ĐẠI HỌC QUỐC GIA THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA
KHOA KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT MÁY TÍNH

Xác suất thống kê MT2013

Báo cáo bài tập lớn

Phân tích dữ liệu GPU

Giảng viên hướng dẫn: **Nguyễn Kiều Dung**

STT	Tên	MSSV	Nhóm Lớp
1	Lê Ngô Khôi Nguyên	2412338	L07
2	Phan Nguyễn Hoàng Minh	2412114	L07
3	**Trần Đình Ý**	**2414100**	**L07**
4	Phạm Nghĩa Trung	2413713	L08
6	Nguyễn Gia Hưng	2411356	L09
7	Nguyễn Quốc Trung	2413707	L14
8	Phạm Minh Đức	2414106	L15

THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH, THÁNG 12 NĂM 2025

Danh sách thành viên

STT	Họ và tên	MSSV	Lớp	Vai trò	Điểm
1	Lê Ngô Khôi Nguyên	2412338	L07	Thống kê mô tả	
2	Phan Nguyễn Hoàng Minh	2412114	L07	Anova một yếu tố	
3	**Trần Đình Ý**	**2414100**	**L07**	Tổng hợp bài làm	
4	Phạm Nghĩa Trung	2413713	L08	Tổng quan dữ liệu và kiến thức nền	
6	Nguyễn Gia Hưng	2411356	L09	Hồi quy tuyến tính bội	
7	Nguyễn Quốc Trung	2413707	L14	Kiểm định 2 mẫu, Thảo luận và mở rộng	
8	Phạm Minh Đức	2414106	L15	Kiểm định 1 mẫu	

Mục lục

Danh sách hình

Danh sách bảng

Danh sách đoạn mã

1 Tổng quan dữ liệu

Trong thời đại công nghệ phát triển nhanh chóng, bộ xử lý đồ họa (GPU – Graphics Processing Unit) đã trở thành một trong những thành phần quan trọng nhất của máy tính hiện đại. Ban đầu, GPU được thiết kế với mục đích chính là xử lý hình ảnh và đồ họa trong các trò chơi điện tử, phần mềm thiết kế và dựng phim. Tuy nhiên, cùng với sự tiến bộ của công nghệ, vai trò của GPU đã vượt xa khỏi phạm vi đồ họa thuần túy. Ngày nay, GPU đóng vai trò cốt lõi trong các lĩnh vực như trí tuệ nhân tạo (AI), học sâu (Deep Learning), mô phỏng khoa học, và xử lý dữ liệu lớn. Nhờ vào cấu trúc song song mạnh mẽ với hàng nghìn lõi xử lý, GPU có thể thực hiện hàng loạt phép tính phức tạp cùng lúc, giúp rút ngắn đáng kể thời gian xử lý so với CPU truyền thống. Dưới đây là tập dữ liệu khảo sát các yếu tố về GPU cung cấp những thông tin chi tiết như tốc độ xung nhịp, nhiệt độ tối đa, mức tiêu thụ điện năng, kích thước khuôn chip, ngày phát hành, giá bán, và nhiều đặc trưng kỹ thuật khác. Việc phân tích các dữ liệu này giúp ta hiểu rõ hơn về sự phát triển của công nghệ GPU qua các giai đoạn, từ đó đánh giá xu hướng tiến hóa về hiệu năng, giá thành, và mức độ tối ưu năng lượng. Bên cạnh đó, người nghiên cứu có thể khám phá mối quan hệ giữa giá thành và hiệu suất hoạt động, tìm hiểu xem liệu có nhà sản xuất nào nổi bật trong một phân khúc nhất định hay không. Thông qua việc khai thác và phân tích dữ liệu GPU, chúng ta có thể dự đoán xu hướng của các thế hệ GPU tương lai, phục vụ cho các ứng dụng như học máy, đồ họa máy tính, và tính toán hiệu năng cao.

Tập dữ liệu All_GPUs, bao gồm 34 thông số của 3406 bộ xử lý đồ hoạ (GPU) khác nhau đến từ 3 nhà sản xuất chính là NVIDIA, AMD và Intel. Dữ liệu được quan sát và thu thập từ trang web Kaggle. Tập dữ liệu này có tương đối nhiều thông số, trong đó có thể kể đến một số thông số được nêu ra trong bảng 1.1 dưới đây:

STT	Tên biến	Đơn vị	Mô tả
1	Manufacturer		Hãng của sản xuất GPU
2	Release_Date		Năm sản xuất của GPU
3	Memory_Bandwidth	Gigabyte/giây (GB/s)	Lượng dữ liệu tối đa mà bộ nhớ GPU có thể truyền tải trong mỗi giây
4	Memory_Speed	MHz	Độ rộng của bus bộ nhớ, ảnh hưởng đến tốc độ truy cập và hiệu suất của bộ nhớ GPU
5	L2_Cache	KB	Bộ nhớ đệm cấp 2 giúp GPU truy cập nhanh hơn vào dữ liệu được sử dụng thường xuyên, tối ưu hóa hiệu suất
6	Memory_Bus	Bit	Độ rộng của kênh truyền dữ liệu trong RAM (Memory).
7	Memory		Dung lượng bộ nhớ đồ họa (VRAM) của GPU, quyết định khả năng xử lý và lưu trữ dữ liệu hình

Bảng 1.1: Bảng mô tả một vài thông số quan trọng của tập dữ liệu GPU

Như đã đề cập ở trên, tập dữ liệu có tổng cộng 34 thông số khác nhau, tuy nhiên nếu liệt kê hết ở bảng 1.1 thì sẽ rất dài. Ngoài ra, trong các thông số đó, có nhiều thông số mang tính kỹ thuật cao và không phổ biến, những dữ liệu này sẽ được sử lý sau để dễ dàng hơn trong việc phân tích và trực quan hoá dữ liệu.

2 Kiến thức nền

2.1 Thống kê mô tả và thống kê suy diễn

Thống kê mô tả (descriptive statistics): là quá trình thu thập, biểu diễn, tổng hợp và xử lý dữ liệu để biến đổi dữ liệu thành thông tin.

Thống kê suy diễn (Inferential statistics): xử lý các thông tin có được từ thống kê mô tả, từ đó đưa ra các cơ sở cho những dự đoán (predictions), dự báo (forecasts) và các ước lượng (estimations).

2.2 Các đặc trưng của tổng thể và mẫu

2.2.1 Khái niệm

Tổng thể thống kê (population): là tập hợp các phần tử thuộc đối tượng nghiên cứu, cần được quan sát, thu thập và phân tích theo một hoặc một số đặc trưng nào đó. Các phần tử tạo thành tổng thể thống kê được gọi là đơn vị tổng thể.

Mẫu (sample): là một số đơn vị được chọn ra từ tổng thể theo một phương pháp lấy mẫu nào đó. Các đặc trưng mẫu được sử dụng để suy rộng ra các đặc trưng của tổng thể nói chung.

Đặc điểm thống kê (dấu hiệu nghiên cứu): là các tính chất quan trọng liên quan trực tiếp đến nội dung nghiên cứu và khảo sát cần thu thập dữ liệu trên các đơn vị tổng thể. Người ta chia làm 2 loại: đặc điểm thuộc tính và đặc điểm số lượng.

2.2.2 Tỷ lệ

Với một tổng thể có N phần tử và M phần tử mang tính chất A nào đó. Tỷ lệ tổng thể (kí hiệu: p) được tính bởi công thức:

$$p = \frac{M}{N}$$

Với một mẫu có n phần tử và có m phần tử mang tính chất A nào đó. Tỷ lệ mẫu (kí hiệu: f hay $\bar{p}$) được tính bởi công thức:

$$p = \bar{f} = \frac{m}{n}$$

2.2.3 Trung bình

Trung bình (mean): là đại lượng thường được sử dụng nhất để đo giá trị trung tâm của dữ liệu (Trung bình bị ảnh hưởng bởi các giá trị ngoại lai). Với một tổng thể có N phần tử,

trung bình tổng thể (kí hiệu: μ hay $\bar{X}$) tính bởi công thức:

$$\mu = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_N}{N}$$

Với một mẫu có n phần tử, trung bình mẫu (kí hiệu: $\bar{x}$) tính bởi công thức:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

Trong trường hợp X có bảng phân phối tần số như sau:

X	x_1	x_2	x_3	...	x_k
Tần số	n_1	n_2	n_3	...	n_k

Ta lại có trung bình mẫu tính bởi công thức:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i n_i = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + \cdots + x_k n_k}{n}$$

2.2.4 Phương sai, độ lệch chuẩn

Phương sai (Variance): là trung bình của bình phương độ lệch các giá trị so với trung bình. Phương sai phản ánh độ phân tán hay sự biến thiên của dữ liệu.

Độ lệch chuẩn (Standard deviation): Độ lệch chuẩn (Standard deviation) là căn bậc hai của phương sai. Độ lệch chuẩn dùng để đo sự biến thiên, biểu diễn sự biến thiên xung quanh trung bình và cũng có cùng đơn vị đo với dữ liệu gốc.

Với một tổng thể có N phần tử, phương sai tổng thể (kí hiệu: σ^2) tính bởi công thức:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2$$

Khi đó: σ được gọi là độ lệch chuẩn của tổng thể.

Với một mẫu có n phần tử, phương sai mẫu (kí hiệu: s^2) tính bởi công thức:

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

Trong trường hợp X có bảng phân phối tần số như sau:

X	x_1	x_2	x_3	...	x_k
Tần số	n_1	n_2	n_3	...	n_k

Ta lại có phương sai mẫu tính bởi công thức:

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{k} n_i(x_i - \bar{x})^2$$

Khi đó: s được gọi là độ lệch chuẩn mẫu.

2.2.5 Các đặc trưng khác

Yếu vị (Mode): là giá trị của phần tử có số lần xuất hiện lớn nhất trong mẫu. Yếu vị không bị ảnh hưởng bởi các điểm ngoại lai.

Hệ số biến thiên (Coefficient of variation): đo lường mức độ biến động tương đối của mẫu dữ liệu, được dùng khi người ta muốn so sánh mức độ biến động của các mẫu không cùng đơn vị đo. Đơn vị tính bằng %.

$$CV(\text{tongthe}) = \frac{\sigma}{\mu} \times 100\%$$

$$CV(\text{mau}) = \frac{s}{\bar{x}} \times 100\%$$

Sai số chuẩn (Standard Error): là giá trị đại diện cho độ lệch chuẩn của giá trị trung bình trong tập dữ liệu. Nó phục vụ như một thước đo biến động cho các biến ngẫu nhiên hay độ lượn độ phân tán. Độ phân tán càng nhỏ, dữ liệu càng chính xác.

Trung vị (Median): Giả sử X có N quan sát, sắp các quan sát này theo thứ tự tăng dần. Trung vị là giá trị nằm chính giữa dãy số này và chia nó thành 2 phần bằng nhau. Cụ thể:

Giả sử mẫu có kích thước n được sắp xếp tăng dần theo giá trị được khảo sát:

$$x_1 \leq x_2 \leq \cdots \leq x_{n-1} \leq x_n$$

Nếu $n = 2k + 1$ (n lẻ) thì trung vị mẫu là giá trị x_{k+1}
Nếu $n = 2k$ (n chẵn) thì trung vị mẫu là giá trị $\dfrac{x_k + x_{k+1}}{2}$
Trung vị không bị ảnh hưởng bởi các điểm ngoại lai (outliers).

Tứ phân vị (Quartiles): Giá trị trung vị chia mẫu dữ liệu đã sắp thứ tự thành 2 tập có số phần tử bằng nhau. Trung vị của tập dữ liệu nhỏ hơn là Q_1 (gọi là tứ phân vị dưới) và trung vị của tập dữ liệu lớn hơn là Q_3 (gọi là tứ phân vị trên). Q_2 được lấy bằng giá trị trung vị. Độ trải giữa, hay là khoảng tứ phân vị $IQR = Q_3 - Q_1$.

Điểm Outlier: còn gọi là điểm dị biệt, điểm ngoại lệ, điểm ngoại lai.... Đó là các phần tử của mẫu có giá trị nằm ngoài khoảng

$$(Q_1 - 1.5 \times IQR; Q_3 + 1.5 \times IQR)$$

2.3 Ước lượng

Lý thuyết ước lượng là một nội dung trọng tâm trong thống kê và nghiên cứu khoa học, tập trung vào việc xác định giá trị của các tham số (parameters) của quần thể dựa trên những mẫu (samples) được chọn ra từ quần thể đó. Mục tiêu chính của ước lượng là tìm ra các giá trị gần đúng cho những đại lượng đặc trưng của quần thể như trung bình tổng thể (μ), phương sai tổng thể (σ^2), và tỷ lệ phần tử có đặc điểm nhất định trong quần thể (p).

- **Khoảng Tin Cậy (Confidence Interval - CI):** Là một loại ước lượng khoảng được sử dụng để chỉ ra phạm vi mà ta tin rằng tham số của tổng thể nằm trong đó. Khoảng tin cậy thường được xác định bởi hai giới hạn: giới hạn dưới và giới hạn trên. Ví dụ, một khoảng tin cậy 95% cho trung bình tổng thể có thể là (20, 30), nghĩa là ta tin rằng với độ tin cậy 95%, trung bình thực sự của tổng thể nằm trong khoảng từ 20 đến 30.
- **Mức Ý Nghĩa (Significance Level - α):** Là ngưỡng mà ta chọn để quyết định ý nghĩa. Ví dụ mức ý nghĩa thường được chọn ở mức 0.05 - nghĩa là khả năng kết quả quan sát sự khác biệt được nhìn thấy trên số liệu là ngẫu nhiên chỉ là 5%.
- **Độ Tin Cậy (Confidence Level):** Được biểu thị dưới dạng một tỷ lệ phần trăm chỉ mức độ tin tưởng hoặc sự chắc chắn mà khoảng tin cậy ước lượng của chúng ta bao gồm tham số tổng thể thực sự. Ví dụ: nếu ta xây dựng khoảng tin cậy với mức tin cậy 95%, ta tin chắc rằng 95 trên 100 lần ước tính sẽ nằm giữa giá trị trên và giá trị dưới được chỉ định bởi khoảng tin cậy.

$$\gamma = 1 - \alpha$$

Có hai phương pháp ước lượng thường được sử dụng là ước lượng điểm (point estimation) và ước lượng khoảng (interval estimation), tuy nhiên trong phạm vi bài này, nhóm chỉ nhắc đến ước lượng bằng khoảng tin cậy.

