

ĐẠI HỌC QUỐC GIA THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA  
KHOA KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT MÁY TÍNH



Xác suất thống kê MT2013

---

Báo cáo bài tập lớn

**Phân tích dữ liệu GPU**

---

Advisor(s): Advisor h

Student(s): Student 1 ID 1

Student 2 ID 2

Student 3 ID 3

HO CHI MINH CITY, NOVEMBER 2025



# Mục lục

<b>1</b>	<b>Tổng quan dữ liệu</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Kiến thức nền</b>	<b>3</b>
2.1	Thống kê mô tả và thống kê suy diễn . . . . .	3
2.2	Các đặc trưng của tổng thể và mẫu . . . . .	3
2.2.1	Khái niệm . . . . .	3
2.2.2	Tỷ lệ . . . . .	3
2.2.3	Trung bình . . . . .	3
2.2.4	Phương sai, độ lệch chuẩn . . . . .	4
2.2.5	Các đặc trưng khác . . . . .	5
2.3	Ước lượng . . . . .	6
2.4	Kiểm định giả thuyết thống kê . . . . .	6
2.4.1	Khái niệm chung về kiểm định . . . . .	6
2.4.2	Quy tắc kiểm định: . . . . .	7
2.4.3	Các sai lầm trong bài toán kiểm định . . . . .	7
2.4.4	Các bước thực hiện kiểm định . . . . .	8
2.5	Các mô hình kiểm định được sử dụng trong báo cáo . . . . .	8
2.5.1	Bài toán kiểm định trung bình 1 mẫu . . . . .	8
2.5.2	Bài toán kiểm định 2 mẫu . . . . .	9
2.5.3	Phân tích phương sai (anova) . . . . .	9
2.5.4	Phân tích phương sai 1 yếu tố . . . . .	10
2.5.5	Hồi quy tuyến tính bội . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Tiền xử lý dữ liệu</b>	<b>12</b>
3.1	Đọc dữ liệu vào R . . . . .	12
3.2	Làm sạch dữ liệu . . . . .	13
<b>4</b>	<b>Thống kê mô tả</b>	<b>16</b>
<b>5</b>	<b>Thống kê suy diễn</b>	<b>17</b>
5.1	Phân tích phương sai (ANOVA) một yếu tố về ảnh hưởng của nhà sản xuất đến bảng thông bộ nhớ . . . . .	17
5.1.1	Mục đích kiểm định . . . . .	17
5.1.2	Giả thiết nghiên cứu . . . . .	17
5.1.3	Kiểm tra giả định thống kê của ANOVA một yếu tố . . . . .	17

5.1.4	Xây dựng mô hình ANOVA một yếu tố trong R . . . . .	17
-------	---	----

## Danh sách hình vẽ

3.1	Hiển thị 5 dòng đầu tiên của dữ liệu sau khi đọc vào R . . . . .	12
3.2	Tỷ lệ dữ liệu khuyết thiếu trong các đặc trưng . . . . .	14
3.3	Các cột còn lại sau khi loại bỏ các cột có tỷ lệ NA > 15% . . . . .	15
3.4	Dữ liệu sau khi làm sạch . . . . .	15
5.1	Kết quả kiểm định Shapiro-Wilk cho phần dư của mô hình ANOVA . . . . .	18
5.2	Biểu đồ Q-Q plot cho phần dư của mô hình ANOVA . . . . .	19
5.3	Kết quả kiểm định Levene cho phương sai đồng nhất . . . . .	19
5.4	Bảng ANOVA một yếu tố trong R . . . . .	20
5.5	Kết quả so sánh hậu nghiệm Tukey HSD trong R . . . . .	20

## Danh sách bảng

1.1	Bảng mô tả một vài thông số quan trọng của tập dữ liệu GPU . . . . .	2
2.1	Công thức của bài toán kiểm định tỷ lệ & trung bình 1 mẫu . . . . .	8
2.2	Các dạng toán kiểm định 2 mẫu . . . . .	9
2.3	Bảng tóm tắt ANOVA 1 yếu tố . . . . .	11

## Danh sách đoạn mã

1	Đọc dữ liệu từ file trong R . . . . .	12
2	Thay thế giá trị rác thành NA . . . . .	13
3	Trực quan hoá tỷ lệ dữ liệu khuyết thiếu . . . . .	13
4	Loại bỏ các cột có tỷ lệ NA > 15% . . . . .	14
5	Chuẩn hoá các đơn vị đo trong dữ liệu . . . . .	15
6	Xây dựng mô hình ANOVA một yếu tố trong R . . . . .	17
7	Kiểm định Shapiro-Wilk cho phần dư của mô hình ANOVA. . . . .	18
8	Biểu đồ Q-Q plot cho phần dư của mô hình ANOVA . . . . .	18
9	Kiểm định Levene cho phương sai đồng nhất . . . . .	19
10	Bảng ANOVA một yếu tố trong R . . . . .	20
11	So sánh hậu nghiệm Tukey HSD trong R . . . . .	20

# 1 Tổng quan dữ liệu

Trong thời đại công nghệ phát triển nhanh chóng, bộ xử lý đồ họa (GPU – Graphics Processing Unit) đã trở thành một trong những thành phần quan trọng nhất của máy tính hiện đại. Ban đầu, GPU được thiết kế với mục đích chính là xử lý hình ảnh và đồ họa trong các trò chơi điện tử, phần mềm thiết kế và dựng phim. Tuy nhiên, cùng với sự tiến bộ của công nghệ, vai trò của GPU đã vượt xa khỏi phạm vi đồ họa thuần túy. Ngày nay, GPU đóng vai trò cốt lõi trong các lĩnh vực như trí tuệ nhân tạo (AI), học sâu (Deep Learning), mô phỏng khoa học, và xử lý dữ liệu lớn. Nhờ vào cấu trúc song song mạnh mẽ với hàng nghìn lõi xử lý, GPU có thể thực hiện hàng loạt phép tính phức tạp cùng lúc, giúp rút ngắn đáng kể thời gian xử lý so với CPU truyền thống. Dưới đây là tập dữ liệu khảo sát các yếu tố về GPU cung cấp những thông tin chi tiết như tốc độ xung nhịp, nhiệt độ tối đa, mức tiêu thụ điện năng, kích thước khuôn chip, ngày phát hành, giá bán, và nhiều đặc trưng kỹ thuật khác. Việc phân tích các dữ liệu này giúp ta hiểu rõ hơn về sự phát triển của công nghệ GPU qua các giai đoạn, từ đó đánh giá xu hướng tiến hóa về hiệu năng, giá thành, và mức độ tối ưu năng lượng. Bên cạnh đó, người nghiên cứu có thể khám phá mối quan hệ giữa giá thành và hiệu suất hoạt động, tìm hiểu xem liệu có nhà sản xuất nào nổi bật trong một phân khúc nhất định hay không. Thông qua việc khai thác và phân tích dữ liệu GPU, chúng ta có thể dự đoán xu hướng của các thế hệ GPU tương lai, phục vụ cho các ứng dụng như học máy, đồ họa máy tính, và tính toán hiệu năng cao.

