Лабораторная работа № 3

Управляющие структуры

Оразгелдиев Язгелди

2025-10-25

Содержание I

Информация

Докладчик

- Оразгелдиев Язгелди

Докладчик

- Оразгелдиев Язгелди
- 1032225075@pfur.ru

Докладчик

- Оразгелдиев Язгелди
- 1032225075@pfur.ru
- https://github.com/YazgeldiOrazgeldiyev

Цель работы

Основная цель работы — освоить применение циклов функций и сторонних для Julia пакетов для решения задач линейной алгебры и работы с матрицами.

Задание

1. Используя Jupyter Lab, повторите примеры из раздела 3.2.

Задание

1. Используя Jupyter Lab, повторите примеры из раздела 3.2.
2. Выполните задания для самостоятельной работы

Содержание исследования

[4]:
```
#Поэлементные операции над многомерными массивами
# Массив 4x3 со случайными целыми числами (от 1 до 20):
a = rand(1:20, (4,3))
```

[4]:
```
4×3 Matrix{Int64}:
  7  9   9
  5  6  17
 13  2   9
  3  2   6
```

[5]:
```
# Поэлементная сумма:
sum(a)
```

[5]:
```
88
```

[6]:
```
# Поэлементная сумма по столбцам:
sum(a,dims=1)
```

[6]:
```
1×3 Matrix{Int64}:
 28  19  41
```

[7]:
```
# Поэлементная сумма по строкам:
sum(a,dims=2)
```

[7]:
```
4×1 Matrix{Int64}:
 25
 28
```

Содержание исследования

```
[15]: #Транспонирование, след, ранг, определитель и инверсия матрицы
      # Подключение пакета LinearAlgebra:
      import Pkg
      Pkg.add("LinearAlgebra")
      using LinearAlgebra
```

```
   Resolving package versions...
    Updating `C:\Users\Полина\.julia\environments\v1.11\Project.toml`
  [37e2e46d] + LinearAlgebra v1.11.0
  No Changes to `C:\Users\Полина\.julia\environments\v1.11\Manifest.toml`
```

```
[16]: # Массив 4x4 со случайными целыми числами (от 1 до 20):
      b = rand(1:20,(4,4))
```

```
[16]: 4×4 Matrix{Int64}:
        2  14   2  20
       12   3  15   9
        5  11  12  12
       19   5  11  15
```

```
[17]: # Транспонирование:
      transpose(b)
```

```
[17]: 4×4 transpose(::Matrix{Int64}) with eltype Int64:
        2  12   5  19
       14   3  11   5
        2  15  12  11
       20   9  12  15
```

```
[18]: b'
```

```
[18]: 4×4 adjoint(::Matrix{Int64}) with eltype Int64:
        2  12   5  19
```

Содержание исследования

[25]:
```
#Вычисление нормы векторов и матриц, повороты, вращения
# Создание вектора X:
X = [2, 4, -5]
```

[25]:
```
3-element Vector{Int64}:
  2
  4
 -5
```

[26]:
```
# Вычисление евклидовой нормы:
norm(X)
```

[26]:
```
6.708203932499369
```

[27]:
```
# Вычисление p-нормы:
p = 1
norm(X,p)
```

[27]:
```
11.0
```

[28]:
```
# Расстояние между двумя векторами X и Y:
X = [2, 4, -5];
Y = [1,-1,3];
norm(X-Y)
```

[28]:
```
9.486832980505138
```

[29]:
```
# Проверка по базовому определению:
sqrt(sum((X-Y).^2))
```

[29]:
```
9.486832980505138
```

Содержание исследования

[38]:
```
#Матричное умножение, единичная матрица, скалярное произведение
# Матрица 2x3 со случайными целыми значениями от 1 до 10:
A = rand(1:10,(2,3))
```

[38]:
```
2×3 Matrix{Int64}:
 3  2  9
 4  9  2
```

[39]:
```
# Матрица 3x4 со случайными целыми значениями от 1 до 10:
B = rand(1:10,(3,4))
```

