题目. 求平行于直线

$$\frac{x+2}{8}=\frac{y-1}{7}=\frac{z-4}{1} \tag{1}$$

且同时与两直线

$$l_1:\frac{x+3}{2}=\frac{y-5}{3}=\frac{z}{1} \tag{2}$$

与

$$l_2:\frac{x-10}{5}=\frac{y+7}{4}=\frac{z}{1}. \tag{3}$$

都相交的直线的方程.

解. 设所求直线的方程为

$$\frac{x-p_1}{8}=\frac{y-p_2}{7}=\frac{z-p_3}{1}.$$

则

$$\begin{vmatrix} p_1+3 & p_2-5 & p_3 \\ 8 & 7 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}=0,$$

即

$$2p_1-3p_2+5p_3+21=0. \tag{4}$$

且

$$\begin{vmatrix} p_1-10 & p_2+7 & p_3 \\ 8 & 7 & 1 \\ 5 & 4 & 1 \end{vmatrix}=0,$$

即

$$3p_1-3p_2-11p_3-51=0. \tag{5}$$

方程(4)和方程(5)联立, 可得所求的直线的方程为

$$\begin{cases} 2x-3y+5z+21=0 \\ 3x-3y-11z-51=0. \end{cases}$$

□