

# 线性代数题 10

叶卢庆\*

2014 年 8 月 19 日

**习题.** 如果  $W$  是  $n$  维内积空间  $V$  的  $k$  维子空间. 则  $V$  中的每个向量  $v$  都可以唯一地写作  $w + u$ , 其中  $w \in W, u \in W^\perp$ .

**证明.** 设  $V$  的一组基为

$$v_1, \dots, v_k, v_{k+1}, \dots, v_n.$$

并且  $v_1, \dots, v_k \in W, v_{k+1}, \dots, v_n \in W^\perp$ . 这样的设置是完全合理的, 因为  $W \cap W^\perp = \{0\}$ , 并且  $W$  和  $W^\perp$  都是  $V$  的子空间. 于是  $v$  可以唯一地写作

$$v = (a_1 v_1 + \dots + a_k v_k) + (a_{k+1} v_{k+1} + \dots + a_n v_n) = w + u.$$

□

---

\*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读, E-mail: yeluqingmathematics@gmail.com