

题目. 已知三个平面

$$\begin{cases} 3x - y + 2z - 1 = 0 \\ x - 7y - z - 2 = 0 \\ 2x + \lambda y + 3z + 10 = 0 \end{cases}$$

两两相交成的直线互相平行, 则 $\lambda =$.

解. 第一个平面与第二个平面相交成的直线的方向向量为

$$\frac{1}{5}(3, -1, 2) \times (1, -7, -1) = (3, 1, -4).$$

第一个平面与第三个平面相交成的直线的方向向量为

$$(3, -1, 2) \times (2, \lambda, 3) = (-3 - 2\lambda, -5, 3\lambda + 2).$$

由于两个方向向量共线, 因此

$$\frac{-3 - 2\lambda}{3} = -5,$$

解得 $\lambda = 6$.

□