[39]:
```
3×4 Matrix{Int64}:
 9  1  2  1
 5  1  3  7
 6  1  9  3
```

[40]:
```
# Произведение матриц A и B:
A*B
```

[40]:
```
2×4 Matrix{Int64}:
 91  14  93  44
 93  15  53  73
```

[41]:
```
# Единичная матрица 3x3:
Matrix{Int}(I, 3, 3)
```

[41]:
```
3×3 Matrix{Int64}:
 1  0  0
```

Содержание исследования

[75]:
```
#Факторизация. Специальные матричные структуры
# Задаём квадратную матрицу 3х3 со случайными значениями:
A = rand(3, 3)
```

[75]:
```
3×3 Matrix{Float64}:
 0.551531  0.462932  0.529392
 0.942454  0.777511  0.239333
 0.702618  0.877552  0.15966
```

[76]:
```
# Задаём единичный вектор:
x = fill(1.0, 3)
```

[76]:
```
3-element Vector{Float64}:
 1.0
 1.0
 1.0
```

[77]:
```
# Задаём вектор b:
b = A*x
```

[77]:
```
3-element Vector{Float64}:
 1.543855596934271
 1.9592989439076152
 1.739830453013854
```

[78]:
```
# Решение исходного уравнения получаем с помощью функции \
# (убеждаемся, что x - единичный вектор):
A\b
```

[78]:
```
3-element Vector{Float64}:
 1.0000000000000009
 0.9999999999999992
 0.9999999999999993
```

Содержание исследования

```
[111]: #Общая линейная алгебра
       # Матрица с рациональными элементами:
       Arational = Matrix{Rational{BigInt}}(rand(1:10, 3, 3))/10

[111]: 3×3 Matrix{Rational{BigInt}}:
        4//5   9//10  2//5
        3//5   1//10  7//10
        7//10  3//5   9//10

[112]: # Единичный вектор:
       x = fill(1, 3)

[112]: 3-element Vector{Int64}:
        1
        1
        1

[113]: # Задаём вектор b:
       b = Arational*x

[113]: 3-element Vector{Rational{BigInt}}:
        21//10
         7//5
        11//5

[114]: # Решение исходного уравнения получаем с помощью функции \
       # (убеждаемся, что x - единичный вектор):
       Arational\b

[114]: 3-element Vector{Rational{BigInt}}:
        1
        1
        1
```

Рисунок 6: *Примеры с общей линейной алгеброй*

Содержание исследования

```
•[119]:
# 1
v = [25, 86, 36]
dot_v = v'v

[119]:
9317

[120]:
outer_v = v*v'

[120]:
3×3 Matrix{Int64}:
  625  2150   900
 2150  7396  3096
  900  3096  1296
```

Рисунок 7: *Произведение векторов*

Содержание исследования

9. Решил СЛАУ с двумя неизвестными.

a) $\begin{cases} x + y = 2, \\ x - y = 3. \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 2, \\ 2x + 2y = 4. \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 2, \\ 2x + 2y = 5. \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y = 1, \\ 2x + 2y = 2, \\ 3x + 3y = 3. \end{cases}$

e) $\begin{cases} x + y = 2, \\ 2x + y = 1, \\ x - y = 3. \end{cases}$

Содержание исследования

```
#2.1
A1 = [1 1; 1 -1]
b1 = [2, 3]
x1 = A1\b1
```

[190]:

```
2-element Vector{Float64}:
  2.5
 -0.5
```

[191]:

```
A2 = [1 1; 2 2]
b2 = [2, 4]
if det(A2) == 0
    print("Нет решений")
else
    x2 = A2\b2
    print(x2)
end
```

Нет решений

[192]:

```
A3 = [1 1; 2 2]
b3 = [2, 5]
if det(A3) == 0
    print("Нет решений")
else
    x3 = A3\b3
```

Содержание исследования

10. Решил СЛАУ с тремя неизвестными.

$$\text{a)}\quad \begin{cases} x + y + z = 2, \\ x - y - 2z = 3. \end{cases}$$

$$\text{b)}\quad \begin{cases} x + y + z = 2, \\ 2x + 2y - 3z = 4, \\ 3x + y + z = 1. \end{cases}$$

$$\text{c)}\quad \begin{cases} x + y + z = 1, \\ x + y + 2z = 0, \\ 2x + 2y + 3z = 1. \end{cases}$$

$$\text{d)}\quad \begin{cases} x + y + z = 1, \\ x + y + 2z = 0 \end{cases}$$

Содержание исследования

```
#2.2
A7 = [1 1 1; 1 -1 -2]
b7 = [2, 3]
x7 = A7\b7
```

