

杭州师范大学解析几何期末试题

叶卢庆*

2014 年 12 月 6 日

题目. 已知准线为

$$\begin{cases} x = y^2 + z^2 \\ x = 2z \end{cases}$$

且其母线垂直于这准线所在的平面, 求柱面方程.

解. 设柱面上的任意一点为 (x, y, z) . 该柱面的母线垂直于平面 $x + 0y - 2z = 0$, 因此母线的方向向量为 $(1, 0, -2)$. 于是存在实数 t , 使得 $(x + t, y, z - 2t)$ 在准线上. 即

$$\begin{cases} x + t = y^2 + (z - 2t)^2 \\ x + t = 2(z - 2t) \end{cases}$$

由第二条方程解得 $t = \frac{2z-x}{5}$. 代入第一条方程可得

$$x + \frac{2z-x}{5} = y^2 + (z - 2\frac{2z-x}{5})^2,$$

化简可得

$$4x^2 + 25y^2 + z^2 + 4xz - 10z - 20x = 0.$$

此即柱面方程. □

*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读, E-mail: yeluqingmathematics@gmail.com