

线性代数应该这样学, 习题 5.4

叶卢庆*

2014 年 9 月 5 日

习题. 设 $S, T \in \mathcal{L}(V)$ 使得 $ST = TS$. 证明对于每个 $\lambda \in F, \text{null}(T - \lambda I)$ 在 S 下都是不变的.

证明. 也就是证明 $\forall v \in \text{null}(T - \lambda I), S(v) \in \text{null}(T - \lambda I)$. 当 $v \in \text{null}(T - \lambda I), T(v) = \lambda v. T(S(v)) = S(T(v)) = S(\lambda v) = \lambda S(v)$, 可见, $S(v) \in \text{null}(T - \lambda I)$. \square

*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读, E-mail: yeluqingmathematics@gmail.com