2.4 Kiểm định giả thuyết thống kê

2.4.1 Khái niệm chung về kiểm định

Trong thống kê, **kiểm định (hypothesis testing)** là quá trình đánh giá một giả thuyết về dữ liệu để xác định xem liệu có đủ bằng chứng để chấp nhận hay bác bỏ giả thuyết đó. Mục tiêu của kiểm định là đưa ra quyết định dựa trên dữ liệu mẫu có sẵn để rút ra những kết luận về tổng thể.

Quá trình kiểm định thường bắt đầu bằng việc xây dựng hai giả thuyết:

- **Giả thuyết không (null hypothesis, ký hiệu H_0):** là giả thiết về yếu tố cần kiểm định của tổng thể ở trạng thái bình thường, không chịu tác động của các hiện tượng liên quan. Yếu tố trong H_0 phải được xác định cụ thể.
- **Giả thuyết thay thế - giả thuyết đối (alternative hypothesis, ký hiệu H_1):** là một mệnh đề mâu thuẫn với H_0, H_1 thể hiện xu hướng cần kiểm định.

Miền Bác Bỏ (Rejection Region): là miền số thực thỏa $P(G \in RR/H_0 \text{ đúng}) = \alpha$. α là một số khá bé, thường không quá 10% và được gọi là mức ý nghĩa của kiểm định. Một ký hiệu khác của miền bác bỏ được dùng trong bài: W_α

Miền Chấp Nhận (Acceptance Region): phần bù của miền bác bỏ trong R

Tiêu chuẩn kiểm định: là hàm thống kê $G = G(X_1, X_2, \ldots, X_n, \theta_0)$, xây dựng trên mẫu ngẫu nhiên $W = (X_1, X_2, \ldots, X_n)$ và tham số θ_0 liên quan đến H_0 ; Điều kiện đặt ra với thống kê G là nếu H_0 đúng thì quy luật phân phối xác suất của G phải hoàn toàn xác định.

2.4.2 Quy tắc kiểm định:

Từ mẫu thực nghiệm, ta tính được một giá trị cụ thể của tiêu chuẩn kiểm định, gọi là **giá trị kiểm định thống kê:**

$$g_{qs} = G(x_1, x_2, \ldots, x_n, \theta_0)$$

Theo nguyên lý xác suất bé, biến cố $G \in RR$ có xác suất nhỏ nên với 1 mẫu thực nghiệm ngẫu nhiên, nó không thể xảy ra.

Do đó:

- + Nếu $g_{qs} \in RR$ thì bác bỏ H_0, thừa nhận giả thiết H_1.
- + Nếu $g_{qs} \notin RR$: ta chưa đủ dữ liệu khẳng định H_0 sai. Vì vậy ta chưa thể chứng minh được H_1 đúng.

2.4.3 Các sai lầm trong bài toán kiểm định

Kết luận của một bài toán kiểm định có thể mắc các sai lầm sau:

- **Sai lầm loại I:** Bác bỏ giả thiết H_0 trong khi H_0 đúng. Xác suất mắc phải sai lầm này nếu H_0 đúng chính bằng mức ý nghĩa α. Nguyên nhân mắc phải sai lầm loại I thường có thể do kích thước mẫu quá nhỏ, có thể do phương pháp lấy mẫu ...
- **Sai lầm loại II:** Thừa nhận H_0 trong khi H_0 sai, tức là mặc dù thực tế H_1 đúng nhưng giá trị thực nghiệm g_{qs} không thuộc RR.

Quyết định	**Tình huống**	
	H_0 **đúng**	H_0 **sai**
Bác bỏ H_0	Sai lầm loại I. Xác suất $= \alpha$	Quyết định đúng
Không bác bỏ H_0	Quyết định đúng	Sai lầm loại II. Xác suất $= \beta$

2.4.4 Các bước thực hiện kiểm định

1. Phát biểu giả thuyết và đối thuyết của bài toán.
2. Tính giá trị thống kê kiểm định (tiêu chuẩn kiểm định) cho bài toán.
3. Xác định miền bác bỏ tốt nhất cho bài toán.
4. Đưa ra kết luận.

2.5 Các mô hình kiểm định được sử dụng trong báo cáo

2.5.1 Bài toán kiểm định trung bình 1 mẫu

Dạng bài	**Phân bố của tổng thể**	**Giả thiết H_0**	**Giả thiết đối H_1**	**Miền bác bỏ RR** (miền bác bỏ H_0 với mức ý nghĩa α)	**Hàm thống kê kiểm định (Tiêu chuẩn kiểm định)**
Kiểm định tỷ lệ 1 mẫu	* X có phân phối Không - một. * $n \geq 30$. **(1)**	$p = p_0$	$p \neq p_0$	$(-\infty; -z_{\alpha/2}) \cup (z_{\alpha/2}; +\infty)$	$Z_{qs} = \dfrac{f - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}} \approx N(0,1)$
			$p < p_0$	$(-\infty; -z_{\alpha})$	
			$p > p_0$	$(z_{\alpha}; +\infty)$	
Kiểm định trung bình 1 mẫu	* X có phân phối chuẩn. * **Đã biết σ^2. (2a)**	$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$(-\infty; -z_{\alpha/2}) \cup (z_{\alpha/2}; +\infty)$	$Z_{qs} = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$
			$\mu < \mu_0$	$(-\infty; -z_{\alpha})$	
			$\mu > \mu_0$	$(z_{\alpha}; +\infty)$	
	* X có phân phối chuẩn. * **Chưa biết σ^2. (2b)**	$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$(-\infty; -t_{\alpha/2;(n-1)}) \cup (t_{\alpha/2;(n-1)}; +\infty)$	$T_{qs} = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\dfrac{s}{\sqrt{n}}} \sim T_{(n-1)}$
			$\mu < \mu_0$	$(-\infty; -t_{\alpha;(n-1)})$	
			$\mu > \mu_0$	$(t_{\alpha;(n-1)}; +\infty)$	
	* X có phân phối tùy ý. * $n \geq 30$. **(2c)** X không có giả thiết PPC	$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$(-\infty; -z_{\alpha/2}) \cup (z_{\alpha/2}; +\infty)$	$Z_{qs} = \dfrac{X - \mu_0}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}} \approx N(0,1)$ Nếu chưa biết σ thì thay bởi s
			$\mu < \mu_0$	$(-\infty; -z_{\alpha})$	
			$\mu > \mu_0$	$(z_{\alpha}; +\infty)$	

Bảng 2.1: Công thức của bài toán kiểm định tỷ lệ & trung bình 1 mẫu

2.5.2 Bài toán kiểm định 2 mẫu

Phân bố của tổng thể	GT H_0	GT H_1	Miền bác bỏ RR	T/chuẩn kiểm định
* 2 mẫu độc lập * X_1, X_2 có pp chuẩn. * Đã biết σ_1^2 và σ_2^2 (4a)	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$(-\infty; -z_{\alpha/2}) \cup (z_{\alpha/2}; +\infty)$	$Z_{qs} = \dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}$
		$\mu_1 < \mu_2$	$(-\infty; -z_{\alpha})$	
		$\mu_1 > \mu_2$	$(z_{\alpha}; +\infty)$	
* 2 mẫu độc lập * X_1, X_2 có pp chuẩn * Chưa biết $\sigma_1^2; \sigma_2^2$; $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ (4b)	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$(-\infty; -t_{\alpha/2;(n_1+n_2-2)}) \cup (t_{\alpha/2;(n_1+n_2-2)}; +\infty)$	$T_{qs} = \dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{s_p^2\left(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}\right)}}$
		$\mu_1 < \mu_2$	$(-\infty; -t_{\alpha;(n_1+n_2-2)})$	
		$\mu_1 > \mu_2$	$(t_{\alpha;(n_1+n_2-2)}; +\infty)$	
* 2 mẫu độc lập * X_1, X_2 có pp chuẩn * Chưa biết σ_1^2, σ_2^2; $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ (4c)	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$(-\infty; -t_{\alpha/2;(\nu)}) \cup (t_{\alpha/2;(\nu)}; +\infty)$	$T_{qs} = \dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}}}$
		$\mu_1 < \mu_2$	$(-\infty; -t_{\alpha;(\nu)})$	
		$\mu_1 > \mu_2$	$(t_{\alpha;(\nu)}; +\infty)$	
* 2 mẫu độc lập * X_1, X_2 có pp tùy ý * Mẫu lớn: $n_1, n_2 \geq 30$ * Đã biết hoặc chưa biết σ_1^2, σ_2^2 (4d)	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$(-\infty; -z_{\alpha/2}) \cup (z_{\alpha/2}; +\infty)$	$Z_{qs} = \dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}$
		$\mu_1 < \mu_2$	$(-\infty; -z_{\alpha})$	
		$\mu_1 > \mu_2$	$(z_{\alpha}; +\infty)$	
* 2 mẫu phụ thuộc tương ứng theo cặp * X_1, X_2 có pp chuẩn * Chưa biết σ_D^2 (4e)	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$(-\infty; -t_{\alpha/2;(n-1)}) \cup (t_{\alpha/2;(n-1)}; +\infty)$	$T_{qs} = \dfrac{\bar{X}_D - \mu_0}{s_D}\sqrt{n}$
		$\mu_1 < \mu_2$	$(-\infty; -t_{\alpha;(n-1)})$	
		$\mu_1 > \mu_2$	$(t_{\alpha;(n-1)}; +\infty)$	
* 2 mẫu phụ thuộc tương ứng theo cặp * 2 mẫu lớn: $n \geq 30$ * Đã biết hoặc chưa biết σ_D^2 (4f)	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$(-\infty; -z_{\alpha/2}) \cup (z_{\alpha/2}; +\infty)$	$Z_{qs} = \dfrac{\bar{X}_D - \mu_0}{\sigma_D}\sqrt{n}$
		$\mu_1 < \mu_2$	$(-\infty; -z_{\alpha})$	
		$\mu_1 > \mu_2$	$(z_{\alpha}; +\infty)$	

Bảng 2.2: Các dạng toán kiểm định 2 mẫu

2.5.3 Phân tích phương sai (anova)

Phân tích phương sai là một mô hình dùng để xem xét sự biến động của một biến ngẫu nhiên định lượng X chịu tác động trực tiếp của một hay nhiều yếu tố nguyên nhân (định tính). Được làm hai loại là phân tích phương sai 1 yếu tố và phân tích phương sai 2 yếu tố.

2.5.4 Phân tích phương sai 1 yếu tố

Giả thiết

- Các tổng thể có phân phối chuẩn $N(\mu_i; \sigma_i^2)$, $i = 1, 2, \ldots, k$ với k là tổng thể (thông thường $k \geq 3$).
- Phương sai các tổng thể chưa biết nhưng được giả định là bằng nhau ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots = \sigma_k^2$).
- Các mẫu quan sát (từ k tổng thể) được lấy độc lập.

Các bước thực hiện

Bước 1: Đặt giả thiết kiểm định

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_k,$$
$$H_1 : \exists \mu_i \neq \mu_j \quad (i \neq j)$$

Bước 2: Tính trung bình mẫu của các nhóm $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_k$ theo công thức:

$$\bar{x}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}}{n_i}, \quad (i = 1, 2, \ldots, k)$$

Bước 3: Tính tổng các bình phương lệch (tổng bình phương):

$$SSW = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x}_i)^2$$

$$SSB = \sum_{i=1}^{k} n_i (\bar{x}_i - \bar{x})^2$$

$$SST = SSW + SSB = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x})^2$$

Bước 4: Tính các phương sai:

$$MSW = \frac{SSW}{N - k}, \quad MSB = \frac{SSB}{k - 1}$$

Bước 5: Tính thống kê kiểm định (tiêu chuẩn kiểm định, giá trị quan sát):

$$F = \frac{MSB}{MSW}$$

Bước 6: Xác định miền bác bỏ của bài toán:

$$RR = (F_{\alpha;k-1;N-k}; +\infty)$$

Tìm giá trị $F_{\alpha;k-1;N-k}$ tra bảng Fisher mức ý nghĩa α và cột $k-1$ và dòng $N-k$.

Bước 7: Đưa ra kết luận:

- Nếu $F > F_{\alpha;k-1;N-k} \iff F \in RR \Rightarrow$ Bác bỏ H_0, chấp nhận H_1
- Nếu $F < F_{\alpha;k-1;N-k} \iff F \notin RR \Rightarrow$ không bác bỏ H_0 (chưa bác bỏ được H_0, chấp nhận H_0)

Bảng 2.3: Bảng tóm tắt ANOVA 1 yếu tố

Nguồn của sự biến thiên	**SS**	**df**	**MS**	**F**
Giữa các nhóm	SSB	k-1	MSB	$F = \frac{MSB}{MSW}$
Trong từng nhóm	SSW	N-k	MSW	
Toàn bộ	SST	N-1		

2.5.5 Hồi quy tuyến tính bội

Khái niệm: Hồi quy tuyến tính là một kỹ thuật phân tích dữ liệu dự đoán giá trị của dữ liệu không xác định bằng cách sử dụng một giá trị dữ liệu liên quan và đã biết khác.

Bài toán phân tích hồi quy là bài toán nghiên cứu mối liên hệ phụ thuộc của một biến (gọi là biến phụ thuộc) vào một hay nhiều biến khác (gọi là các biến độc lập), với ý tưởng ước lượng được giá trị trung bình (tổng thể) của biến phụ thuộc theo giá trị của các biến độc lập, dựa trên mẫu được biết trước.

Trong hồi quy tuyến tính đơn, chỉ có một biến độc lập được sử dụng để dự đoán biến phụ thuộc. Tuy nhiên, trong hồi quy tuyến tính bội, có nhiều hơn một biến độc lập được sử dụng.

Hàm hồi quy tuyến tính đơn có dạng:

$$Y = f_Y(X) = E(Y|X) = \beta_0 + \beta_1 X.$$

Hàm hồi quy tuyến tính bội có dạng:

$$Y = f_Y(X_1; X_2; \ldots; X_k) = E(Y|(X_1; X_2; \ldots; X_k)) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_k X_k.$$

Trong đó:

- Y là biến phụ thuộc (biến cần dự đoán).
- $X_1, X_2, \ldots, X_k$ là các biến độc lập (biến giải thích).
- β_0 (cũng được gọi là hệ số điều chỉnh) là hệ số mức độ tự do của mô hình, tức là giá trị dự đoán của biến phụ thuộc khi tất cả các biến độc lập đều bằng 0.

- $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k$ là các hệ số hồi quy tương ứng với từng biến độc lập.
- ϵ là sai số ngẫu nhiên (error term) biểu thị sự khác biệt giữa giá trị thực tế và giá trị dự đoán bởi mô hình.

