcinki czasowe co 0.5 sekundy. Liczba tworzonych i sumowanych elementów na listach waha się w moich pomiarach od 10000 do 37000 (z krokiem co 1000), które są jednocześnie moimi skrajnymi wartościami. Oś czasu podzieliłam więc co 1000 elementów.

## Wykres charakterystyki złożoności dla listy dwukierunkowej

Na podstawie uzyskanych pomiarów stworzyłam wykres charakterystyki złożoności czasowej dodawania i sumowania elementów na liście dwukierunkowej. Na osi poziomej oznaczyłam liczbę dodawanych (a później też sumowanych) elementów do list. Oś pionowa to czas, w jakim się to dzieje dla poszczególnych list różniących się większa liczbą elementów od poprzedniej listy.

# Charakterystyka złożoności obliczeniowej

dla operacji na liście dwukierunkowej - PRZED ULEPSZENIEM

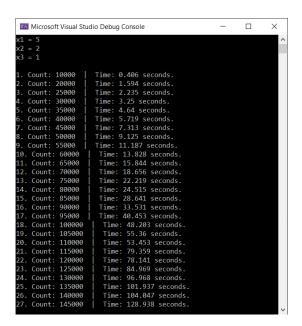


## • Kod programu.

Kompletny kod programu znajduje się na końcu sekcji dotyczącej niniejszego laboratorium. Jest do pobrania również w zdalnym repozytorium razem z całym projektem (link na początku sekcji Laboratorium nr 3).

Algorytm sumujący elementy na liście - wersja ulepszona

Poprzedni algorytm (bez ulepszenia) już dla 145000 elementów miał bardzo duży czas wykonywania. Screen z wynikami zamieszczam poniżej.



Aby poprawić jego złożoność obliczeniową, w kilku miejscach wstawiłam dodatkowy fragment kodu. Ma on na celu ...

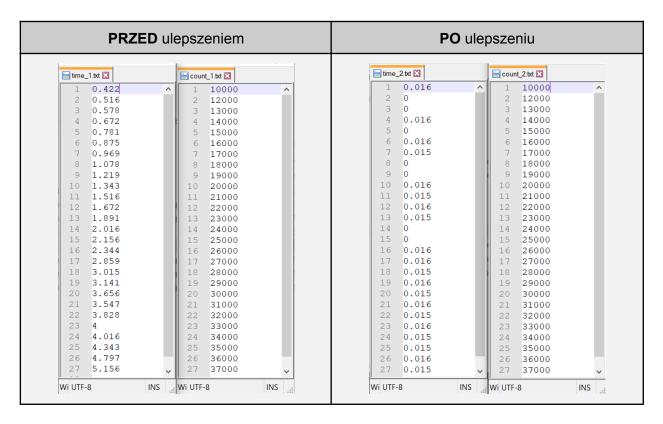
```
int FIndex;
TItem* FCurr;
```

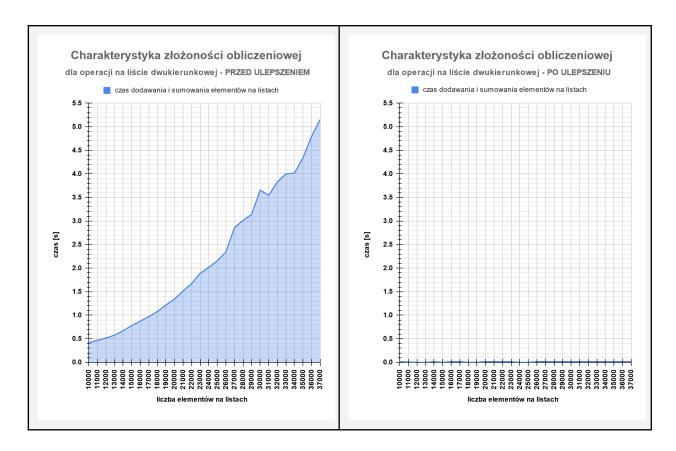
Dodatkowo zmodyfikowałam funkcję Get(). W ulepszonej wersji ... Poniżej porównanie wersji przed oraz po modyfikacji.