Tập dữ liệu All\_GPUs, bao gồm 34 thông số của 3406 bộ xử lý đồ họa (GPU) khác nhau đến từ 3 nhà sản xuất chính là NVIDIA, AMD và Intel. Dữ liệu được quan sát và thu thập từ trang web [Kaggle](#). Tập dữ liệu này có tương đối nhiều thông số, trong đó có thể kể đến một số thông số được nêu ra trong bảng 1.1 dưới đây:

STT	Tên biến	Đơn vị	Mô tả
1	Manufacturer		Hãng của sản xuất GPU
2	Release_Date		Năm sản xuất của GPU
3	Memory_Bandwidth	Gigabyte/giây (GB/s)	Lượng dữ liệu tối đa mà bộ nhớ GPU có thể truyền tải trong mỗi giây
4	Memory_Speed	MHz	Độ rộng của bus bộ nhớ, ảnh hưởng đến tốc độ truy cập và hiệu suất của bộ nhớ GPU
5	L2_Cache	KB	Bộ nhớ đệm cấp 2 giúp GPU truy cập nhanh hơn vào dữ liệu được sử dụng thường xuyên, tối ưu hóa hiệu suất
6	Memory_Bus	Bit	Độ rộng của kênh truyền dữ liệu trong RAM (Memory).
7	Memory		Dung lượng bộ nhớ đồ họa (VRAM) của GPU, quyết định khả năng xử lý và lưu trữ dữ liệu hình

Table 1.1: Bảng mô tả một vài thông số quan trọng của tập dữ liệu GPU

Như đã đề cập ở trên, tập dữ liệu có tổng cộng 34 thông số khác nhau, tuy nhiên nếu liệt kê hết ở bảng 1.1 thì sẽ rất dài. Ngoài ra, trong các thông số đó, có nhiều thông số mang tính kỹ thuật cao và không phổ biến, những dữ liệu này sẽ được xử lý sau để dễ dàng hơn trong việc phân tích và trực quan hoá dữ liệu.

## 2 Kiến thức nền

### 2.1 Thống kê mô tả và thống kê suy diễn

**Thống kê mô tả (descriptive statistics):** là quá trình thu thập, biểu diễn, tổng hợp và xử lý dữ liệu để biến đổi dữ liệu thành thông tin.

**Thống kê suy diễn (Inferential statistics):** xử lý các thông tin có được từ thống kê mô tả, từ đó đưa ra các cơ sở cho những dự đoán (predictions), dự báo (forecasts) và các ước lượng (estimations).

### 2.2 Các đặc trưng của tổng thể và mẫu

#### 2.2.1 Khái niệm

**Tổng thể thống kê (population):** là tập hợp các phần tử thuộc đối tượng nghiên cứu, cần được quan sát, thu thập và phân tích theo một hoặc một số đặc trưng nào đó. Các phần tử tạo thành tổng thể thống kê được gọi là đơn vị tổng thể.

**Mẫu (sample):** là một số đơn vị được chọn ra từ tổng thể theo một phương pháp lấy mẫu nào đó. Các đặc trưng mẫu được sử dụng để suy rộng ra các đặc trưng của tổng thể nói chung.

**Đặc điểm thống kê (dấu hiệu nghiên cứu):** là các tính chất quan trọng liên quan trực tiếp đến nội dung nghiên cứu và khảo sát cần thu thập dữ liệu trên các đơn vị tổng thể. Người ta chia làm 2 loại: đặc điểm thuộc tính và đặc điểm số lượng.

#### 2.2.2 Tỷ lệ

Với một tổng thể có  $N$  phần tử và  $M$  phần tử mang tính chất  $A$  nào đó. Tỷ lệ tổng thể (kí hiệu:  $p$ ) được tính bởi công thức:

$$p = \frac{M}{N}$$

Với một mẫu có  $n$  phần tử và có  $m$  phần tử mang tính chất  $A$  nào đó. Tỷ lệ mẫu (kí hiệu:  $f$  hay  $\bar{p}$ ) được tính bởi công thức:

$$p = \bar{f} = \frac{m}{n}$$

#### 2.2.3 Trung bình

**Trung bình (mean):** là đại lượng thường được sử dụng nhất để đo giá trị trung tâm của dữ liệu (Trung bình bị ảnh hưởng bởi các giá trị ngoại lai). Với một tổng thể có  $N$  phần tử,

trung bình tổng thể (kí hiệu:  $\mu$  hay  $\bar{X}$ ) tính bởi công thức:

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_N}{N}$$

Với một mẫu có  $n$  phần tử, trung bình mẫu (kí hiệu:  $\bar{x}$ ) tính bởi công thức:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Trong trường hợp X có bảng phân phối tần số như sau:

<b>X</b>	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$\dots$	$x_k$
<b>Tần số</b>	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$\dots$	$n_k$

Ta lại có trung bình mẫu tính bởi công thức:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i n_i = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + \dots + x_k n_k}{n}$$

#### 2.2.4 Phương sai, độ lệch chuẩn

**Phương sai (Variance):** là trung bình của bình phương độ lệch các giá trị so với trung bình. Phương sai phản ánh độ phân tán hay sự biến thiên của dữ liệu.

**Độ lệch chuẩn (Standard deviation):** Độ lệch chuẩn (Standard deviation) là căn bậc hai của phương sai. Độ lệch chuẩn dùng để đo sự biến thiên, biểu diễn sự biến thiên xung quanh trung bình và cũng có cùng đơn vị đo với dữ liệu gốc.

Với một tổng thể có N phần tử, phương sai tổng thể (kí hiệu:  $\sigma^2$ ) tính bởi công thức:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2$$

Khi đó:  $\sigma$  được gọi là độ lệch chuẩn của tổng thể.

Với một mẫu có  $n$  phần tử, phương sai mẫu (kí hiệu:  $s^2$ ) tính bởi công thức:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Trong trường hợp X có bảng phân phối tần số như sau:

<b>X</b>	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$\dots$	$x_k$
<b>Tần số</b>	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$\dots$	$n_k$



Ta lại có phương sai mẫu tính bởi công thức:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x})^2$$

Khi đó:  $s$  được gọi là độ lệch chuẩn mẫu.

### 2.2.5 Các đặc trưng khác

**Yếu vị (Mode):** là giá trị của phần tử có số lần xuất hiện lớn nhất trong mẫu. Yếu vị không bị ảnh hưởng bởi các điểm ngoại lai.