2.5.6 Một số dạng kiểm định

- **Kiểm định hệ số chặn β_0**
- **1. Đặt giả thuyết và xác định miền bác bỏ tương ứng (sử dụng một trong hai cách viết miền bác bỏ):**

Giả thiết	Miền bác bỏ (1)	Miền bác bỏ (2)
$H_0 : \beta_0 = \beta_{0'}; H_1 : \beta_0 \neq \beta_{0'}$	$RR = (-\infty; -t_{\alpha/2}^{n-2}) \cup (t_{\alpha/2}^{n-2}; +\infty)$	$\lvert t_0 \rvert > t_{\alpha/2}^{n-2}$
$H_0 : \beta_0 = \beta_{0'}; H_1 : \beta_0 < \beta_{0'}$	$RR = (-\infty; -t_{\alpha}^{n-2})$	$t_0 < -t_{\alpha}^{n-2}$
$H_0 : \beta_0 = \beta_{0'}; H_1 : \beta_0 > \beta_{0'}$	$RR = (t_{\alpha}^{n-2}; +\infty)$	$t_0 > t_{\alpha}^{n-2}$

Thông thường $\beta_{0'} = 0$.

2. Tính thống kê kiểm định:

$$t_0 = \frac{\hat{\beta}_0 - \beta_{0'}}{\frac{s\sqrt{\overline{x^2}}}{\sqrt{S_{xx}}}}$$

- **Kiểm định hệ số góc β_1** 1. Đặt giả thuyết và xác định miền bác bỏ tương ứng:

Giả thiết	Miền bác bỏ (1)	Miền bác bỏ (2)
$H_0 : \beta_1 = \beta_{1'}; H_1 : \beta_1 \neq \beta_{1'}$	$RR = (-\infty; -t_{\alpha/2}^{n-2}) \cup (t_{\alpha/2}^{n-2}; +\infty)$	$\lvert t_0 \rvert > t_{\alpha/2}^{n-2}$
$H_0 : \beta_1 = \beta_{1'}; H_1 : \beta_1 < \beta_{1'}$	$RR = (-\infty; -t_{\alpha}^{n-2})$	$t_0 < -t_{\alpha}^{n-2}$
$H_0 : \beta_1 = \beta_{1'}; H_1 : \beta_1 > \beta_{1'}$	$RR = (t_{\alpha}^{n-2}; +\infty)$	$t_0 > t_{\alpha}^{n-2}$

Thông thường $\beta_{1'} = 0$.

2. Tính thống kê kiểm định:

$$t_0 = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_{1'}}{\frac{s}{\sqrt{S_{xx}}}}$$

- **Kiểm định sự phù hợp của đường hồi quy**

  1. Đặt giả thuyết:

  - $H_0 : R^2 = 0$ hoặc $(\beta_1 = 0)$: Phương trình đường hồi quy không thích hợp.
  - $H_1 : R^2 \neq 0$ hoặc $(\beta_1 \neq 0)$: Phương trình đường hồi quy thích hợp.

  2. Miền bác bỏ:

  $$RR = (F_\alpha^{1;n-2}; +\infty) \quad \text{hoặc} \quad F > F_\alpha^{1;n-2}$$

  3. Tính thống kê kiểm định:

  $$F = \frac{\frac{R^2}{1 - R^2}}{n - 2}$$

- **Kiểm định mối tương quan tuyến tính**

  1. Đặt giả thuyết:

  - $H_0 : \rho_{XY} = 0$: X, Y không có tương quan tuyến tính.
  - $H_1 : \rho_{XY} \neq 0$: X, Y có tương quan tuyến tính.

  2. Miền bác bỏ:

  $$RR = (-\infty; -t_{\alpha/2}^{n-2}) \cup (t_{\alpha/2}^{n-2}; +\infty) \quad \text{hoặc} \quad |t_0| > t_{\alpha/2}^{n-2}$$

  3. Tính thống kê kiểm định:

  $$t_0 = r\sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}$$

3 Tiền xử lý dữ liệu

3.1 Đọc dữ liệu vào R

Ta đọc dữ liệu từ file dữ liệu đã cho dưới định dạng CSV vào R bằng hàm `read.csv()` như sau:

```
df <- read.csv("./data_sets/All_GPUs.csv")
head(df, 5)
```

Listing 1: Đọc dữ liệu từ file trong R

Sau khi đọc dữ liệu xong, ta có thể sử dụng hàm `head()` để hiển thị 5 dòng đầu tiên của dữ liệu nhằm kiểm tra xem dữ liệu đã được đọc đúng chưa (Hình 3.1).

```
> df ← read.csv("./data_sets/All_GPUs.csv")
> head(df, 5)
  Architecture Best_Resolution Boost_Clock Core_Speed DVI_Connection Dedicated Direct_X
1  Tesla G92b                                738 MHz              2       Yes  DX 10.0
2     R600 XT       1366 x 768                  \n-              2       Yes    DX 10
3    R600 PRO       1366 x 768                  \n-              2       Yes    DX 10
4       RV630       1024 x 768                  \n-              2       Yes    DX 10
5       RV630       1024 x 768                  \n-              2       Yes    DX 10
  DisplayPort_Connection HDMI_Connection Integrated L2_Cache Manufacturer Max_Power   Memory Memory_Bandwidth
1                     NA               0          No      0KB       Nvidia 141 Watts 1024 MB          64GB/sec
2                     NA               0          No      0KB          AMD 215 Watts  512 MB         106GB/sec
3                     NA               0          No      0KB          AMD 200 Watts  512 MB        51.2GB/sec
4                     NA               0          No      0KB          AMD            256 MB        36.8GB/sec
5                     NA               0          No      0KB          AMD  45 Watts  256 MB        22.4GB/sec
  Memory_Bus Memory_Speed Memory_Type                                Name Notebook_GPU Open_GL
1   256 Bit      1000 MHz       GDDR3                    GeForce GTS 150           No     3.3
2   512 Bit       828 MHz       GDDR3            Radeon HD 2900 XT 512MB           No     3.1
3   256 Bit       800 MHz       GDDR3                 Radeon HD 2900 Pro           No     3.1
4   128 Bit      1150 MHz       GDDR4 Radeon HD 2600 XT Diamond Edition           No     3.3
5   128 Bit       700 MHz       GDDR3                  Radeon HD 2600 XT           No     3.1
                PSU  Pixel_Rate Power_Connector Process ROPs   Release_Date Release_Price Resolution_WxH
1 450 Watt & 38 Amps 12 GPixel/s           None     55nm   16 \n01-Mar-2009                    2560x1600
2 550 Watt & 35 Amps 12 GPixel/s           None     80nm   16 \n14-May-2007                    2560x1600
3 550 Watt & 35 Amps 10 GPixel/s           None     80nm   16 \n07-Dec-2007                    2560x1600
4                    3 GPixel/s           None     65nm    4 \n01-Jul-2007                    2560x1600
5 400 Watt & 25 Amps  3 GPixel/s           None     65nm    4 \n28-Jun-2007                    2560x1600
  SLI_Crossfire Shader TMUs Texture_Rate VGA_Connection
1           Yes      4   64  47 GTexel/s              0
2           Yes      4   16  12 GTexel/s              0
3           Yes      4   16  10 GTexel/s              0
4           Yes      4    8   7 GTexel/s              0
5           Yes      4    8   6 GTexel/s              0
```

Hình 3.1: Hiển thị 5 dòng đầu tiên của dữ liệu sau khi đọc vào R

Như vậy, ta đã hoàn thành việc đọc dữ liệu từ file CSV vào R và có thể tiến hành các bước tiền xử lý dữ liệu tiếp theo.

3.2 Làm sạch dữ liệu

Vì trong file dữ liệu ban đầu, có thể tồn tại các giá trị bị thiếu (NA) hoặc các giá trị không hợp lệ, ta cần thực hiện các bước làm sạch dữ liệu để đảm bảo tính chính xác và độ tin cậy của phân tích sau này.

Trước tiên, ta sẽ phải thay thế tất cả các giá trị rác, không hợp lệ thành giá trị NA trong R. Ví dụ, nếu một ô bất kì có giá trị là chuỗi rỗng `""` hoặc ký tự đặc biệt như `"N/A"`, ta sẽ thay thế chúng bằng NA như sau:

```
df <- df %>%
  mutate(across(where(is.character), trimws))
df[df == ""] <- NA
df[df == "N/A"] <- NA
df[df == "NA"] <- NA
df[df == "-"] <- NA
df[df == "Unknown Release Date"] <- NA
# Chi lay nam san xuat, khong lay ngay cu the
df$Release_Date <- as.Date(df$Release_Date, format = "%d-%b-%Y")
df$Release_Date <- format(df$Release_Date, "%Y")
```

Listing 2: Thay thế giá trị rác thành NA

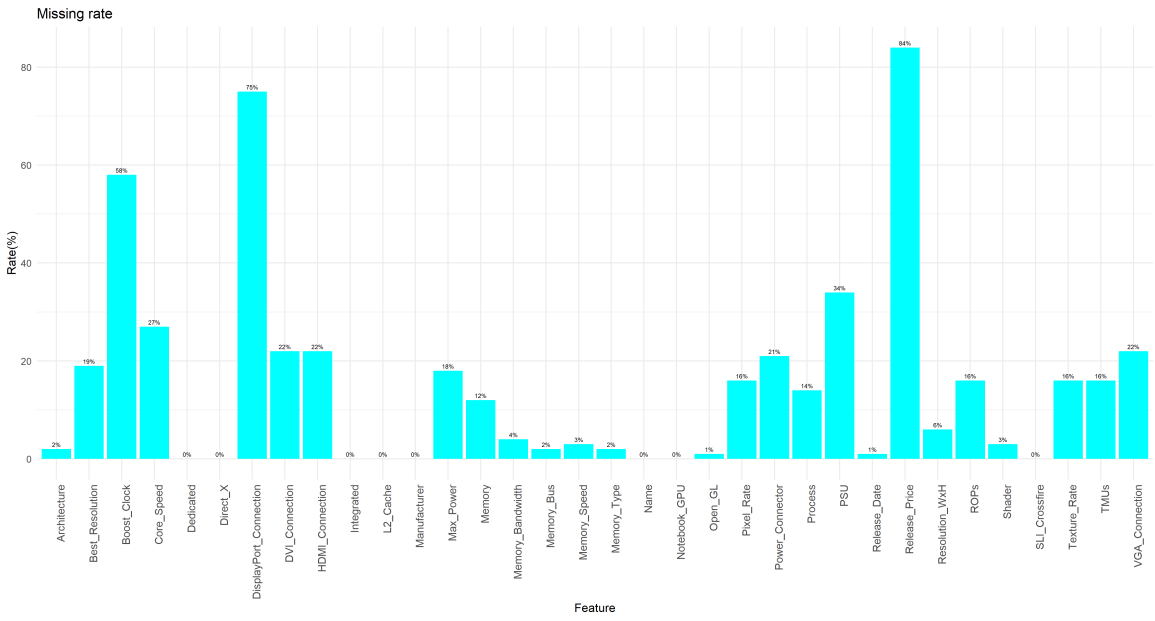
Sau khi thay thế các giá trị rác, nhóm nhận thấy rằng có rất nhiều yếu tố có số lượng NA lớn, điều này buộc nhóm phải lựa chọn giữa loại bỏ và chuẩn hoá. Trong nội dung bài báo cáo này, nhóm sẽ loại bỏ những đặc điểm (cột) có số lượng giá trị NA vượt quá 15% tổng số dòng dữ liệu. Để thực hiện việc này, ta có thể sử dụng đoạn mã sau:

```
# Dem so luong gia tri NA trong moi cot
missing_counts = freq.na(df)
# Ve do thi ty le du lieu khuyet
ggplot(missing_counts, aes(x = rownames(missing_counts), y =
   missing_counts[,2], )) +
  geom_bar(stat = "identity", fill = "cyan") +
  geom_text(aes(label = paste0(missing_counts[,2], "%")), vjust =
      -0.5, size = 2) +
  labs(title = "Missing rate", x = "Feature", y = "Rate (%)") +
  theme_minimal() +
  theme(axis.text.x = element_text(
    size = 10,
```

```
    angle = 90,
    hjust = 1
  ))
```

Listing 3: Trực quan hoá tỷ lệ dữ liệu khuyết thiếu

Kết quả trực quan hóa tỷ lệ dữ liệu khuyết thiếu được thể hiện trong Hình 3.2.