PRZED ulepszeniem	PO ulepszeniu
-------------------	---------------

```
74
            TItem* Get(int Index)
                                                                TItem* Get(int AIndex)
                                                    20
75
                                                    81
             {
                                                                {
                                                    82
                                                                    if (FIndex < 0)
                 TItem* Item = FFirst;
76
                                                    83
                                                                    {
77
                                                    84
                                                                        FIndex = 0;
78
                 while (Item && Index--)
                                                                        FCurr = FFirst;
                                                    85
79
                     Item = Item->FNext;
                                                    86
80
                                                                    while (AIndex < FIndex)
                                                    87
81
                 return Item;
                                                    88
82
                                                    89
                                                                        FCurr = FCurr->FPrev;
                                                                        FIndex--;
                                                    90
                                                    91
                                                    92
                                                                    while (AIndex > FIndex)
                                                    93
                                                                    {
                                                    94
                                                                        FCurr = FCurr->FNext;
                                                    95
                                                                        FIndex++;
                                                    96
                                                    97
                                                                    return FCurr;
                                                    98
                                                                }
```

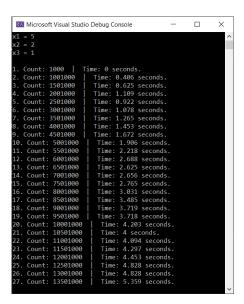
Po poprawieniu algorytmu, przy zachowaniu tych samych parametrów co uprzednio, jego złożoność zauważalnie zmalała. Pomiary ulepszonej wersji również zapisałam do plików (*time\_2.txt* oraz *count\_2.txt*), innych niż przed ulepszeniem - aby móc je następnie porównać niezależnie. Wyniki poniżej - <u>na identycznych parametrach</u>.





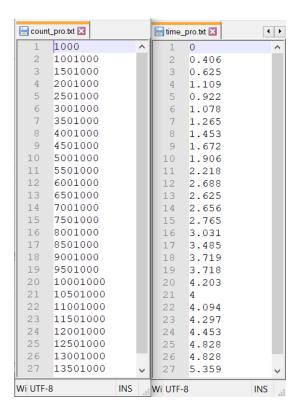
## Wersja ulepszona PRO

Zastosowanie tych samych parametrów spowodowało nieczytelność wykresu po ulepszeniu go fragmentami kodu. Algorytm po ulepszeniu jest o wiele efektywniejszy więc wprowadziłam o wiele większe ilości elementów dodawanych i sumowanych na listach. Dla lepszego zobrazowania tego, jak bardzo poprawiła się wydajność algorytmu po "ulepszeniu", wykonałam jeszcze jedną kompilację, tym razem podając na wejściu większe wartości.



## Implementacja zapisu pomiarów do plików

Zapisałam pomiary do plików z dopiskiem "pro".



## Dane do wykresu charakterystyki złożoności.

Zapisane w plikach tekstowych pomiary (z dopiskiem "pro") skopiowałam do dokumentu Google Sheets. Posłużyły mi one do wygenerowałam charakterystyki złożoności obliczeniowej.

Count	Time 2 [s] - PRO
1000	0
1001000	0.406
1501000	0.625
2001000	1.109
2501000	0.922
3001000	1.078
3501000	1.265
4001000	1.453
4501000	1.672
5001000	1.906
5501000	2.218
6001000	2.688

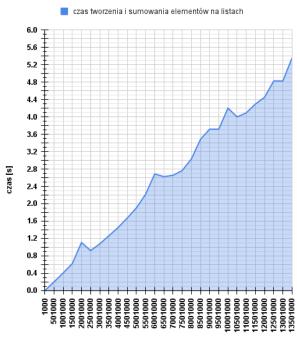
6501000	2.625
7001000	2.656
7501000	2.765
8001000	3.031
8501000	3.485
9001000	3.719
9501000	3.718
10001000	4.203
10501000	4
11001000	4.094
11501000	4.297
12001000	4.453
12501000	4.828
13001000	4.828
13501000	5.359

## • Wykres charakterystyki złożoności dla listy jednokierunkowej.

Na podstawie uzyskanych pomiarów stworzyłam wykres charakterystyki złożoności czasowej na liście dwukierunkowej po "ulepszeniu", dostosowując skale na osiach.