**Hệ số biến thiên (Coefficient of variation):** đo lường mức độ biến động tương đối của mẫu dữ liệu, được dùng khi người ta muốn so sánh mức độ biến động của các mẫu không cùng đơn vị đo. Đơn vị tính bằng %.

$$CV(\text{tongthe}) = \frac{\sigma}{\mu} \times 100\%$$

$$CV(\text{mau}) = \frac{s}{\bar{x}} \times 100\%$$

**Sai số chuẩn (Standard Error):** là giá trị đại diện cho độ lệch chuẩn của giá trị trung bình trong tập dữ liệu. Nó phục vụ như một thước đo biến động cho các biến ngẫu nhiên hay độ lệch độ phân tán. Độ phân tán càng nhỏ, dữ liệu càng chính xác.

**Trung vị (Median):** Giả sử  $X$  có  $N$  quan sát, sắp các quan sát này theo thứ tự tăng dần. Trung vị là giá trị nằm chính giữa dãy số này và chia nó thành 2 phần bằng nhau. Cụ thể:

Giả sử mẫu có kích thước  $n$  được sắp xếp tăng dần theo giá trị được khảo sát:

$$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{n-1} \leq x_n$$

Nếu  $n = 2k + 1$  ( $n$  lẻ) thì trung vị mẫu là giá trị  $x_{k+1}$

Nếu  $n = 2k$  ( $n$  chẵn) thì trung vị mẫu là giá trị  $\frac{x_k + x_{k+1}}{2}$

Trung vị không bị ảnh hưởng bởi các điểm ngoại lai (outliers).

**Tứ phân vị (Quartiles):** Giá trị trung vị chia mẫu dữ liệu đã sắp thứ tự thành 2 tập có số phần tử bằng nhau. Trung vị của tập dữ liệu nhỏ hơn là  $Q_1$  (gọi là tứ phân vị dưới) và trung vị của tập dữ liệu lớn hơn là  $Q_3$  (gọi là tứ phân vị trên).  $Q_2$  được lấy bằng giá trị trung vị. Độ trải giữa, hay là khoảng tứ phân vị  $IQR = Q_3 - Q_1$ .

**Điểm Outlier:** còn gọi là điểm dị biệt, điểm ngoại lệ, điểm ngoại lai.... Đó là các phần tử của mẫu có giá trị nằm ngoài khoảng

$$(Q_1 - 1.5 \times IQR; Q_3 + 1.5 \times IQR)$$

## 2.3 Ước lượng

Lý thuyết ước lượng là một nội dung trọng tâm trong thống kê và nghiên cứu khoa học, tập trung vào việc xác định giá trị của các tham số (parameters) của quần thể dựa trên những mẫu (samples) được chọn ra từ quần thể đó. Mục tiêu chính của ước lượng là tìm ra các giá trị gần đúng cho những đại lượng đặc trưng của quần thể như trung bình tổng thể ( $\mu$ ), phương sai tổng thể ( $\sigma^2$ ), và tỷ lệ phần tử có đặc điểm nhất định trong quần thể ( $p$ ).

- **Khoảng Tin Cậy (Confidence Interval - CI):** Là một loại ước lượng khoảng được sử dụng để chỉ ra phạm vi mà ta tin rằng tham số của tổng thể nằm trong đó. Khoảng tin cậy thường được xác định bởi hai giới hạn: giới hạn dưới và giới hạn trên. Ví dụ, một khoảng tin cậy 95% cho trung bình tổng thể có thể là (20, 30), nghĩa là ta tin rằng với độ tin cậy 95%, trung bình thực sự của tổng thể nằm trong khoảng từ 20 đến 30.
- **Mức Ý Nghĩa (Significance Level -  $\alpha$ ):** Là ngưỡng mà ta chọn để quyết định ý nghĩa. Ví dụ mức ý nghĩa thường được chọn ở mức 0.05 - nghĩa là khả năng kết quả quan sát sự khác biệt được nhìn thấy trên số liệu là ngẫu nhiên chỉ là 5%.
- **Độ Tin Cậy (Confidence Level):** Được biểu thị dưới dạng một tỷ lệ phần trăm chỉ mức độ tin tưởng hoặc sự chắc chắn mà khoảng tin cậy ước lượng của chúng ta bao gồm tham số tổng thể thực sự. Ví dụ: nếu ta xây dựng khoảng tin cậy với mức tin cậy 95%, ta tin chắc rằng 95 trên 100 lần ước tính sẽ nằm giữa giá trị trên và giá trị dưới được chỉ định bởi khoảng tin cậy.

$$\gamma = 1 - \alpha$$

Có hai phương pháp ước lượng thường được sử dụng là ước lượng điểm (point estimation) và ước lượng khoảng (interval estimation), tuy nhiên trong phạm vi bài này, nhóm chỉ nhắc đến ước lượng bằng khoảng tin cậy.

## 2.4 Kiểm định giả thuyết thống kê

### 2.4.1 Khái niệm chung về kiểm định

Trong thống kê, **kiểm định (hypothesis testing)** là quá trình đánh giá một giả thuyết về dữ liệu để xác định xem liệu có đủ bằng chứng để chấp nhận hay bác bỏ giả thuyết đó. Mục tiêu của kiểm định là đưa ra quyết định dựa trên dữ liệu mẫu có sẵn để rút ra những kết luận về tổng thể.

Quá trình kiểm định thường bắt đầu bằng việc xây dựng hai giả thuyết:



- **Giả thuyết không (null hypothesis, ký hiệu  $H_0$ ):** là giả thiết về yếu tố cần kiểm định của tổng thể ở trạng thái bình thường, không chịu tác động của các hiện tượng liên quan. Yếu tố trong  $H_0$  phải được xác định cụ thể.
- **Giả thuyết thay thế - giả thuyết đối (alternative hypothesis, ký hiệu  $H_1$ ):** là một mệnh đề mâu thuẫn với  $H_0$ ,  $H_1$  thể hiện xu hướng cần kiểm định.

**Miền Bác Bỏ (Rejection Region):** là miền số thực thỏa  $P(G \in RR/H_0 \text{ đúng}) = \alpha$ .  $\alpha$  là một số khá bé, thường không quá 10% và được gọi là mức ý nghĩa của kiểm định. Một ký hiệu khác của miền bác bỏ được dùng trong bài:  $W_\alpha$

**Miền Chấp Nhận (Acceptance Region):** phần bù của miền bác bỏ trong R

**Tiêu chuẩn kiểm định:** là hàm thống kê  $G = G(X_1, X_2, \dots, X_n, \theta_0)$ , xây dựng trên mẫu ngẫu nhiên  $W = (X_1, X_2, \dots, X_n)$  và tham số  $\theta_0$  liên quan đến  $H_0$ ; Điều kiện đặt ra với thống kê  $G$  là nếu  $H_0$  đúng thì quy luật phân phối xác suất của  $G$  phải hoàn toàn xác định.

