

线性代数, 习题 15

叶卢庆*

2014 年 8 月 20 日

题目. ^a 设 V 是一个实向量空间, 且 $T: V \rightarrow V$ 是一个线性变换, 满足 $T^2 = T$.

- 证明 $R(T) \cap N(T) = \{0\}$.

^a来自 <http://www.math.ucla.edu/~tao/resource/general/115a.3.02f/final.pdf>

证明. • 假若存在 $v \neq 0, v \in R(T) \cap N(T)$, 则必存在 $w \in V$, 使得 $T(w) = v$. 易得 $w \neq 0$ (否则 $T(w) = 0 \neq v$). 且 $T(v) = T^2(w) = T(w) = 0$. 矛盾.

□

*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读, E-mail: yeluqingmathematics@gmail.com