

题目. 已知四面体的顶点为  $A(2, 3, 1), B(4, 1, -2), C(6, 3, 7), D(-5, -4, 8)$ , 则从顶点  $D$  所引的高的长度为?

解. 四面体的体积为

$$\frac{1}{6} \begin{vmatrix} 2 & -2 & -3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & -7 & 7 \end{vmatrix} = \frac{154}{3}.$$

三角形  $ABC$  的面积为

$$\frac{1}{2} |(2, -2, 3) \times (4, 0, 6)| = 2\sqrt{13}.$$

设高的长度为  $h$ , 则

$$\frac{2\sqrt{13}}{3} h = \frac{154}{3},$$

解得  $h = \frac{77\sqrt{13}}{13}$ .

□