

# 杭州师范大学理学院 2011《解析几何》期末试卷 (A 卷)

## 解答题 4\*

叶卢庆<sup>†</sup>

2014 年 10 月 19 日

题目. 设柱面的准线为  $\begin{cases} x = y^2 + z^2 \\ x - 2z = 0 \end{cases}$ . 母线垂直于准线所在的平面, 求柱面的方程.

解. 准线所在的平面为  $x - 2z = 0$ , 由于该平面的一个法向量为  $(1, 0, -2)$ , 因此母线的方向向量为  $(1, 0, -2)$ . 设柱面上的任意一点  $(x_0, y_0, z_0)$ , 则经过该点的母线方程为

$$\frac{x - x_0}{1} = \frac{y - y_0}{0} = \frac{z - z_0}{-2}.$$

由于任意一条母线都与准线相交, 因此存在点  $(x_1, y_1, z_1)$ , 使得

$$\begin{cases} \frac{x_1 - x_0}{1} = \frac{y_1 - y_0}{0} = \frac{z_1 - z_0}{-2}, \\ x_1 = y_1^2 + z_1^2 \\ x_1 - 2z_1 = 0 \end{cases},$$

即,

$$20x_0 + 10z_0 = 25y_0^2 + 4x_0^2 + z_0^2 + 4x_0z_0.$$

可见, 柱面方程为

$$20x + 10z = 25y^2 + 4x^2 + z^2 + 4xz.$$

□

\*本解答作为交给解析几何赵老师的第四份作业.

<sup>†</sup>叶卢庆 (1992-), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业大四. 学号:1002011005.E-mail:yeluqingmathematics@gmail.com