Hình 3.2: Tỷ lệ dữ liệu khuyết thiếu trong các đặc trưng

Tiếp theo sau đó, ta sẽ loại bỏ các cột có tỷ lệ giá trị NA vượt quá 15% tổng số dòng dữ liệu như sau:

```
missing_counts_df <- data.frame(
  feature = rownames(missing_counts),
  percent = missing_counts[,2]
)
cols_to_keep <- missing_counts_df$feature[missing_counts_df$
   percent <= 15 & missing_counts_df$feature != "Architecture" &
   missing_counts_df$feature != "Name"]
df_filtered <- df[, cols_to_keep, drop = FALSE]
head(df_filtered, 5)
df_filtered <- na.omit(df_filtered)
```

Listing 4: Loại bỏ các cột có tỷ lệ NA > 15%

Bằng câu lệnh `print(names(df_filtered))`, ta có thể kiểm tra lại các cột còn lại sau khi đã loại bỏ các cột có tỷ lệ giá trị NA vượt quá 15% (Hình 3.3).

```
> names(df_filtered)
 [1] "Process"          "Memory"           "Resolution_WxH"   "Memory_Bandwidth" "Shader"
 [6] "Memory_Speed"     "Memory_Bus"       "Memory_Type"      "Open_GL"          "Release_Date"
[11] "Dedicated"        "Integrated"       "Direct_X"         "L2_Cache"         "Manufacturer"
[16] "Notebook_GPU"     "SLI_Crossfire"
>
```

Hình 3.3: Các cột còn lại sau khi loại bỏ các cột có tỷ lệ NA > 15%

Mặc dù đã làm sạch dữ liệu bằng cách loại bỏ các cột có tỷ lệ khuyết hoặc số lượng giá trị NA cao, vẫn còn một yếu tố khiến việc phân tích dữ liệu trở nên khó khăn, đó là các đơn vị đo, do đó ta cần chuẩn hoá các đơn vị đo trong dữ liệu bằng cách loại bỏ chúng.

```r
# Chuan hoa don vi do trong cac cot
remove_unit_cols <- c("Memory_Bandwidth", "Memory_Speed", "Memory_Bus", "Direct_X")
main_df <- df_filtered
main_df[remove_unit_cols] <- lapply(df_filtered[remove_unit_cols], function(x) {
  as.numeric(gsub("[^0-9.]", "", x))
})
clean_cache <- function(x) {
  main <- as.numeric(sub("KB.*", "", x))       # 2304
  mult       <- as.numeric(sub(".*\\(x([0-9]+)\\)", "\\1", x))   # 2
  if (is.na(mult)) mult <- 1
  return(main * mult)
}
main_df$L2_Cache <- sapply(main_df$L2_Cache, clean_cache)
```

Listing 5: Chuẩn hoá các đơn vị đo trong dữ liệu

Dữ liệu đã được làm sạch được lưu vào biến `main_df` và được hiện trong Hình 3.4.

```
> head(main_df, 5)
  Manufacturer Release_Date Memory_Bandwidth Memory_Speed L2_Cache Open_GL Memory_Type Resolution_WxH
1       Nvidia         2009             64.0         1000        0     3.3       GDDR3      2560x1600
2          AMD         2007            106.0          828        0     3.1       GDDR3      2560x1600
3          AMD         2007             51.2          800        0     3.1       GDDR3      2560x1600
4          AMD         2007             36.8         1150        0     3.3       GDDR4      2560x1600
5          AMD         2007             22.4          700        0     3.1       GDDR3      2560x1600
  Direct_X Process Memory Shader Memory_Bus Dedicated Integrated Notebook_GPU SLI_Crossfire
1       10      55   1024      4        256       Yes         No           No           Yes
2       10      80    512      4        512       Yes         No           No           Yes
3       10      80    512      4        256       Yes         No           No           Yes
4       10      65    256      4        128       Yes         No           No           Yes
5       10      65    256      4        128       Yes         No           No           Yes
```

Hình 3.4: Dữ liệu sau khi làm sạch

4 Thống kê mô tả

Sau khi đã loại bỏ các các biến có tỉ lệ dữ liệu khuyết cao, nhóm tiến hành chọn lọc các biến quan trọng. Sau quá trình tham khảo, nhóm nhận thấy thông số quyết định hiệu suất xử lí của GPU là băng thông bộ nhớ (Memory_Bandwidth) vì nó quyết định tốc độ truyền tải dữ liệu giữa bộ nhớ và GPU, đặc biệt với các tác vụ yêu cầu GPU xử lí lượng dữ liệu lớn. Băng thông càng cao thì tốc độ xử lý và khả năng đa nhiệm của hệ thống càng nhanh và ổn định. Ngoài ra, nhóm lựa chọn các biến có tầm ảnh hưởng khác nhau đến Memory_Bandwidth gồm: Manufacturer, Process, Memory_Speed, Memory_Bus, Memory_Type, L2_Cache, Dedicated.

4.1 Tính các giá trị đặc trưng của các biến.

4.1.1 Đối với các biến có giá trị số.

Ta tiến hành lấy các biến trong dữ liệu mẫu ra để tính các giá trị đặc trưng của các biến như sau:

```
numeric_data <- main_df[, c("Memory_Bandwidth", "Process", "
    Memory_Speed", "Memory_Bus", "L2_Cache")]
sds <- sapply(numeric_data, sd, na.rm = TRUE)
summary(numeric_data)
sds
```

Listing 6: Tính các giá trị đặc trưng của các biến

Kết quả:

```
> summary(numeric_data)
Memory_Bandwidth    Process        Memory_Speed    Memory_Bus        L2_Cache
Min.   :   4.0   Min.   : 14.00   Min.   : 275   Min.   :  32.0   Min.   :   0.0
1st Qu.:  64.0   1st Qu.: 28.00   1st Qu.: 950   1st Qu.: 128.0   1st Qu.: 256.0
Median : 134.4   Median : 28.00   Median :1250   Median : 192.0   Median : 512.0
Mean   : 162.7   Mean   : 32.21   Mean   :1275   Mean   : 222.4   Mean   : 847.4
3rd Qu.: 224.4   3rd Qu.: 40.00   3rd Qu.:1527   3rd Qu.: 256.0   3rd Qu.:1024.0
Max.   :1280.0   Max.   :150.00   Max.   :2127   Max.   :4096.0   Max.   :6144.0
> sds
Memory_Bandwidth    Process        Memory_Speed    Memory_Bus        L2_Cache
       137.13660   13.76039          395.62258     236.03473       941.24799
```

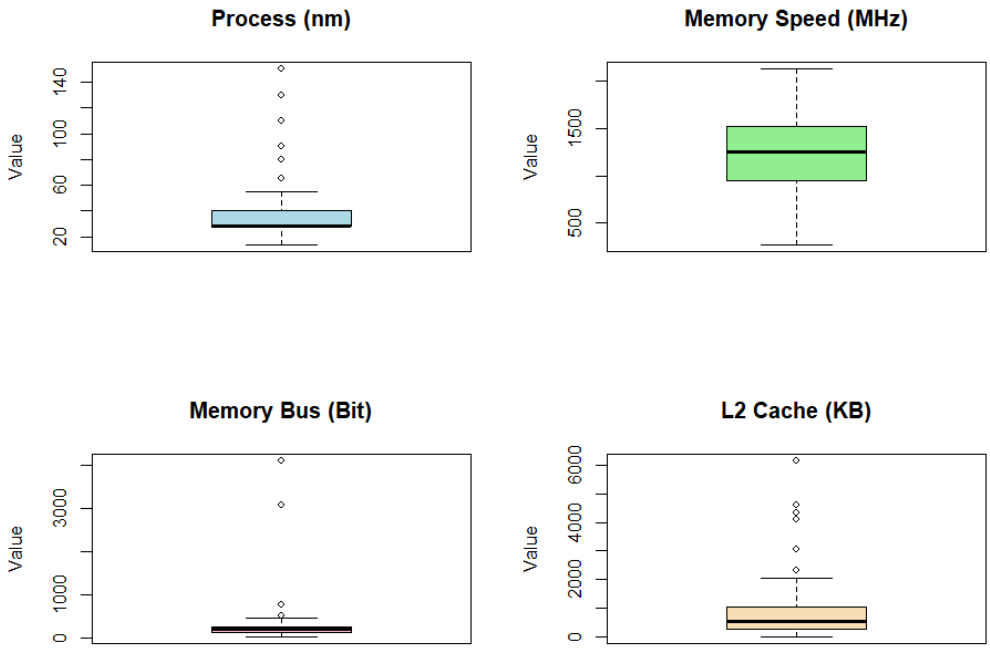
Nhận xét: từ kết quả ở trên, ta có thể xem giá trị lớn nhất, nhỏ nhất, độ lệch chuẩn và tứ phân vị của các biến cũng như giá trị trung bình của chúng.

Nhóm cũng thử vẽ biểu đồ hộp để trực quan hóa trực quan hoá các số liệu :

```r
par(mfrow = c(2, 2)) # Chia khung thanh 2 hang va 2 cot

boxplot(main_df$Process, main = "Process (nm)", col = "lightblue", ylab = "Value")
boxplot(main_df$Memory_Speed, main = "Memory Speed (MHz)", col = "lightgreen", ylab = "Value")
boxplot(main_df$Memory_Bus, main = "Memory Bus (Bit)", col = "pink", ylab = "Value")
boxplot(main_df$L2_Cache, main = "L2 Cache (KB)", col = "wheat", ylab = "Value")

par(mfrow = c(1, 1)) # Chinh lai nhu ban dau
```

Listing 7: Vẽ biểu đồ hộp cho các biến số

Kết quả:



Hình 4.1: Biểu đồ hộp cho các biến số

Nhận xét: từ biểu đồ hộp ở hình 4.1, ta thấy rằng các biến có một vài ngoại lai nằm ngoài phạm vi của biểu đồ hộp. Bên cạnh đó biểu đồ hợp cũng cho thấy sự khớp như kết quả ở phần

trên. Mặc dù vậy các ngoại lai này có thể ảnh hưởng đến các phân tích thống kê tiếp theo, do đó nhóm quyết định loại bỏ các ngoại lai này.

```r
# Dinh nghia ham ngoai lai
is_outlier <- function(x) {
  if (all(is.na(x))) return(rep(FALSE, length(x)))

  Q1 <- quantile(x, 0.25, na.rm = TRUE)
  Q3 <- quantile(x, 0.75, na.rm = TRUE)
  IQR <- Q3 - Q1

  lower_bound <- Q1 - 1.5 * IQR
  upper_bound <- Q3 + 1.5 * IQR

  return(x < lower_bound | x > upper_bound)
}
# Loai bo ngoai lai khoi tap du lieu
outlier_matrix <- sapply(numeric_data, is_outlier)
rows_with_outliers <- rowSums(outlier_matrix) > 0
main_df <- main_df[!rows_with_outliers, ]
```

Listing 8: Loại bỏ các ngoại lai khỏi các biến số

4.1.2 Đối với các biến phân loại

Đối với các biến phân loại như Manufacturer, Memory_Type, Dedicated, ta có thể đếm số lượng các nhóm con trong các biến này và tần số xuất hiện của chúng như sau:

```r
table(main_df$Manufacturer)
table(main_df$Memory_Type)
table(main_df$Dedicated)
```

Listing 9: Đếm số lượng các nhóm con trong các biến phân loại

Kết quả:

```
> table(main_df$Manufacturer)
   AMD    ATI  Intel Nvidia
   885     76      3   1277
> table(main_df$Memory_Type)
  DDR2   DDR3  eDRAM  GDDR2  GDDR3  GDDR4  GDDR5 GDDR5X
    16    356      2      3     93      2   1740     29
> table(main_df$Dedicated)
  No  Yes
   3 2238
```

Nhận xét: từ kết quả trên, ta có thể thấy được rằng có 4 hãng sản xuất GPU chính trong dữ liệu là Nvidia, AMD, Intel và ATI. Trong đó Nvidia và AMD chiếm đa số, còn Intel và ATI chỉ chiếm một phần rất nhỏ, đặc biệt chỉ có 3 quan sát cho Intel, do đó nhóm quyết định loại bỏ các quan sát của Intel khỏi tập dữ liệu. Ngoài ra, các loại bộ nhớ cũng có sự phân phối không đều, với DDR3, GDDR3, GDDR5 chiếm đa số, các loại bộ nhớ còn lại chỉ chiếm một phần rất nhỏ. Do đó nhóm cũng sẽ loại bỏ các quan sát có loại bộ nhớ là DDR2, eDRAM, GDDR2, GDDR4 khỏi tập dữ liệu. Cuối cùng, biến Dedicated có sự phân phối rất không đều, với chỉ 3 quan sát có giá trị No, do đó nhóm quyết định loại bỏ các quan sát này khỏi tập dữ liệu. Và cũng sẽ không dùng biến Dedicated trong các phân tích tiếp theo.

```r
# 1. Tao danh sach ca gia tri can xoa
gia_tri_can_xoa <- c("Intel", "DDR2", "eDRAM", "GDDR2", "GDDR4",
    "GDDR5X")

# 2. Ham thay the
thay_the_na <- function(df, danh_sach_xoa) {
  df[] <- lapply(df, function(x) {
    replace(x, x %in% danh_sach_xoa, NA)
  })
  return(df)
}

main_df <- thay_the_na(main_df, gia_tri_can_xoa)
main_df <- na.omit(main_df)
```

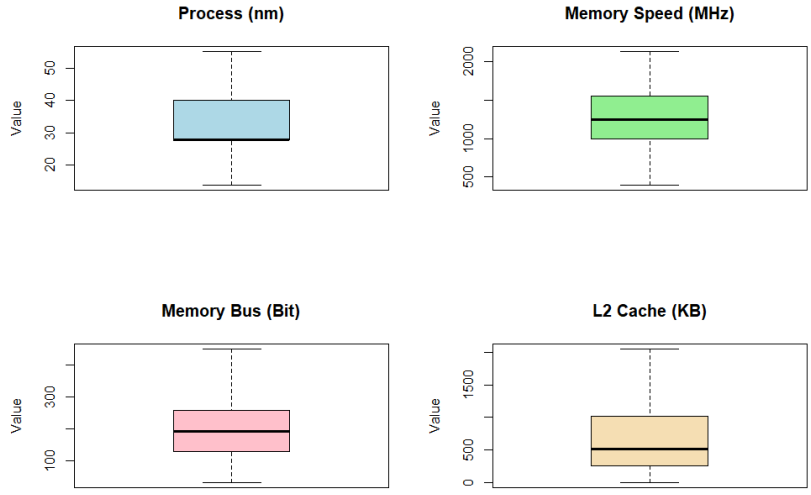
Listing 10: Loại bỏ các quan sát không phù hợp khỏi tập dữ liệu

4.1.3 Kiểm tra lại các đặc điểm của các biến.

Sau khi đã một lần nữa loại bỏ các ngoại lai cũng như quan sát không phù hợp, ta tiến hành kiểm tra lại dữ liệu như sau:

Đối với các biến có giá trị số:

```
> summary(numeric_data)
Memory_Bandwidth    Process       Memory_Speed    Memory_Bus       L2_Cache
Min.   :  6.4    Min.   :14.00   Min.   : 400   Min.   : 32.0   Min.   :   0.0
1st Qu.: 64.0    1st Qu.:28.00   1st Qu.:1000   1st Qu.:128.0   1st Qu.: 256.0
Median :120.0    Median :28.00   Median :1250   Median :192.0   Median : 512.0
Mean   :135.0    Mean   :30.58   Mean   :1293   Mean   :193.4   Mean   : 690.7
3rd Qu.:192.3    3rd Qu.:40.00   3rd Qu.:1600   3rd Qu.:256.0   3rd Qu.:1024.0
Max.   :448.8    Max.   :55.00   Max.   :2127   Max.   :448.0   Max.   :2048.0
> sds
Memory_Bandwidth    Process       Memory_Speed    Memory_Bus       L2_Cache
    89.382734      8.879749        382.916229     89.449949      637.044795
```



Hình 4.2: Biểu đồ hộp cho các biến số sau khi loại bỏ ngoại lai và quan sát không phù hợp

Nhận xét: sau khi loại bỏ các ngoại lai và giá trị không phù hợp, ta thấy rằng phương sai của các biến đã giảm đáng kể, ngoài ra trong biểu đồ hộp, các ngoại lai cũng đã không còn, khiến cho biểu đồ hộp trực quan hơn. Bênh cạnh đó việc loại bỏ các ngoại lai và quan sát không phù hợp cũng giúp cho các phân tích thống kê tiếp theo trở nên chính xác hơn.