[196]:

```
3-element Vector{Float64}:
  2.2142857142857144
  0.35714285714285704
 -0.5714285714285712
```

[197]:

```
A8 = [1 1 1; 2 2 -3; 3 1 1]
b8 = [2, 4, 1]
x8 = A8\b8
```

[197]:

```
3-element Vector{Float64}:
 -0.5
  2.5
  0.0
```

[198]:

```
A9 = [1 1 1; 1 1 2; 2 2 3]
b9 = [1, 0, 1]
if det(A9) == 0
    print("Нет решений")
else
    x9 = A9\b9
```

Содержание исследования

[199]:

```
A10 = [1 1 1; 1 1 2; 2 2 3]
b10 = [1, 0, 0]
if det(A10) == 0
    print("Нет решений")
else
    x10 = A10\b10
    print(x10)
end
```

Нет решений

Рисунок 12: *Системы линейных уравнений*

Содержание исследования

$$\text{а)}\quad \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Рисунок 13: *Задание 3.1*

Содержание исследования

$$\text{b)}\quad \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{c)}\quad \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Рисунок 14: *Задание 3.1*

Содержание исследования

```
#3.1
a = [1 -2; -2 1]
```

[200]:

```
2×2 Matrix{Int64}:
  1  -2
 -2   1
```

[201]:

```
eigs = eigen(a)
```

[201]:

```
Eigen{Float64, Float64, Matrix{Float64}, Vector{Float64}}
values:
2-element Vector{Float64}:
 -1.0
  3.0
vectors:
2×2 Matrix{Float64}:
 -0.707107  -0.707107
 -0.707107   0.707107
```

[202]:

```
a_diag = diagm(eigs.values)
```

[202]:

Содержание исследования

```
b = [1 -2; -2 3]
eigs2 = eigen(b)
b_diag = diagm(eigs2.values)
```

```
[203]:

2×2 Matrix{Float64}:
 -0.236068  0.0
  0.0       4.23607

[204]:
```

```
c = [1 -2 0; -2 1 2; 0 2 0]
eigs3 = eigen(c)
c_diag = diagm(eigs3.values)
```

```
[204]:

3×3 Matrix{Float64}:
 -2.14134  0.0       0.0
  0.0      0.515138  0.0
  0.0      0.0       3.6262
```

Рисунок 16: *Системы линейных уравнений*

Содержание исследования

a) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}^{10}$

b) $\sqrt{\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}}$

c) $\sqrt[3]{\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}}$

d) $\sqrt{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \end{pmatrix}}$

Содержание исследования

```
#3.2
a = [1 -2; -2 1]
a^10
```

[205]:

```
2×2 Matrix{Int64}:
  29525  -29524
 -29524   29525
```

[206]:

```
b = [5 -2; -2 5]
sqrt(b)
```

[206]:

```
2×2 Matrix{Float64}:
  2.1889   -0.45685
 -0.45685   2.1889
```

[207]:

```
c = [1 -2; -2 1]
cbrt(c)
```

[207]:

```
2×2 Matrix{Float64}:
  0.221125  -1.22112
 -1.22112    0.221125
```

[208]:

```
d = [1 2; 2 3]
sqrt(d)
```

[208]:

Содержание исследования

$$A = \begin{pmatrix} 140 & 97 & 74 & 168 & 131 \\ 97 & 106 & 89 & 131 & 36 \\ 74 & 89 & 152 & 144 & 71 \\ 168 & 131 & 144 & 54 & 142 \\ 131 & 36 & 71 & 142 & 36 \end{pmatrix}.$$

Рисунок 19: *Задание 3.3*

Содержание исследования

[209]:

```
#3.3
A = [140 97 74 168 131;
     97 106 89 131 36;
     74 89 152 144 71;
     168 131 144 54 142;
     131 36 71 142 36]
eigs = eigen(A)
A_diag = diagm(eigs.values)
```

[209]:

```
5×5 Matrix{Float64}:
 -128.493     0.0       0.0       0.0        0.0
    0.0     -55.8878    0.0       0.0        0.0
    0.0       0.0      42.7522    0.0        0.0
    0.0       0.0       0.0      87.1611     0.0
    0.0       0.0       0.0       0.0      542.468
```

