

# 线性代数题 11

叶卢庆\*

2014 年 8 月 19 日

**习题.** 设  $W$  是有限维内积空间  $V$  的子空间. 设  $v \in V$ , 且  $w$  是  $v$  在  $W$  上的正交投影. 则对于任意  $w' \in W, w' \neq w$ , 有

$$\|v - w'\| > \|v - w\|.$$

**证明.** 由于  $v$  可以唯一地表示为  $u + w$ , 其中  $u \in W^\perp, w \in W$ . 则

$$\begin{aligned}\langle v - w', v - w' \rangle - \langle v - w, v - w \rangle &= \langle u + w - w', u + w - w' \rangle - \langle u, u \rangle \\ &= \langle w - w', w - w' \rangle > 0.\end{aligned}$$

□

---

\*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读, E-mail: yeluqingmathematics@gmail.com