

线性代数应该这样学, 习题 5.5

叶卢庆*

2014 年 9 月 5 日

习题. 求如下定义的后项位移算子 $T \in \mathcal{L}(\mathbf{F}^\infty)$ 的所有本征值和本征向量

$$T(z_1, z_2, z_3, \cdots) = (z_2, z_3, \cdots).$$

解.

$$T(z_1, z_2, z_3, \cdots) = (z_2, z_3, z_4, \cdots) = \lambda(z_1, z_2, z_3, \cdots).$$

当 $\lambda = 0$ 时, 其中一个特征向量为 $(1, 0, 0, \cdots, 0, \cdots)$. 当 $\lambda \neq 0$ 时,

$$z_1 = \frac{1}{\lambda} z_2 = \frac{1}{\lambda^2} z_3 = \frac{1}{\lambda^3} z_4 = \cdots$$

可见每个 λ 都对应一个特征向量 $(1, \lambda, \lambda^2, \cdots)$.

□

*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读, E-mail: yeluqingmathematics@gmail.com