#### 2.4.2 Quy tắc kiểm định:

Từ mẫu thực nghiệm, ta tính được một giá trị cụ thể của tiêu chuẩn kiểm định, gọi là **giá trị kiểm định thống kê**:

$$g_{qs} = G(x_1, x_2, \dots, x_n, \theta_0)$$

Theo nguyên lý xác suất bé, biến cố  $G \in RR$  có xác suất nhỏ nên với 1 mẫu thực nghiệm ngẫu nhiên, nó không thể xảy ra.

Do đó:

- + Nếu  $g_{qs} \in RR$  thì bác bỏ  $H_0$ , thừa nhận giả thiết  $H_1$ .
- + Nếu  $g_{qs} \notin RR$ : ta chưa đủ dữ liệu khẳng định  $H_0$  sai. Vì vậy ta chưa thể chứng minh được  $H_1$  đúng.

#### 2.4.3 Các sai lầm trong bài toán kiểm định

Kết luận của một bài toán kiểm định có thể mắc các sai lầm sau:

- **Sai lầm loại I:** Bác bỏ giả thiết  $H_0$  trong khi  $H_0$  đúng. Xác suất mắc phải sai lầm này nếu  $H_0$  đúng chính bằng mức ý nghĩa  $\alpha$ . Nguyên nhân mắc phải sai lầm loại I thường có thể do kích thước mẫu quá nhỏ, có thể do phương pháp lấy mẫu ...
- **Sai lầm loại II:** Thừa nhận  $H_0$  trong khi  $H_0$  sai, tức là mặc dù thực tế  $H_1$  đúng nhưng giá trị thực nghiệm  $g_{qs}$  không thuộc RR.

Quyết định	Tình huống	
	$H_0$ đúng	$H_0$ sai
Bác bỏ $H_0$	Sai lầm loại I. Xác suất $= \alpha$	Quyết định đúng
Không bác bỏ $H_0$	Quyết định đúng	Sai lầm loại II. Xác suất $= \beta$

#### 2.4.4 Các bước thực hiện kiểm định

1. Phát biểu giả thuyết và đối thuyết của bài toán.
2. Tính giá trị thống kê kiểm định (tiêu chuẩn kiểm định) cho bài toán.
3. Xác định miền bác bỏ tốt nhất cho bài toán.
4. Đưa ra kết luận.

### 2.5 Các mô hình kiểm định được sử dụng trong báo cáo

#### 2.5.1 Bài toán kiểm định trung bình 1 mẫu

Dạng bài	Phân bố của tổng thể	Giả thiết $H_0$	Giả thiết đối $H_1$	Miền bác bỏ RR (miền bác bỏ $H_0$ với mức ý nghĩa $\alpha$ )	Hàm thống kê kiểm định (Tiêu chuẩn kiểm định)
Kiểm định tỷ lệ 1 mẫu	* X có phân phối Không - một. * $n \geq 30$ . (1)	$p = p_0$	$p \neq p_0$	$(-\infty; -z_{\alpha/2}) \cup (z_{\alpha/2}; +\infty)$	$Z_{qs} = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \approx N(0, 1)$
			$p < p_0$	$(-\infty; -z_{\alpha})$	
			$p > p_0$	$(z_{\alpha}; +\infty)$	
Kiểm định trung bình 1 mẫu	* X có phân phối chuẩn. * Đã biết $\sigma^2$ . (2a)	$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$(-\infty; -z_{\alpha/2}) \cup (z_{\alpha/2}; +\infty)$	$Z_{qs} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0, 1)$
			$\mu < \mu_0$	$(-\infty; -z_{\alpha})$	
			$\mu > \mu_0$	$(z_{\alpha}; +\infty)$	
	* X có phân phối chuẩn. * Chưa biết $\sigma^2$ . (2b)	$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$(-\infty; -t_{\alpha/2; (n-1)}) \cup (t_{\alpha/2; (n-1)}; +\infty)$	$T_{qs} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \sim T_{(n-1)}$
			$\mu < \mu_0$	$(-\infty; -t_{\alpha; (n-1)})$	
			$\mu > \mu_0$	$(t_{\alpha; (n-1)}; +\infty)$	
	* X có phân phối tùy ý. * $n \geq 30$ . (2c) X không có giả thiết PPC	$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$(-\infty; -z_{\alpha/2}) \cup (z_{\alpha/2}; +\infty)$	$Z_{qs} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \approx N(0, 1)$ Nếu chưa biết $\sigma$ thì thay bởi $s$
			$\mu < \mu_0$	$(-\infty; -z_{\alpha})$	
			$\mu > \mu_0$	$(z_{\alpha}; +\infty)$	