[210]:

```
LowerTriangular(A)
```

[210]:

```
5×5 LowerTriangular{Int64, Matrix{Int64}}:
 140    ⋅    ⋅    ⋅   ⋅
  97  106    ⋅    ⋅   ⋅
  74   89  152    ⋅   ⋅
 168  131  144   54   ⋅
```

Содержание исследования

[211]:

```
@btime diagm(eigs.values)
```

```
  105.668 ns (2 allocations: 272 bytes)
```

[211]:

```
5×5 Matrix{Float64}:
 -128.493    0.0       0.0      0.0       0.0
    0.0    -55.8878    0.0      0.0       0.0
    0.0      0.0      42.7522   0.0       0.0
    0.0      0.0       0.0     87.1611    0.0
    0.0      0.0       0.0      0.0     542.468
```

[212]:

```
@btime LowerTriangular(A)
```

```
  183.310 ns (1 allocation: 16 bytes)
```

[212]:

```
5×5 LowerTriangular{Int64, Matrix{Int64}}:
 140    ⋅    ⋅    ⋅   ⋅
  97  106    ⋅    ⋅   ⋅
  74   89  152    ⋅   ⋅
 168  131  144   54   ⋅
 131   36   71  142  36
```

Рисунок 21: *Операции с матрицами*

Содержание исследования

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

b) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

c) $\frac{1}{10}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

Содержание исследования

[213]:

```
#4.1
E = Matrix{Int}(I, 2, 2)
A1 = [1 2; 3 4]
y1 = [1, 1]
x1 = y1'*((E-A1)^-1)
#матрица не продуктивная
```

[213]:

```
1×2 adjoint(::Vector{Float64}) with eltype Float64:
 0.0  -0.333333
```

[214]:

```
A2 = 1/2*A1
x2 = y1'*((E-A2)^-1)
#матрица не продуктивная
```

[214]:

```
1×2 adjoint(::Vector{Float64}) with eltype Float64:
 -0.25  -0.75
```

[215]:

```
A3 = 1/10*A1
x3 = y1'*((E-A3)^(-1))
#матрица не продуктивная
```

Содержание исследования

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

c) $\frac{1}{10}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

Содержание исследования

[216]:

```
#4.2
A4 = [1 2; 3 1]
x4 = (E-A4)^(-1)
#матрица не продуктивная
```

[216]:

```
2×2 Matrix{Float64}:
 -0.0  -0.333333
 -0.5   0.0
```

[217]:

```
A5 = 1/2*A4
x5 = (E-A5)^(-1)
#матрица не продуктивная
```

[217]:

```
2×2 Matrix{Float64}:
 -0.4  -0.8
 -1.2  -0.4
```

[218]:

```
A6 = 1/10*A4
x6 = (E-A6)^(-1)
#матрица продуктивная
```

[218]:

Содержание исследования

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

c) $\frac{1}{10}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 0 & 0.1 & 0.2 \end{pmatrix}$

Содержание исследования

[219]:

```
#4.3
A7 = [1 2; 3 1]
eigs = eigen(A7)
abs.(eigs.values)
#матрица не продуктивная
```

[219]:

```
2-element Vector{Float64}:
 1.4494897427831779
 3.4494897427831783
```

[220]:

```
A8 = 1/2*A7
eigs = eigen(A8)
abs.(eigs.values)
#матрица не продуктивная
```

[220]:

```
2-element Vector{Float64}:
 0.7247448713915892
 1.724744871391589
```

Рисунок 27: *Линейные модели экономики*

Содержание исследования

[221]:

```
A9 = 1/10*A7
eigs = eigen(A9)
abs.(eigs.values)
#матрица продуктивная
```

[221]:

```
2-element Vector{Float64}:
 0.14494897427831785
 0.34494897427831783
```

[222]:

```
A10 = [0.1 0.2 0.2; 0 0.1 0.2; 0 0.1 0.3]
eigs = eigen(A10)
abs.(eigs.values)
#матрица продуктивная
```

[222]:

```
3-element Vector{Float64}:
 0.02679491924311228
 0.1
 0.37320508075688774
```

Рисунок 28: *Линейные модели экономики*

Результаты

- Не нужны все результаты

Результаты

- Не нужны все результаты
- Необходимы логические связки между слайдами

Результаты

- Не нужны все результаты
- Необходимы логические связки между слайдами
- Необходимо показать понимание материала