

线性代数应该这样学,习题5.7

叶卢庆*

2014 年 9 月 5 日

题目. 设 n 是正整数, 并设 $T \in \mathcal{L}(\mathbf{F}^n)$ 定义如下

$$T(x_1, \dots, x_n) = (x_1 + \dots + x_n, \dots, x_1 + \dots + x_n).$$

也就是说, 算子 T (关于标准基)的矩阵的元素全部都是1. 求 T 的所有本征值和本征向量.

解. 我们发现, $\text{rank}(T) = 1$. 因此其不变子空间只能是一维的, 易得该一维不变子空间由特征向量 $(1, 1, \dots, 1)$ 张成, 对应的特征值为 n . □

*叶卢庆(1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读, E-mail: yeluqingmathematics@gmail.com