Table 2.1: Công thức của bài toán kiểm định tỷ lệ & trung bình 1 mẫu

## 2.5.2 Bài toán kiểm định 2 mẫu

Phân bố của tổng thể	GT $H_0$	GT $H_1$	Miền bác bỏ RR	T/chuẩn kiểm định
<ul style="list-style-type: none"> <li>* 2 mẫu độc lập</li> <li>* <math>X_1, X_2</math> có pp chuẩn.</li> <li>* Đã biết <math>\sigma_1^2</math> và <math>\sigma_2^2</math></li> </ul> (4a)	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$(-\infty; -z_{\alpha/2}) \cup (z_{\alpha/2}; +\infty)$	$Z_{qs} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$
		$\mu_1 < \mu_2$	$(-\infty; -z_{\alpha})$	
		$\mu_1 > \mu_2$	$(z_{\alpha}; +\infty)$	
<ul style="list-style-type: none"> <li>* 2 mẫu độc lập</li> <li>* <math>X_1, X_2</math> có pp chuẩn</li> <li>* Chưa biết <math>\sigma_1^2; \sigma_2^2; \sigma_1^2 = \sigma_2^2</math></li> </ul> (4b)	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$(-\infty; -t_{\alpha/2; (n_1+n_2-2)}) \cup (t_{\alpha/2; (n_1+n_2-2)}; +\infty)$	$T_{qs} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{s_p^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$
		$\mu_1 < \mu_2$	$(-\infty; -t_{\alpha; (n_1+n_2-2)})$	
		$\mu_1 > \mu_2$	$(t_{\alpha; (n_1+n_2-2)}; +\infty)$	
<ul style="list-style-type: none"> <li>* 2 mẫu độc lập</li> <li>* <math>X_1, X_2</math> có pp chuẩn</li> <li>* Chưa biết <math>\sigma_1^2, \sigma_2^2; \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2</math></li> </ul> (4c)	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$(-\infty; -t_{\alpha/2; (\nu)}) \cup (t_{\alpha/2; (\nu)}; +\infty)$	$T_{qs} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$
		$\mu_1 < \mu_2$	$(-\infty; -t_{\alpha; (\nu)})$	
		$\mu_1 > \mu_2$	$(t_{\alpha; (\nu)}; +\infty)$	
<ul style="list-style-type: none"> <li>* 2 mẫu độc lập</li> <li>* <math>X_1, X_2</math> có pp tùy ý</li> <li>* Mẫu lớn: <math>n_1, n_2 \geq 30</math></li> <li>* Đã biết hoặc chưa biết <math>\sigma_1^2, \sigma_2^2</math></li> </ul> (4d)	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$(-\infty; -z_{\alpha/2}) \cup (z_{\alpha/2}; +\infty)$	$Z_{qs} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$
		$\mu_1 < \mu_2$	$(-\infty; -z_{\alpha})$	
		$\mu_1 > \mu_2$	$(z_{\alpha}; +\infty)$	
<ul style="list-style-type: none"> <li>* 2 mẫu phụ thuộc tương ứng theo cặp</li> <li>* <math>X_1, X_2</math> có pp chuẩn</li> <li>* Chưa biết <math>\sigma_D^2</math></li> </ul> (4e)	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$(-\infty; -t_{\alpha/2; (n-1)}) \cup (t_{\alpha/2; (n-1)}; +\infty)$	$T_{qs} = \frac{\bar{X}_D - \mu_0}{s_D} \sqrt{n}$
		$\mu_1 < \mu_2$	$(-\infty; -t_{\alpha; (n-1)})$	
		$\mu_1 > \mu_2$	$(t_{\alpha; (n-1)}; +\infty)$	
<ul style="list-style-type: none"> <li>* 2 mẫu phụ thuộc tương ứng theo cặp</li> <li>* 2 mẫu lớn: <math>n \geq 30</math></li> <li>* Đã biết hoặc chưa biết <math>\sigma_D^2</math></li> </ul> (4f)	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$(-\infty; -z_{\alpha/2}) \cup (z_{\alpha/2}; +\infty)$	$Z_{qs} = \frac{\bar{X}_D - \mu_0}{\sigma_D} \sqrt{n}$
		$\mu_1 < \mu_2$	$(-\infty; -z_{\alpha})$	
		$\mu_1 > \mu_2$	$(z_{\alpha}; +\infty)$	

Table 2.2: Các dạng toán kiểm định 2 mẫu

## 2.5.3 Phân tích phương sai (anova)

**Phân tích phương sai** là một mô hình dùng để xem xét sự biến động của một biến ngẫu nhiên định lượng  $X$  chịu tác động trực tiếp của một hay nhiều yếu tố nguyên nhân (định tính).

Được làm hai loại là phân tích phương sai 1 yếu tố và phân tích phương sai 2 yếu tố.

#### 2.5.4 Phân tích phương sai 1 yếu tố

##### Giả thiết

- Các tổng thể có phân phối chuẩn  $N(\mu_i; \sigma_i^2)$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$  với  $k$  là tổng thể (thông thường  $k \geq 3$ ).
- Phương sai các tổng thể chưa biết nhưng được giả định là bằng nhau ( $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2$ ).
- Các mẫu quan sát (từ  $k$  tổng thể) được lấy độc lập.

##### Các bước thực hiện

##### Bước 1: Đặt giả thiết kiểm định

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k,$$

$$H_1 : \exists \mu_i \neq \mu_j \quad (i \neq j)$$

**Bước 2:** Tính trung bình mẫu của các nhóm  $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_k$  theo công thức:

$$\bar{x}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}}{n_i}, \quad (i = 1, 2, \dots, k)$$

**Bước 3:** Tính tổng các bình phương lệch (tổng bình phương):

$$SSW = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x}_i)^2$$

$$SSB = \sum_{i=1}^k n_i (\bar{x}_i - \bar{x})^2$$

$$SST = SSW + SSB = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x})^2$$

**Bước 4:** Tính các phương sai:

$$MSW = \frac{SSW}{N - k}, \quad MSB = \frac{SSB}{k - 1}$$

**Bước 5:** Tính thống kê kiểm định (tiêu chuẩn kiểm định, giá trị quan sát):

$$F = \frac{MSB}{MSW}$$

**Bước 6:** Xác định miền bác bỏ của bài toán:

$$RR = (F_{\alpha; k-1; N-k}; +\infty)$$

Tìm giá trị  $F_{\alpha; k-1; N-k}$  tra bảng Fisher mức ý nghĩa  $\alpha$  và cột  $k - 1$  và dòng  $N - k$ .

**Bước 7:** Đưa ra kết luận:



- Nếu  $F > F_{\alpha; k-1; N-k} \iff F \in RR \Rightarrow$  Bác bỏ  $H_0$ , chấp nhận  $H_1$
- Nếu  $F < F_{\alpha; k-1; N-k} \iff F \notin RR \Rightarrow$  không bác bỏ  $H_0$  (chưa bác bỏ được  $H_0$ , chấp nhận  $H_0$ )

Table 2.3: Bảng tóm tắt ANOVA 1 yếu tố

Nguồn của sự biến thiên	SS	df	MS	F
Giữa các nhóm	SSB	k-1	MSB	$F = \frac{MSB}{MSW}$
Trong từng nhóm	SSW	N-k	MSW	
Toàn bộ	SST	N-1		

### 2.5.5 Hồi quy tuyến tính bội

**Khái niệm:** Hồi quy tuyến tính là một kỹ thuật phân tích dữ liệu dự đoán giá trị của dữ liệu không xác định bằng cách sử dụng một giá trị dữ liệu liên quan và đã biết khác.

Bài toán phân tích hồi quy là bài toán nghiên cứu mối liên hệ phụ thuộc của một biến (gọi là biến phụ thuộc) vào một hay nhiều biến khác (gọi là các biến độc lập), với ý tưởng ước lượng được giá trị trung bình (tổng thể) của biến phụ thuộc theo giá trị của các biến độc lập, dựa trên mẫu được biết trước.

Trong hồi quy tuyến tính đơn, chỉ có một biến độc lập được sử dụng để dự đoán biến phụ thuộc. Tuy nhiên, trong hồi quy tuyến tính bội, có nhiều hơn một biến độc lập được sử dụng.