#### Charakterystyka złożoności obliczeniowej

dla operacji na liście dwukierunkowej - PO ULEPSZENIU (PRO)



liczba tworzonych i sumowanych elementów na listach

## • Kod programu.

Kompletny kod programu znajduje się poniżej. Jest również do pobrania w zdalnym repozytorium razem z całym projektem (link na początku sekcji Laboratorium nr 3).

```
// Autor: Magda Szafranska, nr indeksu AHNS: 18345
// Informatyka NST, rok 2, sem. 3
// Algorytmy, laboratoria nr 3, part II
#include <iostream>
#include <Windows.h>
#include <fstream>
using namespace std;
class TItem
    friend class TList;
    public: int FData;
             TItem* FNext;
             TItem* FPrev;
    public:
       TItem (TItem* APrev, TItem* ANext, int AData)
              FPrev = APrev;
              FNext = ANext;
              FData = AData;
              if (FPrev) FPrev -> FNext = this;
              if (FNext) FNext -> FPrev = this;
        ~TItem(void)
              if (FPrev) FPrev->FNext = FNext;
              if (FNext) FNext->FPrev = FPrev;
        TItem(TItem* ANext, int AData)
              FData = AData;
              FNext = ANext;
        }
};
class TList
private:
   int FCount;
   TItem* FFirst;
   TItem* Flast;
   int FIndex;
   TItem* FCurr;
public:
    TList(void)
       FCount = 0;
       FFirst = Flast = NULL;
       FIndex = -1;
       FCurr = NULL;
    ~TList(void)
    {
       Clear();
    }
```

```
void Clear(void)
       while (Flast)
              if (Flast->FNext)
                     delete Flast->FNext;
       Flast = Flast->FPrev;
       FFirst = NULL;
       FCount = 0;
       FIndex = -1;
       FCurr = NULL;
    int Add(double AData)
       Flast = new TItem(Flast, NULL, AData);
       if (!FFirst) FFirst = Flast;
       return FCount++;
    TItem* Get(int AIndex)
       if (FIndex < 0)
              FIndex = 0;
              FCurr = FFirst;
        while (AIndex < FIndex)</pre>
              FCurr = FCurr->FPrev;
              FIndex--;
        while (AIndex > FIndex)
              FCurr = FCurr->FNext;
              FIndex++;
       return FCurr;
    void Del(int Index)
       TItem* Item = Get(Index);
       if (Item == FFirst) FFirst = Item->FNext;
       if (Item == Flast) Flast = Item->FPrev;
       delete Item;
       --FCount;
       FIndex = -1;
       FCurr = NULL;
    int Count (void)
       return FCount;
    int operator[](int Index)
       return Get(Index) -> FData;
    int Pop(void);
    void Push(int AData);
    bool IsExist(int AData);
};
void TList::Push(int AData)
   FFirst = new TItem(FFirst, AData);
```

```
int TList::Pop(void)
   int AData = FFirst -> FData;
    TItem* AItem = FFirst;
   FFirst = FFirst -> FNext;
   delete AItem;
   return AData;
bool TList::IsExist(int AData)
   TItem* Item = FFirst;
   while (Item)
       if (Item -> FData == AData) return true;
       else Item = Item = Item -> FNext;
    return false;
}
int main()
   TList list;
    list.Push(1);
   list.Push(2);
   list.Push(5);
   int x1 = list.Pop();
    int x2 = list.Pop();
    int x3 = list.Pop();
    cout << "x1 = " << x1 << endl;
    cout << "x2 = " << x2 << endl;
    cout << "x3 = " << x3 << endl << endl;
    // variables to writing to the text file
    fstream fTime, fCount;
    fTime.open("time_pro.txt", ios::out | ios::app);
    fCount.open("count_pro.txt", ios::out | ios::app);
    int T1, T2;
    int Count = 1000;
    int b = 500000;
    for (int j = 1; j \le 27; j += 1)
                                       //the loop will execute 27 times
                                       // Clearing the list each time
       list.Clear();
       double Sum = 0.0;
       //Count = 10000000 + b;
                                      // Writing current Count to the file
       fCount << Count << endl;
       cout << j << ". Count: " << Count;</pre>
       int T1 = GetTickCount64();
       while (Count--)
              list.Add(rand());
       }
       for (int i = 0; i < list.Count(); ++i)
              Sum += list[i];
        int T2 = GetTickCount64();
       cout << " | Time: " << (T2 - T1) * 0.001 << " seconds." << endl;
        fTime << (T2 - T1) * 0.001 << endl;
```

```
b += 500000;
Count = 1000 + b;
}
fTime.close();
fCount.close();
}
```