Đối với các biến phân loại:

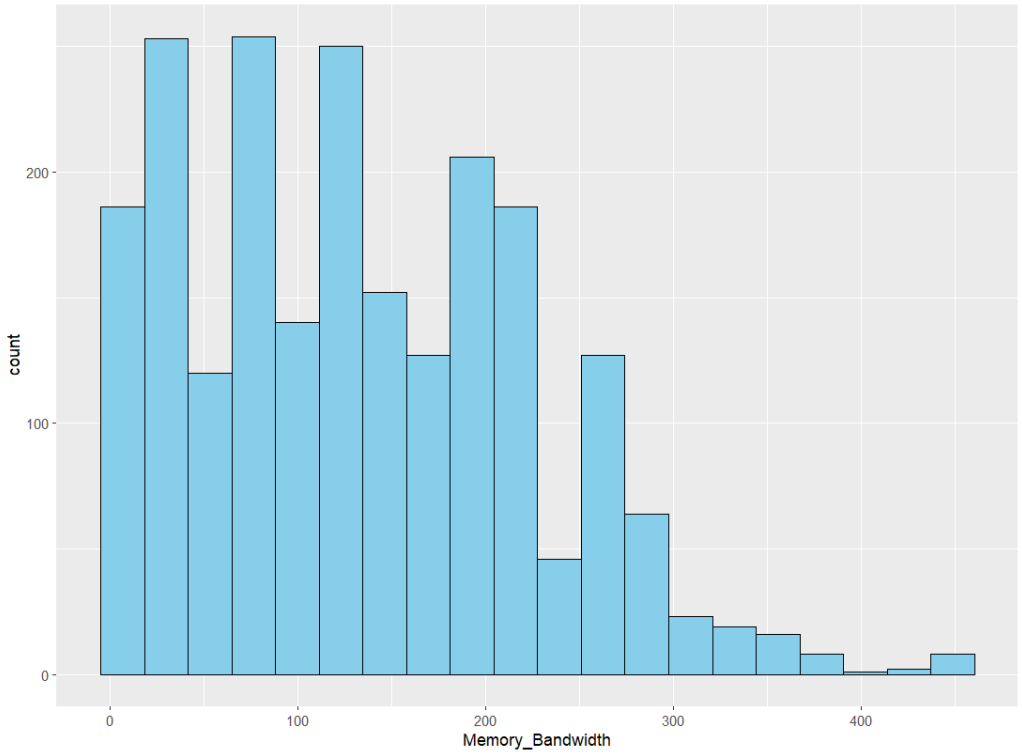
Như đã đề cập ở trên vì biến Dedicated đã bị loại bỏ khỏi tập dữ liệu, ta chỉ kiểm tra lại hai biến còn lại là Manufacturer và Memory_Type như sau:

```
> table(main_df$Manufacturer)
   AMD    ATI Nvidia
   876     76   1236
> table(main_df$Memory_Type)
 DDR3 GDDR3 GDDR5
  355    93  1740
```

Nhận xét: như vậy ta chỉ còn lại 3 hãng sản xuất GPU chính là Nvidia, AMD và ATI. Bên cạnh đó ta cũng chỉ còn lại 3 loại bộ nhớ chính là DDR3, GDDR3 và GDDR5.

4.2 Sự phân phối tần số của biến Memory_Bandwidth.

Sự phân phối tần số của biến Memory_Bandwidth được thể hiện qua biểu đồ tần số sau:



Hình 4.3: Biểu đồ tần số của biến Memory_Bandwidth

Nhận xét: từ biểu đồ tần số ở hình 4.3, ta thấy rằng sự phân phối của biến Memory_Bandwidth của các GPU trong tập dữ liệu. Biến không tuân theo phân phối chuẩn, phân phối lệch phải, biến có phần lớn giá trị tập trung thấp, chủ yếu ở ngưỡng dưới 250 GB/s và có xu hướng giảm dần khi giá trị của "Memory_Bandwidth" tăng lên. Điều này phản ánh nhu cầu thị trường đối với các loại GPU. Các trường hợp có băng thông bộ nhớ cao là rất hiếm, có sự chênh lệch lớn giữa các đối tượng quan sát được, cho thấy một số loại GPU hiệu năng cao có khả năng được sử dụng cho các công việc đặc thù. Do đó khi phân tích thống kê chỉ phù hợp khi xemm xét các GPU có hiệu năng trung bình, phổ thông.

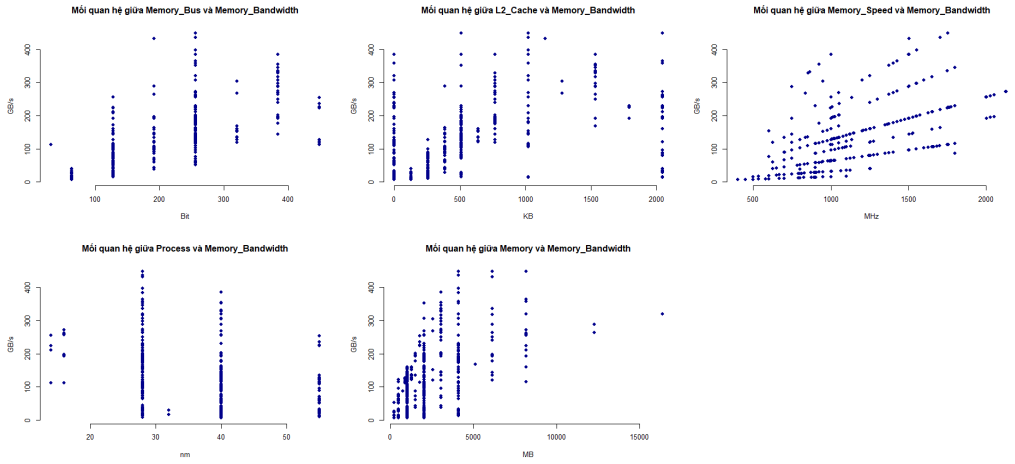
4.3 Đồ thị scatter plot cho biến Memory_Bandwidth theo Memory_Bus, L2_Cache, Memory_Speed, Process và Memory.

Ta tiến hành vẽ các đồ thị scatter plot để quan sát mối quan hệ giữa biến Memory_Bandwidth với các biến Memory_Bus, L2_Cache, Memory_Speed, Process như sau:

```
ve_bieu_do_tuy_chinh <- function(du_lieu_x, du_lieu_y, nhan_x,
   nhan_y) {
  plot(x = du_lieu_x,
       y = du_lieu_y,
       main = paste("Moi quan he giua", nhan_x, "va", nhan_y),
       xlab = nhan_x,
       ylab = nhan_y,
       pch = 19,           # Style
       col = "darkblue",   # Color
       frame = FALSE)      # Remove extra frame
}
```

Listing 11: Vẽ đồ thị scatter plot.

Kết quả:



Hình 4.4: Đồ thị scatter plot cho biến Memory_Bandwidth theo Memory_Bus, L2_Cache, Memory_Speed, Process

Nhận xét:

- Dựa vào đồ thị scatter plot cho Memory_Bandwidth theo Memory_Bus, nhóm thấy được rằng Memory_Bandwidth phân bố rời rạc và không đồng đều, tập trung chủ yếu ở các mức Memory_Bus phổ biến như 128 bit, 192 bit, và 256 bit. Mối quan hệ giữa hai biến này không rõ ràng, với sự phân tán dữ liệu rộng ở mỗi mức Memory_Bus. Điều này cho thấy rằng Memory_Bus không phải là yếu tố duy nhất quyết định băng thông bộ nhớ, mà còn phụ thuộc vào các yếu tố khác như loại bộ nhớ và tốc độ bộ nhớ.

- Dựa vào đồ thị scatter plot cho Memory_Bandwidth theo L2_Cache, nhóm thấy được rằng phần lớn các điểm dữ liệu tập trung ở vùng Cache nhỏ, dưới 1000KB. Mối quan hệ giữa Memory_Bandwidth và L2_Cache không rõ ràng, với sự phân tán dữ liệu rộng ở mỗi mức L2_Cache.

- Dựa vào đồ thị scatter plot cho Memory_Bandwidth theo Memory_Speed, nhóm thấy được rằng đây là biến có ảnh hưởng lớn nhất đền Memory_Bandwidth vì dữ liệu phân bố theo đường chéo. Mặc dù vậy, phần lớn dữ liệu vẫn tập trung ở vùng Memory_Speed thấp, dưới 1500MHz.

- Dựa vào đồ thì scatter plot cho Memory_Bandwidth theo Process, nhóm thấy được rằng phần lớn các điểm dữ liệu tập trung ở chủ yếu ở 3 mức Process cụ thể là 28mm, 40mm và 55mm. Mối quan hệ giữa hai biến này không rõ ràng, với sự phân tán dữ liệu rộng ở mỗi mức Process.

- Dựa vào đồ thị scatter plot cho Memory_Bandwidth theo Memory, nhóm thấy được rằng phần lớn các điểm dữ liệu phân bố không đều, tập trung phân bố ở vùng nhỏ hơn 10000MB.

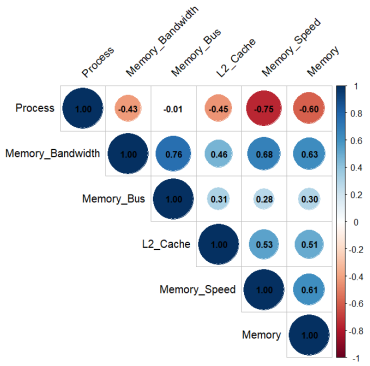
4.4 Ma trận tương quan cho các biến số.

Ta tiến hành tính ma trận tương quan và vẽ ma trận tương quan cho các biến số như sau:

```
### Ve ma tran tuong quan ###
library(corrplot)
# 1. Chon cac bien can ve ma tran tuong quan
my_data <- main_df[, c("Memory_Bandwidth", "Process", "Memory_
   Speed", "Memory_Bus", "L2_Cache", "Memory")]

# 2. Tinh toan ma tran tuong quan
cor_matrix <- cor(my_data, use = "complete.obs")
corrplot(cor_matrix,
         method = "circle",        # Kieu hien thi: hinh tron
         type = "upper",           # Chi ve mot nua tren (cho do
            roi)
         order = "hclust",         # Tu dong gom nhom cac bien
            giong nhau lai gan nhau
         tl.col = "black",         # MMau chu ten bien
         tl.srt = 45,              # Nghieng chu 45 do cho de doc
         addCoef.col = "black",    # Hien thi them con so cu the (
            QUAN TRONG)
         number.cex = 0.8          # Co chu so
)
```

Listing 12: Tính ma trận tương quan và vẽ ma trận tương quan cho các biến số

Kết quả:



Hình 4.5: Ma trận tương quan cho các biến số

Nhận xét: từ ma trận tương quan ở hình 4.5, ta thấy được rằng các biến Memory_Bus, Memory_Speed và Memory có mối quan hệ tương quan mạnh với Memory_Bandwidth, với hệ số tương quan lần lượt là 0.76, 0.68, 0.63. Điều này cho thấy rằng các biến này có ảnh hưởng lớn đến băng thông bộ nhớ của GPU. Bên cạnh đó 2 biến Process và Memory_Speed cũng có mối quan hệ tương quan âm mạnh với nhau. Tựu trung lại, các biến này đều có mối quan hệ tương quan với nhau, cho thấy rằng chúng có thể ảnh hưởng đến hiệu suất xử lý của GPU.

5 Thống kê suy diễn

5.1 Bài toán 1 mẫu.

Ngày nay VRam hay Memory trong các bộ xử lý đồ hoạ GPU là một trong những yếu tố quan trọng quyết định hiệu năng của GPU. Có một người dùng cho rằng băng thông bộ nhớ băng thông trung bình của các GPU lớn hơn 2GB. Hãy kiểm định xem ý kiến của người dùng đó có đúng không với mức ý nghĩa 5%.

5.1.1 Mục đích kiểm định.

Đánh giá xem kích thước bộ nhớ trung bình (Memory) của các GPU có lớn hơn 2GB hay không.

5.1.2 Giả thiết nghiên cứu.

- H_0: $\mu \leq 2$. Trung bình kích thước bộ nhớ của các GPU **không lớn hơn** 2GB.
- H_1: $\mu > 2$. Trung bình kích thước bộ nhớ của các GPU **lớn hơn** 2GB.

5.1.3 Thực hiện kiểm định.

Bước 1: Tính các đặc điểm thống kê mẫu.

```
Mem <- main_df$Memory
n   <- length(Mem)
tb  <- mean(Mem)
s   <- sd(Mem)
```

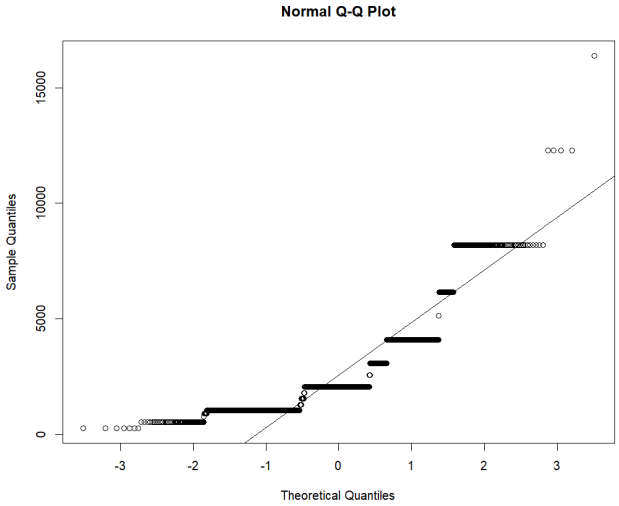
Listing 13: Tính các đặc điểm thống kê mẫu trong R

Kết quả:

```
> print(mem_df)
     n       tb       s
1 2610 3136.564 2838.941
```

Hình 5.1: Bảng kết quả các đặc điểm thống kê mẫu

Bước 2: Kiểm tra phân phối chuẩn của mẫu bằng kiểm định Q-Q plot.



Hình 5.2: Đồ thị Q-Q plot cho mẫu

Nhận xét: có thể thấy rằng mẫu không tuân theo phân phối chuẩn và phân bố theo một vài giá trị cụ thể. Như vậy bài toán trên là kiểm định 1 mẫu với phân phối tuỳ ý và $n > 30$.

Bước 3: Thực hiện kiểm định giả thiết.

