Лабораторная работа 2

Математическое моделирование

Оразгелдиев Язгелди

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

1 Цель работы

Построить математическую модель решения задачи о погоне

2 Задание

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии k км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 2 раза больше скорости браконьерской лодки. 1. Записать уравнение, описывающее движение катера с началным условием 2-х случае 2. Построить траекторию движения катера и лодки 3. Найти точку пересечения катера и лодки

3 Выполнение лабораторной работы

Мой вариант 36 . Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров. хл0, а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны

Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x, а катер k-x (или k + x , в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x/v или k - x/ 2v. Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения

$$\frac{x}{v} = \frac{14.4 - x}{4.7v}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{x + 14.4}{14.7v}$$

$$x_1 = \frac{14.4}{5.7}$$

$$x_2 = \frac{14.4}{3.7}$$

Рис. 3.1: Уравнение(2 случая)

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: радиальная скорость и тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем, что dr/dt=v. Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости d0/d0 на радиус. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$v_\tau = \sqrt{4.7^2 v^2 - v^2} = \sqrt{21.09}v$$

$$\begin{cases} \dfrac{dr}{dt} = v \\ r\dfrac{d\theta}{dt} = \sqrt{21.09}v \end{cases}$$

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{21.09}}$$

С начальными условиями $\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = \frac{14.4}{5.7} \end{cases}$ *или* $\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{14.4}{3.7} \end{cases}$

Рис. 3.2: Уравнение(2 случая)

Построил траекторию движения катера и лодки для первого случая

```
In [4]: using DifferentialEquations, Plots

        k =14.4
        r0=k/5.7
        ro0_2=k/3.7
        theta0 = (0.0, 2*pi)
        theta0_2 = (-pi, pi)
        fi =3*pi/4;
        t=(0,50);
        x(t)=tan(fi)*t;
        f(r,p,t)=r/sqrt(21.09)
        prob = ODEProblem(f, r0, theta0)
        sol = solve(prob, saveat=0.01)
        plot1(sol.t, sol.u, proj=:polar, lims=(0,15), label="Траектория движения катера")
Out[4]:
```

Рис. 3.3: Траектория движения катера

```
u=[fi for i in range(0,15)]
```

```
16-element Vector{Float64}:
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
```

Рис. 3.4: Код для траектории лодки

```
u=[fi for i in range(0,15)]
```

```
16-element Vector{Float64}:
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
```

Рис. 3.5: Код для траектории лодки

```
plot(u,xlim,proj=:polar, lims=(0,15), label="Траектория движения лодки")
```

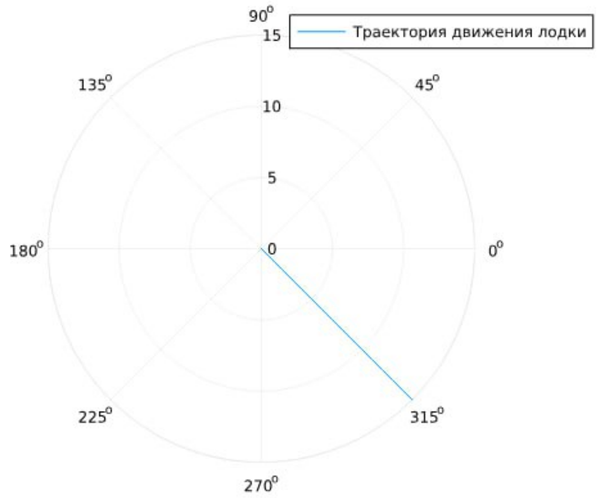

Рис. 3.6: Траектория движения лодки

Нашли точку пересечения траектории катера и лодки для 1-го случая. Для этого прописали функцию, которая является решение диффур.

```
y(x)=(48*exp(1*x)/(sqrt(2109)))/(19)
y(fi)
```

```
0.5804056239096905
```

Рис. 3.7: Пересечение траектории катера и лодки

Построил траекторию движения катера и лодки для 2-го случая

```
plot(u,xlim,proj=:polar, lims=(0,15), label="Траектория движения лодки")
```

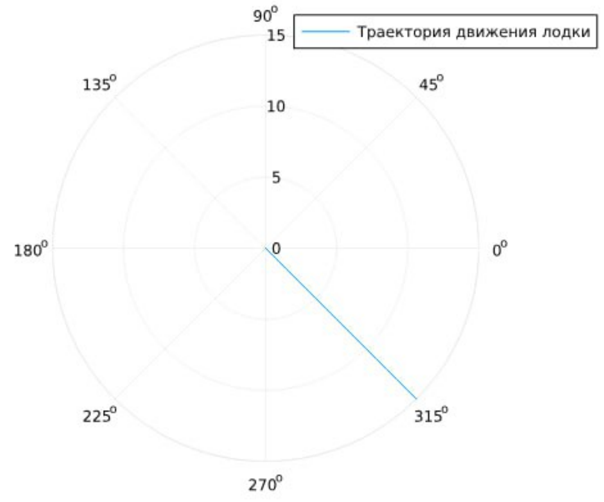

Рис. 3.8: Траектория движения лодки

```
prob2 = ODEProblem(f,ro0_2, theta0_2)
sol2 = solve(prob2, saveat=0.01)
plot(sol2.t,sol2.u,proj=:polar, lims=(0,15), label="Траектория движения катера")
```

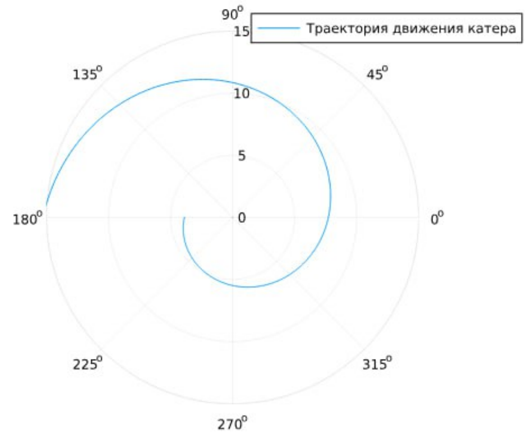

Рис. 3.9: Траектория движения катера

Нашли точку пересечения траектории катера и лодки для 2-го случая

```
y2(x)=(114*exp(10*x/sqrt(2109))+(10*pi/sqrt(2109)))/(37)
y2(fi)
```

```
5.1651391472366495
```

Рис. 3.10: Точка пересечения траектории катера и лодки

4 Выводы

В ходе работы я построил математическую модель решения задачи о погоне