Hàm hồi quy tuyến tính đơn có dạng:

$$f_Y(X) = E(Y|X) = \beta_0 + \beta_1 X.$$

Hàm hồi quy tuyến tính bội có dạng:

$$Y = f_Y(X_1; X_2; \dots; X_k) = E(Y|(X_1; X_2; \dots; X_k)) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k.$$

Trong đó:

- $Y$  là biến phụ thuộc (biến cần dự đoán).
- $X_1, X_2, \dots, X_k$  là các biến độc lập (biến giải thích).
- $\beta_0$  (cũng được gọi là hệ số điều chỉnh) là hệ số mức độ tự do của mô hình, tức là giá trị dự đoán của biến phụ thuộc khi tất cả các biến độc lập đều bằng 0.
- $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$  là các hệ số hồi quy tương ứng với từng biến độc lập.
- $\epsilon$  là sai số ngẫu nhiên (error term) biểu thị sự khác biệt giữa giá trị thực tế và giá trị dự đoán bởi mô hình.





## 3.2 Làm sạch dữ liệu

Vì trong file dữ liệu ban đầu, có thể tồn tại các giá trị bị thiếu (NA) hoặc các giá trị không hợp lệ, ta cần thực hiện các bước làm sạch dữ liệu để đảm bảo tính chính xác và độ tin cậy của phân tích sau này.

Trước tiên, ta sẽ phải thay thế tất cả các giá trị rác, không hợp lệ thành giá trị *NA* trong R. Ví dụ, nếu một ô bất kì có giá trị là chuỗi rỗng "" hoặc ký tự đặc biệt như "N/A", ta sẽ thay thế chúng bằng *NA* như sau:

```
1 df <- df %>%
2   mutate(across(where(is.character), trimws))
3 df[df == ""] <- NA
4 df[df == "N/A"] <- NA
5 df[df == "NA"] <- NA
6 df[df == "-"] <- NA
7 df[df == "Unknown Release Date"] <- NA
8 # Chỉ lấy năm sản xuất, không lấy ngày cụ thể
9 df$Release_Date <- as.Date(df$Release_Date, format = "%d-%b-%Y")
10 df$Release_Date <- format(df$Release_Date, "%Y")
```

Listing 2: Thay thế giá trị rác thành NA

Sau khi thay thế các giá trị rác, nhóm nhận thấy rằng có rất nhiều yếu tố có số lượng *NA* lớn, điều này buộc nhóm phải lựa chọn giữa loại bỏ và chuẩn hoá. Trong nội dung bài báo cáo này, nhóm sẽ loại bỏ những đặc điểm (cột) có số lượng giá trị *NA* vượt quá 15% tổng số dòng dữ liệu. Để thực hiện việc này, ta có thể sử dụng đoạn mã sau:

```
1 # Xem số lượng giá trị NA trong mọi cột
2 missing_counts = freq.na(df)
3 # Vẽ đồ thị tỷ lệ dữ liệu khuyết
4 ggplot(missing_counts, aes(x = rownames(missing_counts), y =
5   missing_counts[,2], )) +
6   geom_bar(stat = "identity", fill = "cyan") +
7   geom_text(aes(label = paste0(missing_counts[,2], "%")), vjust =
8     -0.5, size = 2) +
9   labs(title = "Missing rate", x = "Feature", y = "Rate (%)") +
10  theme_minimal() +
11  theme(axis.text.x = element_text(
12    size = 10,
```

```
11 angle = 90,
12 hjust = 1
13 ))
```

Listing 3: Trực quan hoá tỷ lệ dữ liệu khuyết thiếu

Kết quả trực quan hóa tỷ lệ dữ liệu khuyết thiếu được thể hiện trong Hình 3.2.

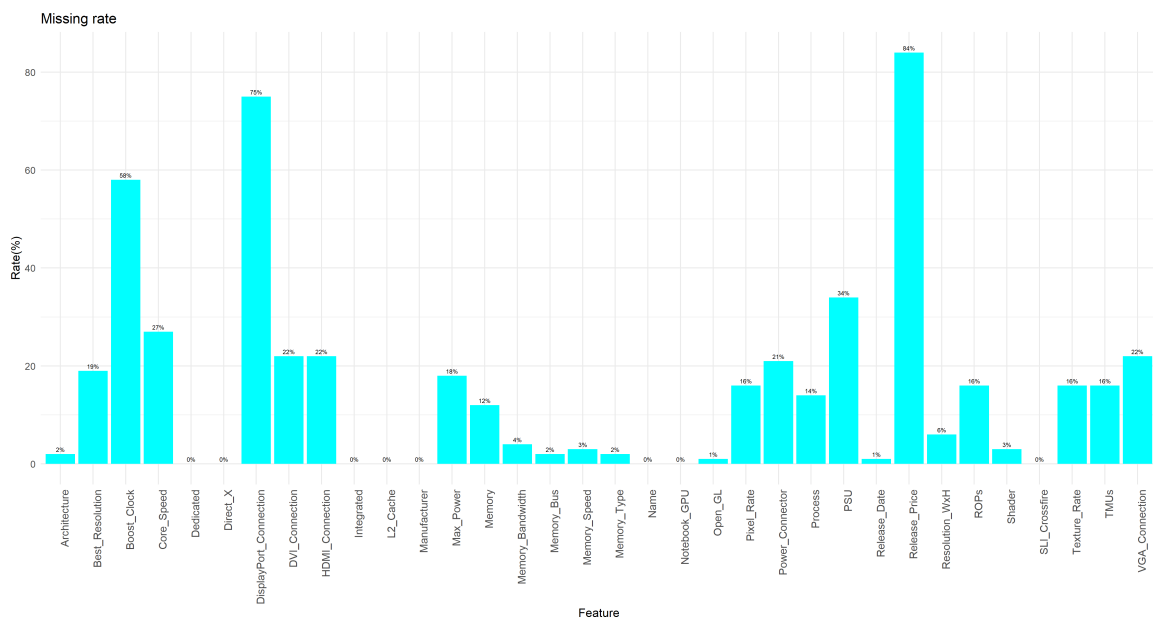


Figure 3.2: Tỷ lệ dữ liệu khuyết thiếu trong các đặc trưng

Tiếp theo sau đó, ta sẽ loại bỏ các cột có tỷ lệ giá trị  $NA$  vượt quá 15% tổng số dòng dữ liệu như sau:

```
1 missing_counts_df <- data.frame(
2   feature = rownames(missing_counts),
3   percent = missing_counts[,2]
4 )
5 cols_to_keep <- missing_counts_df$feature[missing_counts_df$
6   percent <= 15 & missing_counts_df$feature != "Architecture" &
7   missing_counts_df$feature != "Name"]
8 df_filtered <- df[, cols_to_keep, drop = FALSE]
9 head(df_filtered, 5)
10 df_filtered <- na.omit(df_filtered)
```