Xác định mức ý nghĩa $\alpha = 0.05$. Suy ra miền bác bỏ $\text{RR} = (Z_{\alpha/2}, +\infty) = (1.644854, +\infty)$. Tìm tiêu chuẩn kiểm định:

$$Z_{\text{qs}} = \frac{(\bar{X} - \mu_0)}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{2624.234 - 2048}{\frac{1916.352}{\sqrt{2188}}} \approx 14.0652.$$

Tìm các giá trị trong R:

```
z0 <- (tb - 2048)/(s/sqrt(n))
alpha = 0.05
RR <- qnorm(p = 1 - alpha)
```

Listing 14: Tính giá trị Z_qs trong R

```
> z0
[1] 14.06524
> RR
[1] 1.644854
```

Hình 5.3: Kết quả tính giá trị Z_qs trong R

Kết luận: Vì $Z_{\text{qs}} = 14.06524 \in RR$, nên ta bác bỏ giả thiết không H_0 và chấp nhận giả thiết đối H_1. Kết luận rằng trung bình kích thước bộ nhớ của các GPU lớn hơn 2GB với mức ý nghĩa 5%.

5.2 Bài toán 2 mẫu.

Băng thông bộ nhớ (Memory Bandwidth) là thông số quan trọng ảnh hưởng đến hiệu năng của bộ xử lý đồ hoạ GPU. Trên thị trường Việt Nam hiện nay có hai hãng là kỳ phùng địch thủ của nhau là Nvidia và AMD và cũng có nhiều cuộc tranh cãi, so sánh hiệu năng GPU của hai hãng này. Có một người dùng cho rằng băng thông bộ nhớ trung bình của Nvidia lớn hơn so với băng thông trung bình của AMD. Hãy kiểm định xem ý kiến của người dùng đó có đúng không với mức ý nghĩa 5%.

5.2.1 Mục đích kiểm định.

Đánh giá xem băng thông bộ nhớ trung bình (Memory Bandwidth) của Nvidia có lớn hơn băng thông bộ nhớ trung bình của AMD hay không.

5.2.2 Giả thiết nghiên cứu.

- H_0: $\mu_1 \leq \mu_2$. Trung bình băng thông bộ nhớ của Nvidia **không lớn hơn** trung bình băng thông bộ nhớ của AMD.
- H_1: $\mu_1 > \mu_2$. Trung bình băng thông bộ nhớ của Nvidia **lớn hơn** trung bình băng thông bộ nhớ của AMD.

5.2.3 Thực hiện kiểm định.

Bước 1: Chia dữ liệu thành 2 nhóm và tính các đặc điểm thống kê mẫu cho từng nhóm.

```
nvidia <- subset(main_df, Manufacturer == "Nvidia")$Memory_
   Bandwidth
amd    <- subset(main_df, Manufacturer == "AMD")$Memory_Bandwidth

# Lay n s trung binh cua du lieu
n1 <- length(nvidia)
n2 <- length(amd)

sd1<- sd(nvidia)
sd2<- sd(amd)

tb1<- mean(nvidia)
tb2<- mean(amd)
```

```r

bang_ket_qua <- data.frame(
  "Nhom" = c(1, 2),
  "n"    = c(n1, n2),
  "tb"   = c(tb1, tb2),
  "sd"   = c(sd1, sd2)
)
print(bang_ket_qua)
```

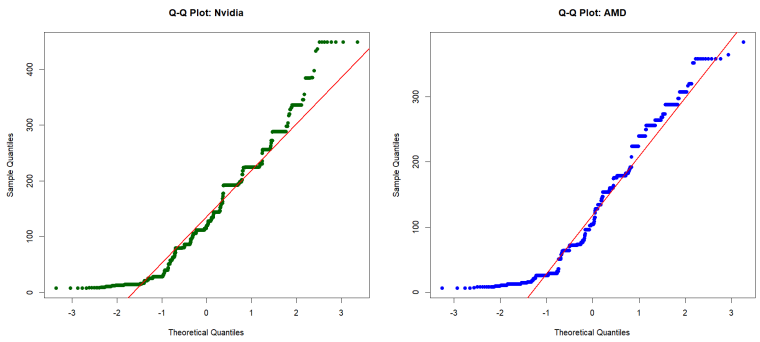
Listing 15: Tính các đặc điểm thống kê mẫu cho từng nhóm trong R

Kết quả:

	Nhóm	n	tb	s
1	1	1236	137.0224	89.28356
2	2	876	126.2513	89.12240

Hình 5.4: Bảng kết quả các đặc điểm thống kê mẫu cho từng nhóm

Bước 2: Kiểm tra phân phối chuẩn của hai mẫu bằng Q-Q plot.



Hình 5.5: Đồ thị Q-Q plot cho hai mẫu

Nhận xét: có thể thấy rằng cả hai mẫu đều không tuân theo phân phối chuẩn vì và có xu hướng lệch ở hai đầu. Như vậy bài toán ở đây là kiểm định 2 mẫu độc lập với phân phối tuỳ ý, $n_1 > 30$ và $n_2 > 30$.

Bước 3: Thực hiện kiểm định giả thiết.

Xác định mức ý nghĩa $\alpha = 0.05$. Suy ra miền bác bỏ $\text{RR} = (Z_{\alpha/2}, +\infty) = (1.644854, +\infty)$.

Tìm tiêu chuẩn kiểm định:

$$Z_{\text{qs}} = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} = \frac{137.0224 - 126.2513}{\sqrt{\frac{137.0224}{1236} + \frac{126.2513}{876}}} \approx 2.7344$$

Tìm các giá trị trong R:

```
z0 <- (tb1-tb2)/sqrt(s1^2/n1 + s2^2/n2)
alpha = 0.05
RR <- qnorm(p = 1 - alpha)
```

Listing 16: Tính giá trị Z_qs trong R

```
> z0
[1] 2.734412
> RR
[1] 1.644854
```

Hình 5.6: Kết quả tính giá trị Z_qs trong R

Kết luận: Vì $Z_{\text{qs}} = 2.7344 \in RR$, nên ta bác bỏ giả thiết không H_0 và chấp nhận giả thiết đối H_1. Kết luận rằng trung bình băng thông bộ nhớ của Nvidia lớn hơn trung bình băng thông bộ nhớ của AMD với mức ý nghĩa 5%.

5.3 Phân tích phương sai (ANOVA) một yếu tố về ảnh hưởng của nhà sản xuất đến băng thông bộ nhớ

5.3.1 Mục đích kiểm định.

Phân tích One-way ANOVA nhằm đánh giá: Băng thông bộ nhớ (Memory_Bandwidth) có sự khác biệt về trung bình giữa các hãng sản xuất GPU hay không?

Các hãng trong dữ liệu: AMD, ATI và NVIDIA.

5.3.2 Giả thiết nghiên cứu.

- H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$. Trung bình băng thông bộ nhớ giữa các hãng sản xuất **là bằng nhau**.
- H_1: $\exists i, j (i \neq j), \mu_i \neq \mu_j$. Có **ít nhất hai hãng sản xuất** có trung bình băng thông bộ nhớ **khác nhau**.

5.3.3 Kiểm tra giả định thống kê của ANOVA một yếu tố.

Đặt cặp giả thiết thống kê:

- Các quan sát độc lập.
- Phân phối chuẩn.
- Phương sai giữa các nhóm đồng nhất.

5.3.4 Xây dựng mô hình ANOVA một yếu tố trong R.

Bước 1: Xây dựng mô hình ANOVA.
Ta có thể dùng lệnh:

```
anova_model <- aov(Memory_Bandwidth ~ Manufacturer, data = main_df)
```

Listing 17: Xây dựng mô hình ANOVA một yếu tố trong R

Bước 2: Kiểm tra các giả định thống kê.

- **Tính độc lập:** vì dữ liệu được thu thập từ các mẫu GPU khác nhau nên ta có thể coi các quan sát là độc lập.

- **Phân phối chuẩn:** Ta sử Shapiro-Test và biểu đồ Q-Q plot để kiểm tra giả định phân phối chuẩn của phần dư.

  Kiểm định chuẩn hóa phần dư.

  H_0 : Phần dư tuân theo phân phối chuẩn.

  H_1 : Phần dư không tuân theo phân phối chuẩn.

```r
res <- residuals(anova_model)
shapiro.test(res)
```

Listing 18: Kiểm định Shapiro-Wilk cho phần dư của mô hình ANOVA.

Kết quả của `shapiro.test()` cho phần dư trả về được thể hiện trong hình 5.7, dễ dàng, ta có thể nhận thấy rằng p_value $= 2.2e-16 << 0.05$, do đó ta bác bỏ giả thiết không H_0 và thừa nhận giả thiết đối H_1. Kết luận rằng phần dư không tuân theo phân phối chuẩn. Và từ đó khẳng định biến phụ thuộc (Memory_Bandwidth) không tuân theo phân phối chuẩn.

```
> res ← residuals(anova_model)        # lấy phần dư Y-Y
> shapiro.test(res)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  res
W = 0.95414, p-value < 2.2e-16
```

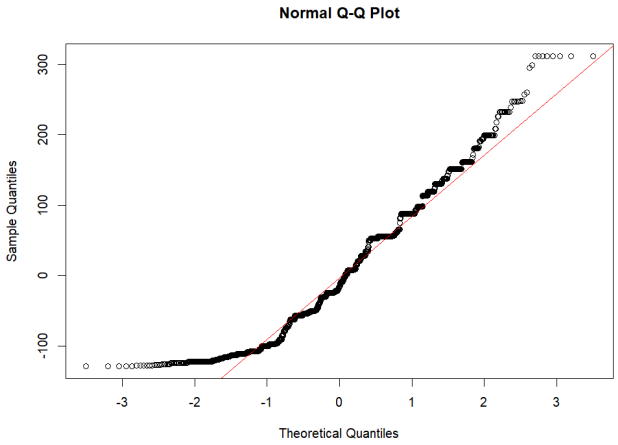
Hình 5.7: Kết quả kiểm định Shapiro-Wilk cho phần dư của mô hình ANOVA

Để trực quan hơn, ta có thể sử dụng biểu đồ Q-Q plot để kiểm tra giả định phân phối chuẩn của phần dư như sau:

```r
qqnorm(res)
qqline(res)
```

Listing 19: Biểu đồ Q-Q plot cho phần dư của mô hình ANOVA

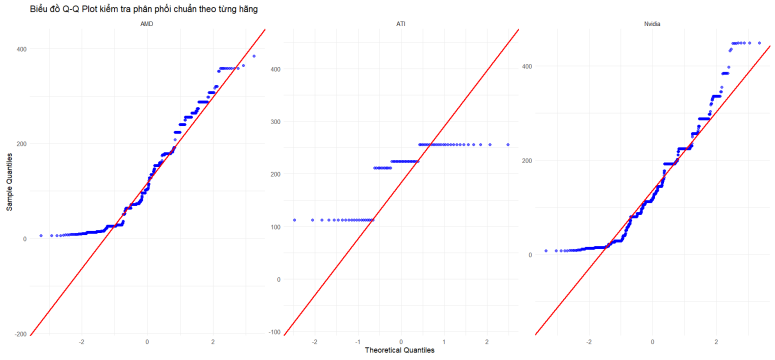
Kết quả được thể hiện ở hình 5.8. Ta có thể thấy rằng các điểm dữ liệu không nằm dọc theo đường thẳng, điều này cho thấy phần dư không tuân theo phân phối chuẩn. Và có xu hướng lệch ở 2 đầu.



Hình 5.8: Biểu đồ Q-Q plot cho phần dư của mô hình ANOVA

Từ 2 phép kiểm định trên, ta chắc chắn kết luận được rằng Memory_Bandwidth không tuân theo phân phối chuẩn.

Bên cạnh đó nếu từng nhóm con (theo từng hãng sản xuất) đều tuân theo phân phối chuẩn thì ta có thể sử dụng kiểm định ANOVA một yếu tố. Do đó ta sẽ kiểm tra giả định phân phối chuẩn cho từng nhóm con.



Hình 5.9: Biểu đồ Q-Q plot cho từng nhóm con của mô hình ANOVA

Dễ dàng nhận thấy ở hình 5.9 rằng cả 3 nhóm con đều không tuân theo phân phối chuẩn. Do đó mô hình ANOVA một yếu tố không phù hợp để phân tích dữ liệu này.

- **Phương sai đồng nhất:** Ta sử dụng kiểm định Levene để kiểm tra giả định phương sai đồng nhất.

  $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2$. Phương sai giữa các nhóm là đồng nhất.

  $H_1 : \exists i, j (i \neq j), \sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$. Phương sai giữa các nhóm không đồng nhất.

Ta có thể sử dụng lệnh sau trong R để thực hiện kiểm định Levene:

```
leveneTest(Memory_Bandwidth~ Manufacturer, data = main_df)
```

Listing 20: Kiểm định Levene cho phương sai đồng nhất

Ta thu được kết quả kiểm định Levene được thể hiện trong hình 5.10. Ta thấy rằng p_value $= 2.005e-6 << 0.05$, do đó ta bác bỏ giả thiết không H_0 và chấp nhận giả thiết đối H_1. Kết luận rằng phương sai giữa các nhóm không đồng nhất.

```
> leveneTest(Memory_Bandwidth~Manufacturer, data = main_df)
Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
        Df F value    Pr(>F)
group    2  13.199 2.005e-06 ***
      2185
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Hình 5.10: Kết quả kiểm định Levene cho phương sai đồng nhất

Nhận xét: Từ kết quả kiểm tra các giả định thống kê, ta thấy rằng cả hai giả định về phân phối chuẩn và phương sai đồng nhất đều không được thỏa mãn, do đó mô hình ANOVA một yếu tố không phù hợp để phân tích dữ liệu này.

Bước 3: Kiểm tra giả thiết thống kê.

Ta sử dụng lệnh `summary()` để in ra bảng ANOVA.

```
summary(anova_model)
```

Listing 21: Bảng ANOVA một yếu tố trong R

Kết quả bảng ANOVA được thể hiện trong hình 5.11. Ta thấy rằng p_value $= 1.51e-12 << 0.05$, do đó ta bác bỏ giả thiết không H_0 và chấp nhận giả thiết đối H_1. Kết luận rằng có ít nhất hai hãng sản xuất có trung bình băng thông bộ nhớ khác nhau.

```
> summary(anova_model)
              Df   Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)
Manufacturer   2   429976  214988   27.56 1.51e-12 ***
Residuals   2185 17042564    7800
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Hình 5.11: Bảng ANOVA một yếu tố trong R

Bước 4: So sánh hậu nghiệm (Tukey HSD).

Do mô hình ANOVA chỉ dùng để kiểm tra xem có sự khác biệt về trung bình giữa các nhóm hay không, mà không chỉ ra được cụ thể nhóm nào khác biệt, nên ta cần thực hiện so sánh hậu nghiệm để biết những hàng nào khác nhau có ý nghĩa thống kê.

