PARTIEL DE MATHEMATIQUES POUR INGENIEUR LP3 INFO

(Session 1)

Durée : 2h00

Ce sujet comporte trois (02) pages. La page 2 comporte la table des transformées de Laplace.

EXERCICE1

1) Du de développement en série de Fourier de f(x) = x sur [-π; π [, déduire la somme de la série :

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1}$$

2) On désigne par f la fonction 2 π- périodique impaire définie par :

$$f(x) = \begin{cases} 1 - cosx, & x \in [-\pi;\ \pi [\\ 0, & x = \pi \end{cases}$$

Déterminer la série de Fourier qui lui est associée.

EXERCICE 2

Résoudre les équations différentielles suivantes :

1) y''(x) - $\frac{5}{2}$ y'(x) + y(x) = - $\frac{5}{2}$ sin(x) avec y(0) = 0 et y'(0) = 2.
2) y''(x) - 3 y'(x) + 2y(x) = e^{-x} avec y(0) = 1 et y'(0) = 0.
3) y''(x) + y'(x) -2 y(x) = e^{-2x} avec y(0) = 0 et y'(0) = 0.

Table des transformées de Laplace

$f(t)$	$F(p) = \int_0^{+\infty} f(t)e^{-pt}dt$
$U(t)$	$\frac{1}{p}$
$t^n U(t), n \in \mathbb{N}$	$\frac{n!}{p^{n+1}}$
$t^\alpha\ U(t), \alpha > -1$	$\frac{\Gamma(\alpha+1)}{p^{\alpha+1}}$
$e^{\alpha t}U(t)$	$\frac{1}{p-\alpha}$
$\sin(at)\ U(t)$	$\frac{a}{p^2+a^2}$
$\cos(at)\ U(t)$	$\frac{p}{p^2+a^2}$
$\mathrm{sh}(at)\ U(t)$	$\frac{a}{p^2-a^2}$
$\mathrm{ch}(at)\ U(t)$	$\frac{p}{p^2-a^2}$
Propriétés	
$f(t-a)$	$e^{-ap}F(p)$
$e^{-at}f(t)$	$F(p+a)$
$f(at)$	$\frac{1}{a}F(\frac{p}{a})$
$\int_0^t f(s)ds$	$\frac{F(p)}{p}$
$f'(t)$	$pF(p) - f(0^+)$
$f^{(n)}(t)$	$p^nF(p) - \sum_{k=1}^{n} p^{k-1}f^{(n-k)}(0^+)$
$t^n\ f(t)$	$(-1)^nF^{(n)}(p)$
$\frac{f(t)}{t}$	$\int_p^{+\infty} F(u)du$
f *de période* T	$\frac{1}{1-e^{-pT}}\int_0^T e^{-pt}f(t)dt$
$(f * g)(t) = \int_0^t f(s)g(t-s)ds$	$F(p)G(p)$
$Si\ \lim_{t\to 0\ ou +\infty} f(t)\ existe \Rightarrow$	$\lim_{t\to+\infty} f(t) = \lim_{p\to 0} pF(p)$ $\lim_{t\to 0} f(t) = \lim_{p\to+\infty} pF(p)$