Listing 4: Loại bỏ các cột có tỷ lệ  $NA > 15\%$

Bằng câu lệnh `print(names(df_filtered))`, ta có thể kiểm tra lại các cột còn lại sau khi đã loại bỏ các cột có tỷ lệ giá trị *NA* vượt quá 15% (Hình 3.3).

```
> names(df_filtered)
[1] "Process"      "Memory"      "Resolution_WxH" "Memory_Bandwidth" "Shader"
[6] "Memory_Speed" "Memory_Bus"  "Memory_Type"   "Open_GL"         "Release_Date"
[11] "Dedicated"    "Integrated"  "Direct_X"      "L2_Cache"        "Manufacturer"
[16] "Notebook_GPU" "SLI_Crossfire"
> |
```

Figure 3.3: Các cột còn lại sau khi loại bỏ các cột có tỷ lệ *NA* > 15%

Mặc dù đã làm sạch dữ liệu bằng cách loại bỏ các cột có tỷ lệ khuyết hoặc số lượng giá trị *NA* cao, vẫn còn một yếu tố khiến việc phân tích dữ liệu trở nên khó khăn, đó là các đơn vị đo, do đó ta cần chuẩn hoá các đơn vị đo trong dữ liệu bằng cách loại bỏ chúng.

```
1 # Chuẩn hóa đơn vị đo trong các cột
2 remove_unit_cols <- c("Memory_Bandwidth", "Memory_Speed", "Memory
  _Bus", "Direct_X")
3 main_df <- df_filtered
4 main_df[remove_unit_cols] <- lapply(df_filtered[remove_unit_cols
  ], function(x) {
5   as.numeric(gsub("[^0-9.]", "", x))
6 })
7 clean_cache <- function(x) {
8   main <- as.numeric(sub("KB.*", "", x))      # 2304
9   mult   <- as.numeric(sub(".*\\((x([0-9]+)\\)", "\\1", x)) #
    2
10   if (is.na(mult)) mult <- 1
11   return(main * mult)
12 }
13 main_df$L2_Cache <- sapply(main_df$L2_Cache, clean_cache)
```

Listing 5: Chuẩn hoá các đơn vị đo trong dữ liệu

Dữ liệu đã được làm sạch được lưu vào biến `main_df` và được hiện trong Hình 3.4.

```
> head(main_df, 5)
  Manufacturer Release_Date Memory_Bandwidth Memory_Speed L2_Cache Open_GL Memory_Type Resolution_WxH
1      Nvidia      2009          64.0          1000      0      3.3      GDDR3      2560x1600
2      AMD      2007          106.0           828      0      3.1      GDDR3      2560x1600
3      AMD      2007           51.2           800      0      3.1      GDDR3      2560x1600
4      AMD      2007           36.8          1150      0      3.3      GDDR4      2560x1600
5      AMD      2007           22.4           700      0      3.1      GDDR3      2560x1600
  Direct_X Process Memory Shader Memory_Bus Dedicated Integrated Notebook_GPU SLI_Crossfire
1      10      55      1024      4          256      Yes      No      No      Yes
2      10      80       512      4          512      Yes      No      No      Yes
3      10      80       512      4          256      Yes      No      No      Yes
4      10      65       256      4          128      Yes      No      No      Yes
5      10      65       256      4          128      Yes      No      No      Yes
```

Figure 3.4: Dữ liệu sau khi làm sạch



## 4 Thống kê mô tả



## 5 Thống kê suy diễn

### 5.1 Phân tích phương sai (ANOVA) một yếu tố về ảnh hưởng của nhà sản xuất đến băng thông bộ nhớ

#### 5.1.1 Mục đích kiểm định

Phân tích One-way ANOVA nhằm đánh giá: Băng thông bộ nhớ (Memory\_Bandwidth) có sự khác biệt về trung bình giữa các hãng sản xuất GPU hay không?

**Các hãng trong dữ liệu:** AMD, ATI, Intel và NVIDIA.

#### 5.1.2 Giả thiết nghiên cứu

- Giả thiết không ( $H_0$ ): Trung bình băng thông bộ nhớ giữa các hãng sản xuất **là bằng nhau**.
- Giả thiết đối ( $H_1$ ): Có **ít nhất hai hãng sản xuất** có trung bình băng thông bộ nhớ khác nhau.

#### 5.1.3 Kiểm tra giả định thống kê của ANOVA một yếu tố

**Các giả định thống kê:**

- Các quan sát độc lập.
- Phần dư tuân theo phân phối chuẩn (tương đương với việc biến phụ thuộc tuân theo phân phối chuẩn trong mỗi nhóm).
- Phương sai giữa các nhóm đồng nhất.

#### 5.1.4 Xây dựng mô hình ANOVA một yếu tố trong R

**Bước 1:** Xây dựng mô hình ANOVA

Ta có thể dùng lệnh:

```
1 anova_model <- aov(Memory_Bandwidth ~ Manufacturer, data =  
    main_df)
```

Listing 6: Xây dựng mô hình ANOVA một yếu tố trong R

**Bước 2:** Kiểm tra các giả định thống kê

- **Tính độc lập:** vì dữ liệu được thu thập từ các mẫu GPU khác nhau nên ta có thể coi các quan sát là độc lập.
- **Phân phối chuẩn:** Ta sử dụng Shapiro-Test và biểu đồ Q-Q plot để kiểm tra giả định phân phối chuẩn của phần dư.

### Kiểm định chuẩn hóa phần dư

$H_0$  : Phần dư tuân theo phân phối chuẩn

$H_1$  : Phần dư không tuân theo phân phối chuẩn

```
1 res <- residuals(anova_model)
2 shapiro.test(res)
```

Listing 7: Kiểm định Shapiro-Wilk cho phần dư của mô hình ANOVA.

Kết quả của `shapiro.test()` cho phần dư trả về được thể hiện trong hình 5.1, dễ dàng, ta có thể nhận thấy rằng  $p\_value = 2.2e - 16 \ll 0.05$ , do đó ta bác bỏ giả thiết không  $H_0$  và thừa nhận giả thiết đối  $H_1$ . Kết luận rằng phần dư không tuân theo phân phối chuẩn. Và từ đó khẳng định biến phụ thuộc (Memory\_Bandwidth) không tuân theo phân phối chuẩn.

```
> res <- residuals(anova_model)      # lấy phần dư Y-Y
> shapiro.test(res)                  # kiểm định Shapiro-Wilk

Shapiro-Wilk normality test

data:  res
W = 0.86529, p-value < 2.2e-16
```

Figure 5.1: Kết quả kiểm định Shapiro-Wilk cho phần dư của mô hình ANOVA

Để trực quan hơn, ta có thể sử dụng biểu đồ Q-Q plot để kiểm tra giả định phân phối chuẩn của phần dư như sau:

```
1 qqnorm(res)
2 qqline(res)
```

Listing 8: Biểu đồ Q-Q plot cho phần dư của mô hình ANOVA

Kết quả được thể hiện ở hình 5.2. Ta có thể thấy rằng các điểm dữ liệu không nằm dọc theo đường thẳng, điều này cho thấy phần dư không tuân theo phân phối chuẩn. Và có xu hướng lệch ở 2 đầu.