## Podsumowanie

Wstawki w kodzie sprawiły, że złożoność obliczeniowa algorytmu nieporównywalnie zmalała.

- 1. Jaka jest charakterystyka i złożoność?
- 2. Dlaczego taka złożoność?
- 3. Co zrobić, żeby poprawić tę złożoność.

Kompletne wnioski znajdują się na końcu sprawozdania w sekcji Wnioski.

# Wnioski

Dot. laboratorium nr 1

Procesor oblicza i wykonuje polecenia tak szybko, że czas wykonania jest niemal bliski zeru. Zachodzące obliczenia nie są widoczne dla ludzkiego oka. Widzimy różnicę w wynikach przy pomiarze czasu wykonywania danej operacji na macierzy o wymiarach 50x10 oraz 500x100. Nie jest ona jednak tak znaczna jak można by było się spodziewać. Na przedstawionych przykładach wypełnienia i wypisania macierzy oraz pomnożenia i wypisania macierzy, czasy wykonywania sposobem z funkcją GetTickCount64() są identyczne co do drugiego miejsca po przecinku.

Analogiczne wnioski można wysnuć obserwując czas wykonywania analogicznych pomiarów drugim sposobem. Wynik wyrażony jest tam w sekundach, a więc po porównaniu obu wielkości widać niemal identyczne wyniki. Ta niewielka ewentualna różnica kilku milisekund jest spowodowana kolejnością wywołania rozpoczęcia i zakończenia pomiarów pomiędzy poszczególnymi metodami.

Dot. laboratorium nr 2

Analizowane przeze mnie algorytmy były podstawowymi przedstawicielami metod sortowania. W rezultacie pomiarów ich czasów wykonywania otrzymałam charakterystyki złożoności obliczeniowej wszystkich algorytmów dzięki czemu mogłam porównać, który z nich jest najlepszy, a który najgorszy. Wykresy charakterystyk świetnie zilustrowały te różnice.

Najwolniejsze ze wszystkich metod sortowania okazało się sortowanie bąbelkowe, a najszybszy był algorytm sortowania przez zliczanie. Wynika to bezpośrednio ze sposobu wyznaczania kolejnych elementów w tablicy.

Sortowanie przez zliczanie ma złożoność obliczeniową O(n+m), gdzie m to rozpiętość danych. Nie wykonuje ono żadnych porównań, dzięki czemu dużą zaletą jest stabilność tego algorytmu. Jego działanie, najogólniej ujmując, polega na zliczaniu ilości wystąpień poszczególnych elementów tablicy i zapisywaniu odpowiedniej ilości pól w dodatkowej tablicy. Jest to jednocześnie jego wadą gdyż konieczne jest użycie dodatkowej pamięci do przechowywania wystąpień elementów tablicy.

Algorytm sortowania bąbelkowego z kolei opiera się na zasadzie maksimum, tj. każda liczba jest mniejsza lub równa od liczby maksymalnej. Porównując kolejne elementy i zamieniając je kolejnością finalnie otrzymujemy uporządkowany ciąg. Jest to jednak niezmiernie czasochłonne. Można go stosować tylko dla niewielkiej liczby elementów w sortowanym zbiorze (do około 5000). Przy większych zbiorach czas sortowania może być zbyt długi, tak jak doskonale dało się to zaobserwować w niniejszym laboratorium.

Dot. laboratorium nr 3