Ta sử dụng lệnh `TukeyHSD()` trong R để thực hiện so sánh hậu nghiệm như sau:

```r
tukey_result <- TukeyHSD(anova_model)
```

Listing 22: So sánh hậu nghiệm Tukey HSD trong R

```
> tukey_result ← TukeyHSD(anova_model)
> tukey_result
  Tukey multiple comparisons of means
    95% family-wise confidence level

Fit: aov(formula = Memory_Bandwidth ~ Manufacturer, da

$Manufacturer
                 diff        lwr       upr     p adj
ATI-AMD     77.36980  52.601272 102.13832 0.0000000
Nvidia-AMD  10.77116   1.623155  19.91916 0.0159962
Nvidia-ATI -66.59864 -91.077514 -42.11977 0.0000000
```

Hình 5.12: Kết quả so sánh hậu nghiệm Tukey HSD trong R

Nhận xét: kết quả so sánh hậu nghiệm Tukey HSD được thể hiện trong hình 5.12. Ta có thể thấy rằng tất cả các hãng đang xét đều có sự khác biệt về băng thông bộ nhớ trung bình. Đối với ATI-AMD thì ATI có băng thông bộ nhớ trung bình cao hơn AMD với mức ý nghĩa 5% vì p_value = 0.0000000 < 0.05. Tương tự ta có thể nhận xét cho các cặp so sánh khác. NVIDIA cũng có băng thông trung bình lớn hơn AMD tuy nhiên lại thấp hơn so với ATI.

5.3.5 Nhận xét về mô hình ANOVA một yếu tố.

Từ kết quả kiểm tra các giả định thống kê, ta thấy rằng cả hai giả định về phân phối chuẩn và phương sai đồng nhất đều không được thỏa mãn, do đó mô hình ANOVA một yếu tố không phù hợp để phân tích dữ liệu này. Điều đó khiến nhóm phải thực hiện thêm các kiểm định ANOVA khác trong phần mở rộng.Tuy nhiên, kết quả kiểm định ANOVA và so sánh hậu nghiệm Tukey HSD vẫn cho thấy có sự khác biệt về trung bình băng thông bộ nhớ giữa các hãng sản xuất GPU.

5.4 Áp dụng mô hình hồi quy tuyến tính bội vào phân tích hiệu suất GPU.

5.4.1 Xây dựng mô hình.

- Việc chia dữ liệu thành hai phần (train và test) là cần thiết để tránh overfitting (hiện tượng mô hình học quá kỹ dữ liệu được cung cấp, đến mức nó ghi nhớ dữ liệu thay vì suy ra các quy luật tổng quát). Để đảm bảo mô hình có được khả năng tổng quát hóa tốt, ta chia bộ dữ liệu thành: training_set chiếm 80% và testing_set chiếm 20% . Với 2188 mẫu dữ liệu, tỷ lệ này đảm bảo training_set có đủ dữ liệu để mô hình học hỏi các đặc trưng phức tạp, đồng thời testing_set vẫn có kích thước đủ lớn (436 mẫu) để đánh giá một cách đáng tin cậy hiệu suất thực tế của mô hình.
- Để đánh giá và phân tích quan hệ giữa các thông số của GPU, ta chọn:
  - Biến phụ thuộc: Memory_Bandwidth
  - Biến độc lập: Process, Memory, Memory_Speed, Memory_Bus, L2_Cache.

  Lúc này, **mô hình có dạng:**

$$\begin{aligned}\text{Memory\_Bandwidth} =& \beta_0 + \beta_1 \text{Process} + \beta_2 \text{Memory} + \beta_3 \text{Memory\_Speed} \\ &+ \beta_4 \text{Memory\_Bus} + \beta_5 \text{L2\_Cache} + \epsilon\end{aligned}$$

```r
library(caret)
# co dinh cach chon cac dong ngau nhie
set.seed(111)
# chon du lieu de train voi bien muc tieu 'Memory_Bandwidth'
train_index <- createDataPartition(main_df$Memory_Bandwidth,
    p = 0.8,
list = FALSE)
# tao training_set bang cac dong duoc chon
training_set <- main_df[train_index, ]
# tao testing_set bang cac dong con lai
testing_set <- main_df[-train_index, ]
# tao mo hinh hoi quy tuyen tinh
model<-lm(Memory_Bandwidth ~ Process + Memory + Memory_Speed
    + Memory_Bus + L2_Cache, training_set)
summary((model))
```

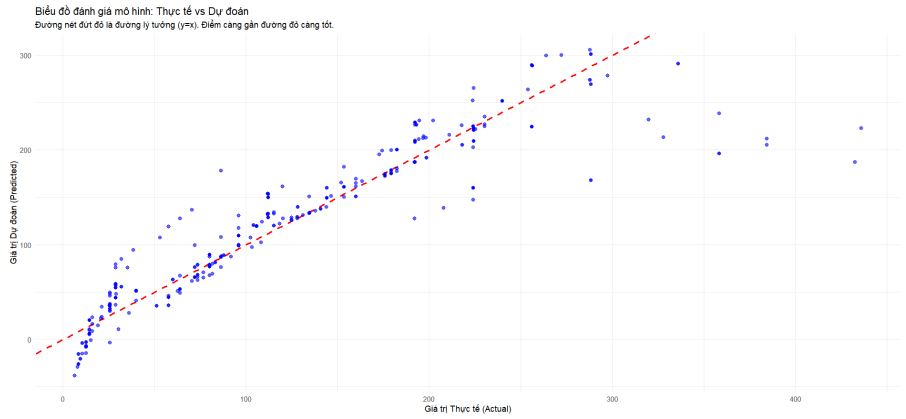
Listing 23: Xây dựng mô hình hồi quy tuyến tính bội trong R

- **Kết quả sau khi chạy trên R:**

```
> summary((model))

Call:
lm(formula = Memory_Bandwidth ~ Process + Memory + Memory_Speed +
    Memory_Bus + L2_Cache, data = training_set)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-139.955  -16.356   -2.271    6.156  221.404

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  -1.101e+02  8.547e+00 -12.876  < 2e-16 ***
Process      -2.941e-01  1.631e-01  -1.803 0.071491 .
Memory        1.036e-02  6.083e-04  17.024  < 2e-16 ***
Memory_Speed  8.812e-02  3.791e-03  23.244  < 2e-16 ***
Memory_Bus    6.065e-01  1.102e-02  55.025  < 2e-16 ***
L2_Cache     -6.307e-03  1.690e-03  -3.731 0.000197 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 35.73 on 1746 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.8419,    Adjusted R-squared:  0.8414
F-statistic:  1859 on 5 and 1746 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Hình 5.13: Kết quả của mô hình hồi quy tuyến tính

Sau khi xây dựng mô hình hồi quy tuyến tính bội, ta thu được kết quả như hình 5.13. Từ kết quả vừa thu được ta sẽ dùng nó dự đoán giá trị Memory_Bandwidth trên tập dữ liệu kiểm tra (testing_set) và so sánh với giá trị thực tế để đánh giá hiệu suất của mô hình.



Hình 5.14: Đồ thị giữa giá trị thực tế và dự đoán của Memory_Bandwidth (mô hình gốc)

```
> print(paste("R-squared (Test set):", round(r2_val, 4)))
[1] "R-squared (Test set): 0.857"
> print(paste("RMSE:", round(rmse_val, 4)))
[1] "RMSE: 33.2738"
> print(paste("R-squared (Test set):", round(r2_val, 4)))
[1] "R-squared (Test set): 0.857"
```

Hình 5.15: RMSE và RR của mô hình gốc trên tập testing_set

- **Nhận xét:**
  - Hệ số Multiple R-squared có giá trị là 0.8419. Điều này có nghĩa là 84.19% sự biến thiên của biến phụ thuộc Memory_Bandwidth có thể được giải thích bởi sự thay đổi của 5 biến độc lập trong mô hình. Ngoài ra, Hệ số Adjusted R-squared có giá trị là 0.8414 (rất gần với Multiple R-squared). Như vậy, mô hình hoạt động khá hiệu quả và không có biến nào bị đưa vào một cách không cần thiết.
  - Tất cả các biến dự đoán đều có p-values rất nhỏ ($\ll 0.05$) ngoại trừ biến Process. Điều này khẳng định rằng các biến Memory, Memory_Speed, Memory_Bus và L2_Cache đều có ảnh hưởng đáng kể đến biến phụ thuộc Memory_Bandwidth trong khi biến Process không có ảnh hưởng đáng kể. Điều này dẫn ta đến khả năng có thể cải thiện mô hình ở phần sau.
  - Chỉ số Residual Standard Error (RSE) là 35.73. Đây là độ lệch chuẩn của Memory_Bandwidth thực tế so với dự đoán.
  - Các hệ số ước lượng β_i có giá trị như sau: $\widehat{\beta_0} = -110.1$, $\widehat{\beta_1} = -0.294$, $\widehat{\beta_2} = 0.0104$, $\widehat{\beta_3} = 0.0881$, $\widehat{\beta_4} = 0.607$, $\widehat{\beta_5} = -0.0063$.
  - Mô hình dự đoán được tương đối giá trị Memory_Bandwidth khi so sánh với giá trị thực tế, tuy nhiên vẫn có sự sai lệch nhất định (hình 5.14), đặc biệt có thể thấy rõ khi dự đoán các giá trị thấp hơn 50. Trong khi đó các giá trị lớn hơn 50 thì mô hình dự đoán khá chính xác.
- **Kết luận:** Đường thẳng hồi quy ước lượng của mô hình:

$$\begin{aligned}\text{Memory\_Bandwidth} = &-110.1 - 0.294 \cdot \text{Process} + 0.0104 \cdot \text{Memory} \\ &+ 0.0881 \cdot \text{Memory\_Speed} + 0.607 \cdot \text{Memory\_Bus} \\ &- 0.0063 \cdot \text{L2\_Cache}\end{aligned}$$

5.4.2 Kiểm tra giả định của mô hình hồi quy.

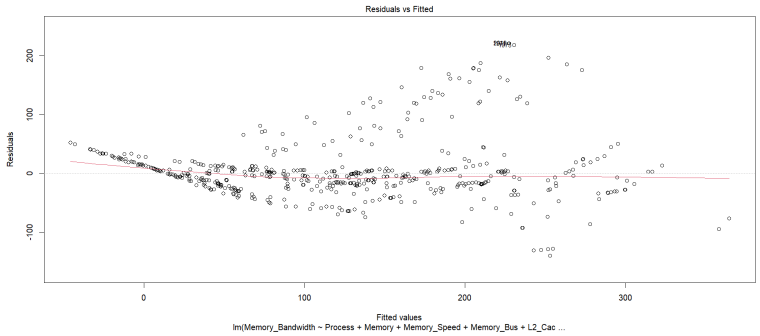
- **Kỳ vọng bằng 0.**

  Ta dùng mô hình chẩn đoán Residuals-Fitted để kiểm tra bằng lệnh:

```r
plot(model, which=1) # Residuals vs Fitted
```

Listing 24: Vẽ đồ thị Residuals-Fitted trong R

Kết quả:



Hình 5.16: Biểu đồ Residuals vs Fitted

Nhận xét: Đường xu hướng (màu đỏ) nhìn chung tương đối phẳng và gần như trùng với đường $y = 0$. Như vậy, mô hình chỉ có thể tương đối thỏa mãn được tính chất kỳ vọng bằng 0.

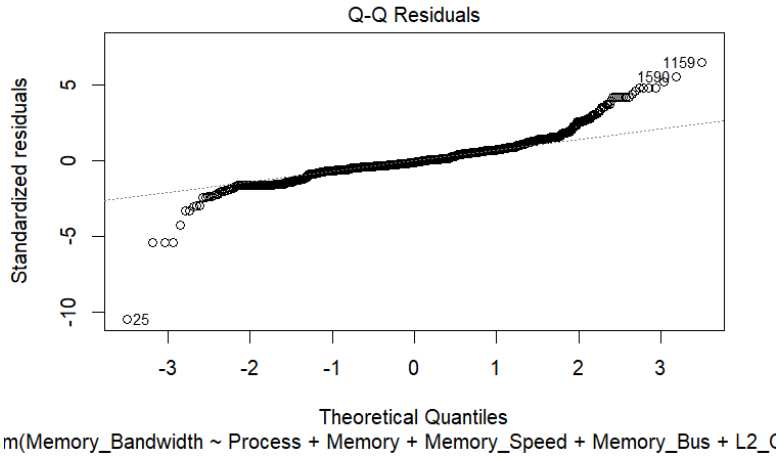
- **Sai số có phân phối chuẩn.**

  Ta có thể sử dụng biểu đồ Q-Q plot để kiểm tra giả định phân phối chuẩn của phần dư như sau:

```r
plot(model, which=2)
```

Listing 25: Biểu đồ Q-Q plot cho phần dư của mô hình hồi quy tuyến tính

Kết quả:



Hình 5.17: Biểu đồ Q-Q

Để chắc chắn hơn, ta dùng kiểm định Shapiro-Wilk để kiểm tra:

```
> shapiro.test(model$residuals)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  model$residuals
W = 0.77709, p-value < 2.2e-16
```

Hình 5.18: Kết quả kiểm định Shapiro-Wilk cho sai số của mô hình

Nhận xét: Biểu đồ Q-Q cho thấy phần lớn các điểm nằm sát đường chéo nên sai số của mô hình gần như là có phân phối chuẩn, đặc biệt là ở vùng trung tâm. Tuy nhiên, phần đuôi của đồ thị lại có xu hướng lệch lên so với đường tham chiếu. Shapiro-Wilk test cũng cho thấy p-value rất nhỏ (2.2e-16), điều này cho thấy sai số không hoàn toàn tuân theo phân phối chuẩn.

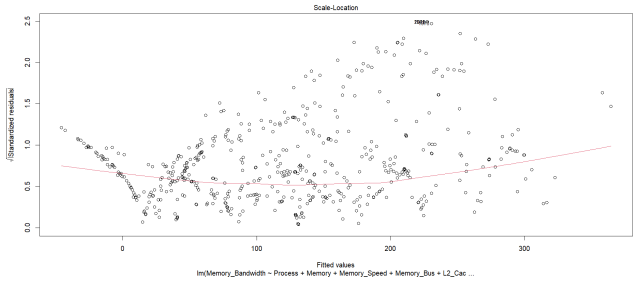
- **Phương sai đồng nhất.**

  Ta dùng mô hình chẩn đoán Scale-Location để kiểm tra bằng lệnh:

```r
plot(model, which=3) # Scale-Location
```

Listing 26: Vẽ đồ thị Scale-Location trong R

Kết quả:



Hình 5.19: Biểu đồ Scale-Location

Nhận xét: Đường xu hướng (màu đỏ) có xu hướng lõm ở giữa, các điểm phân bố rất rộng và không đều,cho thấy rằng phương sai của sai số không đồng nhất.

- **Tính độc lập của sai số.**

  Ta dùng kiểm định Durbin-Watson để kiểm tra tính chất này:

```
durbinWatsonTest(model) #Kiem tra tinh doc lap cua sai so
```

Listing 27: Kiểm định Durbin-Watson trong R

Kết quả:

```
> durbinWatsonTest(model)
 lag Autocorrelation D-W Statistic p-value
   1       0.2821306      1.435692       0
 Alternative hypothesis: rho != 0
```

Nhận xét: Mô hình có hệ số Autocorrelation (tự tương quan) là tương đối lớn (0.282) và p-value bằng 0. Do đó, mô hình vi phạm tính độc lập của sai số..

- **Kiểm tra đa cộng tuyến.**

  Để kiểm tra tính đa cộng tuyến giữa các biến độc lập trong mô hình, ta sử dụng hệ số phóng đại phương sai (Variance Inflation Factor - VIF). Hệ số VIF đo lường mức độ mà phương sai của các ước lượng hồi quy bị phóng đại do sự đa cộng tuyến giữa các biến độc lập. Trong RStudio, ta có thể sử dụng hàm `vif()` từ gói `car` để tính hệ số VIF cho từng biến độc lập trong mô hình hồi quy tuyến tính.