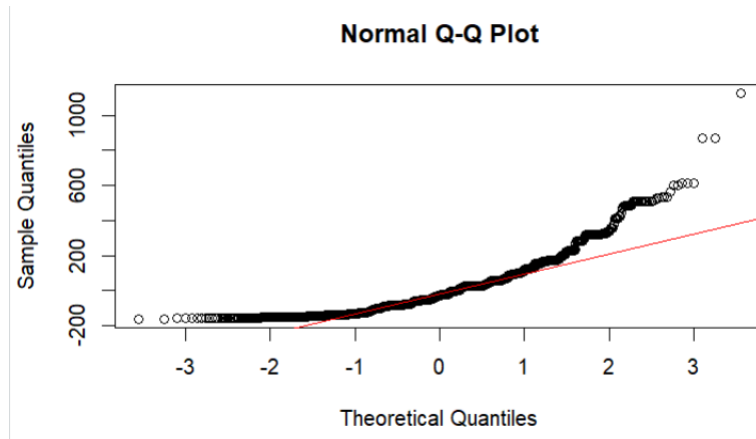


Figure 5.2: Biểu đồ Q-Q plot cho phần dư của mô hình ANOVA

Từ 2 phép kiểm định trên, ta chắc chắn kết luận được rằng Memory\_Bandwidth không tuân theo phân phối chuẩn.

- **Phương sai đồng nhất:** Ta sử dụng kiểm định Levene để kiểm tra giả định phương sai đồng nhất.

$H_0$  : Phương sai giữa các nhóm là đồng nhất

$H_1$  : Phương sai giữa các nhóm không đồng nhất

Ta có thể sử dụng lệnh sau trong R để thực hiện kiểm định Levene:

```
1 leveneTest(Memory_Bandwidth ~ Manufacturer, data = main_df)
```

Listing 9: Kiểm định Levene cho phương sai đồng nhất

Ta thu được kết quả kiểm định Levene được thể hiện trong hình 5.3. Ta thấy rằng  $p\_value = 2.742e - 5 \ll 0.05$ , do đó ta bác bỏ giả thiết không  $H_0$  và chấp nhận giả thiết đối  $H_1$ . Kết luận rằng phương sai giữa các nhóm không đồng nhất.

```
> leveneTest(Memory_Bandwidth ~ Manufacturer, data = main_df)
Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
  Df F value    Pr(>F)
group 3  7.9702 2.742e-05 ***
 2606
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Figure 5.3: Kết quả kiểm định Levene cho phương sai đồng nhất

**Nhận xét:** Từ kết quả kiểm tra các giả định thống kê, ta thấy rằng cả hai giả định về phân phối chuẩn và phương sai đồng nhất đều không được thỏa mãn, do đó mô hình ANOVA một yếu tố không phù hợp để phân tích dữ liệu này.

### Bước 3: Kiểm tra giả thiết thống kê.

Ta sử dụng lệnh `summary()` để in ra bảng ANOVA.

```
1 summary(anova_model)
```

Listing 10: Bảng ANOVA một yếu tố trong R

Kết quả bảng ANOVA được thể hiện trong hình 5.4. Ta thấy rằng  $p\_value = 0.00085 \ll 0.05$ , do đó ta bác bỏ giả thiết không  $H_0$  và chấp nhận giả thiết đối  $H_1$ . Kết luận rằng có ít nhất hai hãng sản xuất có trung bình băng thông bộ nhớ khác nhau.

```
> summary(anova_model)
      Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
Manufacturer    3   311663   103888    5.553 0.00085 ***
Residuals   2606 48754357    18709
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Figure 5.4: Bảng ANOVA một yếu tố trong R

### Bước 4: So sánh hậu nghiệm (Tukey HSD)

Do mô hình ANOVA chỉ dùng để kiểm tra xem có sự khác biệt về trung bình giữa các nhóm hay không, mà không chỉ ra được cụ thể nhóm nào khác biệt, nên ta cần thực hiện so sánh hậu nghiệm để biết những hàng nào khác nhau có ý nghĩa thống kê.

Ta sử dụng lệnh `TukeyHSD()` trong R để thực hiện so sánh hậu nghiệm như sau:

```
1 tukey_result <- TukeyHSD(anova_model)
```

Listing 11: So sánh hậu nghiệm Tukey HSD trong R

```
> tukey_result <- TukeyHSD(anova_model)
> tukey_result
Tukey multiple comparisons of means
 95% family-wise confidence level

Fit: aov(formula = Memory_Bandwidth ~ Manufacturer, data = main_df)

$Manufacturer
      diff      lwr      upr    p adj
ATI-AMD   56.161041  14.832212 97.489870 0.0027300
Intel-AMD -136.167164 -339.475794 67.141466 0.3124803
Nvidia-AMD   9.879555  -4.408335 24.167445 0.2843862
Intel-ATI  -192.328205 -399.201193 14.544783 0.0792325
Nvidia-ATI  -46.281486  -87.100328  -5.462644 0.0188205
Nvidia-Intel 146.046719  -57.158854 349.252292 0.2513201
```

Figure 5.5: Kết quả so sánh hậu nghiệm Tukey HSD trong R





Kết quả so sánh hậu nghiệm Tukey HSD được thể hiện trong hình 5.5. Ta có thể thấy rằng có hai cặp hãng sản xuất có sự khác biệt về trung bình băng thông bộ nhớ với  $p\_value < 0.05$ , đó là ATI-AMD và Intel-ATI. Các cặp còn lại không có sự khác biệt về trung bình băng thông bộ nhớ.

**Nhận xét:** Ta thấy rằng ATI có băng thông trung bình cao hơn so với AMD và NVIDIA.

#### 5.1.5 Nhận xét về mô hình ANOVA một yếu tố

Từ kết quả kiểm tra các giả định thống kê, ta thấy rằng cả hai giả định về phân phối chuẩn và phương sai đồng nhất đều không được thỏa mãn, do đó mô hình ANOVA một yếu tố không phù hợp để phân tích dữ liệu này. Điều đó khiến nhóm phải thực hiện thêm các kiểm định ANOVA khác trong phần mở rộng. Tuy nhiên, kết quả kiểm định ANOVA và so sánh hậu nghiệm Tukey HSD vẫn cho thấy có sự khác biệt về trung bình băng thông bộ nhớ giữa các hãng sản xuất GPU.