

# Домашнее задание №1 по курсу «Введение в математическую логику»

## Задача 1

Бесконечно ли множество булевых функций, задаваемых формулами вида:

1.  $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$
2.  $(A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$

где  $A, B$  — произвольные формулы?

## Задача 2

Пусть  $\Gamma$  — множество булевых формул, имеющих вид  $\neg x \rightarrow (A \rightarrow x)$ , где  $A$  — любая формула. Верно ли, что  $\Gamma \models x$ , т.е. формула  $x$  является семантическим следствием множества  $\Gamma$ ?

## Задача 3

Общезначимы ли формулы

1.  $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \rightarrow \forall xP(x) \vee \forall xQ(x)$ ;
2.  $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \rightarrow \forall xP(x) \vee \exists xQ(x)$ ?

## Задача 4

Существует ли модель, в которой ложна формула

$$\exists x U(f(f(f(x)))) \vee \forall x \neg U(f(f(f(f(x)))))?$$

## Задача 5

Эквивалентны ли формулы

$$\forall x \forall y \exists z \forall t (A(z, x) \rightarrow \neg(B(y) \rightarrow C(t))) \quad \text{и} \quad \forall x \exists z \forall y \forall t (A(z, y) \rightarrow \neg(B(t) \rightarrow C(x)))?$$

## Задача 6

Приведите формулу к предваренной нормальной форме:

$$\forall z (\exists x A(x) \rightarrow \neg(\forall y B(y, z) \rightarrow \exists z B(z, y)))$$