```
library(car)
vif(model) #Kiểm tra đa cộng tuyến
```

Kết quả:

```
> vif(model)
     Process       Memory Memory_Speed    Memory_Bus     L2_Cache
    2.865039     1.882054     2.893043     1.353820     1.569410
```

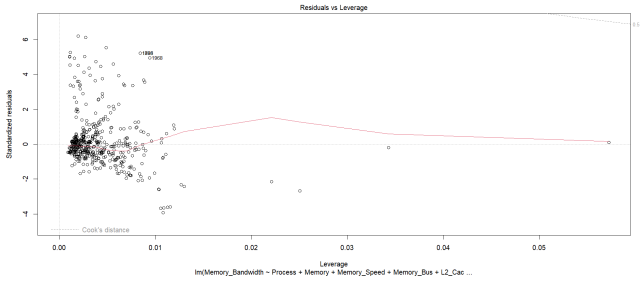
Nhận xét: Có thể thấy, hầu hết các biến có chỉ số VIF tuyến ở mức thấp. Như vậy, mô hình có tính ổn định cao về mặt đa cộng tuyến.

- **Kiểm tra các điểm ngoại lai.**

```
plot(model, which=5) # Cook's Distance
```

Listing 28: Vẽ đồ thị Cook's Distance trong R

Kết quả:



Hình 5.20: Biểu đồ Cook's Distance

Nhận xét: Trong biểu đồ này, những điểm ngoại lai (có ảnh hưởng lớn đến mô hình) là những điểm nằm ngoài Cook's distance. Có thể thấy, không có điểm nào nằm ngoài vùng này, vì vậy mô hình không có điểm ngoại lai.

5.4.3 Nhận xét về mô hình hồi quy tuyến tính.

Mô hình hồi quy tuyến tính được xây dựng nhìn chung có thể thỏa mãn tương đối một số giả định quan trọng nhưng cũng tồn tại nhiều hạn chế vì cơ bản nó vi phạm một số giả định

như: sai số không có phân phối chuẩn, phương sai sai số không đồng nhất và sai số không độc lập. Điều này có thể ảnh hưởng đến độ tin cậy của các ước lượng hệ số hồi quy và các kiểm định giả thuyết liên quan. Tuy nhiên, mô hình vẫn cho thấy khả năng giải thích tốt sự biến thiên của biến phụ thuộc Memory_Bandwidth thông qua các biến độc lập được chọn.

6 Thảo luận và mở rộng

6.1 Thảo luận

Bài báo cáo đã cung cấp cơ sở dữ liệu và phân tích các thuộc tính về GPU cho ta thấy cái nhìn bao quát và hiểu rõ hơn các yếu tố ảnh hưởng đến hiệu suất của GPU. Các mô hình được xây dựng để dự đoán có thể đánh giá hiệu năng GPU thông qua các thông số kỹ thuật. Sau khi phân tích, ta có một số nhận xét sau:

- Thống kê mô tả:
  - Cho thấy sự phân bố không đồng đều của các thông số, đặc biệt là Memory_Bandwidth- thông số quyết định hiệu suất xử lý của GPU phần lớn giá trị tập trung ở mức thấp.
  - Các biến số như Memory_Speed, Memory_Bus, L2_Cache có ảnh hưởng nhất định đến Memory_Bandwidth, tuy nhiên mức độ ảnh hưởng khác nhau và có sự phân tán lớn trong dữ liệu.
  - Trong dữ liệu chỉ gồm có một số ít nhà sản xuất chiếm đa số, điều này có thể ảnh hưởng đến tính tổng quát của mô hình dự đoán.
  - Dữ liệu có một số ngoại lai, điều này có thể ảnh hưởng đến trực tiếp đến kết quả phân tích và các mô hình dự đoán.
- Thống kê suy diễn:
  - Mô hình hồi quy tuyến tính đa biến cho thấy các biến Process, Memory, Memory_Speed, Memory_Bus, L2_Cache có ảnh hưởng đáng kể đến Memory_Bandwidth, tuy nhiên mô hình có R-squared không cao, chỉ khoảng 0.8419, do đó đây chưa phải là mô hình hồi quy tốt nhất.
  - Như đã đề cập ở trên, phần lớn các biến xét đến trong các mô hình và phân tích đều không tuân theo phân phối chuẩn, điều này ảnh hưởng đến tính chính xác của các mô hình dự đoán, buộc nhóm phải tìm các giải pháp để cải thiện các mô hình đó.

6.2 Mở rộng

Cải thiện mô hình hồi quy tuyến tính bội.

Như đã đề cập ở phần thống kê suy diễn, mô hình hồi quy tuyến tính bội hiện tại có R-squared không cao, chỉ khoảng 0.8419 vì biến Memory_Bandwidth không tuân theo phân phối chuẩn. Do đó Ta có thể thử dùng phép biết đổi logarit (log) cho các biến để ổn định phương

sai của các sai số, làm cho độ phân tán của sai số giảm xuống, phương sai trở nên đồng nhất hơn. Vì trong dữ liệu có giá trị 0 ở một số biến (VD: L2_Cache) nên ta sẽ lấy $\log(X+1)$ để tránh giá trị lỗi. Ta thực hiện như sau:

```
training_set_log <- training_set
testing_set_log <- testing_set
training_set_log$Memory <- log(training_set_log$Memory + 1)
training_set_log$Memory_Bus <- log(training_set_log$Memory_Bus +
    1)
training_set_log$Memory_Bandwidth <- log(training_set_log$Memory_
    Bandwidth +
                                                1)
training_set_log$Memory_Speed <- log(training_set_log$Memory_
    Speed + 1)
training_set_log$L2_Cache <- log(training_set_log$L2_Cache + 1)
training_set_log$Process <- log(training_set_log$Process + 1)
testing_set_log$Memory <- log(testing_set_log$Memory + 1)
testing_set_log$Memory_Bus <- log(testing_set_log$Memory_Bus + 1)
testing_set_log$Memory_Bandwidth <- log(testing_set_log$Memory_
    Bandwidth +
                                              1)
testing_set_log$Memory_Speed <- log(testing_set_log$Memory_Speed
    + 1)
testing_set_log$L2_Cache <- log(testing_set_log$L2_Cache + 1)
testing_set_log$Process <- log(testing_set_log$Process + 1)
new_model <- lm(
  Memory_Bandwidth ~ Process + Memory + Memory_Speed
  + Memory_Bus + L2_Cache,
  training_set_log
)
summary(new_model)
```

Listing 29: Phép biến đổi logarit cho các biến.

Kết quả:

```
> summary(new_model)

Call:
lm(formula = Memory_Bandwidth ~ Process + Memory + Memory_Speed
    Memory_Bus + L2_Cache, data = training_set_log)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.72015 -0.17562 -0.02421  0.15806  1.42168

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  -11.672364   0.347107 -33.628  < 2e-16 ***
Process       -0.048356   0.039975  -1.210    0.227
Memory         0.068297   0.015089   4.526 6.41e-06 ***
Memory_Speed   1.415352   0.034856  40.606  < 2e-16 ***
Memory_Bus     1.149284   0.017233  66.692  < 2e-16 ***
L2_Cache      -0.015365   0.003178  -4.834 1.45e-06 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.2778 on 1746 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9067,    Adjusted R-squared:  0.9065
F-statistic:  3395 on 5 and 1746 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Hình 6.1: Kết quả mô hình hồi quy tuyến tính bội sau khi biến đổi logarit

Kết luận:

Mặc dù mô hình có thật sự cải thiện hơn so với trước với R-squared là 0.8874, tuy nhiên p_value của biến Process lớn hơn 0.05, nên ta sẽ loại bỏ biến này trong mô hình mới.

Xây dựng lại mô hình mới được kết quả như sau:

```
> summary(new_model)

Call:
lm(formula = Memory_Bandwidth ~ +Memory + Memory_Speed + Memory_Bus +
    L2_Cache, data = training_set_log)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.73096 -0.17755 -0.01988  0.16072  1.42966

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  -12.049239   0.153044 -78.731  < 2e-16 ***
Memory         0.077813   0.012878   6.042 1.85e-09 ***
Memory_Speed   1.442216   0.026869  53.676  < 2e-16 ***
Memory_Bus     1.139208   0.015088  75.504  < 2e-16 ***
L2_Cache      -0.015374   0.003179  -4.837 1.44e-06 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.2778 on 1747 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9067,    Adjusted R-squared:  0.9064
F-statistic:  4242 on 4 and 1747 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Hình 6.2: Kết quả mô hình hồi quy tuyến tính bội sau khi loại bỏ biến Process

Nhận xét: có thể dễ dàng nhận thấy, tất cả các chỉ số đã có sự cải thiện rõ rệt so với các mô hình trước. Cụ thể R-squared đã tăng lên 0.9067. Do đó, mô hình hồi quy hiện tại hoạt động hiệu quả, chính xác và đáng tin cậy hơn.

Dự đoán giá trị Memory_Bandwidth sử dụng mô hình mới.

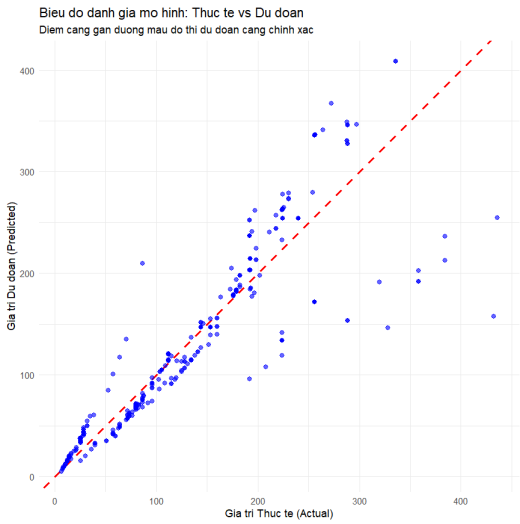
```
pred_log_values <- predict(new_model, newdata = testing_set_log)

# Chuyen tu log ve gia tri binh thuong
pred_original_scale <- exp(pred_log_values) - 1

# Lay gia tri thuc te
actual_original_scale <- testing_set$Memory_Bandwidth

# Tao df cho de nhin
results_summary_display_original <- data.frame(
  Memory_Bandwidth_Actual = actual_original_scale,
  Memory_Bandwidth_Predict = pred_original_scale,
  Error_Original = actual_original_scale - pred_original_scale # Tinh sai so
)

head(results_summary_display_original, 10)
```

Listing 30: Dự đoán giá trị Memory_Bandwidth sử dụng mô hình mới.

Kết quả:

```
> head(results_summary_display_original, 10)
   Memory_Bandwidth_Actual Memory_Bandwidth_Predict Error_Original
1                     64.0                117.58946      -53.58946
14                   288.4                345.83853      -57.43853
16                   288.4                345.83853      -57.43853
19                    28.8                 48.03617      -19.23617
22                   264.0                340.84042      -76.84042
42                   128.0                117.58946       10.41054
45                   124.8                113.34164       11.45836
60                    57.6                 43.02686       14.57314
61                    57.6                 43.02686       14.57314
64                    25.6                 38.21235      -12.61235
```

Hình 6.3: Kết quả dự đoán giá trị Memory_Bandwidth sử dụng mô hình mới



Hình 6.4: Đồ thị giữa giá trị thực tế và dự đoán của Memory_Bandwidth (mô hình cải tiến)

```
> print(paste("RMSE:", round(rmse, 4)))
[1] "RMSE: 41.0669"
> print(paste("R-squared:", round(r_squared, 4)))
[1] "R-squared: 0.7822"
```

Hình 6.5: MRSE và RR của mô hình cải tiến

Nhận xét:

Có thể thấy rằng mô hình sau khi biến đổi logarit đã cải thiện đáng kể độ chính xác trong việc dự đoán giá trị Memory_Bandwidth. Đồ thị ở hình 6.4 cho thấy các điểm dữ liệu tập trung gần đường chéo $y = x$ hơn so với mô hình gốc ở hình 5.14. Mặc dù vậy khi tính ngược lại giá trị gốc (bằng cách lấy hàm mũ), ta thấy rằng MRSE của mô hình mới là 41.0669 cao hơn so với mô hình gốc (33.2738), mặc dù vậy RR của mô hình mới lại cao hơn so với mô hình gốc.

7 Nguồn dữ liệu và nguồn code

- **Nguồn dữ liệu:** Dữ liệu được lấy từ trang Kaggle tại địa chỉ: Kaggle.
- **Nguồn code:** Toàn bộ mã nguồn R được sử dụng trong báo cáo này đều được viết bởi nhóm sinh viên và tham khảo từ các tài liệu, bài báo, và nguồn học thuật khác để thực hiện báo cáo.

Tài liệu tham khảo

[1] Nguyễn Đình Huy, *Giáo trình Xác suất và Thống kê*, NXB Đại học Quốc gia TP.HCM, 2019.

[2] Nguyễn Kiều Dung, *Bài giảng Xác suất Thống kê*, Tài liệu lưu hành nội bộ, Trường Đại học Bách Khoa - ĐHQG TP.HCM, 2024.